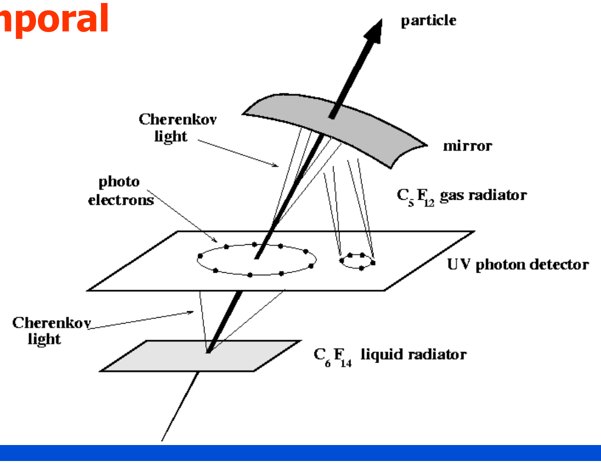
Contadores Cherenkov



I.- Introducción

- La detección e identificación de partículas elementales y núcleos en física de altas energías, radiación cósmica y física nuclear es una cuestión de gran relevancia.
  - Cualquier efecto producido por las partículas o la radiación puede ser utilizado como principio de funcionamiento de un detector de partículas. Ej.:
    - El radio de curvatura (ρ) de la trayectoria de una partícula de carga z en un campo magnético determina su cantidad de movimiento.

$$\rho \propto \frac{p}{z} = \frac{\gamma m_0 \beta c}{z} \quad ; \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = z(\vec{v} \times \vec{B})$$

    - Su velocidad se puede determinar a partir del tiempo de vuelo. $\beta = \frac{v}{c} \propto \frac{1}{\tau}$
  - Las medidas anteriores permiten determinar la relación m_0/z, por tanto para una partícula con z=1 la identificación sería completa.

  - Sin embargo, en Física de Altas Energías generalmente se necesita conocer ***(p,E)*** de las partículas secundarias con el fin de reconstruir las partículas primarias o partículas de vida corta.
    - Se necesita una medida adicional para determinar la 4ª componente, lo cual significa medir la masa de la partícula ➔ ***IDENTIFICARLA***

1. Técnicas de identificación de partículas

- A bajas energías la identificación se ha llevado a cabo tradicionalmente a través de:
  - Absorción total de la energía ➔ calorimetría
  - Medidas de tiempo de vuelo
  - Medidas de ionización o de pérdida de energía ➔ dE/dx

- Cuando la energía de las partículas aumenta las técnicas calorimétricas son más difíciles de aplicar, ya que el número de longitudes de interacción que se necesitan en el absorbente para contener el *shower* se eleva considerablemente.
  - La resolución, **ΔE/E** , necesaria para distinguir entre diferentes masas va como: $1/E^2$
  - La resolución alcanzable sólo como: $1/\sqrt{E}$

- En cuanto al tiempo de vuelo, **Δt** , para dos partículas de masas $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2}$, con el mismo ***p***, recorriendo la misma ***L*** :

$$t = \frac{L}{\beta c} = \frac{L}{c}\frac{E}{pc} = \frac{L}{c}\left(1 + \frac{m^2c^4}{p^2c^2}\right)^{1/2} \cong \frac{L}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{m^2c^2}{p^2}\right) \Longrightarrow \Delta t \cong \frac{1}{2}\frac{Lc}{p^2}(m_1^2 - m_2^2)$$

- En la zona de energías no relativistas ➔ $dE/dx \propto 1/\beta^2$ (funciona bien para: $p \leq 1\ \mathrm{GeV}/c$)
  - Se pueden observar diferencias apreciables en la amplitud de la señal para distintas masas. Cuando $\beta \to 1$ esta discriminación no es posible.

2. Identificación de partículas y de iones pesados relativistas

- El efecto de Cherenkov consiste en la emisión de luz detectable: Permite identificar partículas a partir de la determinación de su masa.
  - Se trata de un fenómeno de *formación de ondas de choque electromagnéticas:*
    - *Interferencia constructiva de ondas esféricas* emitidas por un objeto (emisor, e) que viaja en un medio (n) con velocidad (v_e) superior a la de propagación de las ondas en el medio (velocidad de grupo, v).
- La medida directa de la masa **m** es imposible en el caso de partículas estables → se necesita la combinación de dos variables cinemáticas (una de ellas dependiente de m) para su determinación.
  - En Física de Partículas se utilizan:
    - ☑ La cantidad de movimiento: $p = \gamma \beta m$
    - ☑ La velocidad de la partícula: $v = \beta c$
  - La precisión en la masa, en función de la precisión de ***p*** y ***v*** :

$$\frac{dm}{m} = \frac{1}{m} d\left(\frac{p}{\gamma\beta}\right) = \gamma^2 \frac{d\beta}{\beta} + \frac{dp}{p} = \frac{1}{\beta^2}\frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dp}{p}$$

    - Cuanto mayor es γ^2 más difícil es la identificación.
  - Para dos partículas de masas $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2}$:

	π - μ	K - π	p - K	Ξ - Σ
$\frac{m_2 - m_1}{m_1}$	0.321	2.55	0.901	0.111

    - Una resolución **Δp/p ≤ 10%** es suficiente para separar **K - π**, dado que en general, **Δm/m** <u>está dominado por el término</u> $\gamma^2(\Delta\beta/\beta)$.

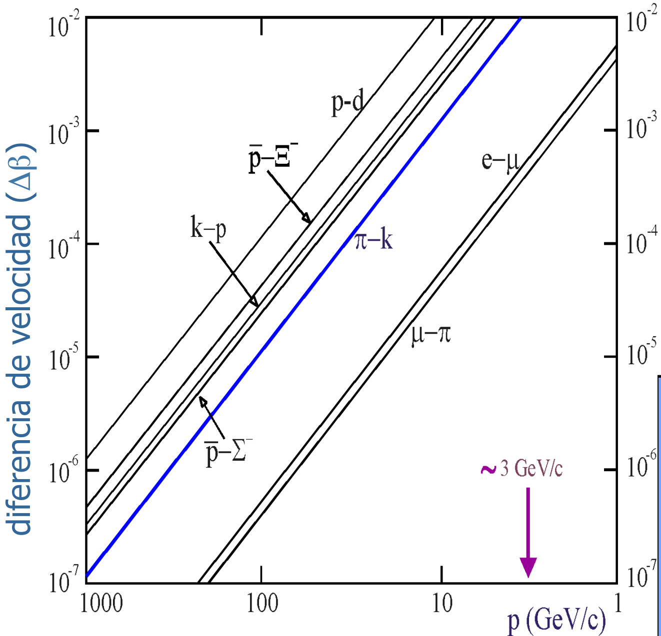
2. Identificación de partículas y de iones pesados relativistas (cont.)

- Un cálculo sencillo para dos partículas del mismo ***p*** y masas ***m₁*** y ***m₂***:

$$\left.\begin{aligned} p &= \gamma_1 \beta_1 m_1 \\ p &= \gamma_2 \beta_2 m_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_2^2 - m_1^2 = \frac{\Delta\beta(\beta_1+\beta_2)}{\beta_1^2\beta_2^2} p^2 \qquad (\text{con } \Delta\beta = \beta_1 - \beta_2)$$

$$\text{Si}: \quad \beta_1 \approx \beta_2 \Rightarrow \left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_{m_1,m_2} \cong \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p^2}$$ "poder separador"

- En la siguiente figura se ven los valores de $\Delta\beta$ en función de ***p*** para distintos pares de partículas, con el fin de conocer la resolución necesaria para su separación.



- Mediante medidas de tiempo de vuelo **($\tau = L/\beta c$)** en una distancia ***L***, la resolución en β es:

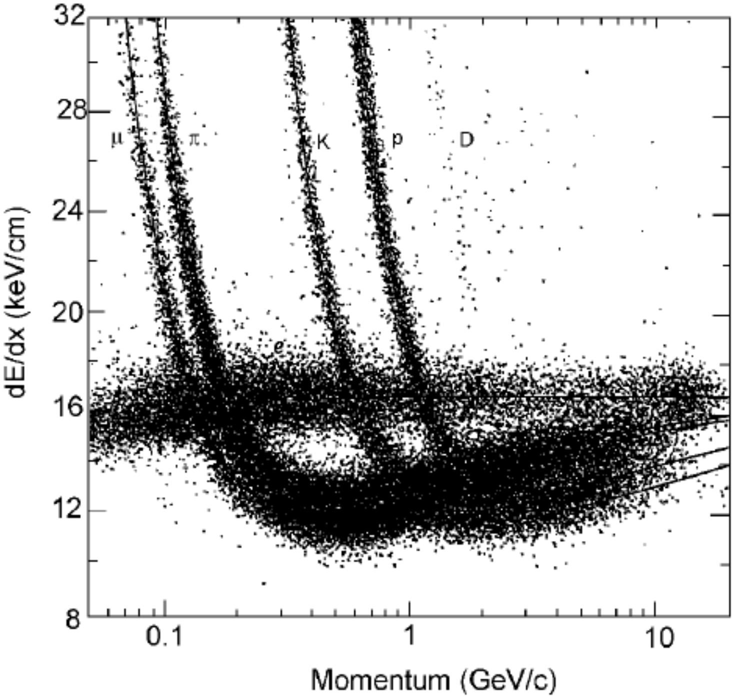
$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta\tau}{L}\beta c \qquad \text{Con} \begin{cases} L = 1\,\text{m} \\ \Delta\tau = 50\,\text{ps} \end{cases} \rightarrow \Delta\beta = 1.5\times 10^{-2}\beta^2$$

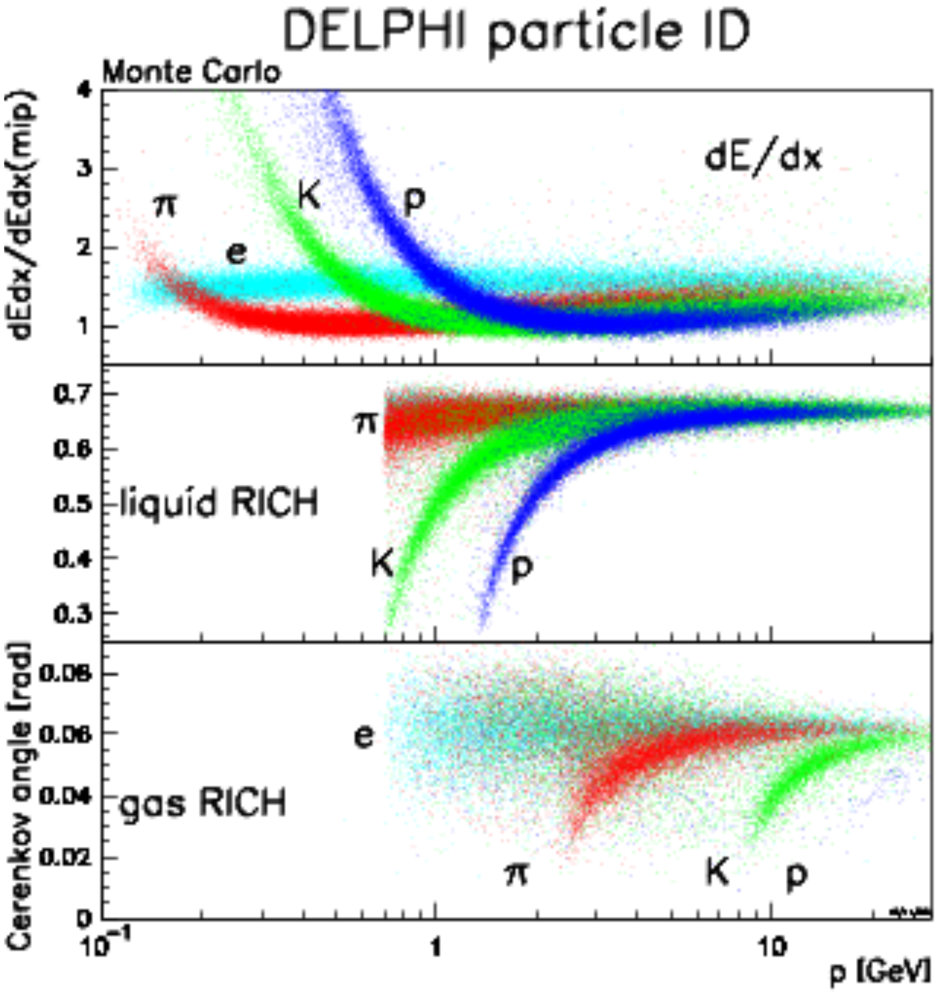
  - Se podría separar **π-k** alrededor de p = 3 GeV/c y hasta 1000 GeV ➔ $\gamma_\pi \approx$ **20**, $\gamma_k \approx$ **6** (para p<3 GeV otras técnicas, slide6)

- **La radiación Cherenkov permite medir la velocidad de las partículas cargadas en el intervalo $10^{-7} < \Delta\beta < 10^{-2}$ y en consecuencia es posible identificar y separar partículas a altas energías. La radiación es sensible a la carga *Ze* de la partícula y por tanto permite identificar iones pesados relativistas.**

2. Identificación de partículas y de iones pesados relativistas (cont.)

- *Otra técnica de identificación* es a partir de la medida de la ionización específica o pérdida de energía por unidad de longitud ***(dE/dx)*** asociada a la medida de la cantidad de movimiento ***p***.





☑ **<u>La identificación es posible para energías ≤ varios GeV</u>. Por encima de estos valores las partículas presentan ionización al mínimo.**

2.1. Desarrollo histórico del efecto Cherenkov

1910:	Primeras observaciones por Mme. Curie.
1926-29:	Mallet descubre que se trata de un espectro continuo.
1934-38:	Cherenkov descubre la radiación, sus resultados concuerdan con la teoría electromagnética clásica desarrollada por Frank y Tamm (1937). Los tres reciben el premio Nobel en 1960.
1940:	Ginsburg desarrolla una teoría cuántica que describe el efecto.
1947:	Aparece el fotomultiplicador y la radiación Cherenkov empieza a utilizarse en los experimentos como técnica de identificación.
1951:	Jelley detecta partículas cargadas individuales.
1955:	Se escubre el antiprotón utilizando contadores Cherenkov diferenciales de radiador líquido.
1961:	Primeros contadores diferenciales gaseosos con resolución $\Delta\beta \approx 10^{-4}$.
1964:	Se alcanzan resoluciones $10^{-7} < \Delta\beta < 10^{-6}$.
1977:	Séguinot e Ypsilantis empiezan a desarrollar técnicas de fotodetección en el UV, que darán lugar al desarrollo de los **RICH** (**R**ing **I**maging **CH**erenkov), contadores Cherenkov de focalización circular.
1981-83:	Charpak, Sauli et al. en FNAL consiguen separar π-k a 200 GeV/c.
Recientemente:	En LEP y SLC la técnica funciona y se identifican partículas entre 1-30 GeV/c.
Futuro próximo??:	LHC (CERN), se espera separar π-k entre 2-300 GeV/c para una tasa de interacciones de 10^{8} s^{-1}.

II.- Las bases de la técnica

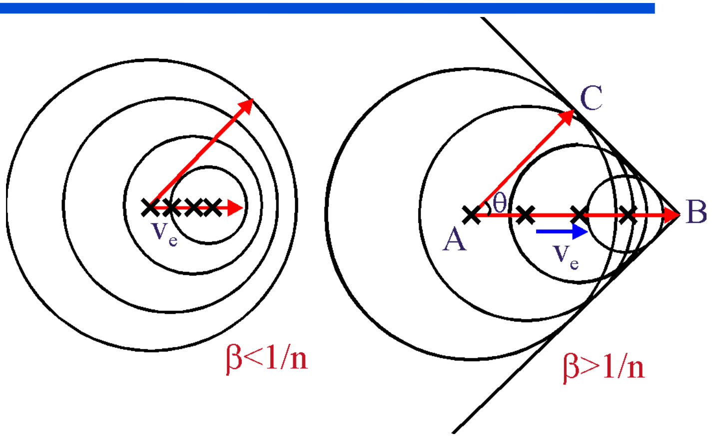
- **La Radiación de Cherenkov:** Una partícula cargada atravesando un medio de índice de refracción **n** y con velocidad **v**, superando a la de la luz en dicho medio (**c/n**), emite radiación de Cherenkov.
  - La detección adecuada de dicha radiación y de sus propiedades permite llevar a cabo la identificación de la partícula.
  - La condición umbral para la detección se expresa como: $\beta_{th} = \dfrac{v_{th}}{c} \geq \dfrac{1}{n}$
  - El ángulo de emisión aumenta con la velocidad de la partícula y alcanza su valor máximo cuando $\beta = 1$.

3. La formación de la radiación Cherenkov

- En el caso general, las ondas esféricas emitidas por cada elemento de la trayectoria interferirán destructivamente.
  - ***Lejos de la trayectoria el campo será nulo.***
- Cuando la velocidad de la partícula sea mayor que la de la luz en el medio puede ocurrir que las ondas interfieran en fase.

$$v_e > c/n \quad \Rightarrow \quad \beta > 1/n$$

  - ***Lejos de la trayectoria el campo resultante es ≠ 0.***
  - ***Existe interferencia constructiva en cada punto de la trayectoria***



Esquema de *Huygens* que muestra la coherencia de las ondas esféricas emitidas cuando la velocidad de la partícula es superior a c/n.

- La partícula recorre **AB** con velocidad βc en el mismo tiempo **Δt** en el que la onda se propaga de **A** a **C** con velocidad ***c/n***.
  - La onda de choque que se forma se emite con un ángulo θ definido por:

$$\cos\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{(c/n)\,\Delta\tau}{\beta c\,\Delta\tau} \rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\beta n}$$

→ **Ecuación de Cherenkov**

La ecuación se obtiene también mediante la *electrodinámica clásica*, a partir de la energía radiada por una densidad de corriente (partículas que se mueven en el medio) en un dieléctrico homogéneo.

La perturbación del campo eléctrico en el átomo genera un momento dipolar eléctrico que emite radiación electromagnética.

  - La distribución de la energía radiada tiene su máximo (abrupto) en el ángulo polar definido por:

$$\theta = \arccos(1/\beta n)$$

3.1. Límites angulares de la radiación

- En *física clásica*, la expresión de Cherenkov se escribe como: $\theta = \arccos(v_m / v_e)$
  - La velocidad de la partícula ($\mathbf{v}_e$) puede ser mucho mayor que la de propagación de la onda ($\mathbf{v}_m$), de modo que el ángulo de emisión de la onda de choque puede aproximarse a $\theta \approx$ **90º**. Sin embargo, en el *caso relativista* ($\beta \leq \mathbf{1}$) existe un **ángulo límite** de emisión.

- Dado un índice de refracción ***n*** existe un ***umbral*** por debajo del cual no existe radiación → $\beta_{th} = 1/n$

$$\theta_{th} = 0 \iff \frac{1}{\beta_{th}\, n} = 1 \Rightarrow \beta_{th} = \frac{1}{n} \Rightarrow \gamma_{th} = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

- En el límite $\beta = 1 \ (\gamma \to \infty)$ el ángulo θ tiende hacia un valor máximo → $\theta_{max} = \arccos(1/n)$

  - Cuando se trabaja con partículas elementales relativistas, suele ser conveniente utilizar γ en lugar de β para especificar la velocidad de la partícula → Para una partícula relativista de masa ***m***, se tiene que aproximadamente $\gamma \propto \mathbf{p}$

$$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{m} \approx \frac{p}{m} \quad \text{para} \quad p >> m \ , \ c = 1$$

    - La cantidad de movimiento se puede determinar a partir de la curvatura de la partícula cargada en un campo magnético: ***p = qRB***.
    - Midiendo ***p*** y γ se puede obtener un valor aproximado de la masa de la partícula y por tanto su identificación.

3.2. Consideraciones …

- Existe coherencia de las ondas radiadas si la longitud de la trayectoria (L=AB) es mayor que la longitud de onda λ. En caso contrario se produce difracción y la luz se distribuye en el intervalo angular $\delta\theta = \lambda / L \sin\theta$ en lugar de aparecer únicamente en el ángulo θ de la relación de Cherenkov.

- La radiación de Cherenkov existe en el dominio visible y UV (n > 1). No se produce para las longitudes de onda de los rayos X (n < 1), en este caso puede haber emisión de micro-ondas ($0.01 < \lambda < 1$ cm).

- La radiación de Cherenkov no es una radiación de excitación o de recombinación causada por la ionización generada por la partícula. Tampoco es una radiación de bremsstrahlung, la cual depende de la estructura microscópica del material ➔ **La radiación de Cherenkov es consecuencia de las propiedades macroscópicas del medio**.

4. La intensidad de la radiación

Ángulo de Cherenkov máximo y número de fotones emitidos para algunos radiadores gaseosos, líquidos y sólidos. Para una partícula (Z=1) con β=1.

Medio	n	θ (º)	N_γ (eV.cm)$^{-1}$	
Helio	1.000035	0.48	0.026	**GASES** Se necesitan grandes longitudes
Aire	1.000283	1.36	0.208	
Isobutano	1.00127	2.89	0.941	
Freon	1.233	35.8	126.6	**LÍQUIDOS**
Agua	1.33	41.2	160.8	
Cuarzo	1.46	46.7	196.4	**SÓLIDOS**
BGO	2.15	62.3	290	

5. Principio de detección

- El hecho de que el ángulo de emisión se relacione directamente con la velocidad de la partícula, permite:
  - ☞ Determinado ópticamente el ángulo
  - ☞ Conocido el índice de refracción

  } Determinar la velocidad de la partícula que atraviesa el medio y su dirección.

- El ángulo de emisión θ de la luz no está sujeto a fluctuaciones estadísticas y depende únicamente de n y β ➔ La medida de θ es un método preciso de medir β.

Las fluctuaciones de la intensidad afectan a la eficiencia pero **no a la precisión**

- Para partículas de altas energías, si además de β determinamos la cantidad de movimiento p (ej.: espectrómetro magnético) ➔ Podemos calcular la masa de la partícula y en consecuencia identificarla.

$$m = \frac{E}{\gamma} = \frac{p}{\beta\gamma} \quad \text{con} \quad \left\{ \begin{matrix} \gamma = (1-\beta^2)^{1/2} \\ c = 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{dm}{m} = \gamma^2 \frac{d\beta}{\beta} + \frac{dp}{p}$$

- Por tanto, un contador Cherenkov consiste en:
  - Un medio transparente (gaseoso, líquido o sólido) en el que se emite la radiación electromagnética.
  - Un detector electro-óptico asociado que se encarga de recoger la radiación y transformarla en pulsos eléctricos.

- Las magnitudes físicas que normalmente se determinan en los detectores Cherenkov son:
  - ☑ Si existe radiación o no
  - ☑ La cantidad de radiación producida
  - ☑ El ángulo θ de emisión de la radiación

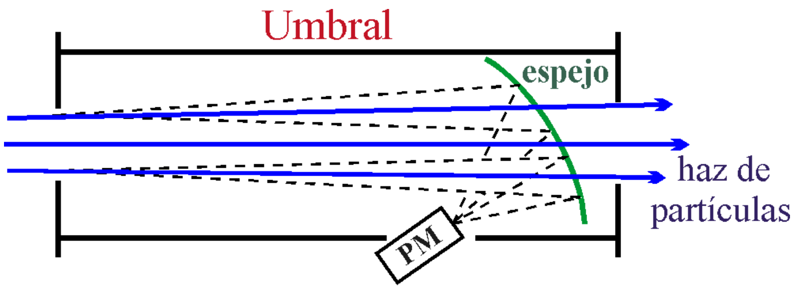
6. Tipos de contadores. Clasificación.

- La Física Experimental de AAEE utiliza diferentes tipos de contadores Cherenkov que difieren fundamentalmente en sus propiedades: mecánicas, ópticas y de diseño conceptual.
  - El índice de refracción se debe elegir en función del intervalo **[β, $\beta + \Delta\beta$]**
  - La óptica puede ser focalizante o no serlo (focalización por proximidad).
  - El fotodetector puede ser sensible o no a la posición del punto de impacto de los fotones.
- Se clasifican en tres grupos:
  - Régimen umbral
  - Diferenciales
  - **RICH** (**R**ing **I**maging **CH**erenkov)

6.1. Contadores Cherenkov en régimen umbral

- Se basan en la existencia o no de luz ➔ no se mide θ .

Dos partículas diferentes, con la misma ***p*** poseen diferente velocidad: puede que una de ellas emita radiación y la otra no.



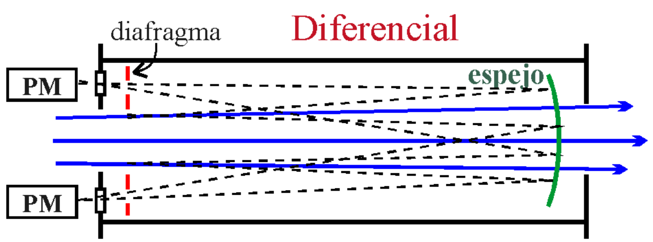
- Aún emitiendo radiación, la intensidad (número de fotoelectrones) será distinta ➔ La luz puede ser detectada por PMs y medida con ADCs.
- Debido a las fluctuaciones estadísticas de la intensidad el método de identificación no es muy bueno.

6. Tipos de contadores. Clasificación. (cont.)

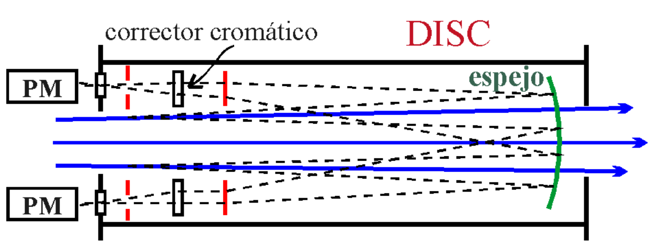
6.2. Contadores diferenciales

- Sólo son sensibles a la radiación emitida en un pequeño intervalo **[θ , θ + dθ]**.

  - La clasificación de las partículas se obtiene mediante un diafragma situado delante de los fotodetectores (en general PMs).



- Los contadores diferenciales se utilizan en general para la clasificación de las partículas de un haz.
- La aceptancia angular y de espacio de fases es muy reducida.

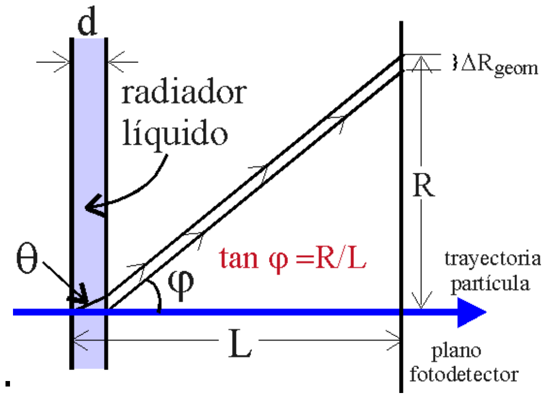


- Los contadores **DISC** (**D**ifferential **I**sochronous **S**elf **C**ollimating) corrigen aberraciones ópticas y cromáticas.

6. Tipos de contadores. Clasificación. (cont.)

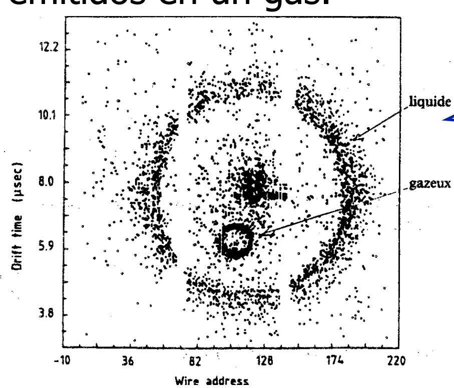
6.3. Contadores RICH

- Miden la cantidad de luz emitida y el ángulo θ de emisión de la radiación con gran aceptancia angular en el espacio de fases de las partículas que se pretende identificar.
  - Medida directa de la velocidad de la partícula (o de p si se conoce m).
  - Recordar que el ángulo θ no está sujeto a fluctuaciones estadísticas.
  - Se producen aberraciones cromáticas y ópticas (punto 10).
    - Por ser : $\frac{dm}{m} = \gamma^2 \frac{d\beta}{\beta} + \frac{dp}{p}$ ➔ la técnica es difícil de aplicar a medida que aumenta la velocidad de las partículas.

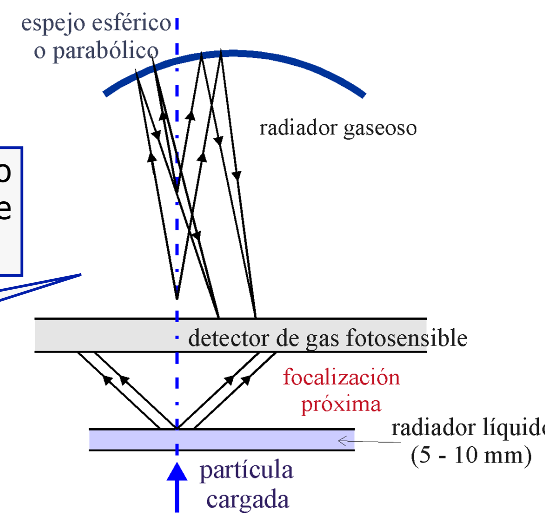


- La técnica más sencilla es la focalización por proximidad (*proximity focusing*).
  - En este tipo de contadores los fotones emergen paralelamente, existiendo diferentes técnicas de focalización. Se utiliza con radiadores líquidos y se consigue un elevado número de fotones.

- Otra técnica es la focalización mediante espejos ➔ Se obtienen anillos de fotoelectrones al focalizar mediante un espejo esférico fotones del UV emitidos en un gas.



Imágenes obtenidas con π de 10 GeV/c atravesando el fotodetector perpendicularmente. El anillo grande corresponde al radiador líquido.



Principio de operación de un contador RICH utilizando un radiador gaseoso focalizado y un radiador líquido delgado.

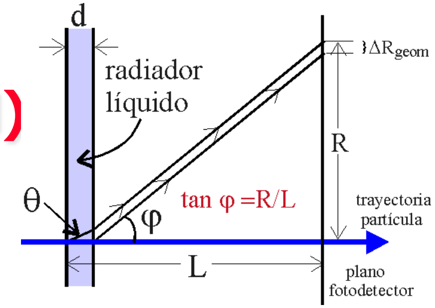
7. Formación de la imagen de la radiación de Cherenkov

7.1. Radiadores delgados (Sólidos o Líquidos)

- Si la emisión de luz por unidad de longitud **(dN_γ/dL)** debida al paso de una partícula cargada en un medio radiador es suficientemente grande (caso de radiadores sólidos o líquidos) ➔ se puede determinar θ proyectando la luz emitida por un radiador delgado sobre la superficie de un fotodetector situado a una distancia ***L*** (ver focalización por proximidad).
  - Conocida la trayectoria de la partícula
  - Midiendo el impacto de la luz en el fotodetector

  ➔ $\tan\varphi = \dfrac{R}{L}$ ➔ **θ se determina por geometría**

    - La precisión $\Delta\theta$ viene caracterizada por la relación **d/L** (d : espesor de radiador) y se puede minimizar añadiendo un espejo focalizador.
    - Esta técnica se utiliza fundamentalmente en los contadores diferenciales para la identificación de haces.

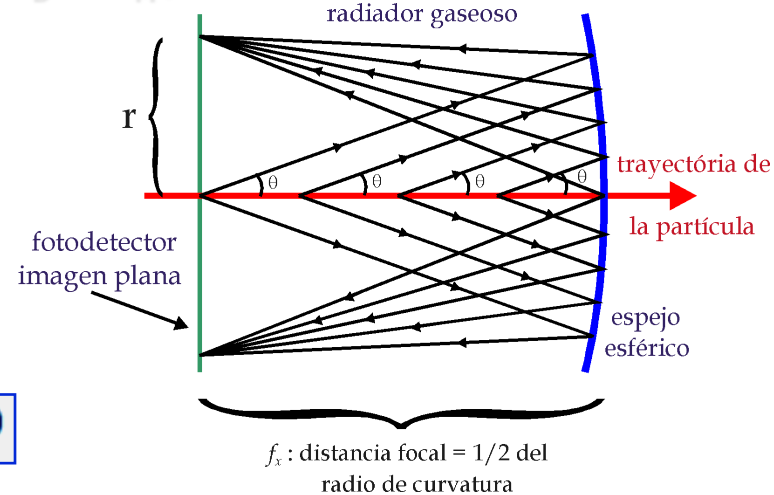


7.2. Principio de formación de imagen anular (RICH)

- Cuando la emisión de luz por unidad de longitud es pequeña (gases), conviene:
    - Aumentar la longitud del radiador.
    - Focalizar la luz para tener una buena resolución geométrica.
  - La emisión de luz está direccionada según el ángulo θ alrededor de la trayectoria de la partícula.
  - Si la trayectoria es rectilínea, la luz se puede reflejar en un espejo esférico cóncavo y focalizarla en un punto a la mitad entre el espejo y su centro de curvatura.

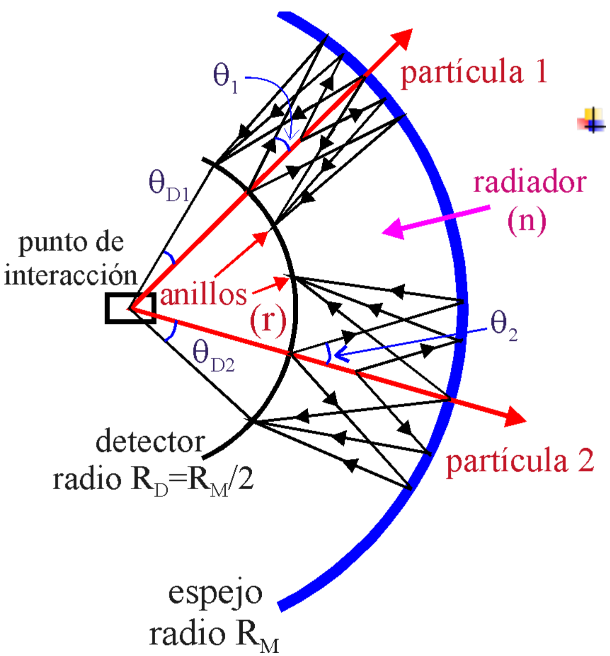
7. Formación de la imagen de la radiación de Cherenkov (cont.)

- El detector debe estar ubicado en el plano focal del espejo ➔ **$R_D = R_M / 2 = f$**



- La luz de Cherenkov emitida en el ángulo θ se focaliza por el espejo sobre el detector, formando un anillo de radio ***r***.
  - La condición de focalización sólo es válida para θ pequeño.
  - En caso contrario se producen aberraciones y se pierde resolución.
    - A primer orden, para $R_M >> r \Rightarrow \theta_D \approx \theta$

$$\boxed{r = f \cdot \tan\theta}$$



- El anillo es circular para partículas que inciden según el eje óptico del detector, en caso contrario la imagen es más o menos elipsoidal, pudiendo llegar a ser paraboloides abiertos cuando las partículas inciden con cierta inclinación ➔ Pérdida de aceptancia acimutal.
  - Si se conoce el centro de la imagen se puede calcular ***r*** para cada fotón detectado. De lo contrario el centro de la imagen y ***r*** deben ser calculados simultáneamente.
  - Se trata de encontrar por mínimos cuadrados el círculo que mejor se ajusta a los datos y así determino θ.
    - Conocido ***n*** y para θ pequeño

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta \approx r/f \\ \beta = \dfrac{1}{n\cos\overline{\theta}} \approx \dfrac{1}{n\sqrt{1 - r^2/f^2}} \end{array} \right.$$

8. Resolución Δβ/β de un detector y poder separador

Resolución:

- El error en β a partir del error en el ángulo viene dado por: $\beta = \frac{1}{n\cos\theta} \Rightarrow \frac{d\beta}{\beta} = \tan\theta \cdot d\theta$

  - Supongamos que experimentalmente detectamos N fotones asociados a una partícula y cada uno de ellos determina el ángulo de la radiación de Cherenkov con una precisión $\Delta\theta_1$.

    ¿Cuál es el error en la determinación del ángulo y de la velocidad de la partícula?

    - El número total de fotones detectados: $N = N_0 L \sin^2\theta$ (**N_0** : factor de mérito)
    - El error para un fotón detectado: $\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_1 = \tan\theta \cdot \Delta\theta_1$

    Por ser: $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \sqrt{\frac{N}{N_0 L}}\, n\beta$ ➔ $\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_1 = \sqrt{\frac{N}{N_0 L}} \cdot n\beta \cdot \Delta\theta_1$

El error en el ángulo no depende del número de fotones, por lo tanto el error en beta tampoco

  - Si detectamos **N fotones**, todos con error $\Delta\theta_1$, el error global:
    - ☑ $\Delta\theta = \frac{\Delta\theta_1}{\sqrt{N}}$ ➔ Si el centro de la imagen se conoce por otro método.
    - ☑ $\Delta\theta = \frac{\Delta\theta_1}{\sqrt{N-2}}$ ➔ Si los dos parámetros que determinan el centro han de ser determinados por los fotones de Cherenkov.
    - ☑ Para **N grande**: $\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_N = \frac{\beta n}{\sqrt{N_0 L}}\Delta\theta_1$ o bien: $\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)_N = \frac{\gamma^2\beta^3 n}{\sqrt{N_0 L}}\Delta\theta_1$ en función de γ.
  - De lo cual se deduce que: si $\Delta\theta_1$ es la precisión angular con la que se determina un fotón, estas resoluciones son el límite (las más pequeñas) que se pueden alcanzar detectando muchos fotones.

8. Resolución $\Delta\beta/\beta$ de un detector y poder separador (cont.)

Poder separador:

- Ya vimos que dados: **p** , **m $_1$** y **m$_2$** ➔ $\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)_{m_1,m_2} \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p^2}$

Principio de identificación de partículas por el método Cherenkov .

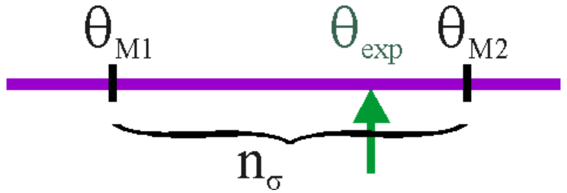
- **p** se determina por la curvatura de la partícula en un **B**.
- β se mide por el ángulo de emisión de la radiación.
  - Se deben llevar a cabo **HIPÓTESIS** de que la partícula detectada es de masa **m $_1$** o **m$_2$** para aceptar una hipótesis frente a la otra.
- Si ambas partículas tienen cantidad de movimiento **p** ➔ $\theta_{m_1} \neq \theta_{m_2}$ ➔ las velocidades son distintas.

$$\frac{\theta_{m_1} - \theta_{m_2}}{\Delta\theta} = n_\sigma$$

Número de desviaciones estándar que separan las posibles identificaciones de la partícula.

- **n$_\sigma$** se relaciona con la probabilidad o significado estadístico de la identificación efectuada.

Experimentalmente se obtiene un ángulo de emisión θ_{exp} que asigna una u otra identificación de acuerdo con una probabilidad.



¡¡¡Esta es la idea!!!!

8. Resolución $\Delta\beta/\beta$ de un detector y poder separador (cont.)

Pregunta a la inversa:

- Dadas las partículas de masas **m_1** y **m_2**, con velocidad β en un medio de índice de refracción **n**, si $\Delta\theta_1$ es el error típico en la determinación del ángulo de Cherenkov asociado a un fotón ¿Cuál es el límite en cantidades de movimiento para poder separar o identificar ambas partículas? ➔ **Cota máxima de p.**

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{\beta n}{\sqrt{N_0 L}} \Delta\theta_1 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \quad \Rightarrow \quad p^2 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2\beta n} \frac{\sqrt{N_0 L}}{\Delta\theta_1}$$

Si la identificación se hace con un nivel de significación dado por **n_σ** :

$$p^2_{m_1,m_2} = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2\beta n} \frac{\sqrt{N_0 L}}{(n_\sigma \cdot \Delta\theta_1)}$$

Límite máximo en **p** con que podemos separar dos partículas con el nivel de significación estadístico dado por **n_σ**

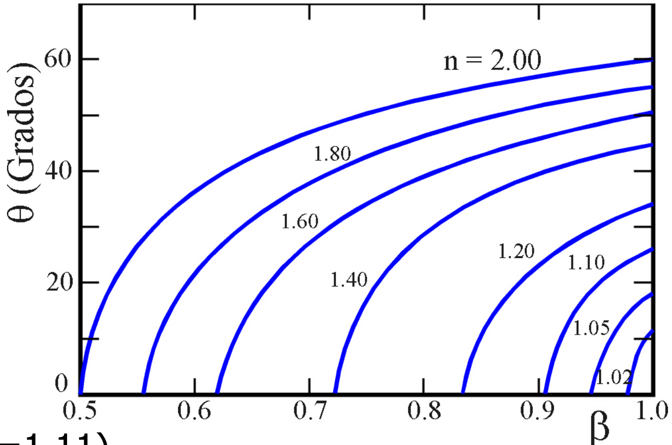
Ejemplo:

- Separación π **– k** en un haz de **p = 100 GeV/c** con **n_σ = 4.2**, en un radiador gaseoso **(βn ≈ 1)** con **L = 1 m** y **N_0 =100 cm^{-1}** .
    - **C.L. = 99 %** ➔ **1 %** de probabilidad de identificar π como **k**.
    - La precisión en la medida de $\Delta\theta_1$ por fotón ➔ **$\Delta\theta_1 \leq$ 260 mrad**.

9. Elección del material radiador

- **Un material radiador se caracteriza por** (Depende de la velocidad a medir elijo un índice n u otro) :
  - Su factor de Lorentz umbral: $\gamma_{th} = n / \sqrt{n^2 - 1}$
  - Su transparencia óptica en el intervalo **ΔE** de aceptancia en el fotodetector, la cual determina $\mathbf{N_0}$.
  - Su dispersión cromática **Δn** ➔ Contribuye al error Δθ.

El ángulo de la radiación se puede seleccionar eligiendo el radiador apropiado y su índice de refracción.
Cuando $\beta \to 1$ ➔ $\theta \to \theta_{max}$



- Los medios radiadores se clasifican en 4 categorías según el intervalo de su índice de refracción:
  a) $1 < n < 1.12$ ($\gamma_{th} > 2.15$)
    - Radiadores gaseosos (por debajo del punto crítico)
    - Líquidos criogénicos: He (n=1.031), Ne (n=1.099), H_2 (n=1.11).

  b) $1.12 < n < 1.35$ ($1.49 < \gamma_{th} < 2.15$)
    - Líquidos constituidos principalmente por fluoruros de carbono. A bajas temperaturas: CF_4, C_2F_6, C_4F_{10} . A temperatura ambiente: C_5F_{12}, C_6F_{14} .

  c) $n > 1.33$ ($\gamma_{th} < 1.52$)
    - Líquidos transparentes a la luz visible o cercanos al UV: agua (n=1.33), alcohol (n=1.38)
    - Hidrocarburos: propano, butano, isobutano, …

  d) $n > 1.46$ ($\gamma_{th} < 1.37$)
    - Radiadores sólidos transparentes a la luz visible: vidrio (n=1.51), plásticos, ...
    - Sólidos transparentes a la radiación UV: cuarzo fundido (n(7 eV) ≈ 1.59), cristales de CaF_2 (n(7 eV) ≈ 1.52), NaF , …

10. Calidad de imagen y error de medida

10.1. Radiadores gaseosos con óptica focalizante de espejo esférico

- Para todos los gases a presión atmosférica: **$n - 1 < 2 \times 10^{-3}$** y por tanto,

$$\theta^{(\infty)}(\beta = 1) = \theta_{max} = \sqrt{1 - 1/n^2} \cong \sqrt{2(n-1)} \cong 1/\gamma_{th}$$

- Los errores que contribuyen a la **determinación de θ** son:

a) Error cromático

- distribución no-uniforme de fotoelectrones en el intervalo **E**

b) Aberraciones ópticas

- Para un espejo esférico la relación ***$f = R_M / 2$*** sólo es válida para
  - Valores pequeños del parámetro de impacto **x** de la partícula ➔ ***$x = d / R_M$***
  - Pequeños ángulos de incidencia con respecto al espejo.

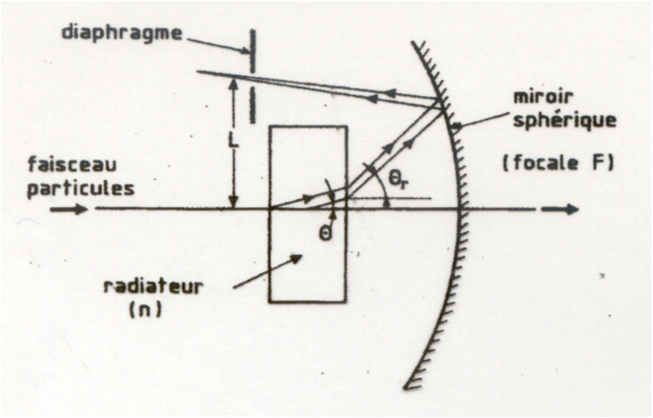
c) Error geométrico debido a la granularidad del fotodetector.

- Es el error debido al tamaño finito del detector
- Este error afecta a la calidad de la imagen y por tanto a la reconstrucción del ángulo. Además, se necesita conocer el punto de emisión del fotón, que en general es desconocido ➔ Se supone que se emite en la mitad de la trayectoria de la partícula.

d) Efecto del campo magnético y de la difusión múltiple.

- La trayectoria de la partícula en el radiador se desvía a causa del campo magnético; como consecuencia la imagen (el anillo) se distorsiona.

10.2. Radiadores sólidos o líquidos focalizados



- Técnica utilizada en contadores diferenciales para separar partículas de baja energía en haces secundarios.

$$\left.\begin{aligned} r &= f \cdot \operatorname{tg}\theta_r \\ n\sin\theta &= \sin\theta_r \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sin\theta = \frac{r}{n}\left[f^2 + r^2\right]^{-1/2}$$

(θ_r: ángulo de refracción)

  - **n** está indeterminado si no existe una óptica correctiva de las aberraciones cromáticas.

- Para un fotoelectrón el ángulo reconstruido: $\sin\theta_{rec} = \frac{r}{\bar{n}} \frac{1}{\sqrt{f^2 + r^2}}$ ($\bar{n}$: índice medio en la aceptancia del fotodetector)

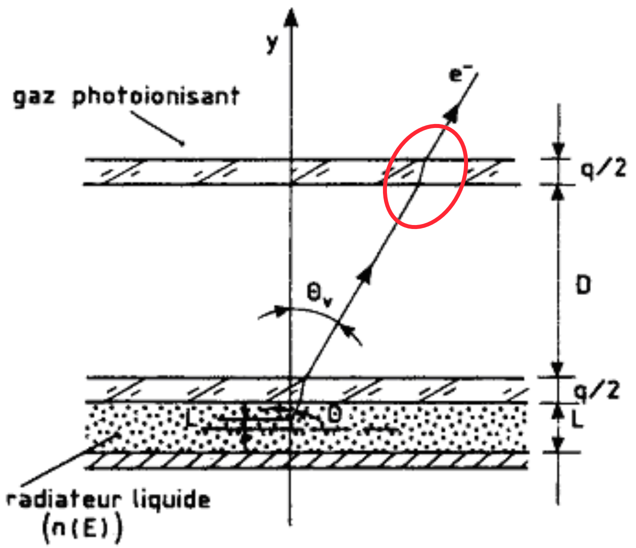
$$\sin\theta_{rec} = \frac{n}{\bar{n}}\sin\theta = \frac{1}{\beta\bar{n}}\sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \mapsto \cos\theta_{rec}\cdot d\theta_{rec} = \frac{1}{\bar{n}}\frac{dn}{\sin\theta}$$

  - Derivando y despejando se obtiene el error cromático: $\Delta\theta_{ch} = \frac{n}{\bar{n}^2}\frac{\Delta n}{\sin\theta_{rec}\cos\theta_{rec}} = \frac{\beta^2 n}{\operatorname{tg}\theta_{rec}}\Delta n$

    - Comparando con la expresión del error cromático para un gas focalizado ($\Delta\theta_{ch} = \frac{\Delta n}{n \operatorname{tg}\theta}$) se observa que el error es ahora $\beta^2 n^2$ veces mayor, pudiéndose escribir:

$$\Delta\theta_{ch} = \Delta\theta_{ch}^{(\infty)} \frac{1 - (1/\gamma^2)}{\left[1 - (\gamma_{th}^2/\gamma^2)\right]^{1/2}} \quad ; \quad \Delta\theta_{ch}^{(\infty)} = \gamma_{th}\cdot\Delta n$$

10.3. Radiadores líquidos (o sólidos) delgados no focalizados (focalización próxima) para detectores RICH)



- Radiador delgado (L ≈ 5 a 10 mm) (Ej.: C_6F_{14} líquido)
- Fotodetector a distancia D
- Origen de coordenadas: centro del radiador
  - Partícula según Y
  - Anillos en el plano XZ
  - θ , ϕ : ángulos polar y acimutal de emisión de los fotones.
    - ✓ $\phi = 0$ en el eje Z
    - ✓ $\cos\theta = 1/\beta n$

- Supongamos que se emite un fotón de Cherenkov a una distancia l , el cual se materializa en el punto (x, y, z) del gas fotodetector: $z = r\cos\phi$, $x = r\sin\phi$
  - El radio de la imagen del fotón: $r = \left(\frac{L}{2} - l\right)\mathrm{tg}\,\theta + q\,\mathrm{tg}\,\theta_q + \left(y - \frac{L}{2} - q\right)\mathrm{tg}\,\theta_v \quad \text{con} \quad 0 < l < L$
    - θ_q , θ_v : ángulos de emisión después de la refracción

$$n\sin\theta = n_q \sin\theta_q = \sin\theta_v$$

  - Se pueden obtener (θ, ϕ) en función de n , l y (x, y, z)

n, n_q, l ➔ valores que no están bien definidos

10.3. Radiadores líquidos (o sólidos) delgados no focalizados (focalización próxima) para detectores RICH) (cont.)

- Tomando: $n=\bar{n},\ n_q=\bar{n}_q,\ l=\bar{l}=L/2$, se obtienen los ángulos reconstruidos θ_{rec}, ϕ_{rec} , de modo que:

$$z = r\cos\phi_{rec} \quad ; \quad x = r\sin\phi_{rec}$$

$$r = \frac{L}{2}\operatorname{tg}\theta_{rec} + \frac{q\sin\theta_{rec}}{\sqrt{(\bar{n}_q/\bar{n})^2 - \sin^2\theta_{rec}}} + \frac{[y-(L/2)-q]\sin\theta_{rec}}{\sqrt{(1/\bar{n}^2) - \sin^2\theta_{rec}}}$$

- En el límite $L \to 0,\ q \to 0$ ➔ $r = \dfrac{y\sin\theta_{rec}}{\sqrt{(1/\bar{n}^2) - \sin^2\theta_{rec}}}$

- Definiendo: $d^2 = x^2 + y^2 + z^2 = r^2 + y^2$

$$\boxed{\sin\theta_{rec} = \frac{r}{\bar{n}d} \qquad \cos\theta_{rec} = \frac{1}{\bar{n}}\sqrt{\bar{n}^2 - \frac{r^2}{d^2}}}$$

10.3. Radiadores líquidos (o sólidos) delgados no focalizados (focalización próxima) para detectores RICH) (cont.)

- Errores que contribuyen a la **determinación de θ** :

Error cromático

- Coincide con el obtenido para el radiador focalizado: $\dfrac{d\theta_{rec}}{dn} = \dfrac{\beta^2 n}{\mathrm{tg}\,\theta_{rec}}$

(se obtiene derivando $\cos\theta_{rec}$, donde la dependencia en n está implícita a través de r^2/d^2)

$$\cos^2\theta = \frac{1}{\beta^2 n^2} = \frac{1}{n^2}\left(n^2 - \frac{r^2}{d^2}\right) \Rightarrow \frac{r^2}{d^2} = n^2 - \frac{1}{\beta^2} \Rightarrow \cos^2\theta_{rec} = 1 - \frac{1}{\overline{n}^2}\left(n^2 - \frac{1}{\beta^2}\right)$$

El hecho de que $d\theta_{rec}/dn$ (error cromático) sea $\beta^2 n^2$ veces mayor que el correspondiente a los radiadores gaseosos focalizados se debe esencialmente al efecto de la refracción.

10.3. Radiadores líquidos (o sólidos) delgados no focalizados (focalización próxima) para detectores RICH) (cont.)

Error geométrico debido:

a la resolución del fotodetector

al espesor finito del radiador

- Este error se debe a que el punto de emisión del fotón es desconocido

a la indeterminación del punto de materialización del fotón

Se debe a la incertidumbre en la profundidad de absorción del fotón en el gas