

“同心协力”策略研究

摘要

本文通过经典力学和运动学以及刚体动力学知识建立方程，根据颠球项目目标建立约束条件，最终通过 C 语言多重循环嵌套和条件语句判断求得最优分配用力方向，队员数，绳长以及力度的最优策略。

对于问题一，通过动量守恒和能量守恒定律并由此列出能量守恒方程，再通过速度位移公式等运动公式得出最终模型方程。根据项目的目标是使得连续颠球的次数最多，故需对项目目标和已知属性建立联接，即进行属性构造。最后通过 C 语言构造多重循环嵌套求解满足条件的最优解，通过分析结果发现当绳子与水平面间的夹角 $>$ （大于） 71° 时，无满足条件的解，故得可取最大夹角为 71° 。计算结果得附表 1, sheet 1-8 分别为角度为 0-10, 10-20...70-80 的人数，绳长，力度，反弹高度，队员之间的距离的分布表，例如，根据 sheet1,可得角度为 11 度时的反弹高度最小值为 44.44cm,最大为 181.32cm。

对于问题二，将每次颠球过程简化“三线两格”系统。为简化模型，将多绳模型简化为对称分布的两绳模型，利用二次投影求得合力分别为 F_u 和 F_d ,再结合平衡状态下的几何关系解得合力 F 。再根据力矩与转动惯量之间的关系式，可求得问题二表 1 中的鼓面倾角分别为 0.1116° 、 0.1578° 、 0.086° 、 0.8298° 、 1.6469° 、 0.6833° 、 1.0177° 、 1.4870° 、 0.0417° 。

对于问题三，需要对问题一中的模型进行调整。由于使用力度和时机分别能决定倾斜角度的大小，因此在此进行属性规约，将使用力度和时机属性合为倾斜角度，从而简化模型。根据假设条件 2，得到不同斜面倾斜角度下的最大反弹高度 h_b ，以此为约束条件选择最优解，模型计算结果如附表 2 所示。

对于问题四，通过几何分析得要使球以竖直方向反弹，应使鼓面倾角为 0.5 度，再将已知参数带入模型三中求得符合约束条件的力度值，再结合模型二中“两过程三状态”情形对发力时机进行综合分析。

最后，本文对模型推广和实际应用进行了进一步讨论，提出了改进模型的方法和思路。

利用 C 语言穷举再比较，论文逻辑清晰，假设简单是本文的一个重要特点。

关键字：C 语言—Matlab 建模、空间汇交力系、“三线两格”离散分析

1 问题重述

1.1 问题背景

“同心协力”（又称“同心鼓”）是一项团队协作能力拓展项目。可以让队员深刻明白团队合作的重要性；也是一项考验心理承受能力的游戏。这项运动旨在教会我们以下几方面：学会信任，克服急躁情绪；学会坚持，阻力越大、动力就越大。

1.2 问题重述

同心鼓是一项考验团队协作能力和队员心理承受能力的拓展项目。该项目的道具是一面牛皮鼓，双面型。鼓身中间固定有很多绳子，绳子在鼓身中间的固定点呈均匀分布，且长度相同。游戏时，每人负责牵引一根绳子，使得鼓面保持水平。小球竖直落下时，同心协力将球颠起。游戏过程中，队员只能抓住绳子末端，其他地方不能触碰。小球重量 270g,鼓面直径 40cm,鼓身高 22cm,鼓身质量 3.6kg。队员不少于 8 人，队员之间最小距离不小于 60cm.要求项目开始时，球颠起高度不少于 40cm，否则，项目停止。项目目标是使连续颠球数量尽可能多。

问题一，假设每个人都能精确控制用力方向、时机和力度，请给出最佳协作策略，并给出该策略下的颠球高度。

问题二，若队员发力时机和力度不可能做到精确控制，存在一定误差，使得鼓面发生倾斜，试建立模型描述队员的发力时机和力度与某一特定时间的鼓面倾角之间的关系。队员人数为 8 人，绳长 1.7m,鼓面初始时刻为水平静止，初始位置较绳子水平时降低了 11cm，表 1 为队员的不同发力时机与力度，求 0.1s 时鼓面的倾斜角度。

问题三，在现实情形中，更具问题 2 的模型，判断问题 1 的策略是否需要调整？若是，怎么调整？

问题四，当鼓面发生倾斜，小球跳动方向不再再竖直，需要队员调整拉绳策略。若队员人数为 10，绳长为 2m，球的反弹高度为 60cm,相较于竖直方向产生 1 度的倾斜角度，且倾角方向在水平方向上的投影指向某两个队员之间，与这两位队员的夹角之比为 1: 2。为了将球调整为竖直状态弹跳，请给出在可精确控制条件下所有队员的发力时机及力度，并分析在现实情形中这种调整策略的实施效果。

2 问题分析

2.1 问题一分析

在理想状态下，每位队员能精确控制用力方向、时机和力度，此状态下，鼓面不会发生倾斜，也就是不会发生用力时机出现偏差的问题，通常不会发生力过小导致项目停止的情况。根据问题假设，球始终能成功地上下弹动，此过程始终满足动量守恒和能量守恒，再根据运动学知识中的速度位移公式和几何分析得个变量之间的物理模型，结合游戏规则建立约束条件，通过 C 语言建立多重循环嵌套模型，从满足约束条件的组合解中选择最优解。

2.2 问题二分析

在现实情形中，队员发力时机和力度不可能做到精确控制，此处假设队员能精确控制用力方向。将每次颠球过程简化为提前给力（突变状态）、同时给力（调节状态）和稳定状态。根据发力时机将颠球过程分为两种情况：有提前发力状态和同时发力状态。

情形 1：有提前发力情形

此情形有两个变化过程：突变过程和调节过程，对两种过程进行瞬时受力分析，通过二次投影法求鼓所受拉力的合力，根据，求解不同状态下鼓的倾斜角度。

情形 2：同时发力情形

此情形较情形 1 简单，只对调节过程进行受力和力的合成进而建立对应数学模型。

对于表 1 中的 0.5s 时的倾斜角度，根据模型 2，将相关数据带入模型中，即可得到对应的倾斜角度。

2.3 问题三分析

问题三是对问题一中队员力度和发力时机不一致的模型建立，即需要对问题一中的策略进行调整。由于力度和发力时机以及其耦合作用共同影响倾斜角，因此通过属性规约将力度和发力时机合并为倾斜角这一新属性，通过求解不同倾斜角下的最大反弹高度，建立约束条件，通过 C 语言得出符合约束条件的解，最后从中选择最优解。

2.4 问题四分析

通过几何分析得要使球以竖直方向反弹，应使鼓面倾角为 0.5 度，再将已知参数带入模型三中求得符合约束条件的力度值，再结合模型二中“两过程三状态”情形对发力时机进行综合分析。

2.5 思维导图

综合问题一、二、三、四求解过程画出如图 2-1 思维导图

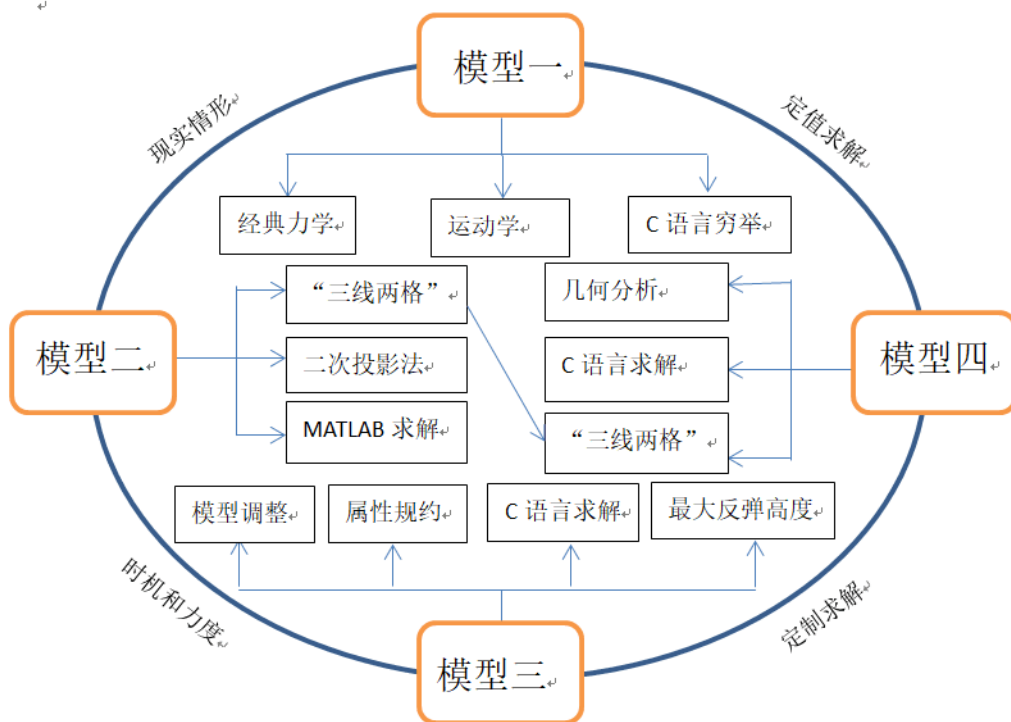


图 2-1 思维导图

3 问题假设

1. 系统无空气阻力和热能的损失；
2. 当鼓面水平时，两者碰撞属于完全弹性碰撞的对心碰撞，即碰撞前后速度共线。当鼓面倾斜时，碰撞前后球的瞬时速度方向与鼓面的夹角保持不变。
3. 队员发力后力的大小保持不变。
4. 所用绳子为质量不计的无弹力绳，即力在绳子上没有损失；
5. 同心鼓所用材质均匀，在受到少许对称平衡拉力时能保持稳定；
6. 同心鼓只能在竖直面内上下移动，不能在水平面内移动；
7. 忽略拉力在水平面内的两个分力的误差，即各个拉力在水平面内的分力相等，各个拉力的区别体现在竖直方向的拉力上。
8. 队员分布呈圆周分布。

4 符号说明

| 符号 | 说明 | 单位 |
|----|------|----|
| D | 鼓的直径 | cm |

| | | |
|----------|------------|---------|
| a | 加速度 | m/s^2 |
| h_r | 排球的反弹高度 | cm |
| h | 鼓的高度 | cm |
| ω | 角加速度 | rad/s |
| L | 队员之间的距离 | cm |
| n | 队员数量 | |
| v | 物体运动速度 | m/s |
| F_u | 鼓翘起部分拉力矢量和 | N |
| F_d | 鼓下倾部分拉力矢量和 | N |
| α | 鼓被提起时的水平夹角 | 度 |
| β | 绳子与水平线间的夹角 | 度 |
| t | 时间 | s |
| l | 队友之间的距离 | cm |

5 模型建立与求解

5.1 问题一模型的建立和求解

5.1.1 问题一模型的建立

5.1.1.1 受力分析

理想状态下每个队员所使力度和控制用力方向以及用力时机相同，故只分析其中鼓受一条绳的受力。受力分析图如下所示：

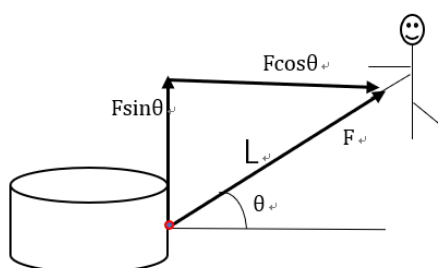


图 5-1 受力分析图

图 1-1 表示单个队员对鼓的受力分析，对沿绳方向的力进行正交分解，分别列竖直和水平方向的平衡方程式。

在竖直方向：

$$nF\sin\theta=m_2g+m_2a$$

在水平方向：

$$\sum_{i=0}^n F\cos\theta=0$$

5.1.1.2 碰撞分析

根据假设，球和鼓的碰撞为完全弹性碰撞，在颠球过程中没有能量的损失，符合动量守恒和动能守恒，鼓一球运动系统示意图如下：

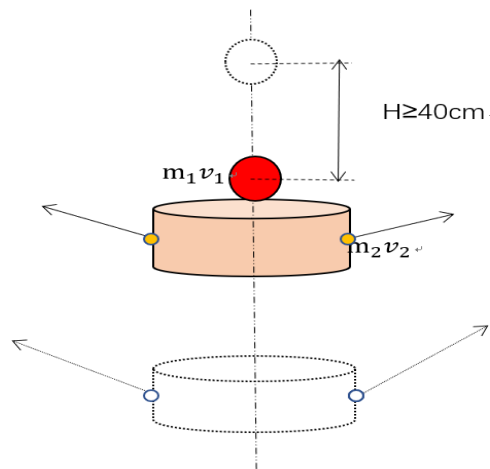


图 5-2 鼓-球系统示意图

其动量守恒方程为

$$m_1v_1+m_2v_2=m_3v_3+m_4v_4$$

动能守恒方程为

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_3^2+\frac{1}{2}m_2v_4^2$$

球在碰撞后的运动为匀减速直线运动，符合机械能守恒定律：

$$\frac{1}{2}m_1v_3^2=m_1gh_r$$

根据题设，球初始状态为初速为 0 的自由裸体运动，根据运动位移公式

$$H=\frac{1}{2}at^2+v_0t, \quad v=v_0+at$$

因此，球的运动学方程为

$$\begin{cases} h=\frac{1}{2}gt^2 \\ v_1=gt \end{cases}$$

鼓的运动学方程为

$$\begin{cases} v_2 = at \\ H = \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

当两物体发生碰撞时，两者位移和恰好为 40cm，故有

$$H+h=40$$

联立方程求得

$$\begin{cases} t = \sqrt{\frac{80m_1}{nF\sin\theta}} \\ v_3 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

5.1.1.3 模型约束分析

根据项目游戏规则，队员之间的最小距离不得小于 60cm，球被颠起的高度应离开鼓面 40cm 以上，如下图所示为队员分布图：

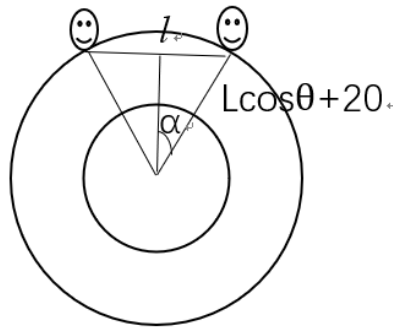


图 5-3 队员距离示意图

绳在水平方向的投影为 $L\cos\theta + 20$ ，相邻两队员之间的夹角为 $\frac{2\pi}{n} = 2\alpha$ ；

因此模型约束条件为：

$$\begin{cases} h_r = \frac{2v_3^2}{g} > 40 \\ l = \sqrt{2(\cos\theta + 20)(1 - \cos\frac{2\pi}{n})} \geq 60 \end{cases}$$

5.1.2 问题一模型的求解

根据已知方程和约束条件，使用多重 for 循环嵌套穷举适当的用力方向、队员数、力度以及绳长的范围，解得对应的反弹高度和队友之间的距离，输出满足条件的结果如附表 1 所示，sheet 1-8 分别为用力方向为 0-10，…，70-80 度之间的可行解。在选择策略时，若已知绳长和队员人数，通过参考附表 1 中对应数据找到满足条件的最优策略，即所使力度既小又使得队员距离和反弹高度约束条件。取附表 1 中部分数据如下表所示：

表 5-1 问题一部分结果表

| 角度 | 人数 | 力度 | 绳长 | 反弹高度 | 距离 |
|----|----|----|-----|-------|--------|
| 20 | 8 | 90 | 150 | 45.29 | 107.88 |
| 20 | 8 | 90 | 160 | 45.29 | 115.07 |
| 20 | 8 | 90 | 170 | 45.29 | 122.26 |
| 20 | 8 | 90 | 180 | 45.29 | 129.45 |
| 20 | 8 | 90 | 190 | 45.29 | 136.65 |
| 21 | 9 | 80 | 150 | 48.61 | 95.79 |
| 21 | 9 | 80 | 160 | 48.61 | 102.17 |
| 21 | 9 | 80 | 170 | 48.61 | 108.56 |
| 21 | 9 | 80 | 180 | 48.61 | 114.95 |
| 21 | 9 | 80 | 190 | 48.61 | 121.33 |
| 21 | 9 | 80 | 200 | 48.61 | 127.72 |

角度、人数、力度、绳长确定时的反弹高度为如上表 5-1 所示。假如已知队员人数和角度，可选择使用力度最小时的绳长、反弹高度以及队友之间的距离，即通过已知参数，结合项目目标，选择最优策略。

5.2 问题二模型的建立和求解

5.2.1 问题二模型的建立

在现实情形中，队员发力时机和力度不可能做到精确控制，首先假设队员能精确控制用力方向，根据发力时机将颠球情形分为两种情况：有提前发力情形和同时发力情形。

5.2.1.1 有提前发力情形模型的建立

有提前发力情形有两个变化过程：提前发力过程和同时发力过程。

(1) 力的简化

对模型进行受力分析得知绳的拉力系统为空间汇交力系，为简化模型，采用二次投影法（间接投影法）对汇交力系进行合成。如图所示为已知 φ 和 θ 的空间力的分解示意图。

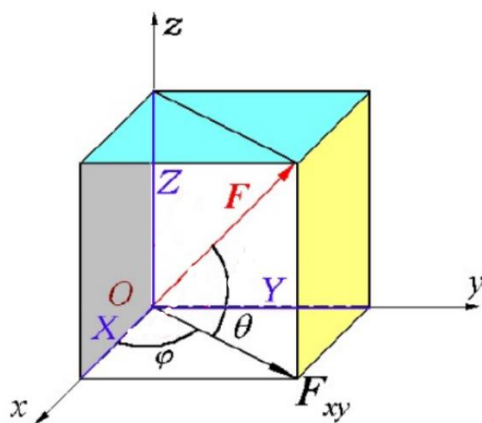


图 5-4 二次投影示意图

力在 z 方向的分力为：

$$Z=F\sin\theta$$

求解各个拉力在 z 轴方向的分力，并求出从任意绳开始的连续半个鼓面内的各个分力的和并与剩余拉力的分力做差，当差值最大时即可决定此时鼓面的倾斜方向。

将绳的拉力逐个采用上述方法分解并求和，即得合力结果为：

$$\left\{ \begin{array}{l} F_u = \sum_i^{n_u} Z_i \\ F_d = \sum_i^{n_d} Z_i \\ F_t = \max(F_u - F_d) \end{array} \right.$$

(2)受力分析

通过受力分析，鼓沿 Y 轴方向做回转运动，故得实心圆柱半径为 D/2，高为 h，质量为 m 的转动惯量公式为：

$$I=\frac{1}{12}m(3r^2+h^2)$$

鼓所受得合外力矩为转动惯量与其角加速度得乘积，即：

$$M=I \times \omega$$

根据力矩定义

$$M=F \times L = FL\sin\beta$$

又知角加速度为

$$\omega = \frac{2\theta}{t^2}$$

联立解得倾斜角度为：

$$\theta = \frac{6FL\sin\theta}{m(3r^2+h^2)} t^2$$

如下图所示为鼓瞬时倾斜状态示意图

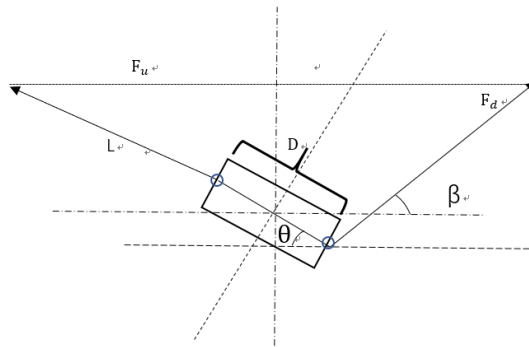


图 5-5 鼓面倾斜状态受力分析示意图

同时发力情形较提前发力情形没有提前发力过程，只对调节过程进行受力和力的合成进而建立对应数学模型。

5.2.2 问题二的求解

根据问题二要求，将数据带入到模型中求解得下表所示结果：

表 5-2 问题二中表 1 结果

| 序号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 鼓面倾角 | 0.1116 | 0.1578 | 0.086 | 0.8298 | 1.6469 | 0.6833 | 1.0177 | 1.4870 | 0.0417 |

5.3 问题三模型的建立和求解

由于力度和发力时机以及其耦合作用共同影响倾斜角，因此通过属性规约将力度和发力时机合并为倾斜角这一新属性，通过求解不同倾斜角下的最大反弹高度。由于当斜面倾角为 45 度时，根据假设 2，球沿水平方向弹射出去，因此最大倾斜角为 45 度。其示意图如下：

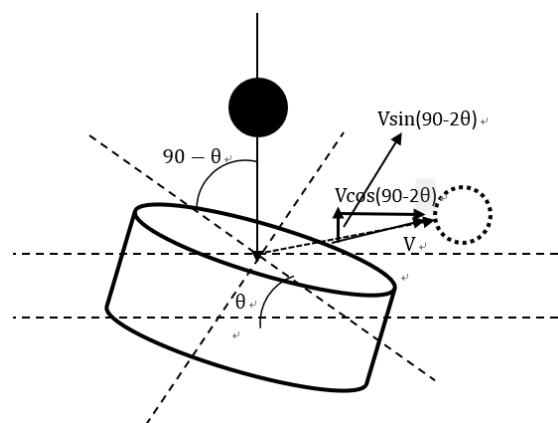


图 5-6 “斜鼓接球”示意图

如图，将反弹速度 v_3 正交分解，速度在两方向的分力分别为：

$$v_y = v_3 \sin(90-2\theta)$$

$$v_x = v_3 \cos(90-2\theta)$$

球在反弹后在竖直方向做匀减速直线运动，在水平方向做匀速直线运动，根据速度位移公式和机械能守恒公式得：

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v_y^2 = m_1 g h_r \\ h_r = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

当竖直速度 v_y 减小至 0 时，球在竖直方向做与上来时相同的运动，故再次到达鼓中心面时的时间也为 t ，球上下过程共消耗 $2t$ 。在水平方向，球的位

移为：

$$y=v_x(2t);$$

为使球落在鼓面上，满足：

$$y\leq 20$$

联立方程解得

$$\begin{cases} y=2\sqrt{\frac{2h_r}{g}}v_3\cos(90-2\theta)\leq 20 \\ -45<\theta<45 \end{cases}$$

5.3.1 问题三模型的求解

将问题三的约束条件合并到问题一中，得约束条件为

$$\begin{cases} h_r=\frac{2v_3^2}{g}>40 \\ l=\sqrt{2(\cos\theta+20)(1-\cos\frac{2\pi}{n})}\geq 60 \\ y=2\sqrt{\frac{2h_r}{g}}v_3\cos(90-2\theta)\leq 20 \end{cases}$$

通过 C 语言穷举得出满足约束条件的解，并从其中选择针对项目目标的最优策略。计算结果如附表 2 中所示，取部分数据如下表所示：

表 5-2 问题三部分结果表

| 绳角度 | 人数 | 力度 | 绳长 | 反弹高度 | 距离 | 鼓倾斜角 | 水平位移 |
|-----|----|----|-----|-------|-------|------|-------|
| 18 | 17 | 50 | 160 | 49.92 | 63.27 | 0 | 0.01 |
| 19 | 17 | 50 | 160 | 49.92 | 63.27 | 0 | 0.01 |
| 20 | 17 | 50 | 160 | 49.92 | 63.27 | 0 | 0.01 |
| 21 | 17 | 50 | 160 | 49.92 | 63.27 | 0 | 0.01 |
| 22 | 17 | 50 | 160 | 49.92 | 63.27 | 0 | 0.01 |
| 18 | 17 | 55 | 170 | 57.38 | 66.77 | 2 | 16.02 |
| 18 | 17 | 55 | 180 | 57.38 | 70.26 | 0 | 0.01 |
| 18 | 17 | 55 | 180 | 57.38 | 70.26 | 1 | 8.02 |
| 18 | 17 | 55 | 180 | 57.38 | 70.26 | 2 | 16.02 |
| 18 | 17 | 55 | 190 | 57.38 | 73.76 | 0 | 0.01 |
| 18 | 17 | 55 | 190 | 57.38 | 73.76 | 1 | 8.02 |
| 19 | 15 | 50 | 150 | 44.7 | 67.29 | 0 | 0.01 |
| 19 | 15 | 50 | 150 | 44.7 | 67.29 | 1 | 6.25 |
| 19 | 15 | 50 | 150 | 44.7 | 67.29 | 2 | 12.48 |
| 19 | 15 | 50 | 150 | 44.7 | 67.29 | 3 | 18.7 |
| 19 | 15 | 50 | 160 | 44.7 | 71.22 | 0 | 0.01 |
| 19 | 15 | 50 | 160 | 44.7 | 71.22 | 1 | 6.25 |

分析附表 2 中数据得用力方向最大为 76 度，若大于 76 度，不能达到约束条件；计算结果显示鼓的倾斜角度范围为 0-3 度，否则，球易弹出鼓的接受范围内。

5.4 问题四模型的建立和求解

5.4.1 问题四模型的建立

5.4.1.1 运动轨迹和受力分析

不考虑第一次反弹时鼓面的倾斜角度,对第一次反弹后球的运动轨迹和受力情况进行分析。通过正交分解运动,球在水平方向不受力,故球在水平方向做匀速直线运动;球在竖直方向只受重力,速度方向和力的方向相反,因此在竖直方向做初速度为 v_1 的匀减速直线运动。当球在竖直方向的速度减至 0 时,球向下运动。通过能量守恒和运动分析,球在下落过程中的轨迹和上弹时的轨迹在竖直平面内对称,球在接触鼓面的瞬间与被反弹起时的速度大小相等。球的运动轨迹如图 5-7 所示:

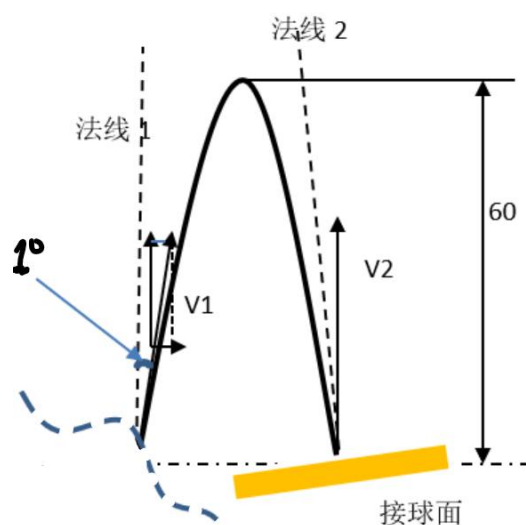


图 5-7 球的运动轨迹图

5.4.1.2 球的反弹机制

如图 5-7, 根据假设 2, 球与鼓在碰撞前后球的瞬时速度方向与鼓面的夹角保持不变。根据题意, 要让球反弹后球的瞬时速度方向为竖直向上, 由此可得鼓面法线方向进而分析得到此时鼓面要调整为倾斜方向, 不能为水平状态。根据题意得如图 5-8 所示示意图:

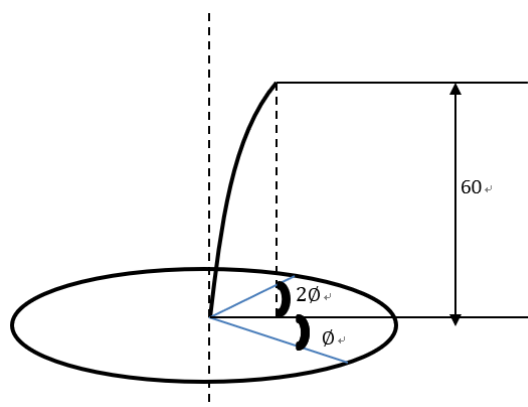


图 5-8 问题 4 分析示意图

由题设该运动轨迹在水平面内的投影在任意两名队员之间，且角度比为 1:2，因此可得该投影分别与在 2 名，3 名...10 名队友之间的角度值有 $C_{10}^2=45$ 种关系，故该投影线在以 $360/45$ 度为步长上的圆周上均匀分布。

根据球的反弹速度方向与竖直方向夹角为 1 度，所以在再次碰撞瞬间球与竖直方向的夹角为 1 度，因此的鼓面法线方向与竖直方向夹角为 0.5 度，通过几何关系发现鼓面倾角应为 0.5 度，鼓面的法线在水平面的投影与鼓面之间的夹角为 0.5 度时，可使球向竖直方向反弹。分析示意图如下图所示：

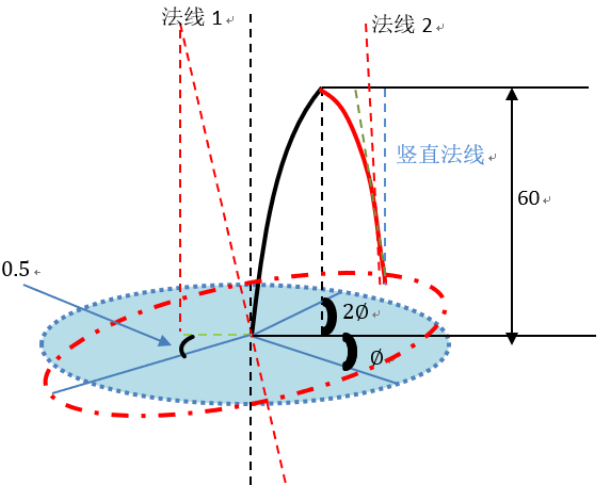


图 5-9 反弹分析示意图

综合以上分析，已知队员人数，绳长，球的反弹高度，鼓面的倾斜角，将这些数据代入到模型三中求解得到附表 3 中，部分数据如下表所示：

表 5-3 问题 4 部分结果

| 用力方向 | 力度 | 队员间距 | 水平位移 |
|------|-----|--------|------|
| 2 | 150 | 135.89 | 0 |
| 3 | 100 | 135.79 | 0 |
| 3 | 110 | 135.79 | 0 |
| 3 | 120 | 135.79 | 0 |
| 3 | 130 | 135.79 | 0 |
| 3 | 140 | 135.79 | 0 |
| 3 | 150 | 135.79 | 0 |
| 4 | 80 | 135.66 | 0 |
| 4 | 90 | 135.66 | 0 |
| 4 | 100 | 135.66 | 0 |
| 4 | 110 | 135.66 | 0 |
| 4 | 120 | 135.66 | 0 |
| 4 | 130 | 135.66 | 0 |

6 模型评价

6.1 模型的优点

(1) 我们通过经典力学、运动学以及刚体力学综合分析了颠球过程中的受力状态的变化和运动位移、速度的变化;

(2) 模型的假设合理, 逻辑清晰, 通过 C 语言, Matlab 共同求解模型, 过程简单直观, 计算效率高;

(3) 模型完整, 鲁棒性好。

6.2 模型的缺点

(1) 模型考虑因素少, 适应性差

本文将大部分影响因素进行了合理的假设, 建立的模型适应性较差。

(2) 模型在问题二中未精确分析发力时机, 增加了模型的适应性。

(3) 由于缺少数据, 未对模型进行检验。

7 模型推广

本文所建立的模型依赖于经典力学、运动学和刚体力学, 对模型改造后可应用于悬空静止或运动的物体的稳定性改造, 例如将模型运用到三线摆法测转动惯量的实验中。

参考文献

- [1]任才贵.小球与均质自由杆碰撞中的瞬心[J].大学物理,2018,37(05):28-29+43.
- [2]闫彩霞,程敏熙,冯彩仪,曾玉妍.正弹性碰撞速度关系的研究及其在解题中的应用[J].物理教学,2017,39(11):62-63+67.
- [3]陈长.恢复系数在一维碰撞中的巧妙运用[J].物理教师,2017,38(09):91-92.

问题一模型求解代码（C 语言）

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
int main()
{
    /*
    #####-__-##### 变量解释 #####-__-
    a---加速度
    time1---自由落体至碰撞所用时间
    h---反弹高度
    l---队员之间的距离
    i---绳和水平面之间的夹角
    j---队员人数
    k---力度
    L---绳长
    */
    float time1, pi=3.1415, v1, v2, v3, a, h, l;
    int p = 0;
    for (int i = 0; i < 90; i = i + 1)
    {
        for (int j = 8; j <= 30; j++)
        {
            for (int k = 50; k <= 150; k = k + 5)
            {
                for (int L = 150; L <= 250; L = L + 10)
                {
                    time1 = sqrt(80 * 0.27 / (j * k * sin(i * pi / 180)));
                    a = (j * k * sin(i * pi / 180) - 3.6 * 9.8) / 3.6;
                    v1 = a * time1;
                    v2 = 9.8 * time1;
                    v3 = ((0.27 - 3.6) * v2 + 2 * 3.6 * v1) / (0.27 + 3.6);
                    h = (1.0 / 2 * v3 * v3) / 9.8;
                    l = 2 * (L * cos(i * pi / 180) + 20) * sin(2 * pi / (2 * j));
                    if (h >= 40 && l >= 60)
                    {
                        printf("%d %d %d %d %.2f %.2f\n", i, j, k, L, h, l);
                        p++;
                    }
                    /*printf("%d %d %d %d %.2f %.2f\n", i, j, k, L, h, l);*/
                    /* printf("%f\n", h);*/
                }
            }
        }
    }
}
```

```

printf("%d\n", p);
getchar();
return 0;
}

```

问题二模型求解代码（matlab 语言）

%情况一下的角度求解

```
x1=[90 80 80 80 80 80 80 80]; %相同发力时间下单独的用力大小
```

```
for i=1:8
```

```
z1(i)=x1(i)-x1(i+3); %对应点用力抵消
```

```
if z1>0%条件约束
```

```
z1(i)
```

```
end
```

```
y=6*z1(i)*0.3538*0.01/3.6/0.5284 %运用转动惯量求解角度
```

```
end
```

%情况二下的角度求解

```
x2=[90 90 80 80 80 80 80 80]; %同发力时间下相邻队员受力高于其他队员情况
```

```
for i=1:8
```

```
z2(i)=x2(i)-x2(i+3); %对应方向受力抵消
```

```
if z2(i)>0
```

```
z2(i)
```

```
end
```

```
y=0.01*6*1.414*0.3538.*z2(i)/3.6/0.5284 %利用转动惯量求解角度
```

```
end
```

%情况三的角度求解

```
x3=[90 80 80 90 80 80 80 80]; %同发力时间下间隔队员受力高于其他队员情况
```

```
for i=1:8
```

```
z3(i)=z3(i)-z(i+3) %对应方向受力抵消
```

```
if z3(i)>0
```

```
z3(i)
```

```
end
```

```
y3=0.02*6*0.3585*0.3826.*z3(i)/3.6/0.5284 %利用转动惯量求解角度
```

```
end
```

%情况四、五、六的角度求解

```
x4=[80 147.8207 61.229] %相同受力情况下不同的发力时机时的合力
```

```
y4=6*x4*0.3538*0.01/3.6/0.5284 %利用转动惯量求解角度
```

%情况七、八、九的角度求解

```
b = 10; a = b;
```

```
y=2*sqrt(10^2+10^2-2*10^2*cos(135*pi/180)) %用余弦函数求解情况九的合力
```

```
c=35.3577;
```

```
c1=2*sqrt(2*c^2-2*c^2*cos(136.8*pi/180)) %用余弦函数求解情况八的合力
```

```
a=80;b=90;
```

```
c=sqrt(a^2+b^2-2*a*b*cos(135*pi/180)) %用余弦函数求解情况七的合力
```

```
x=[90 131.499 36.9552]; %发力时间与用力大小共同变化时的角度求解
```


$y=6*0.01*0.3585*x/0.5284/3.6$ %利用转动惯量求解角度

问题三模型求解代码（C 语言）

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
int main()
{
    /*
    #####-__-##### 变量解释 #####-__-
    a---加速度
    time1---自由落体至碰撞所用时间
    h---反弹高度
    l---队员之间的距离
    i---绳和水平面之间的夹角
    j---队员人数
    k---力度
    L---绳长
    s---水平位移
    */
    float time1, pi = 3.1415, v1, v2, v3, a, h, l, s;
    int p = 0;
    for (int i = 10; i < 20; i = i + 1)
    {
        for (int j = 8; j <= 30; j++)
        {
            for (int k = 50; k <= 150; k = k + 5)
            {
                for (int L = 150; L <= 250; L = L + 10)
                {
                    for (int t = 0; t < 45; t++)
                    {
                        time1 = sqrt(80 * 0.27 / (j*k*sin(i*pi / 180)));
                        //printf("%.2f  ", time1);
                        a = (j*k*sin(i*pi / 180) - 3.6*9.8) / 3.6;
                        v1 = a * time1;
                        v2 = 9.8*time1;
                        v3 = ((0.27 - 3.6)*v2 + 2 * 3.6*v1) / (0.27 + 3.6);
                        h = (1.0 / 2 * v3*v3) / 9.8;
                        l = 2 * (L*cos(i*pi / 180) + 20)*sin(2 * pi / (2 * j));
                        s = 2 * sqrt(2 * h / 9.8)*v3*cos((90 - 2 * t)*pi / 180);
                        if (h >= 40 && l >= 60 && s<=20)
                        {
                            //printf("%.2f", time1);
                        }
                    }
                }
            }
        }
    }
    //输出绳与水平面的角度，人数，力度，绳长，反弹高度，队友间的距离，鼓倾斜角度，水平位移
```

```

        printf("%d%d %d %d %.2f %.2f %d %.2f\n", i, j, k, L, h, l, t, s);
        //p++;
    }
    /*printf("%d %d %d %d %.2f %.2f\n", i, j, k, l, h, l);*/
    // printf("%f\n", h);
}
}
}
}
}
// printf("%d\n", p);
getchar();
return 0;
}

```

问题四模型求解代码（C 语言）

```

#include<stdio.h>
#include<math.h>
int main()
{
    /*
    #####-__-##### 变量解释 #####-__-
    a---加速度
    time1---自由落体至碰撞所用时间
    h---反弹高度
    l---队员之间的距离
    i---绳和水平面之间的夹角
    j---队员人数
    k---力度
    L---绳长
    s---水平位移
    */
    float time1, pi = 3.1415, v1, v2, v3, a, l, s;
    int p = 0;
    int L = 200, j = 10, h = 60, t = 0.5;
    for (int i = 0; i < 80; i = i + 1)
    {
        /*for (int j = 8; j <= 30; j++)
        {*/
            for (int k = 50; k <= 150; k = k + 10)
            {
                /*for (int L = 150; L <= 250; L = L + 10)
                {*/
                    /*for (int t = -45; t < 45; t++)

```

```

{*/
    time1 = sqrt(80 * 0.27 / (j*k*sin(i*pi / 180)));
    //printf("%.2f  ", time1);
    a = (j*k*sin(i*pi / 180) - 3.6*9.8) / 3.6;
    v1 = a * time1;
    v2 = 9.8*time1;
    v3 = ((0.27 - 3.6)*v2 + 2 * 3.6*v1) / (0.27 + 3.6);
    //h = (1.0 / 2 * v3*v3) / 9.8;
    l = 2 * (L*cos(i*pi / 180) + 20)*sin(2 * pi / (2 * j));
    s = 2 * sqrt(2 * h / 9.8)*v3*cos((90 - 2 * t)*pi / 180);
    if (h >= 40 && l >= 60 && s <= 20 && s >= 0)
    {
        //printf("%.2f", time1);
        //输出绳与水平面的角度，人数，力度，绳长，反弹高度，队友间的
        距离，鼓倾斜角度，水平位移
        printf("%d%d  %.2f %.2f\n", i, k, l, s);
        //p++;
    }
    // }
}
// }
}
// printf("%d\n", p);
getchar();
return 0;
}

```