Capítulo 1

Gas de Bose

Para Bose debe cumplirse $\mu <$ todo e y como $e \geq 0$ eso dice que

$$\mu < 0$$

Pero si en un sistema tiene e_0 como mínimo y $e_0 > 0$ entonces, ¿puede ser $\mu > 0$? Aparentemente sí (al menos recordando que la restricción sale de la serie).

Ya lo entendí esto: pero no partícula libre.

Además $\langle n_e \rangle \geq 0$, el número de partículas debe ser positivo.

$$\beta p V = \log(\Xi) = \sum_e -\log(1 - \mathrm{e}^{-\beta(e-\mu)})$$

$$\beta p = \sum_{e \neq 0} \frac{-\log(1 - \mathrm{e}^{-\beta(e-\mu)})}{V} - \frac{\log(1-z)}{V}$$

El último término será negligible para todo z, incluso con $z \to 1$ pues en ese caso $V \to \infty$ mucho más rápido

$$\langle n_0 \rangle = \frac{1}{z^{-1} - 1} = \frac{z}{1-z}$$

y $\langle n_0 \rangle / V$ es finito incluso con $z \to 1$, entonces

$$\langle n_0 \rangle - z \langle n_0 \rangle - z = 0 \qquad z = \frac{\langle n_0 \rangle}{1 + \langle n_0 \rangle}$$

$$1 - z = \frac{1}{1 + \langle n_0 \rangle}$$

$$-\frac{\log(1-z)}{V} = \frac{\log(1+\langle n_0 \rangle)}{V}$$

y dado que $\log(\langle n_0 \rangle) \ll \langle n_0 \rangle$ despreciamos $\log(1-z)/V$.
Como $0 > \mu$ entonces $e^{\beta\mu} \equiv z < 1$
En Bose la fugacidad está acotada

$$\frac{N}{V} = \frac{1}{\lambda^3} g_{3/2}(z) + \frac{1}{V}\left(\frac{z}{1-z}\right)$$

$$\frac{\lambda^3}{v} = g_{3/2}(z) + \frac{\lambda^3}{V} n_0$$

$$\underbrace{\frac{N}{V}}_{\text{densidad total}} = \underbrace{\frac{1}{\lambda^3} g_{3/2}(z)}_{\text{densidad en los excitados}} + \underbrace{\frac{1}{V}\left(\frac{z}{1-z}\right)}_{\text{densidad en el fundamental}}$$

Por otro lado como $0 < z < 1$ entonces $g_{3/2}(z)$ está acotada

$$g_{3/2}(1) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^{3/2}} = 2.612$$

Con $z \approx 1$ da

$$\frac{\lambda^3}{v} = g_{3/2}(1) + \lambda^3 \frac{n_0}{V}$$

cuando se aumenta N necesariamente las partículas se apilan en el fundamental; es una fracción macroscópica pués $V \to \infty$ y entonces $n_0 \to \infty$.

Se da con

$$\frac{\lambda^3}{v} = \frac{\lambda^3}{V} N = \frac{h^3}{(2\pi m k T)^{3/2}} \frac{N}{V} > 2.612$$

Destaco en esta expresión T baja dividiendo y n alta multiplicando.

El condensado de Bose surge cuando se saturan los excitados; ello pasa con T baja, N/V alta y $\mu \to 0$

GRAFIQUETE

1.1 Cuánticos IV –reubicar–

algunos temitas sueltos:
números de ocupación
gas de Fermi p y c_v
gas de Fermi p y c_v
Condensado de Bose

¿El condensado BE requiere población de los niveles o V total de algún tipo?

El coeficiente lineal del virial $1/2^{5/2} = 0.1767767$ sale considerando las $f_\nu(z)$ hasta orden uno y tirando términos más allá.

Tenía unas consultas agarradas con clip: ¿porqué hay una cúspide en C_v? ¿transiciones?

El requerimiento $\mu < 0$ viene de que el fundamental n_0 no puede tener población negativa

$$n_0 = \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta(e_0-\mu)} - 1} = \frac{1}{\mathrm{e}^{-\beta\mu} - 1} \geq 0$$

$$\mathrm{e}^{-\beta\mu} - 1 > 0 \qquad \Rightarrow \quad \mu < 0$$

Con $\mu \to 0^-$ tenemos $n \to \infty$

En el caso del condensado establecemos desde

$$\frac{\lambda^3(T)}{v} = g_{3/2}(1)$$

que lleva para T_c (para v fijo) o v_c (para T fija) versiones evaluadas de la anterior ecuación.

Para la población de los estados excitados

$$p_x = \frac{h}{V^{1/3}} n_x \Rightarrow \mathbf{p} = \frac{h}{V^{1/3}} \mathbf{n}$$

$$\frac{n_{e_i}}{V} = \frac{1}{V} \frac{1}{z^{-1}\,\mathrm{e}^{\beta e_i} - 1} \leq \frac{1}{V(\,\mathrm{e}^{\beta e_i} - 1)} = \frac{1}{V(\sum_{l=1}^{\infty} (\beta e_i)^l / l!\,)}$$

pués $z^{-1} = 1/z \leq 1$

$$\beta e = \frac{\beta p^2}{2m} = \frac{\beta}{2m} \frac{h^2}{V^{2/3}} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$\frac{2m}{V^{1/3} \beta h^2 (\sum_{l=1} \ldots)} \to 0 \quad \text{si} \quad V \to \infty$$

y entonces

$$\frac{n_e}{V} \to 0 \quad \text{si} \quad V \to \infty$$

Esto significa que si V es muy grande, en el condensado se tenderá a que todas las partículas se hallen en $e = 0$ pues

$$\frac{N_e}{N} \to 0 \qquad\qquad \frac{N_0}{N} \to 1$$

Véamoslo en la ecuación de N,

$$\frac{\lambda^3 N}{V} = g_{3/2}(1) + \frac{\lambda^3}{V} \frac{z}{1-z}$$

y si $z \to 1$ de forma que $z/(1-z) \gg 1$ entonces $g_{3/2}(1)$ es despreciable de modo que

$$\frac{\lambda^3 N}{V} \approx \frac{\lambda^3}{V}\frac{z}{1-z} = \frac{\lambda^3 N_0}{V}$$

y se da que $N \sim N_0$.

En Bose se da $0 < z < 1$

DIBUJITOS

Con $z \ll 1$ es $\lambda^3/v \approx z$ y entonces $z \approx 1/(v/\lambda^3)$. Con $z = 1$ es $\lambda^3/v =$ 2.612n pero si $\lambda^3/v > 2.612$ entonces z no se mueve y sigue en su valor 1.

1.1.1 Cuánticos 5 - Cuánticos 5b –reubicar–

presión gas de Bose

C_V gas de Bose

Condensado de Bose $\to$ transición de fase de primer orden

límite clásico función de partición

cálculo de $Tr(\mathrm{e}^{-\beta A}) = Q_N(V,T)$

diferencia con el caso clásico

potencial efectivo

Ver la transición de fase con el tema del calor latente. ¿Cómo era lo de Clayperon?