

固收小组作业 2——跟踪上海国债指数

本文采用优化抽样复制法，力求实现跟踪误差最小化，并且减小组合中包含的债券数目以降低投资组合管理难度与交易成本。

一、分层抽样

截止 2023 年 5 月初，上证国债指数(000012)中包含成份债券 151 支，各个债券代码与纳入指数日期如表 1 所示。

表 1 2023 年 5 月上证国债指数包含的国债与纳入日期

序号	品种代码	品种名称	纳入日期	序号	品种代码	品种名称	纳入日期
1	019701	23 国债 08	2023/4/20	77	019580	17 国债 25	2017/11/7
2	019702	23 国债 09	2023/4/20	78	019577	17 国债 22	2017/10/26
3	019700	23 国债 07	2023/3/30	79	019575	17 国债 20	2017/9/26
4	019699	23 国债 06	2023/3/30	80	019572	17 国债 18	2017/8/8
5	019698	23 国债 05	2023/3/20	81	019569	17 国债 15	2017/7/27
6	019697	23 国债 04	2023/3/2	82	019567	17 国债 13	2017/6/27
7	019696	23 国债 03	2023/2/20	83	019565	17 国债 11	2017/5/25
8	019695	23 国债 02	2023/1/19	84	019564	17 国债 10	2017/5/9
9	019693	22 国债 28	2022/12/29	85	019559	17 国债 05	2017/2/23
10	019692	22 国债 27	2022/12/20	86	019558	17 国债 04	2017/2/14
11	019691	22 国债 26	2022/11/30	87	019554	16 国债 26	2016/11/24
12	019690	22 国债 25	2022/11/18	88	019551	16 国债 23	2016/11/8
13	019689	22 国债 24	2022/10/28	89	019547	16 国债 19	2016/8/25
14	019687	22 国债 22	2022/10/20	90	019545	16 国债 17	2016/8/9
15	019686	22 国债 21	2022/9/29	91	019541	16 国债 13	2016/5/26
16	019685	22 国债 20	2022/9/20	92	019538	16 国债 10	2016/5/10
17	019684	22 国债 19	2022/9/6	93	019536	16 国债 08	2016/4/28
18	019683	22 国债 18	2022/8/30	94	019532	16 国债 04	2016/2/2
19	019682	22 国债 17	2022/8/18	95	019528	15 国债 28	2015/11/30
20	019681	22 国债 16	2022/7/28	96	019525	15 国债 25	2015/10/27
21	019680	22 国债 15	2022/7/20	97	019523	15 国债 23	2015/10/22
22	019678	22 国债 13	2022/6/30	98	019521	15 国债 21	2015/9/29
23	019677	22 国债 12	2022/6/20	99	019517	15 国债 17	2015/8/3
24	019676	22 国债 11	2022/5/30	100	019516	15 国债 16	2015/7/23
25	019675	22 国债 10	2022/5/19	101	019510	15 国债 10	2015/6/1
26	019673	22 国债 08	2022/4/20	102	019508	15 国债 08	2015/5/4
27	019672	22 国债 07	2022/4/20	103	019505	15 国债 05	2015/4/16
28	019671	22 国债 06	2022/3/29	104	019429	14 国债 29	2014/12/25
29	019669	22 国债 04	2022/3/1	105	019427	14 国债 27	2014/12/1
30	019668	22 国债 03	2022/2/22	106	019425	14 国债 25	2014/11/3
31	019667	22 国债 02	2022/1/25	107	019421	14 国债 21	2014/9/25
32	019665	21 国债 17	2021/11/23	108	019417	14 国债 17	2014/8/18

(续表 1)序号	品种代码	品种名称	纳入日期	序号	品种代码	品种名称	纳入日期
33	019662	21 国债 14	2021/10/21	109	019416	14 国债 16	2014/7/31
34	019661	21 国债 13	2021/10/19	110	019412	14 国债 12	2014/6/26
35	019660	21 国债 12	2021/9/7	111	019410	14 国债 10	2014/6/3
36	019659	21 国债 11	2021/8/17	112	019409	14 国债 09	2014/5/6
37	019657	21 国债 09	2021/6/1	113	019325	13 国债 25	2013/12/16
38	019655	21 国债 07	2021/5/18	114	019324	13 国债 24	2013/11/25
39	019653	21 国债 05	2021/4/15	115	019319	13 国债 19	2013/9/24
40	019651	21 国债 03	2021/3/25	116	019316	13 国债 16	2013/8/19
41	019650	21 国债 02	2021/3/16	117	019310	13 国债 10	2013/5/27
42	019647	20 国债 17	2020/12/8	118	019309	13 国债 09	2013/5/2
43	019646	20 国债 16	2020/11/24	119	019220	12 国债 20	2012/11/22
44	019643	20 国债 13	2020/10/27	120	019218	12 国债 18	2012/10/9
45	019642	20 国债 12	2020/9/17	121	019213	12 国债 13	2012/8/9
46	019639	20 特国 04	2020/7/21	122	019212	12 国债 12	2012/7/5
47	019637	20 特国 03	2020/7/1	123	019208	12 国债 08	2012/5/24
48	019636	20 特国 02	2020/6/24	124	019206	12 国债 06	2012/5/2
49	019635	20 特国 01	2020/6/24	125	019123	11 国债 23	2011/11/17
50	019634	20 国债 08	2020/6/9	126	019116	11 国债 16	2011/6/30
51	019633	20 国债 07	2020/5/28	127	019112	11 国债 12	2011/6/2
52	019632	20 国债 06	2020/5/26	128	019110	11 国债 10	2011/5/6
53	019631	20 国债 05	2020/4/14	129	019105	11 国债 05	2011/3/3
54	019630	20 国债 04	2020/3/19	130	019040	10 国债 40	2010/12/16
55	019626	19 国债 16	2019/12/10	131	019037	10 国债 37	2010/11/25
56	019625	19 国债 15	2019/11/26	132	019003	10 国债 03	2010/11/8
57	019623	19 国债 13	2019/10/22	133	019009	10 国债 09	2010/11/8
58	019620	19 国债 10	2019/7/25	134	019014	10 国债 14	2010/11/8
59	019618	19 国债 08	2019/6/27	135	019018	10 国债 18	2010/11/8
60	019617	19 国债 07	2019/6/12	136	019023	10 国债 23	2010/11/8
61	019616	19 国债 06	2019/5/28	137	019026	10 国债 26	2010/11/8
62	019610	18 国债 28	2018/12/11	138	019029	10 国债 29	2010/11/8
63	019609	18 国债 27	2018/11/27	139	019806	08 国债 06	2010/11/8
64	019607	18 国债 25	2018/11/22	140	019813	08 国债 13	2010/11/8
65	019606	18 国债 24	2018/10/25	141	019820	08 国债 20	2010/11/8
66	019602	18 国债 20	2018/9/11	142	019902	09 国债 02	2010/11/8
67	019601	18 国债 19	2018/8/21	143	019905	09 国债 05	2010/11/8
68	019599	18 国债 17	2018/7/26	144	019911	09 国债 11	2010/11/8
69	019595	18 国债 13	2018/6/12	145	019920	09 国债 20	2010/11/8
70	019594	18 国债 12	2018/5/24	146	019925	09 国债 25	2010/11/8
71	019593	18 国债 11	2018/5/22	147	019930	09 国债 30	2010/11/8
72	019588	18 国债 06	2018/3/22	148	010713	07 国债 13	2007/8/24
73	019587	18 国债 05	2018/3/13	149	010706	07 国债 06	2007/5/29
74	019586	18 国债 04	2018/2/6	150	010609	06 国债(9)	2006/7/5
75	019582	17 国债 27	2017/12/26	151	010504	05 国债(4)	2005/5/25
76	019581	17 国债 26	2017/11/23				

在 151 支国债中，部分国债在市场中交易较少，剔除在市场中价格始终不变的国债，共剩下 84 支国债。计算 84 支国债的久期数据，并按照久期对国债进行分组，结果如表 2 所示。

表 2 国债久期分组结果

组别	1	2	3	4	5
久期	<5	5--10	10--15	15--20	>20
国债代码	019693	019587	019580	019665	019569
	019678	019575	019586	019697	010504
	019685	019602	019593	019639	019599
	019660	019567	019429	019538	019653
	019696	019647	019572	019690	019642
	019691	019617	019601	019532	019517
	019669	019610	019505	019675	019536
	019676	019626	019564	019668	019630
	019683	019655	019516	019682	019547
	019650	019661	019616	019632	019689
	019643	019634	019609	019551	
	019623	019677	019625	019684	
	019659	019636	019657	019510	
	019695	019686	019523	019618	
	019681			019528	
	019672			019633	
	019687			019541	
	019635			019577	
	019667			019319	
	019631			019105	
				019554	
				019218	
				019508	
				019521	
				019606	
				019620	

为减小跟踪策略的交易成本与交易难度，我们选择了每个组别中 30%的国债作为我们的国债池，共选出 25 支国债，利用 25 支国债的部分或全部进行指数跟踪，选择的国债代码如下：

表 3 投资组合国债成份

序号	国债代码	组别	序号	国债代码	组别
1	019676	1	14	019601	3
2	019643	1	15	019697	4
3	019631	1	16	019105	4
4	019695	1	17	019606	4
5	019691	1	18	019532	4
6	019635	1	19	019668	4
7	019610	2	20	019554	4
8	019626	2	21	019218	4
9	019686	2	22	019684	4
10	019617	2	23	010504	5
11	019505	3	24	019599	5
12	019564	3	25	019630	5
13	019523	3			

二、最优化方法

本文抽取国债样本后，给每支国债赋予不同权重，实现构造投资组合收益率与上证国债指数收益率差异最小。对二次型线性规划问题求解，得到每支债券权重，求解过程如下：

假设 t 时刻构成组合的 K 个债券收益率分为 $r_{1,t}, r_{2,t}, \dots, r_{k,t}$ ， k 个债券权重分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ ，那么 t 时刻组合收益为

$$R_p^t = \sum_{i=1}^k \lambda_i r_{i,t} \quad (1)$$

记 t 时刻指数收益为 R_B^t ，我们假设在一段时间 T 内，各债券权重保持不变，那么自然的有最优化问题：

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \left(R_B^t - \sum_{i=1}^k \lambda_i r_{i,t} \right)^2 \quad (2)$$

(2) 最优化问题等价于

$$\text{Var}(R_B - R_p) = \text{Var} \left(\sum_{t=1}^T \left(R_B^t - \sum_{i=1}^k \lambda_i r_{i,t} \right)^2 \right) \quad (3)$$

所以(2)的最优化问题则可等价于：

$$\text{Min Var} \left(\sum_{t=1}^T \left(R_B^t - \sum_{i=1}^k \lambda_i r_{i,t} \right)^2 \right) \quad (4)$$

对(4)展开并简化可得

$$\text{Min } \omega^T P \omega - 2q\omega + \sigma_B^2 \quad (5)$$

其中 ω 为债券权重向量 $\omega^T = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k]$ ， P 为债券组合收益率的协方差矩阵， P

为

$$P = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{k1} & \cdots & \cdots & \sigma_{kk} \end{bmatrix}$$

q 为各债券与指数收益率的协方差向量， $q = [\sigma_{iB}, \sigma_{2B}, \cdots, \sigma_{kB}]$ ， σ_B^2 为债券指数收益率的方差。

(5) 最优化求解可省略常数，加上持有头寸约束条件后，可化为如下二次型线性规划问题

$$\begin{aligned} &Min \omega^T P \omega - 2q\omega \\ &subject \ to \ G\omega \leq h \\ &A\omega = b \end{aligned}$$

$G\omega \leq h$ 表示债券的头寸范围， G 为 $K \times K$ 的单位矩阵， h 为列向量；
 $A\omega = b$ 表示头寸和， A 为 $1 \times K$ 单位向量， b 为一个值，在该问题中设置 $b=1$ ，即全部债券头寸和为总资金。

三、评价指标

本文采用跟踪偏离度 TD 与跟踪误差 TE 描述跟踪结果，二者定义如下：
跟踪偏离度

$$TD_t = R_{pt} - R_{Bt} \tag{6}$$

其中 TD_t 期债券组合的跟踪偏离度， R_{pt} 为 t 期债券组合的收益率， R_{Bt} 为 t 期债券指数的收益率

跟踪误差

$$TE = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (TD_t - \overline{TD})^2} \tag{7}$$

其中 TE 表示债券组合的跟踪误差， \overline{TD} 表示基金 i 的跟踪偏离度的样本均值， n 为样本数。跟踪误差越大，说明债券组合与基准指数收益率的差异越大。

四、跟踪策略

跟踪策略采取滚动预测的方法，从 2022 年 11 月 30 日开始到 2023 年 1 月 1 日前的数据作为初始训练集，将 2023 年 1 月 1 日到 2023 年 1 月 30 日的数据作为初始测试集。按照月频率来更新债券样本的选择以及权重设置，每次更新权

重采用的债券池剔除了纳入日期晚于测试训练集月份的债券。在 1 月至 4 月的每个月末日，根据近一个月的真实数据求解下一月的债券样本的权重，并进行调整和更新。通过二次规划方法搜集四组权重，使得样本期内复制组合与上证债券指数的收益跟踪误差最小。

本次跟踪策略基于以下假设：

- 1. 无交易成本与管理费用；
- 2. 国债有充足流动性，可随时进行交易，且市场中总存在所需数额的国债；
- 3. 无其他影响交易的情况。

五、指数追踪效果判断

为了探究分层抽样的复制债券指数方法，我们将以久期作为分层的抽样结果与全部国债进行复制结果相对比。

(1) 抽样

首先采用分层抽样后国债对上证国债指数进行复制，每月底调整一次权重。表 4 展示了 2023 年 1 月到 4 月我们用于复制指数的国债类别和各自权重，由于在 2023 年 2 月有新的国债纳入指数，因此 3 月和 4 月用于复制的债券更多。

表 4 分层后每月国债权重，每个月计算一次权重，每轮权重和为 1

国债	权重	国债	权重	国债	权重	国债	权重
019691	0.060808	019691	0.067922	019695	0.030713	019695	0.021189
019684	0.011312	019684	0.006218	019691	0.050102	019691	0.033002
019676	0.027986	019676	0.025194	019684	0.009502	019684	0.028294
019668	0.035925	019668	0.007597	019676	0.076896	019676	0.083108
019643	0.060808	019643	0.067922	019668	0.014682	019668	0.00886
019635	0.060808	019635	0.067922	019643	0.017615	019643	0.066479
019631	0.107751	019631	0.018098	019635	0.065428	019635	0.066479
019630	0.007353	019630	0.008436	019631	0.065428	019631	0.022629
019626	0.060808	019626	0.067922	019630	0.017176	019630	0.014024
019617	0.060808	019617	0.067922	019626	0.065428	019626	0.014081
019610	0.060808	019610	0.067922	019617	0.065428	019617	0.066479
019606	0.023754	019606	0.021024	019610	0.065428	019610	0.066479
019601	0.010903	019601	0.067922	019606	0.008556	019606	0.005445
019599	0.008139	019599	0.007578	019601	0.065428	019601	0.066479
019564	0.060808	019564	0.067922	019599	0.010264	019599	0.01006
019554	0.012779	019554	0.009949	019564	0.065428	019564	0.066479
019532	0.060808	019532	0.067922	019554	0.016133	019554	0.016389
019523	0.060808	019523	0.067922	019532	0.065428	019532	0.066479
019505	0.060808	019505	0.067922	019523	0.065428	019523	0.066479
019218	0.060808	019218	0.067922	019505	0.065428	019505	0.066479
019105	0.060808	019105	0.067922	019218	0.015608	019218	0.066479
010504	0.024405	010504	0.012918	019105	0.065428	019105	0.066479
				010504	0.013049	010504	0.011648

图 1、图 2 展示了采用分层抽样债券进行指数复制的跟踪效果。图 1 展示了复制投资组合每日收益率与指数每日收益率变化，从图中可以看出复制组合每日收益率和指数每日收益率差异较小，且在大多数时间点上二者走势相似，尤其是在 3、4 月份，复制组合的收益和指数收益率相似度较高，部分时间点收益率几乎相同。图 2 展现了每日跟踪偏离度，从图中可以看出除了 1 月 11 日与 12 日两天跟踪偏离度超过 0.1%，其他时间跟踪偏离度均在 0.1% 以内，且 1 月 11 日与 12 日跟踪偏离度也小于大部分 ETF 基金标准（日跟踪偏离度小于 0.2%），因此跟踪策略有效。最终在当前不考虑交易成本与管理费用情况下，跟踪误差为 0.0336%，日均跟踪偏离度为：0.0147%。

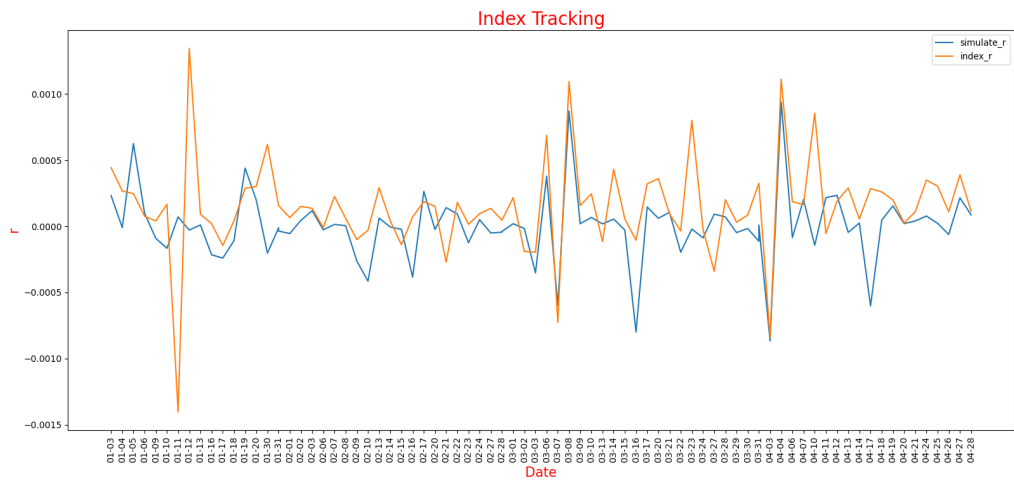


图 1 分层抽样，复制投资组合每日收益率与指数每日收益率变化

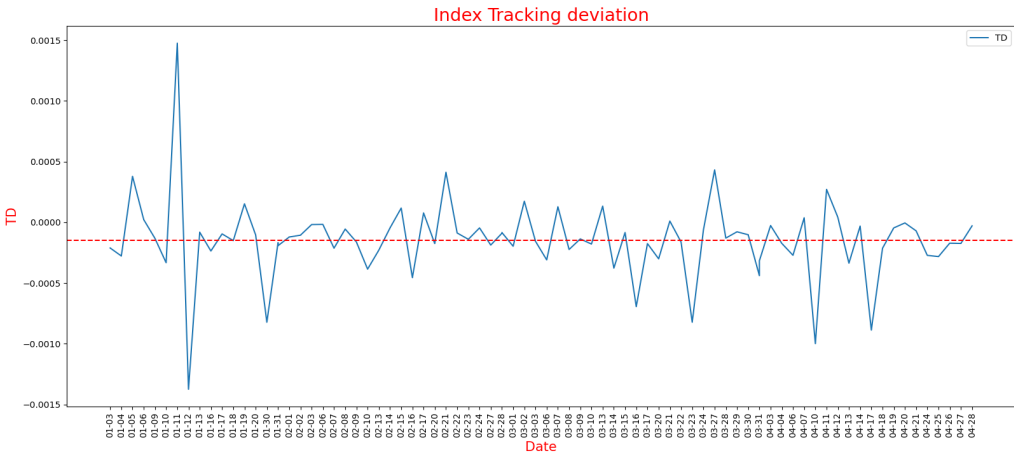


图 2 分层抽样，复制投资组合每日跟踪偏离度与均值

(2) 不抽样

为对比抽样导致的跟踪误差损失，本文计算了采用不抽样进行指数复制的国债权重，并在不考虑交易成本与管理费用等条件下计算了跟踪误差与日跟踪

偏离度。表 5 展示了使用全部国债复制策略下，各个国债的权重，同样由于纳入日期不同，不同月份国债数量不一样。

表 5 全部国债每月权重，由于部分国债市场中没有交易价格，因此没纳入国债池

	2023 年 1 月		2023 年 2 月		2023 年 3 月		2023 年 4 月	
	国债	权重	国债	权重	国债	权重	国债	权重
	019691	0.017694	019693	0.016052	019695	0.009566	019696	0.015041
	019690	0.017694	019691	0.016052	019693	0.011321	019695	0.011863
	019689	0.017694	019690	0.001756	019691	0.010724	019693	0.013551
	019687	0.017694	019689	0.016052	019690	0.017962	019691	0.015192
	019685	0.017694	019687	0.016052	019689	0.013153	019690	0.010281
	019684	0.004506	019685	0.016052	019687	0.010803	019689	0.016332
	019683	0.007861	019684	0.004943	019685	0.011954	019687	0.011007
	019682	0.006656	019683	0.015322	019684	0.005659	019685	0.014334
	019681	0.007188	019682	0.004457	019683	0.010591	019684	0.009187
	019678	0.007906	019681	0.002937	019682	0.017014	019683	0.011543
	019677	0.017694	019678	0.009676	019681	0.01168	019682	0.009091
	019676	0.008939	019677	0.016052	019678	0.009284	019681	0.009315
	019675	0.008478	019676	0.014073	019677	0.013153	019678	0.010082
	019672	0.00569	019675	0.016052	019676	0.013404	019677	0.013731
	019669	0.008859	019672	0.00534	019675	0.013153	019676	0.020276
	019668	0.011993	019669	0.019923	019672	0.014823	019675	0.016332
	019667	0.007404	019668	0.002286	019669	0.014158	019672	0.009836
	019665	0.017694	019667	0.018402	019668	0.007057	019669	0.008994
	019660	0.017694	019665	0.016052	019667	0.007786	019668	0.003669
	019659	0.006294	019660	0.016569	019665	0.013153	019667	0.008808
	019657	0.017694	019659	0.016052	019660	0.011938	019665	0.016332
	019655	0.017694	019657	0.016052	019659	0.013153	019660	0.016332
	019653	0.017694	019655	0.016052	019657	0.013153	019659	0.01518
	019650	0.017694	019653	0.016052	019655	0.013153	019657	0.016332
	019647	0.008843	019650	0.006347	019653	0.013153	019655	0.009718
	019643	0.017694	019647	0.016052	019650	0.013153	019653	0.016332
	019642	0.017694	019643	0.016052	019647	0.013153	019650	0.016332
	019639	0.007457	019642	0.016052	019643	0.015046	019647	0.011514
	019636	0.007961	019639	0.01215	019642	0.013153	019643	0.016332
	019635	0.017694	019636	0.016052	019639	0.013153	019642	0.022032
	019634	0.017694	019635	0.016052	019636	0.013153	019639	0.016332
	019633	0.003105	019634	0.016052	019635	0.013153	019636	0.009364
	019632	0.024322	019633	0.003991	019634	0.013153	019635	0.016332
	019631	0.051438	019632	0.070787	019633	0.010717	019634	0.004193
	019630	0.004653	019631	0.006672	019632	0.017679	019633	0.003718
	019626	0.017694	019630	0.003991	019631	0.013153	019632	0.01201
	019625	0.005934	019626	0.016052	019630	0.007873	019631	0.025939
	019623	0.017694	019625	0.000102	019626	0.013153	019630	0.00478
	019620	0.017694	019623	0.016052	019625	0.01197	019626	0.012185
	019618	0.002459	019620	0.016052	019623	0.015696	019625	0.016459
	019617	0.017694	019618	0.006184	019620	0.013153	019623	0.016332
	019616	0.017694	019617	0.016052	019618	0.00524	019620	0.016332
	019610	0.017694	019616	0.015362	019617	0.013153	019618	0.003326
	019609	0.006078	019610	0.016052	019616	0.013153	019617	0.016332

续表 5	国债	权重	国债	权重	国债	权重	国债	权重
2023 年 1 月	019606	0.006188	019609	0.003955	019610	0.013153	019616	0.017275
	019602	0.017694	019606	0.02408	019609	0.013153	019610	0.016332
	019601	0.004502	019602	0.016052	019606	0.00686	019609	0.016332
	019599	0.00279	019601	0.016052	019602	0.00418	019606	0.00346
	019593	0.017694	019599	0.002141	019601	0.013153	019602	0.003396
	019587	0.017694	019593	0.016052	019599	0.005179	019601	0.016332
	019586	0.017694	019587	0.016052	019593	0.013153	019599	0.008628
	019580	0.007064	019586	0.016052	019587	0.013153	019593	0.016332
	019575	0.006686	019580	0.016052	019586	0.013153	019587	0.005696
	019572	0.017694	019575	0.016052	019580	0.013153	019586	0.016332
	019569	0.003995	019572	0.016052	019575	0.013153	019580	0.016332
	019567	0.017694	019569	0.004899	019572	0.013153	019575	0.008455
	019564	0.017694	019567	0.016052	019569	0.006013	019572	0.016332
	019554	0.005329	019564	0.016052	019567	0.013153	019569	0.007115
	019551	0.017694	019554	0.003187	019564	0.013153	019567	0.016332
	019547	0.005372	019551	0.016052	019554	0.005699	019564	0.016332
	019541	0.003836	019547	0.003342	019551	0.013153	019554	0.005332
	019538	0.017694	019541	0.001652	019547	0.005568	019551	0.016332
	019536	0.005522	019538	0.016052	019541	0.002314	019547	0.006159
	019532	0.017694	019536	0.00324	019538	0.013153	019541	0.009351
	019528	0.004852	019532	0.016052	019536	0.008167	019538	0.016332
	019523	0.017694	019528	0.00422	019532	0.013153	019536	0.006978
	019521	0.017694	019523	0.016052	019528	0.013066	019532	0.016332
	019517	0.005869	019521	0.002258	019523	0.013153	019528	0.011802
	019516	0.017694	019517	0.004806	019521	0.013153	019523	0.016332
	019510	0.017694	019516	0.016052	019517	0.012885	019521	0.016322
	019508	0.006748	019510	0.016052	019516	0.013153	019517	0.00687
	019505	0.017694	019508	0.001158	019510	0.013153	019516	0.016332
	019429	0.017694	019505	0.016052	019508	0.002901	019510	0.003953
	019319	0.00282	019429	0.016052	019505	0.013153	019508	0.0064
	019218	0.017694	019319	0.006763	019429	0.013153	019505	0.016332
	019105	0.017694	019218	0.016052	019319	0.006778	019429	0.016332
	010504	0.006661	019105	0.016052	019218	0.09284	019319	0.004914
			010504	0.002776	019105	0.013153	019218	0.016332
					010504	0.008342	019105	0.016332
							010504	0.005379

图 3、图 4 展示了采用全部可交易国债复制策略指数跟踪效果，从图 3 可以看出，在不进行分层抽样情况下基本实现了跟踪策略日收益率和指数日收益率相同，跟踪误差极小，为 0.0235%；图 4 展示了日跟踪偏离度，除了 1 月 30 日跟踪偏离度较高外，其他时间跟踪偏离度均低于 0.075%，日均跟踪偏离度为-0.0111%。

不分层情况下的跟踪误差与日均跟踪偏离度均小于分层后跟踪误差与跟踪偏离度，说明在不考虑交易成本与策略难度情况下，债券数量较多时，指数跟踪效果更好。但当考虑交易成本与策略实施难度时，债券数量过多容易导致成

本过高与策略难以实施，因此需要选择一个适合的债券数量进行指数跟踪。

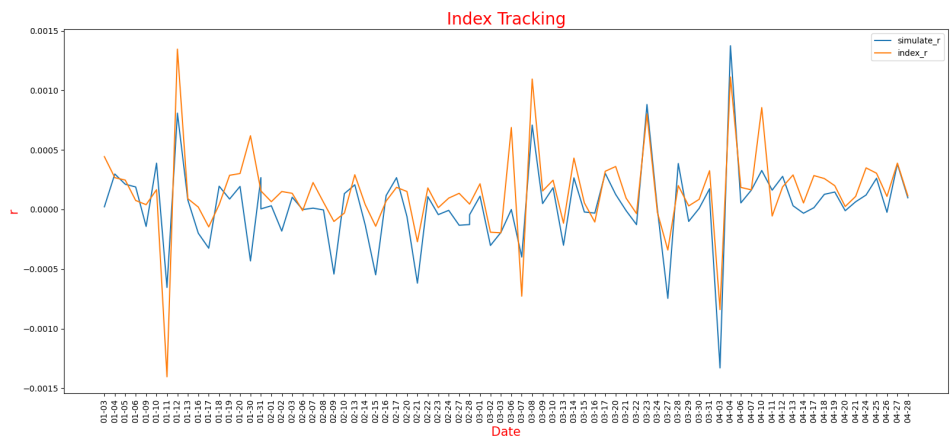


图 3 不抽样，复制投资组合每日收益率与指数每日收益率变化

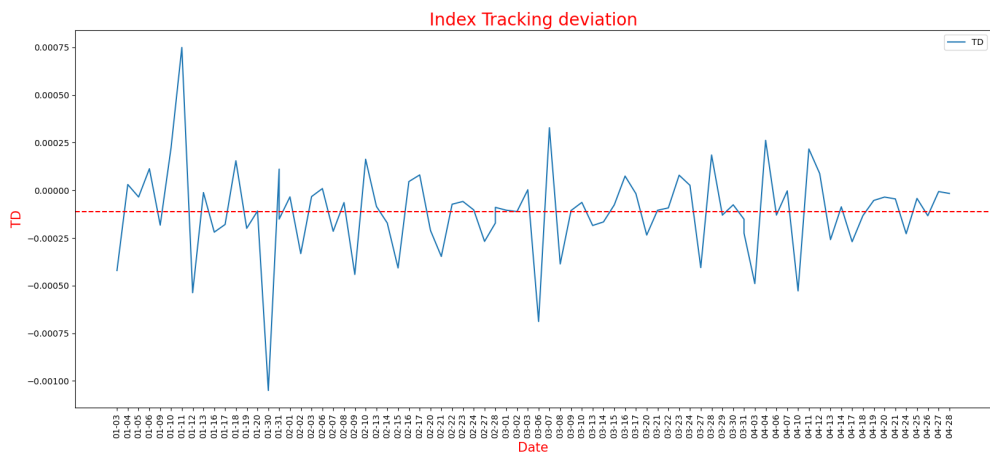


图 4 不抽样，复制投资组合每日跟踪偏离度与均值

六、总结

本次策略采用分层抽样与寻找最小跟踪误差的方法跟踪上证国债指数，实现了对指数的较好跟踪，并且在计算时除对二次线性规划直接求解外，也采用了神经网络方法计算权重，对比两种计算方法并没有较大的差异，说明文中采用的二次线性规划可行。同时分析结果，本次策略具有以下优缺点：

优点：使用分层抽样结合滚动预测的方法得到的指数追踪结果，根据跟踪误差评估追踪的效果，对比市场基金追踪指数的平均跟踪误差（易方达沪深 300 指数基金 2020 年第二季度报告中显示：在本报告所述期间，基金的日平均跟踪偏差为 0.03%，年化跟踪误差为 0.594%），并且易方达沪深 300 指数基金的合约中规定年化跟踪误差不能高于 4%。本小组的策略实现对指数的跟踪误差在规定范围内且相对基金的平均值更低（日平均跟踪偏差：0.0147%左右，抽样后的年化跟踪误差：0.336%左右）。对比同类型国债 ETF，本次追踪策略日跟

跟踪偏差小于 0.2%，跟踪误差小于 2%，满足国债类 ETF 基金要求，本次跟踪效果优秀，该跟踪策略能够实现对上海国债指数的复制。

缺点：该主动投资策略尽管经过久期分层，选取的债券数量仍然偏多，组合中过多的债券数量会导致交易成本上升的问题。呈现的问题是选取过低的债券数量导致跟踪效果减弱，需要找到债券数量和跟踪绩效的平衡点，才能实现最优收益。同时本文考虑了久期，但未能考虑到嵌入式期权对跟踪策略的影响，现实中嵌入式期权同样会造成跟踪误差。