

Tema 5.- Leyes de los grandes números.

1.- Generador de números aleatorios gaussiano.

- a) Dada una variable aleatoria x distribuida uniformemente en el intervalo $[0,1]$, comprobar que la variable $t = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ se distribuye como una variable gaussiana con:

$$\mu = \frac{N}{2} \quad \sigma^2 = \frac{N}{12}$$

Tomar $N = 12$, calcular los valores de \bar{x} y s^2 , y comparar con los valores teóricos anteriores.

- b) Esto nos permite construir un generador de números gaussiano $N(0,1)$ a partir de un generador uniforme construyendo la variable:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^N x_i - \frac{N}{2}}{\sqrt{\frac{N}{12}}}$$

donde x_i es una variable uniforme entre $[0,1]$. Construir un histograma con 10000 entradas de dicha variable tomando $N = 12$. Calcular la media y la varianza de la distribución y comprobar que se cumple el Teorema del Límite Central.

- c) Demostrar que con dicho generador es imposible obtener valores de z fuera del intervalo $[-\sqrt{3N}, \sqrt{3N}]$:

2.- Estudio de la distribución uniforme

Mediante un generador de números aleatorios uniforme, generar 1000 números distribuidos en el intervalo $[0,1]$ y construir un histograma dividiendo dicho intervalo en 10 partes iguales.

- a) Calcular el valor medio y la desviación típica y comparar con lo que esperaríamos de una distribución uniforme:

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- b) Calcular el error del valor medio según el Teorema del límite central y comprobar si el valor medio obtenido está dentro de los límites de error.
c) Estudiar las fluctuaciones de cada *bin* y verificar que son las esperadas.

3.- (Obligatorio) Teorema del Límite Central (I)

Para comprobar el Teorema del Límite Central estudiaremos cómo evoluciona el valor medio de una serie de n observaciones a medida que aumentamos el valor de n . Para ello representaremos en una gráfica el valor de la media $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ en función del número n de observaciones. Los valores de las medidas los obtendremos generando números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo $[0,1]$. Obtener dos gráficas de manera que en la primera se representen los valores de las medias para valores de n desde 1 a 100, y en la segunda los valores de n desde 100 a 1000.

4.- (Obligatorio) Teorema del Límite Central (II)

Para comprobar el Teorema del Límite Central estudiaremos la distribución de los valores medios del siguiente modo: generamos 10 números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo $[0,1]$ y calculamos su valor medio. Para esta nueva variable, repetiremos el experimento 10000 veces y calcularemos el valor medio y la desviación típica. Representaremos los valores en un histograma donde podéis elegir el tamaño del *bin*.

- a) Comprobar que los resultados son los esperados de acuerdo con el Teorema del Límite Central.
- b) Repetir el experimento numérico tomando los valores medios cada 100 y cada 1000 números aleatorios.