Capítulo 1

Conceptos fundamentales de electromagnetismo

1.1 Ecuaciones de Maxwell

Son ecuaciones lineales de modo que vale la superposición (con $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ y cualquier vector relacionado linealmente con ellos).

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho_\ell \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J}_\ell + \frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right)$$

Los vectores pueden ser polares (tienen físicamente bien definido el sentido) o axiales (se les atribuye un sentido por convención).

Las ecuaciones son invariantes ante transformaciones del tipo: rotación y reflexión espacial y temporal.

1.2 Electrostática

La ley de Coulomb reza que

$$\mathbf{F}_{12} = q_1 q_2 \frac{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|^3}$$

que es la fuerza sobre 1 debido a 2. De la ley de Coulomb se puede definir

$$\mathbf{E}_{12}(\mathbf{x}_1) \equiv \mathbf{F}_{12}/q_1$$

y tomando $\mathbf{x}_1 \equiv \mathbf{x}$ y haciendo el límite $q_1 \to 0$ se tiene

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} q_i \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^3}$$

que es el campo eléctrico y que en el paso al continuo resulta

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \int_{V'} \rho(\mathbf{x}) \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^3} dV'$$

siendo $\mathbf{x}$ punto campo y $\mathbf{x}_i$ punto fuente.

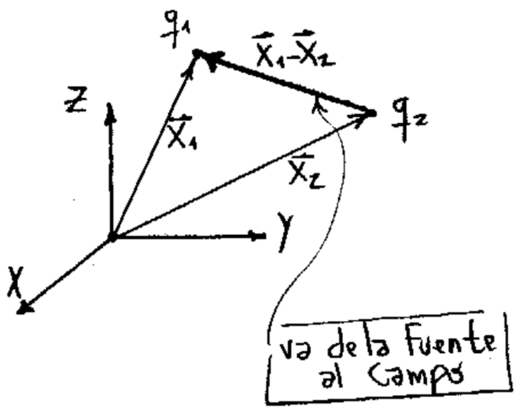

Figura 2.1

1.2.1 Conservación de la carga

La carga total sale de una integral

$$Q = \int_{V'} \rho(\mathbf{x}')dV'$$

como muestra la imagen y si el volumen es fijo podemos tomar la derivada con respecto al tiempo que pasa el interior como derivada parcial,

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{V'} \frac{\partial \rho}{\partial t}(\mathbf{x}')dV' = -\int_{S \equiv \partial V'} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

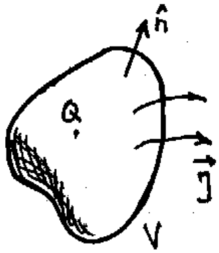

Figura 2.2

y el miembro extremo derecho se debe a que si la carga varía es a consecuencia de que se va en forma de flujo. Aplicando el teorema de la divergencia en el miembro derecho,

$$\int_{V'} \frac{\partial \rho}{\partial t}(\mathbf{x}')dV' = -\int_{V'} \nabla \cdot \mathbf{J}\, dV'$$

lo cual vale para todo volumen y entonces esto significa que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

que es la ecuación de continuidad de la carga. Si fuera $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ esto significa que las líneas de $\mathbf{J}$ no tienen principio ni fin.

1.3 Interacción magnética

Cuando se da $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ hablamos de una corriente estacionaria (no hay acumulación de carga en ninguna parte). Las corrientes estacionarias producen efectos magnéticos dados por la ley de Biot-Savart

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{1}{c} \int_{\Gamma} \frac{I d\ell' \times (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3}$$

que es válida para un circuito Γ, que es una curva que se recorre en sentido CCW. En el caso de un volumen la expresión es

1.4 Teorema de Helmholtz

1.5 Ley de Gauss

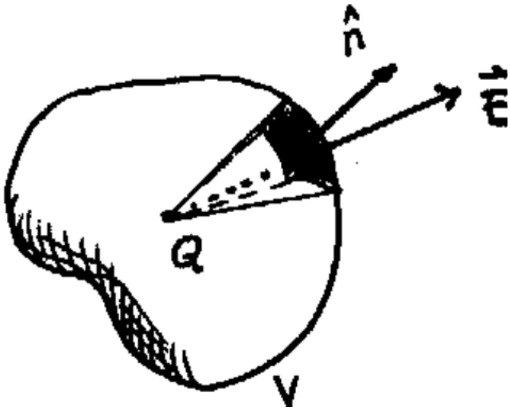

Figura 5.3

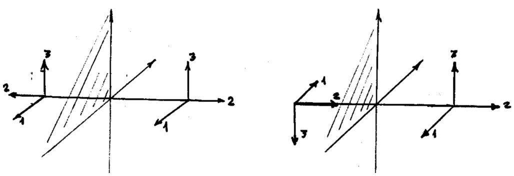

Figura 5.4