Capítulo 1

Introducción a la mecánica cuántica relativista

Consideremos una partícula libre por el momento

$$H =$$

$$P_\mu = i\hbar\partial_\mu =$$

$$fiesta$$

$$fiesta$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi$$

$$cuenta$$

$$resultqado$$

$$d$$

$$conti$$

que es una analogía de la conservación de la carga en electrodinámica. Tenemos entonces una especie de conservación de la probabilidad. Note que

$$a$$

$$E$$

Pero esto se ponde muy complicado debido a la raíz

1.0.1 La ecuación de Klein-Gordon

Conserva el cuadrado para no complicar demasiado los reemplazos. Entonces

$$H^2 = E^2 =$$

$$-$$

$$p$$

$$a$$

$$s$$

$$res$$

El problema es que no puede asegurarse que esta ρ sea definida positiva, lo cual sería necesario para seguir una coherencia.

$$a$$

$$a$$

$$a$$

$$a$$

Necesito considerar $E < 0$ pues $E = \pm\sqrt{c^2p^2 + m^2c^4}$ y la base debe ser completa.

Es positiva si tuviese $E < 0$ pero esto causa el problema de tener materia inestable, pues nunca se alcanza el fundamental. Acá muere en este atolladero la ecuación de Klein-Gordon.

1.0.2 La ecuación de Dirac

Dirac parte de pedir una ecuación lineal en el impulso $\mathbf{p}$

$$H$$

con $\beta, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{p}$ operadores.

$$H^2$$

$$H^2$$

$$H^2$$

$$H^2$$

Como se ve, estos no pueden ser simples escalares. Dirac pide

- $\boldsymbol{\alpha}, \beta$ hermíticos
- $\beta^2 = 1 \; \alpha^2 = 1$ autovalores ± 1
- traza nula

$$a$$

- dimensión par

$$a$$

$$a$$

$$a$$

$$a$$

$$a$$

Ahora tenemos una densidad de proabablidad como requiere la naturaleza.

1.0.3 Ejemplo: partícula libre quieta

Sea una partícula libre en reposo,

$$\mathbf{p} = 0 \qquad H = \beta m c^2$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \beta m c^2 \psi$$

$$i$$

Tenemos cuatro ecuaciones, dos con energía positiva y dos con energía negativa

$$a$$

Como aún tenemos degeneración de orden dos, necesitaremos un operadore que conmute con el H

$$a$$

$$b$$

Podemos identificar

$$S$$

$$p \neq = 0 \Rightarrow [H, vb\Sigma] = 2ic\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{p}$$

1.0.4 Energías negativas

Como $E = \pm\sqrt{c^2p^2 + m^2c^4}$ hay $E < 0$ y además un *gap* de ancho $2mc^2$ entre ellas. Las $E < 0$ harían que la materia jamás alcance un estado fundamental y por ende jamás se estabilice. Dirac piensa que los estados de $E < 0$ están todos llenos. No decaen más electrones allí dentro. Es el mar de Dirac. Iluminando ese vacío se lo puede excitar.

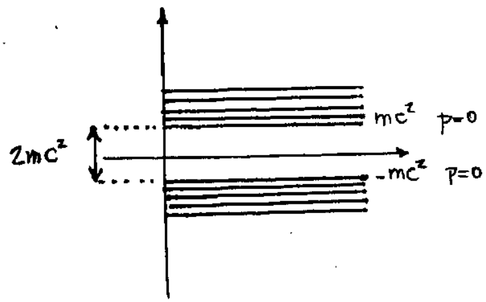

Figura 0.1

Podemos hacer saltar a la zona positiva una carga $(-e)$ dejando un huevo positivo (equivalente a una carga $+e$). Es una creación e pares $\gamma \to e^-e^+$, sin embargo el proceso inverso $e^-e^+ \to \gamma$ de aniquilación de pares ocurre prontamente. Se observó experimentalmente.

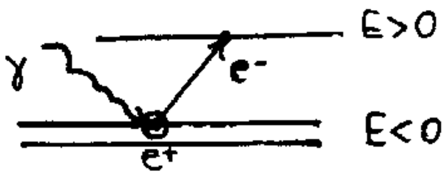

Figura 0.2