

Capítulo 1

Ecuaciones de Hamilton

Se pasa de las variables (q, \dot{q}) hacia el par (q, p) con

$$p = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}$$

Se parte del

$$H(q_i, p_i, t) = \sum_i^{3N-k} p_i \dot{q}_i - \mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t)$$

y consideramos el diferencial

$$dH = \sum_i p_i d\dot{q}_i + \dot{q}_i dp_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} dq_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt$$

$$dH = \sum_i \dot{q}_i dp_i - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) dq_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt$$

$$dH = \sum_i \dot{q}_i dp_i - \dot{p}_i dq_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt$$

se deducen entonces,

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i \quad \frac{\partial H}{\partial q_i} = -\dot{p}_i \quad \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}$$

que son las ecuaciones de Hamilton. Donde (p, q) son $2N$ grados de libertad del sistema llamados las variables canónicas. Si $V \neq V(\dot{q})$ y los vínculos no dependen del tiempo entonces $T = T_2$ (la energía cinética es cuadrática en las velocidades) y $H = E$.

1.1 Transformación canónica del hamiltoniano

Es una transformación que verifica

$$H \longrightarrow K$$