

# Relatividad especial

## 1.1 Transformación de vectores

Digamos que un vector transforma

$$X'_i = a_{ij} X_j$$

de manera que se verifique que las leyes físicas sean invariantes frente a rotaciones propias.

Einstein postula que:

- Todos los sistemas inerciales son equivalentes.
- La velocidad de la luz en un sistema inercial es constante. No depende del estado de movimiento del observador.

Sea un sistema  $S'$  que se mueve con velocidad  $v$  de otro  $S$  en forma paralela a un eje (ver figura).

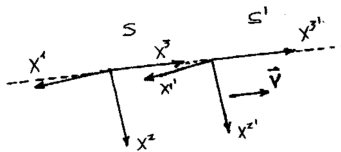


Figura 1.1

Se verifica entonces la transformación de Lorentz

$$\begin{aligned}x^{1'} &= x^1 \\x^{2'} &= x^2 \\x^{3'} &= \gamma [x^3 - \beta x^0] \\x^{0'} &= \gamma [x^0 - \beta x^3]\end{aligned}$$

donde son

$$\gamma = \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \quad x^0 = ct$$

A la transformación [1] se le puede dar forma de rotación en funciones hiperbólicas como sigue

$$\begin{aligned}x^{0'} &= x^0 \cosh(\eta) - x^3 \sinh(\eta) \\x^{3'} &= -x^0 \sinh(\eta) + x^3 \cosh(\eta)\end{aligned}$$

donde seguimos viendo que las leyes son lineales en las coordenadas (el espacio es isótropo)

**Debiéramos dar ideas de estas cosas importantes de relatividad especial**

$$\begin{pmatrix} x^{0'} \\ x^{3'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\eta) & \sinh(\eta) \\ -\sinh(\eta) & \cosh(\eta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^3 \end{pmatrix}$$

y no es otra cosa que una rotación en eje  $\hat{0}, \hat{3}$  con el ángulo  $\eta = \operatorname{atanh}(\beta)$ . Notemos que se verifica la invariancia del módulo de la transformación

$$(x^{0'})^2 - ((x^{1'})^2 + (x^{2'})^2 + (x^{3'})^2) = (x^0)^2 - ((x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2)$$

o en una notación más feliz

$$(ct')^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2) = (ct)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

Este espacio 4D es el de Minkowski y no es euclídeo.

$$\begin{pmatrix} x^{0'} \\ x^{1'} \\ x^{2'} \\ x^{3'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$$

La transformación inversa se obtiene tomando los reemplazos

$$x^{i'} \rightarrow x^i \quad , \quad x^i \rightarrow x^{i'} \quad , \quad \beta \rightarrow -\beta$$

El elemento invariante de línea es

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 = ds'^2$$

o bien

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$$

que es el tensor de la métrica. Se verifica

$$g_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

### 1.1.1 Cuadrivectores en el espacio 4D

#### 1.1.2 Intervalos

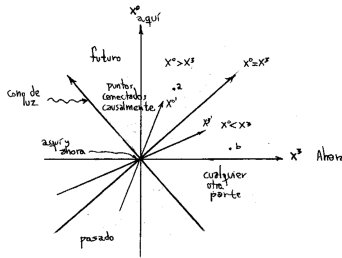


Figura 1.2

#### 1.1.3 Transcurso del tiempo en un sistema con V grande

### 1.2 Transformación de los campos

### 1.3 Especie de tiro oblicuo

### 1.4 cuadrivelocidad

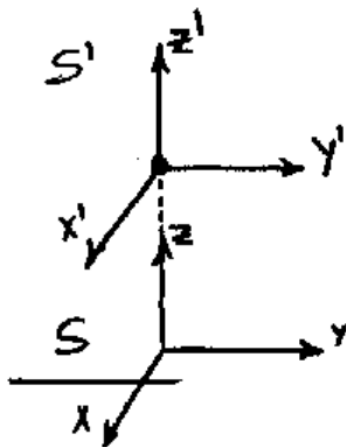


Figura 1.3

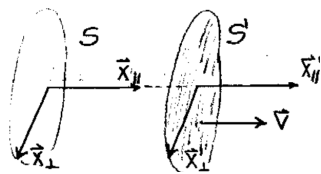


Figura 2.4

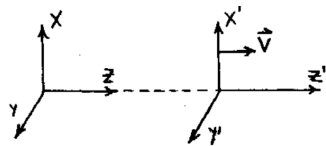


Figura 2.5

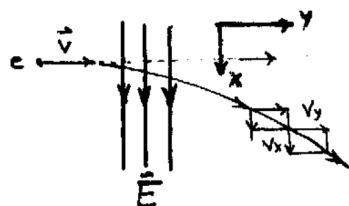


Figura 3.6

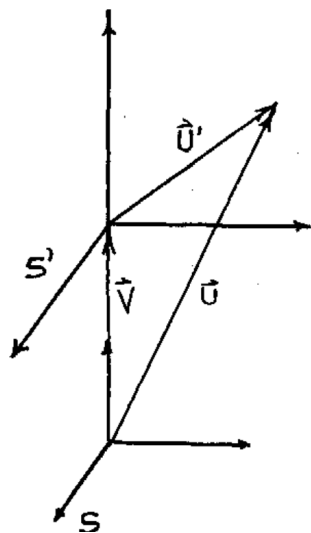


Figura 4.7