

Campos de cargas en movimiento

1.1 Potenciales retardados

Usando el gauge de Lorentz y las ecuaciones de Maxwell se llega a

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$$

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi \rho$$

con forma general

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -4\pi f(\mathbf{x}, t) \quad (1.1)$$

siendo f la que da la distribución de fuentes.

Resolveremos (1.1) con una función de Green. Hacemos Fourier respecto a la frecuencia, de manera que podamos remover el tiempo (además luego nos interesarán fuentes armónicas y por sobre todo cualquier perturbación puede descomponerse en Fourier).

Suponemos que podemos escribir

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

$$f(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

siendo sus inversas

$$\psi(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\mathbf{x}, t) e^{i\omega t} dt$$

$$f(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, t) e^{i\omega t} dt$$

luego la ecuación resulta

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \nabla^2 \psi(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\omega^2}{c^2} \psi(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = -4\pi \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

de manera que se satisface la ecuación de Helmholtz inhomogénea,

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\mathbf{x}, \omega) = -4\pi f(\mathbf{x}, \omega),$$

para cada valor de frecuencia ω .

Una función de Green satisfecerá

$$(\nabla^2 + k^2) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = -4\pi \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),$$

donde $\mathbf{x} - \mathbf{x}' = \mathbf{R}$ y la función de Green será simétricamente esférica pues pedimos la no existencia de contornos, entonces llamando a aquella $G_k(R)$ se tiene

$$\frac{1}{R} \frac{d^2}{dR^2} (RG_k) + k^2 G_k = -4\pi \delta(\mathbf{R})$$

donde hemos usado el laplaciano en esféricas. Debemos distinguir dos casos, si $R = 0$ entonces la anterior resulta

$$\lim_{kR \rightarrow 0} G_k(R) = \frac{1}{R}$$

mientras que de ser cierto $R \neq 0$ en cambio

$$\frac{d^2}{dR^2} (RG_k) + k^2 (RG_k) = 0$$

y entonces se propone como solución general

$$G_k(R) = \frac{A}{R} e^{ikR} + \frac{B}{R} e^{-ikR}$$

donde A, B dependerán de las condiciones de contorno y siendo que el primer término del RHS representa una onda divergente esférica y el segundo una onda convergente esférica.

Se puede interpretar G_k como el potencial de una carga unitaria que aparece en $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ en el instante $t = t'$ y luego desaparece (mmm, qué misterio!).

Ahora necesitamos meter la dependencia temporal,

$$\left(\nabla_x^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) G^\pm(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, t') = -4\pi\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(t - t')$$

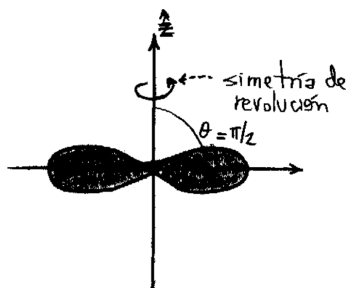


Figura 1.1

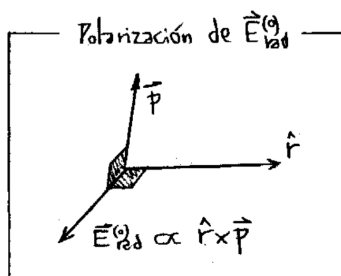


Figura 1.2

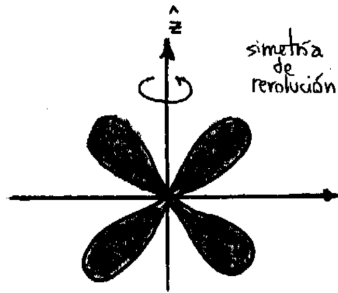


Figura 1.3

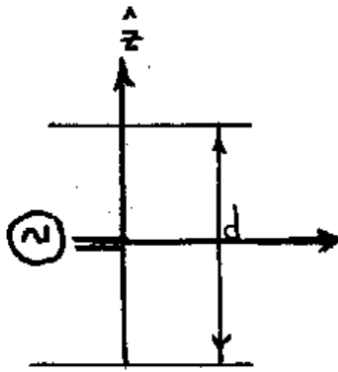


Figura 2.4

1.2 Ejemplo de antena

1.3 Campos de una partícula cargada en movimiento

1.4 Campo de una carga en movimiento

1.5 Cálculo de potencia irradiada

1.6 Frenado magnético

1.6.1 Esponja electromagnética

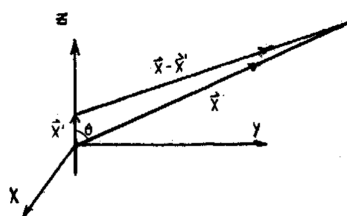


Figura 2.5



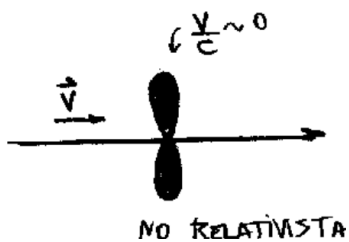


Figura 5.11

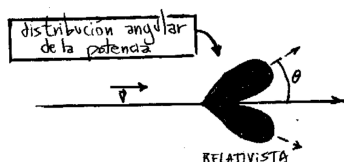


Figura 5.12

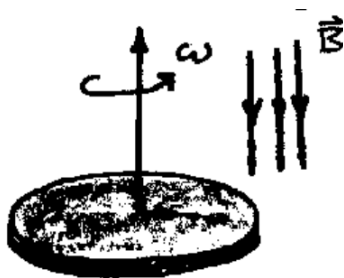


Figura 6.13



Figura 6.14