

# La Théorie des graphes

Fabio Daussy

16 février 2023

Dans ce cours texte, nous allons voir brièvement des éléments essentiels de la théorie des graphes. Inspiré du cours de Philippe Langevin. Notamment sa définition et jusqu'où le sujet peut s'étendre.

## Table des matières

1	Notion de bases	1
2	Connexité	2
3	Graphe Eulerien	2

## 1 Notion de bases

**Définition 1.1.** Un graphe  $G$  est un couple  $(X, U)$ , où  $X$  est un ensemble de **sommets** et  $U$  un sous ensemble tel que  $U \subseteq \mathcal{P}_2(X)$ , ce sont les **arêtes** du graphe

*Exemple.* Ainsi, pour le graphe maison  $G$  en figure 1 nous avons :  $X := \{1, 2, 3, 4, 5\}$   $U := \{(1, 2), (1, 3), (3, 4), (2, 4), (2, 5), (4, 5), (2, 3), (1, 4)\}$

**Définition 1.2.** On dit que deux sommets  $x, y \in X$  sont **adjacents** si et seulement si  $(x, y) \in U$ .

**Définition 1.3.** On appelle le **degré** d'un sommet le nombre de sommets auxquels ce sommet est adjacent. le degré d'un sommet  $s \in X$  se note aussi  $\deg(s)$

*Exemple.* L'ensemble des degrés des sommets  $s \in X$  du graphe  $G$  (1)

sommet	1	2	3	4	5
degré	3	4	3	4	2

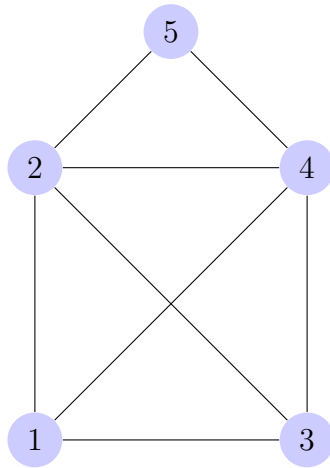


FIGURE 1 – Exemple : Le graphe maison  $G(X, U)$

**Proposition 1.4.** Soit  $m$  le nombre d'arêtes du graphe

$$\sum_{s \in X} \deg(s) = 2 \times m \quad (1)$$

**Définition 1.5.** On appelle l'**ordre** d'un graphe  $G$  le nombre de sommets qui le composent (i.e. le cardinal de  $X$ )

*Exemple.* L'ensemble des degrés des sommets de  $G$  (1)

**Définition 1.6.**

## 2 Connexité

## 3 Graphe Eulerien