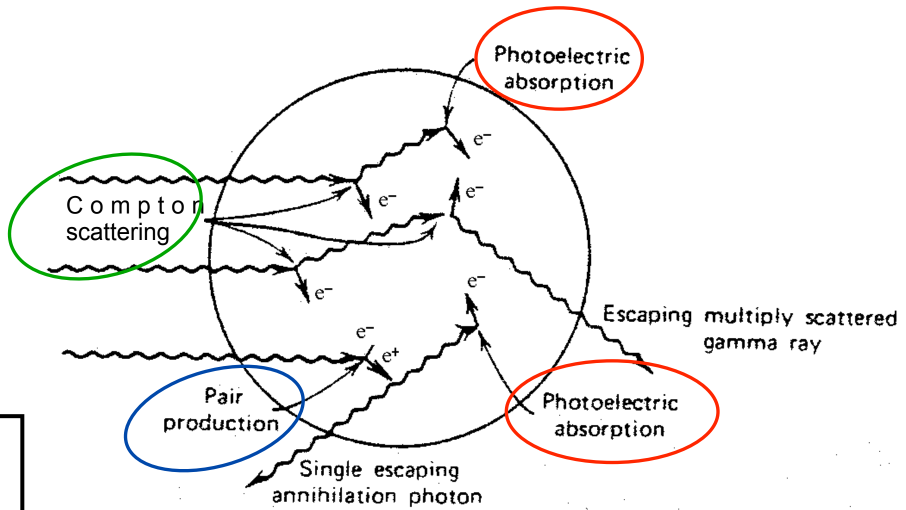
4.2 Interacción de fotones
Generalidades

- El **comportamiento de los fotones** al atravesar la materia es completamente distinto al de las partículas cargadas. Las principales interacciones de los rayos ***X*** y γ son:
  - **Efecto fotoeléctrico**
  - **Difusión Compton**
  - **Producción de pares**



- La radiación X y γ es mucho más penetrante y la sección eficaz es mucho menor que la correspondiente a colisiones inelásticas de electrones.

- Un haz de fotones no pierde energía al atravesar la materia: se atenúa en intensidad y los fotones desaparece del haz ➔ **Absorción y difusión**

La atenuación de un haz de fotones al atravesar un espesor **x**, sigue la ley exponencial:

$$\mathbf{I}(x) = \mathbf{I}_0 \exp(-\mu x) \longrightarrow \textbf{Recorrido libre medio}$$

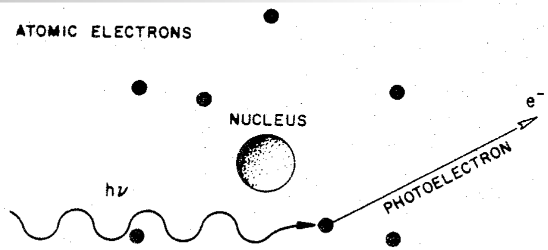
donde $\mathbf{I}_0$: intensidad del haz incidente, μ : coeficiente de absorción.

El coeficiente de absorción lineal se puede dar en longitud reducida (g cm^{-2}).

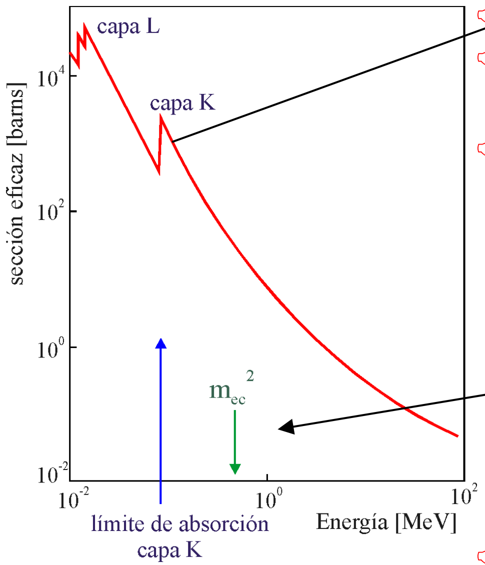
Interacción de fotones

Efecto fotoeléctrico

- Un electrón atómico absorbe un fotón y abandona el átomo con una energía: **$E = h\nu - B_e$** (**B_e** = energía de ligadura del electrón)



El proceso sólo puede tener lugar con electrones ligados
"Conservación de la cantidad de movimiento"



Sección eficaz del efecto fotoeléctrico para plomo.

- La sección eficaz aumenta para energías próximas a las distintas capas: *K*, *L*, *M*
- Para $h\nu > E_k$ son fundamentalmente los electrones de la capa K los que contribuyen.
- Aunque es difícil llevar a cabo un tratamiento teórico riguroso a causa de las funciones de onda de Dirac de los electrones atómicos, la sección eficaz, por átomo, se puede obtener utilizando una aproximación de Born, bajo las siguientes hipótesis:
  - ✓ sólo contribuyen electrones de capa K
  - ✓ $h\nu << m_e c^2$

$$\Phi_{ph} = 4\alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \phi_0 \left(m_e c^2 / h\nu\right)^{7/2}$$

donde $\phi_0 = 8\pi r_e^2/3 = 6.651 \times 10^{-25}\ \text{cm}^2$, $\alpha = 1/137$

- Para energías $h\nu \approx E_k$

$$\Phi_{ph} = \phi_0 \frac{2^7 \pi (137)^3}{Z^2} \left[\frac{\nu_k}{\nu}\right]^4 \frac{\exp\left(-4\xi \cot^{-1}\xi\right)}{1-\exp\left(-2\pi\xi\right)}$$

$$h\nu_k = (Z-0.03)^2 m_e c^2 \alpha^2/2 \quad , \quad \xi = \sqrt{\nu_k/(\nu-\nu_k)}$$

- Cuando : $\nu \approx \nu_k \Rightarrow \xi^{-1} >> 1$ ➔ $\Phi_{ph} = \phi_0 \dfrac{6.3\times10^{-18}}{Z^2}\left(\dfrac{\nu_k}{\nu}\right)^{8/3}$ (la expresión se simplifica)

✓ Se observa la **dependencia de la sección eficaz con la Z del material**, para energías $h\nu \approx$ MeV la dependencia llega hasta la cuarta y quinta potencia. →**La mayor absorción se produce en materiales de alto Z (ver transparencia siguiente)**. Por ejemplo, detectores de radiación como el INa.

Características

- El efecto fotoeléctrico muestra fuerte modulación con las energías de las capas atómicas (ver figura anterior donde la sección eficaz aumenta cerca de las capas)
- La sección eficaz de la capa K, para altas energías ($\varepsilon = E/m_e c^2 >> 1$):

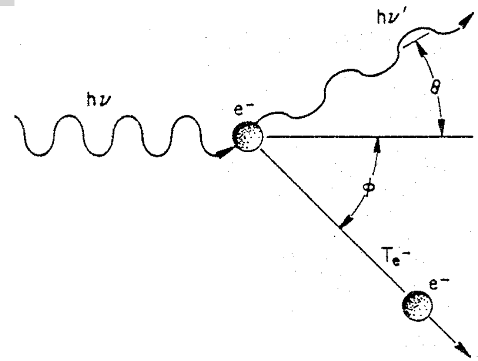
$$\sigma^{K}_{foto} = 4\pi r_e^2 \alpha^2 Z^5 \frac{1}{\varepsilon} \rightarrow \sigma_{foto} \propto Z^5$$

$$\rightarrow \sigma_{foto} \propto \frac{1}{\varepsilon}$$

Que exhibe su fuerte dependencia en Z y su decrecimiento con la energía

Interacción de fotones
Difusión Compton

- Se trata de la **difusión de fotones por electrones casi libres**.
  - Las expresiones se obtienen a partir de la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento. De acuerdo con el esquema:



$$\begin{cases} h\nu' = \dfrac{h\nu}{1+\gamma(1-\cos\theta)}, \quad \gamma = \dfrac{h\nu}{m_e c^2} \\ T = h\nu - h\nu' = h\nu \dfrac{\gamma(1-\cos\theta)}{1+\gamma(1-\cos\theta)} \end{cases} \qquad \begin{cases} \cos\theta = 1 - \dfrac{2}{(1+\gamma^2)\, tg^2\varphi + 1} \\ \cot\varphi = (1+\gamma)\, tg\, \theta/2 \end{cases}$$

  - El corrimiento en la longitud de onda del fotón es: $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \dfrac{hc}{m_e c^2}(1-\cos\theta)$

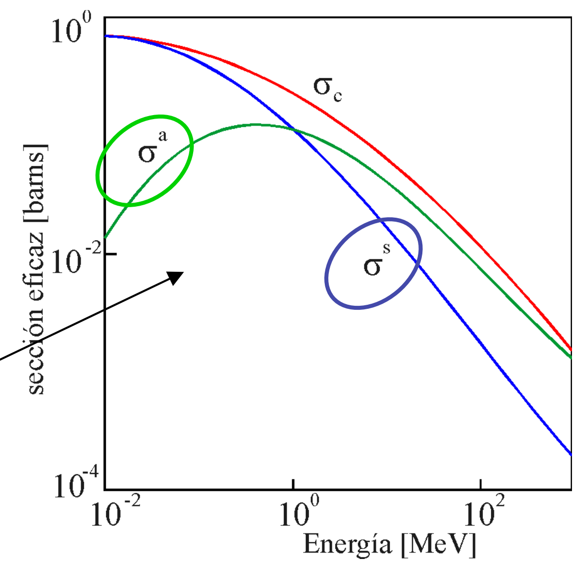
La sección eficaz de la difusión Compton fue calculada por **Klein** y **Nishina** utilizando la electrodinámica cuántica

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1+\gamma(1-\cos\theta)]^2} \left(1 + \cos^2\theta + \frac{\gamma^2(1-\cos\theta)^2}{1+\gamma(1-\cos\theta)}\right)$$

- Integrando para $d\Omega$ se se obtiene la probabilidad total de difusión Compton por electrón, o sección eficaz total

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\gamma}{\gamma^2} \left[\frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{1}{\gamma} \ln(1+2\gamma) \right] + \frac{1}{2\gamma} \ln(1+2\gamma) - \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2} \right\}$$

- La sección eficaz total tiene dos contribuciones: $\sigma_c = \sigma^s + \sigma^a$
  - ✓ Difusión: fracción de energía del fotón difundido ➔ $\dfrac{d\sigma^s}{d\Omega} = \dfrac{h\nu'}{h\nu} \dfrac{d\sigma}{d\Omega}$
  - ✓ Absorción: energía transferida al electrón y que es absorbida por el material ➔ $\sigma^a = \sigma_c - \sigma^s$



Sección eficaz total Compton

Interacción de fotones

Difusión Compton

- La distribución de energías del electrón es:

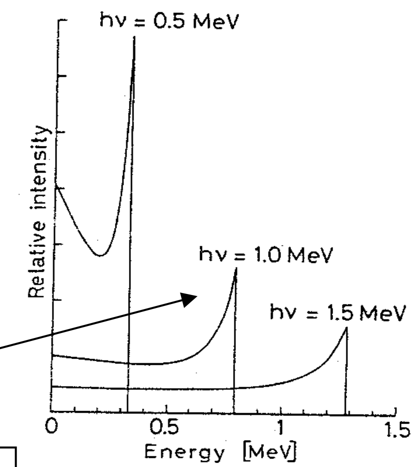
$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\pi r_e^2}{m_e c^2 \gamma^2}\left[2 + \frac{s^2}{\gamma^2(1-s)^2} + \frac{s}{1-s}\left(s - \frac{2}{\gamma}\right)\right]$$

donde $s = T/h\nu$

La máxima energía de retroceso que puede adquirir el electrón:

$$T_{max} = h\nu\left(\frac{2\gamma}{1+2\gamma}\right)$$

Valor que se conoce como límite Compton o "Compton edge"



- La sección eficaz Compton decrece con la energía como:

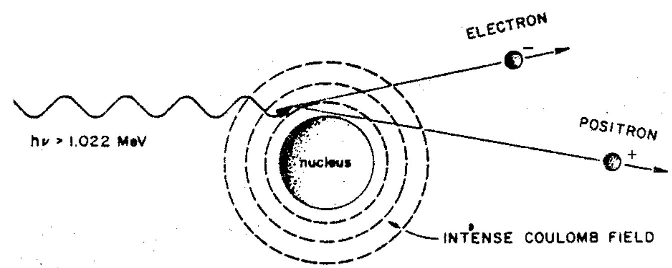
$$\sigma_c^e \propto \frac{\ln \varepsilon}{\varepsilon} \quad \text{siendo} \quad \varepsilon = \frac{E\gamma}{m_e c^2}$$

- La sección eficaz Compton atómica (electrones cuasi libres) es:

$$\sigma_c^{atom} = Z\sigma_c$$

Interacción de fotones
Producción de pares

- El fenómeno consiste en la materialización de un fotón en un electrón y un positrón ➔ $\gamma \to e^- e^+$

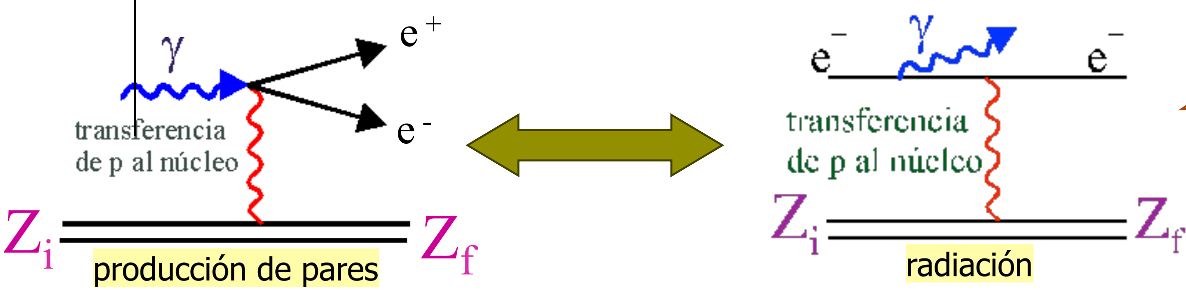


  - Por conservación de la cantidad de movimiento, el proceso ha de tener lugar en presencia de un tercer cuerpo: el núcleo. Para que la materialización pueda producirse:

$$\boxed{E_\gamma \geq 2 m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}}$$

Umbral de producción

- El proceso de producción de pares es cinemáticamente equivalente al de radiación por bremsstrahlung



Difusión en el campo eléctrico del núcleo con emisión de radiación electromagnética: $e^- \to e^- \gamma$

- La sección eficaz de producción de pares dependerá del apantallamiento del núcleo por los electrones atómicos. El parámetro ξ es ahora:

$$\xi = \frac{100 m_e c^2 h\nu}{E_+ E_- Z^{1/3}}$$

- ☞ E_+ y E_- : energías totales del positrón y del electrón.
- ☞ **hν** es la energía del fotón incidente.
- ☞ **ξ ≈ 0 ➔ apantallamiento total**.
- ☞ **ξ >> 1 ➔ no apantallamiento**.

☞ comparar con el caso de radiación

$$\xi = \frac{100 m_e c^2 h\nu}{E_0 E Z^{1/3}}$$

Interacción de fotones
Producción de pares

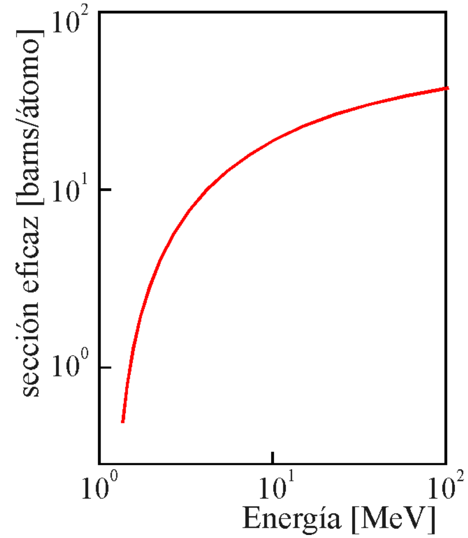
- Existen distintas aproximaciones a la sección eficaz.
  - ***Aproximación de Born***: válida a energías altamente relativistas. Considera cualquier tipo de apantallamiento. Las fórmulas que se obtienen por integración numérica en los límites son:
    - No apantallamiento: $\xi >> 1\,,\ m_e c^2 << E_\gamma << 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$

$$\tau_{par} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9}\left(\ln\frac{2h\nu}{m_e c^2} - f(Z)\right) - \frac{109}{54}\right]$$

    - Apantallamiento total: $\xi \approx 0\,,\ E_\gamma >> 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$

$$\tau_{par} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left\{\frac{7}{9}\left[\ln\left(183 Z^{1/3}\right) - f(Z)\right] - \frac{1}{54}\right\}$$

  - ***Aproximación de Bethe-Heitler***: mucho más complicada pero reproduce mejor la región de bajas energías.



Sección eficaz total de producción de pares

- A partir de la sección eficaz total se define **el recorrido libre medio**: λ_{par}

$$1/\lambda_{par} = N\tau_{par} \approx (7/9)\, 4Z(Z+1) N r_e^2 \alpha \left[\ln(183 Z^{-1/3}) - f(Z)\right]$$

(N: densidad de átomos)

- Si comparamos con la longitud de radiación por bremsstrahlung $\frac{1}{L_{rad}} \approx \left[4Z(Z+1)\frac{\rho N_a}{A}\right] r_e^2 \alpha \left[\ln\left(183 Z^{-1/3}\right) - f(Z)\right]$

$\lambda_{par} \approx (9/7)\, L_{rad} \rightarrow \lambda_{par} \sim L_{rad}$

Interacción de fotones

Coeficiente de atenuación total. Absorción de fotones

- La probabilidad total de que un fotón interaccione con la materia viene dada por la suma:

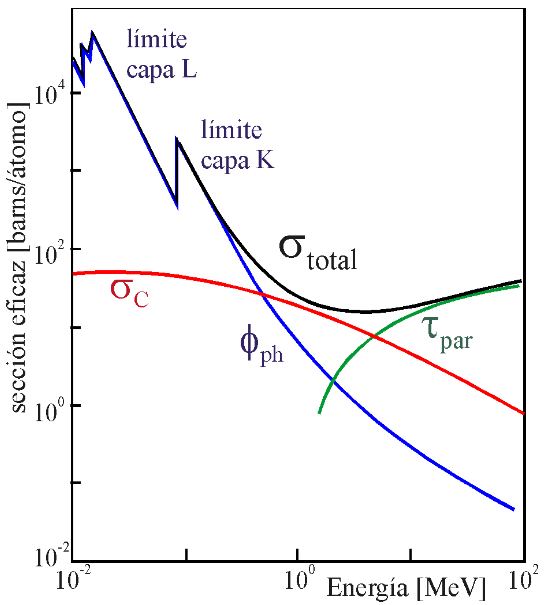
$$\sigma = \Phi_{ph} + Z\sigma_c + \tau_{par}$$

- La probabilidad de interacción por unidad de longitud, se obtiene multiplicando por la densidad de átomos (N):

$$\mu = N\sigma = \sigma(N_a\rho/A)$$

  - La cantidad μ es el el coeficiente de absorción total y es la inversa del recorrido libre medio ➔ $\mu = 1/\lambda$
  - La fracción de fotones que sobreviven después de atravesar una distancia x en el material es:

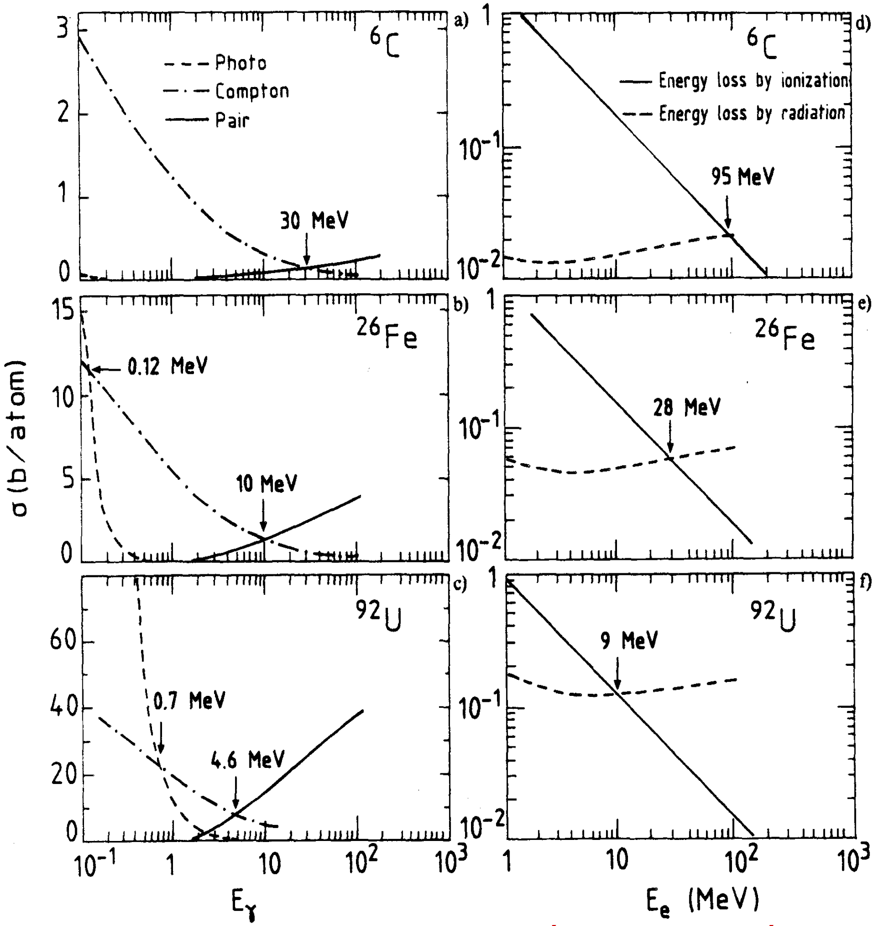
$$I/I_0 = \exp(-\mu x)$$



Sección eficaz total de absorción en plomo

- Para materiales compuestos: $\mu/\rho = \sum_i w_i(\mu_i/\rho_i)$

a) Secciones eficaces para los procesos de pérdida de energía en la cascada electromagnética, sobre absorbentes típicos.
b) Pérdidas de energía por ionización y radiación en diferentes materiales. Energías críticas.
c) procesos dominantes en función de la energía del fotón y del número atómico del material



a) Sección eficaz de pérdida de energía de fotones.

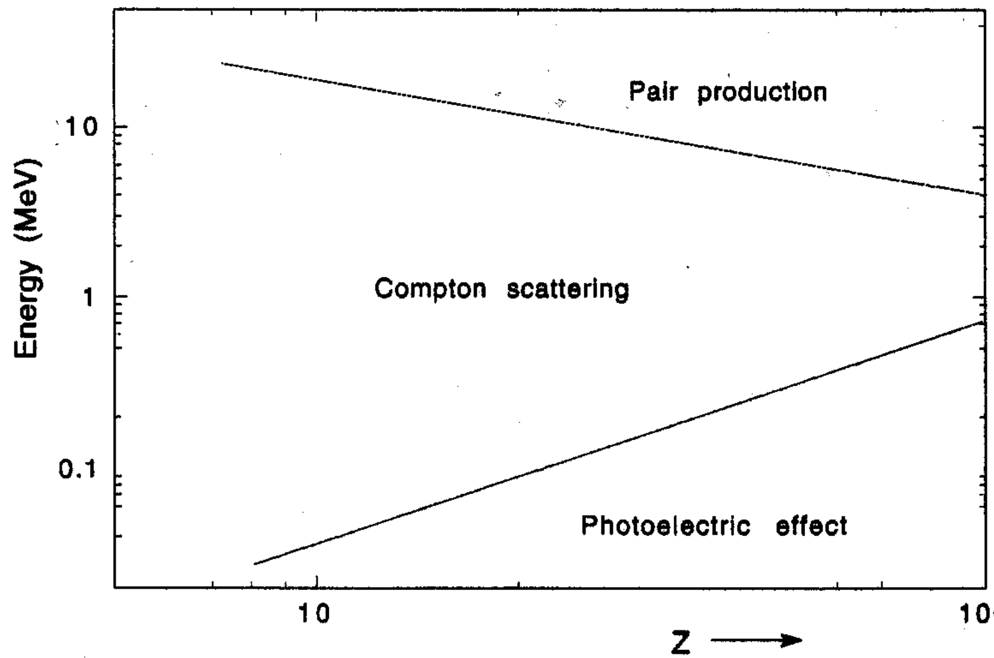
b) Pérdida de energía por Ionización y radicación. Energía Criticas

Santiago González (3)

Resumen de lo visto anteriormente:

- Efecto fotoeléctrico más probable a mayor Z

-- Producción de pares a mayor E



c) Procesos dominantes en función de E y de Z