Capítulo 1

Ondas planas

Lejos de las fuentes de campo las ecuaciones de Maxwell son

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{E} = 0 \qquad \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B} = 0 \qquad \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$

Podemos derivar con respecto al tiempo en cada ecuación de rotor y reemplazar con la otra de manera que

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B}) = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\right) = \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B}) - \nabla^2\mathbf{B}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{E}) = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right) = \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E}$$

y esto nos lleva a

$$\nabla^2\mathbf{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad \nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

dos sendas ecuaciones de onda para $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$. Pero es sabido que la solución de

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

es

$$\psi = A\,\mathrm{e}^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)} + B\,\mathrm{e}^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$$

de modo que podemos postular como soluciones para nuestras ecuaciones de onda a

$$\mathbf{E} = \vec{\mathbb{E}}_0 \, e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)} \qquad \mathbf{B} = \vec{\mathbb{B}}_0 \, e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$$

Se tiene además que $\mathbf{k} = k\hat{n}$ da a través de $\hat{n}$ la dirección de propagación de la onda. El número de onda k podrá ser complejo lo cual refleja atenuación. Las características del medio entran a través de

$$k = \sqrt{\mu\epsilon}\frac{\omega}{c}$$

Acá hay que hacer las cuentas para demostrar todo esto que acá se dice sin más.

Por su parte $\vec{\mathbb{E}}_0$ y $\vec{\mathbb{B}}_0$ son complejos uniformes y podrán dar desfasajes.

Al utilizar las ecuaciones de divergencia sobre las soluciones se obtiene que

$$\hat{n}\cdot\vec{\mathbb{E}}_0 = 0 \qquad \hat{n}\cdot\vec{\mathbb{B}}_0 = 0$$

de manera que las ondas se propagan perpendicularmente a los campos, por ello las ondas electromagnéticas son transversales.

Utilizando las ecuaciones de rotor se llega a la importante relación

$$\vec{\mathbb{B}}_0 = \sqrt{\mu\epsilon}\hat{n}\times\vec{\mathbb{E}}_0$$

de modo que los vectores $\vec{\mathbb{E}}_0$ y $\vec{\mathbb{B}}_0$ también son perpendiculares. Si el vector $\mathbf{k}\in\mathbb{R}$ entonces $\vec{\mathbb{E}}_0$ y $\vec{\mathbb{B}}_0$ tienen la misma fase.

En el vacío o en un medio LIH los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ estarán en fase. Asimismo

$$\mathbf{S} \parallel \hat{n}$$

pues $\mathbf{S}\propto\mathbf{E}\times\mathbf{H}$.

En un medio anisótropo $\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{D} = \boldsymbol{\nabla}\cdot(\epsilon\mathbf{E}) = 0$ siendo ϵ un tensor. Allí $\vec{\mathbb{E}}_0\cdot\hat{n}\neq 0$ salvo que ϵ estee diagonalizado y $\mathbf{E}\parallel$ al eje principal.

Notemos que $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ y $\hat{n}$ forman una terna derecha.

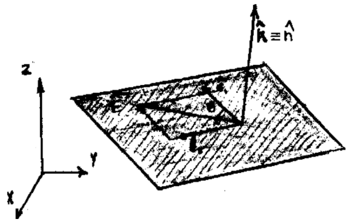

Figura 1.1

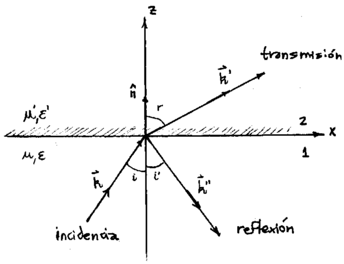

Figura 2.2

1.0.1 Sobre complejos

1.0.2 Poynting promedio y energías promedio

1.1 Polarización de ondas

1.2 Reflexión y refracción de ondas en medios

1.3 Campo electromagnético en un medio conductor

1.4 Transformación de vectores

1.4.1 Intervalos

1.4.2 Transcurso del tiempo en un sistema con V grande

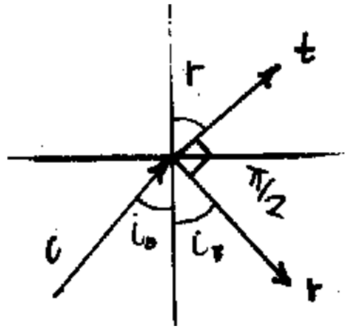

Figura 2.4

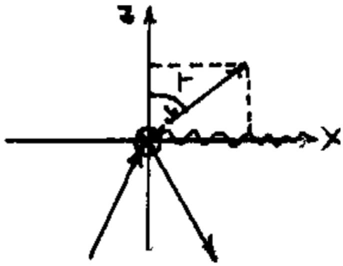

Figura 2.5

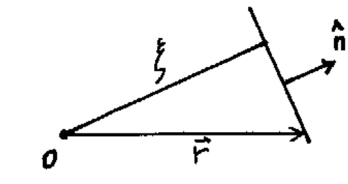

Figura 3.6

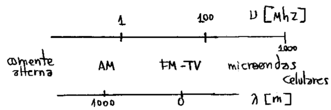

Figura 3.7

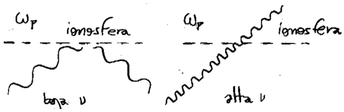

Figura 3.8

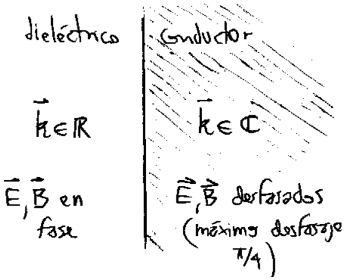

Figura 3.9

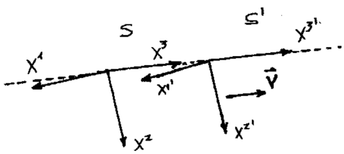

Figura 4.10

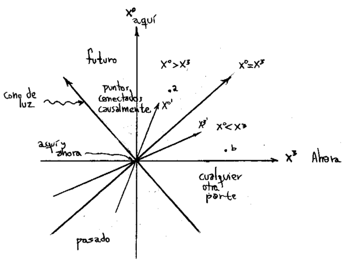

Figura 4.11

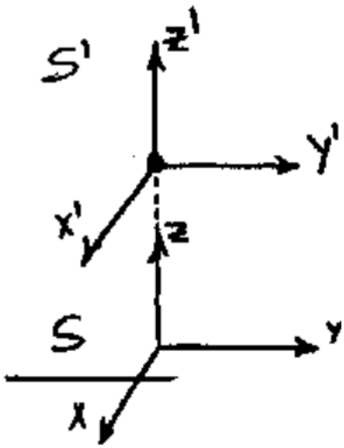

Figura 4.12