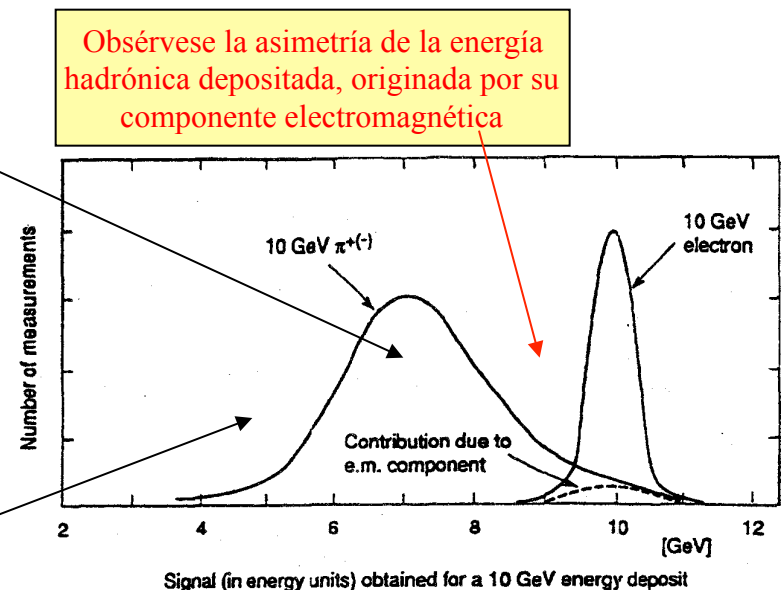


7. La cascada hadrónica

- En la formación de la cascada hadrónica juega un papel primordial la interacción fuerte de los hadrones con los núcleos del absorbente, que por su **complejidad**, conlleva la **dificultad intrínseca** de dicha cascada y en consecuencia de los calorímetros hadrónicos
- Los **calorímetros** son instrumentos cuya finalidad primera es la determinación de la energía de las partículas.
 - En la cascada electromagnética toda la energía transportada por la partículas se emplea finalmente en ionización del medio.
 - En la cascada hadrónica, una parte importante de la energía incidente se utiliza en la rotura de los núcleos del absorbente y en procesos que originan la denominada **energía invisible**, no detectable.

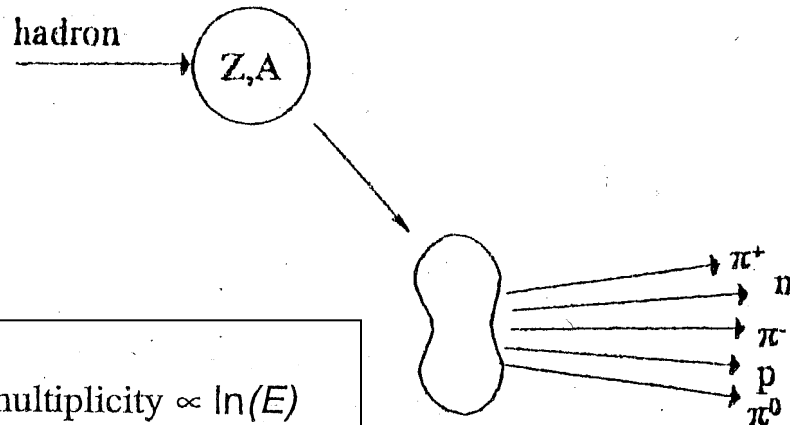
- **Consecuencia:** no sólo será peor la resolución energética de los calorímetros hadrónicos, en comparación con los electromagnéticos, sino que en aquellos la proporcionalidad energía depositada/señal recogida (**linealidad**) se obtendrá de forma natural, mientras que en los hadrónicos será una figura de mérito.

En la figura se presenta la diferente composición de la energía detectada para un π^\pm y un electrón de 10 GeV. **La diferencia observada origina la mayor limitación sobre la resolución energética de hadrones.**



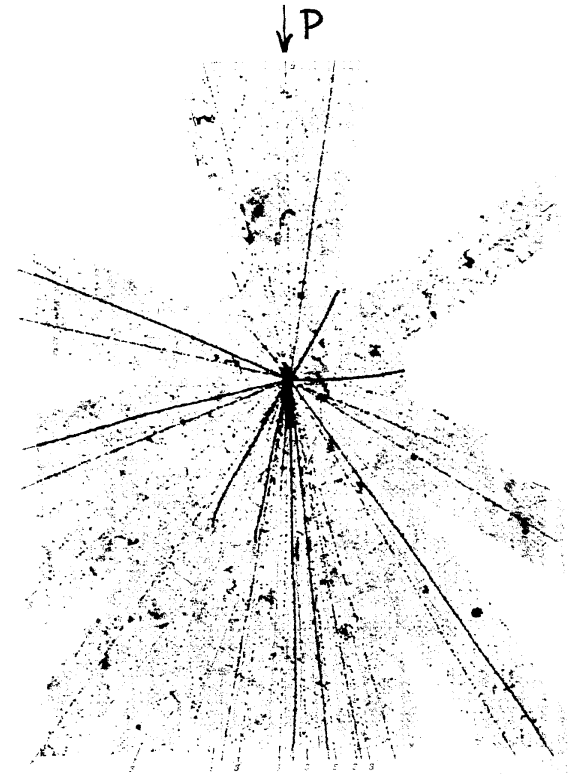
Procesos Fundamentales

- La fotografía adjunta → **interacción nuclear** de un p de alta energía sobre emulsión (Ag/Br).
 - **Se origina la excitación y ruptura del núcleo**
 - → fragmentos del núcleo, partículas secundarias relativistas, partículas eyectadas del núcleo.
- Una representación esquemática de la interacción fuerte (abajo) con las propiedades:
 - La multiplicidad de secundarios crece suavemente (con el \ln de la energía)
 - El momento transverso promedio adquirido por las partículas en la interacción fuerte es de unos 350 MeV/c



$$\text{multiplicity} \propto \ln(E)$$

$$p_t \approx 0.35 \text{ GeV/c}$$



Interacción de un protón energético sobre un núcleo pesado de emulsión fotográfica

Propiedades fenomenológicas de la interacción fuerte (papel fundamental en Casc. Had.).

- Descripción: Es habitual describir la **interacción de un hadrón de alta energía con un núcleo** en tres etapas distintas:
 - a) **La etapa rápida**, en que el hadrón incidente colisiona con el **tubo de materia nuclear** que encuentra a su paso. Se originan secundarios energéticos, (fundamentalmente **piones rápidos**) que salen del núcleo transportando gran energía. La multiplicidad de secundarios depende suavemente (\ln) de la energía incidente.
 - b) **La cascada nuclear**, constituida fundamentalmente por **nucleones pertenecientes al núcleo blanco**, con los que colisiona la partícula incidente, y que son extraídos del núcleo a velocidad intermedia.
 - c) **La evaporación y espalación del núcleo residual**: Se trata de una **etapa lenta** en que el **núcleo residual**, que adquiere por el choque una pequeña velocidad de arrastre y queda muy excitado, se desexcita y desintegra isotrópicamente (en su sistema de referencia), mediante la **emisión de γ 's, n, p** y fragmentos pesados. Eventualmente sufre la fisión nuclear. (Ver fotografía página anterior).

Propiedades (multiplicidad $\sim \ln E$, $p_t \approx 350 \text{ MeV}/c$)

- Para energías elevadas ($E > 1 \text{ GeV}$), la sección eficaz depende poco de la energía incidente y de la partícula de que se trate (p, n, K etc.).

$$\sigma_{\text{inel}} \approx \sigma_0 A^{0.7} \quad \text{con} \quad \sigma_0 \approx 35 \text{ mb}$$

- En analogía con el parámetro X_0 de la cascada electromagnética, se define una **variable de escala** λ_a denominada **longitud de absorción hadrónica** (prácticamente constante) y que no incluye la interacción elástica, como

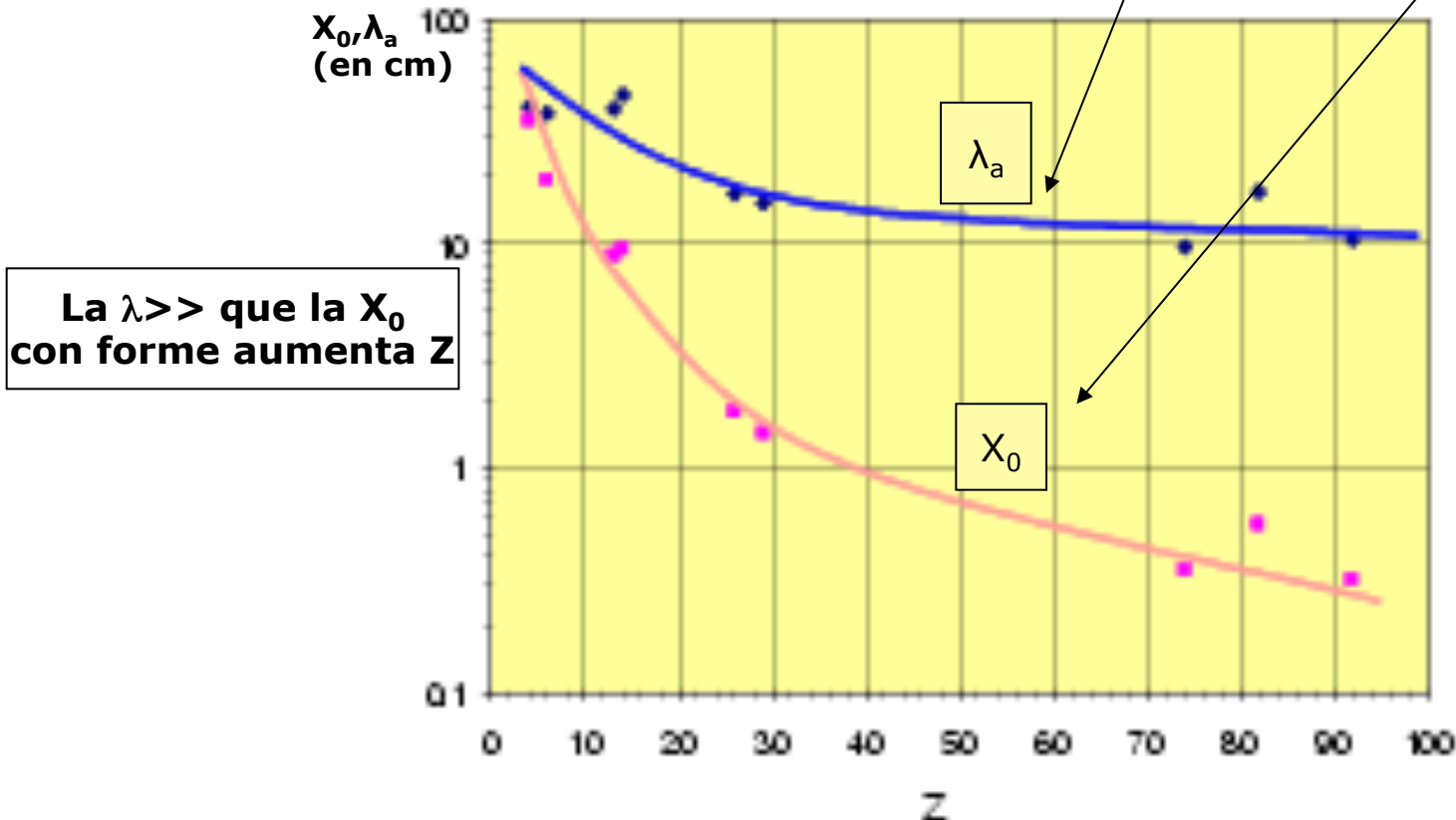
$$\lambda_a = \frac{A}{N_A \sigma_{\text{inel}}} \left[\text{en } \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right] \quad \text{o,} \quad \tilde{\lambda}_a = \frac{A}{N_A \rho \sigma_{\text{inel}}} \left[\text{en cm} \right] \rightarrow \boxed{\lambda_a \propto A^{1/3}}, \text{ ya que } \sigma_{\text{inel}} = \sigma_0 A^{0.7}$$

Fijarse en las unidades

De modo semejante se define una longitud total hadrónica de interacción como (incluyendo la elástica):

$$\lambda_{\text{int}} = \frac{A}{N_A \sigma_{\text{total}}} \left[\text{en } \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right] \propto A^{1/4} : \lambda_{\text{int}} < \lambda_a$$

- El parámetro λ_a en que sólo interviene la sección eficaz inelástica es muy superior a la longitud de radiación X_0 en materiales de Z elevado. Ejemplo: $U \rightarrow X_0 = 0.32 \text{ cm}$, frente a $\lambda_a = 10.5 \text{ cm}$. En la figura se presenta el parámetro λ_a , comparado con X_0 longitud de radiación



- La longitud de absorción total λ_{int} (en gr/cm^2) es proporcional a $A^{1/4}$
- La longitud de interacción inelástica (absorción) λ_a (en gr/cm^2) es proporcional a $A^{1/3}$

Tabla. Propiedades de materiales usados corrientemente en Calorimetría. Valores de las variables de escala: longitud de radiación, radio de Molière, longitud de interacción.

<i>Passive material</i>	<i>Z</i>	<i>Density</i> (g cm ⁻³)	ϵ_c (MeV)	X_0 (mm)	ρ_M (mm)	λ_a (mm)	$(dE/dx)_{mip}$ (MeV cm ⁻¹)
C	6	2.27	83	188	48	381	3.95
Al	13	2.70	43	89	44	390	4.36
Fe	26	7.87	22	17.6	16.9	168	11.4
Cu	29	8.96	20	14.3	15.2	151	12.6
Sn	50	7.31	12	12.1	21.6	223	9.24
W	74	19.3	8.0	3.5	9.3	96	22.1
Pb	82	11.3	7.4	5.6	16.0	170	12.7
²³⁸ U	92	18.95	6.8	3.2	10.0	105	20.5
Concrete	-	2.5	55	107	41	400	4.28
Glass	-	2.23	51	127	53	438	3.78
Marble	-	2.93	56	96	36	362	4.77

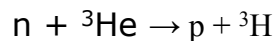
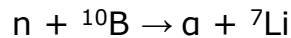
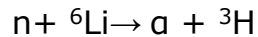
<i>Active material</i>	<i>Z</i>	<i>Density</i> (g cm ⁻³)	ϵ_c (MeV)	X_0 (mm)	ρ_M (mm)	λ_a (mm)	$(dE/dx)_{mip}$ (MeV cm ⁻¹)
Si	14	2.33	41	93.6	48	455	3.88
Ar (liquid)	18	1.40	37	140	80	837	2.13
Kr (liquid)	36	2.41	18	47	55	607	3.23
Xe (liquid)	54	2.95	12	24.0	42	572	3.71
Polystyrene	-	1.032	94	424	96	795	2.00
Plexiglas	-	1.18	86	344	85	708	2.28
Quartz	-	2.32	51	117	49	428	3.94
Lead-glass	-	4.06	15	25.1	35	330	5.45
Air 20°, 1 atm	-	0.0012	87	304 m	74 m	747 m	0.0022
Water	-	1.00	83	361	92	849	1.99

Ver en PDG 2010,
Página 302-303
tabla completa

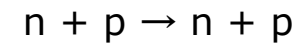
Interacción de neutrones

- Son partículas neutras → interaccionan sólo fuertemente con el absorbente (o decaen débilmente $\tau \approx 15'$) → partículas cargadas detectables.
- Los neutrones se termalizan mejor con absorbentes ligeros (con compuestos de H).
- Los procesos dominantes para los n, son:

□ a) $E_n < 20 \text{ MeV}$



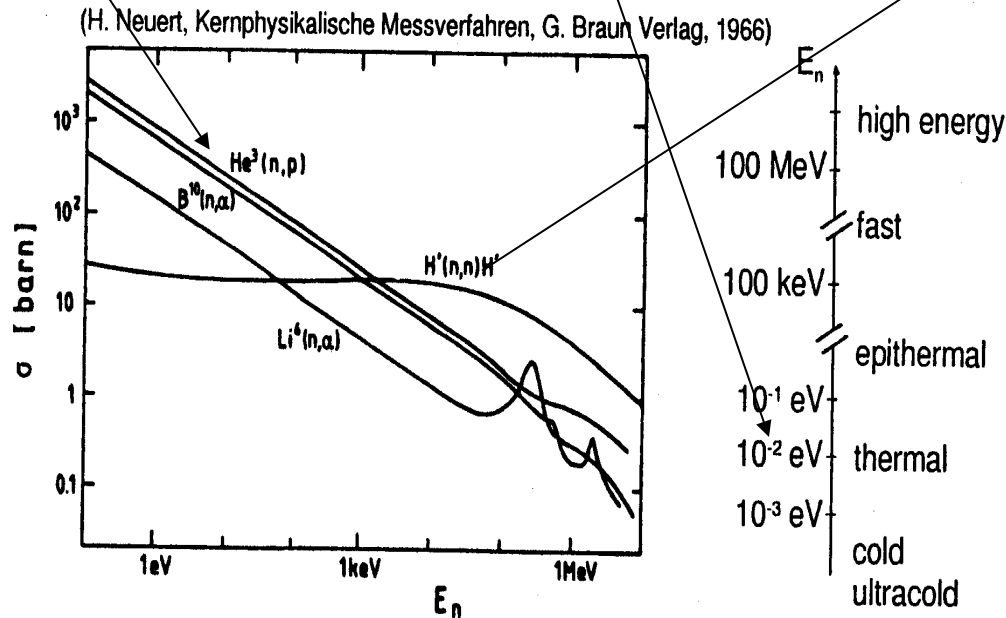
b) Para energías $E > 1 \text{ GeV}$, el proceso dominante es



c) Los neutrones pueden originar además:

□ La fusión inducida de materiales fisibles

□ Cascadas hadrónicas.



Interacciones de neutrinos

- **Los neutrinos** se caracterizan por su extremadamente **pequeña sección eficaz** → sólo interactúan débilmente.

- Posibles reacciones de detección son:

$$\bar{\nu}_\ell + p \rightarrow \ell^+ + n, \text{ con } \ell = e, \mu, \tau.$$

$$\nu_\ell + n \rightarrow \ell^- + p, \text{ con } \ell = e, \mu, \tau.$$

Realmente
vemos
el lepton

- La sección eficaz de la reacción vale **10^{-43} cm^2** , por nucleón.
- La eficiencia de detección (aproximación de blancos delgados) es:

$$\varepsilon_{\text{det}} = \sigma \cdot N_{\text{sup}} = \sigma \cdot \rho \frac{N_A}{A} d$$

- Así, los neutrinos al atravesar un m de Fe tienen una probabilidad de interacción de 5×10^{-17} .

- **En consecuencia:**

- La detección de neutrinos requiere detectores muy masivos
- Los neutrinos producidos en la cascada hadrónica escapan del medio, sin depositar energía

- En los experimentos actuales (con colisionadores como el LHC), los detectores presentan geometría de 4π sterad lo que permite detectar indirectamente los neutrinos (cámaras de muones, lepton resultante de la reacción):

- **Se suma toda la energía y momento visibles y se atribuye la energía faltante y el momento a los neutrinos producidos (LO QUE SE UTILIZA EN ATLAS Y CMS)**

Propiedades de la interacción hadrónica

- La etapa rápida es desde el punto de vista fenomenológico la responsable del desarrollo de la cascada hadrónica, conceptualmente semejante a la cascada electromagnética, si bien caben precisar las siguientes diferencias:
 - la multiplicidad de secundarios en cada colisión aumenta en promedio con el $\ln E$ (GeV) y es **sensiblemente superior a dos (recordar modelo de Rossi para la casc. Elec.)**.
 - Se producen **partículas neutras** de diversa índole, tales como n , K^0 's, etc, que pueden propagarse a distancias relativamente grandes del punto de inicio de la cascada. En particular los n pueden escapar del detector y contribuyen a engrosar la **energía invisible**.
 - **Se producen π^0 's y η 's** que **originan cascadas electromagnéticas**: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ (38%) y $\eta \rightarrow 3\pi^0$ (32%). La tasa de producción de estas partículas depende de la energía, y lo que es mas relevante, su producción sufre de **importantes fluctuaciones** suceso a suceso (**Empeoran la resolución**).
 - En consecuencia, **la fracción de energía hadrónica/electromagnética** depende de la energía y exhibe fluctuaciones intrínsecas importantes.
 - La cantidad de momento transversal promedio que adquieren las partículas en una colisión hadrónica (**~ 350 MeV**), es muy superior a la adquirida en la interacción e.m. \Rightarrow **mayor extensión transversal**.
- La etapa lenta consume una buena parte de la energía incidente de la partícula convirtiéndola en **energía invisible**, y es a su vez la mayor responsable del bajo rendimiento de la colisión fuerte en comparación con la e.m. en la producción de señal detectable.

En Resumen:

En los **procesos hadrónicos** se produce un **estado final de multipartículas**, con un momento transversal promedio $\langle p_T \rangle \sim 350$ MeV/c y una inelasticidad de $k \approx 0.5$. Una parte importante de la energía es transportada por las **leading particles** rápidas (partículas neutras) y emitidas muy hacia adelante. Los **secundarios son fundamentalmente piones y nucleones**, con una multiplicidad que depende suavemente con la Energía (como $N \propto \ln E$).

7.1 La componente electromagnética de las cascadas hadrónicas

- En las interacciones hadrónicas se generan π^\pm , π^0 's, (también η 's), que se desintegran mediante los **procesos** $\pi^0, \eta \rightarrow \gamma\gamma(\gamma) \rightarrow$ la existencia de **componente electromagnética** en la cascada hadrónica.
- **Modelo simple**: Imaginemos, que en la primera interacción se produce aproximadamente $1/3$ de π^0 's, que en la segunda de los $2/3$ restantes que interaccionan se produce también $1/3$ de π^0 's, y así sucesivamente. Tras **n generaciones** tendremos:

$$\begin{array}{l}
 \text{primera generación } f_{\text{em}} = \frac{1}{3} = f_{\pi^0} \quad f_h = \frac{2}{3} \\
 \text{segunda generación } f_{\text{em}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{9} \quad f_h = \frac{4}{9} \\
 \text{tercera generación } f_{\text{em}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{27} \quad f_h = \frac{8}{27}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{primera generación} \\ \text{segunda generación} \\ \text{tercera generación} \end{array}} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} f_{\pi^0} = \frac{1}{3} \\ f_{\text{em}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^n \quad f_h = \left(1 - \frac{1}{3}\right)^n \end{array}$$

- La proporción de componente de energía e.m. aumenta suavemente con el número de generaciones y decrece la componente hadrónica.
- El número n de generaciones depende de la energía incidente. Una evaluación simple se puede basar en:
 - Las **generaciones** prosiguen hasta que la **energía promedio** de las partículas es inferior al **umbral de producción** (E_0)
 - El **número total** de π^0 's producidos es **proporcional a E**
 - La **multiplicidad** de π^0 's producidos en cada generación es **constante** y de valor promedio $\langle m \rangle$.
- La fracción de energía electromagnética, en este modelo, crece de acuerdo con una **ley de potencias**.
- **Fallos:** el factor $f_{\pi^0} = \frac{1}{3}$ **sobrevalorado**, $\langle m \rangle$ no es constante pues decrece (*ln*) con la energía etc

Modelo de Gabriel (componente electromagnética)

- Gabriel et al. dan una expresión general (ajustable) para la fracción f_{em} de la forma

$$f_{em} = 1 - \left(\frac{E}{E_0} \right)^{(k-1)}$$

- La fracción f_{em} aumenta suavemente con la energía E de la partícula
- La fracción f_{em} disminuye con el valor E_0 de la "energía umbral"
- k es menor que la unidad y E_0 es de orden de 0.7-1.5 GeV

- Donde E_0 representa un **factor de escala** que corresponde con la energía necesaria (umbral) para la producción de un π^0 .
- El exponente $(k-1)$ se relaciona con la multiplicidad promedio $\langle m \rangle$ de partículas producidas por interacción y la fracción f_{π} . En efecto, estos parámetros se relacionan como:

$$1 - f_{\pi^0} = \langle m \rangle^{(k-1)} \rightarrow k = 1 + \frac{\ln(1 - f_{\pi^0})}{\ln \langle m \rangle} \quad (*)$$

- La relación entre ambas expresiones (modelo simple y de Gabriel) se puede ver en, (donde $f_{\pi^0} = 1/3$):

$$f_{em} = 1 - (1 - f_{\pi^0})^n \quad f_h = (1 - f_{\pi^0})^n$$

Modelo Simple

- Si E_0 corresponde a la energía promedio para la producción de un π^0 , la **fracción E/E_0** representa el número total de piones que, en ausencia de componente f_{em} en la cascada, se producirían en una cascada iniciada por un hadrón de energía E . Este número total, en el modelo simple vale $\langle m \rangle^n$, de modo que la ec de Gabriel se puede escribir

$$f_{em} = 1 - \langle m \rangle^{n(k-1)}$$

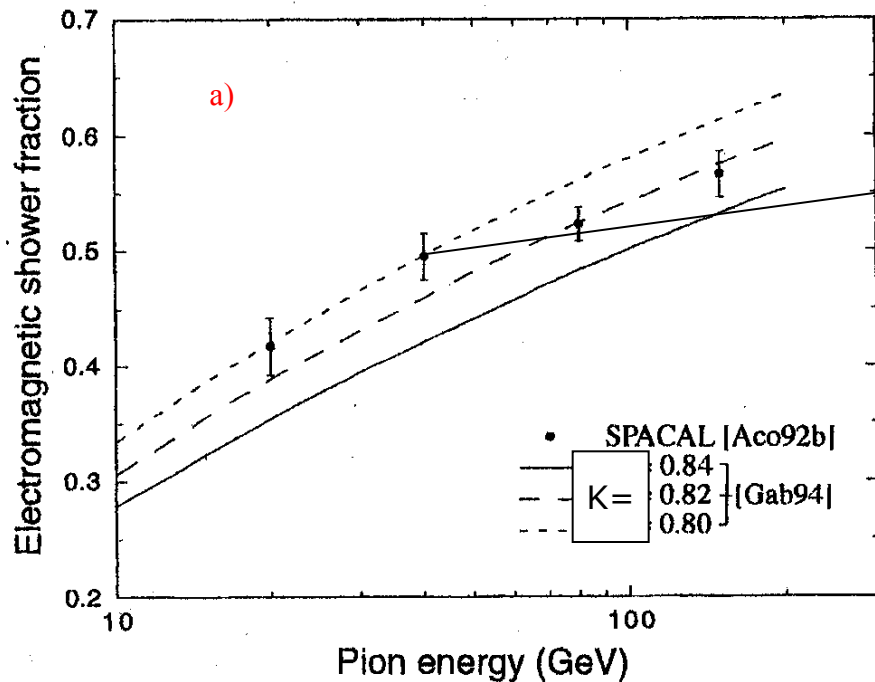
Modelo Gabriel

- Que pone de manifiesto la relación que existe entre los dos modelos, dada la relación existente entre los parámetros f_{π} , $\langle m \rangle$ y k . (En efecto, la sustitución del valor de k anterior (*), reproduce el modelo simple de f_{em}).
- El **exponente k** define la **dependencia con la energía** de la fracción f_{em} , y queda determinado por dos parámetros: la fracción promedio de π^0 's producidos f_{π} y la multiplicidad promedio por interacción $\langle m \rangle$, (ver (*)).

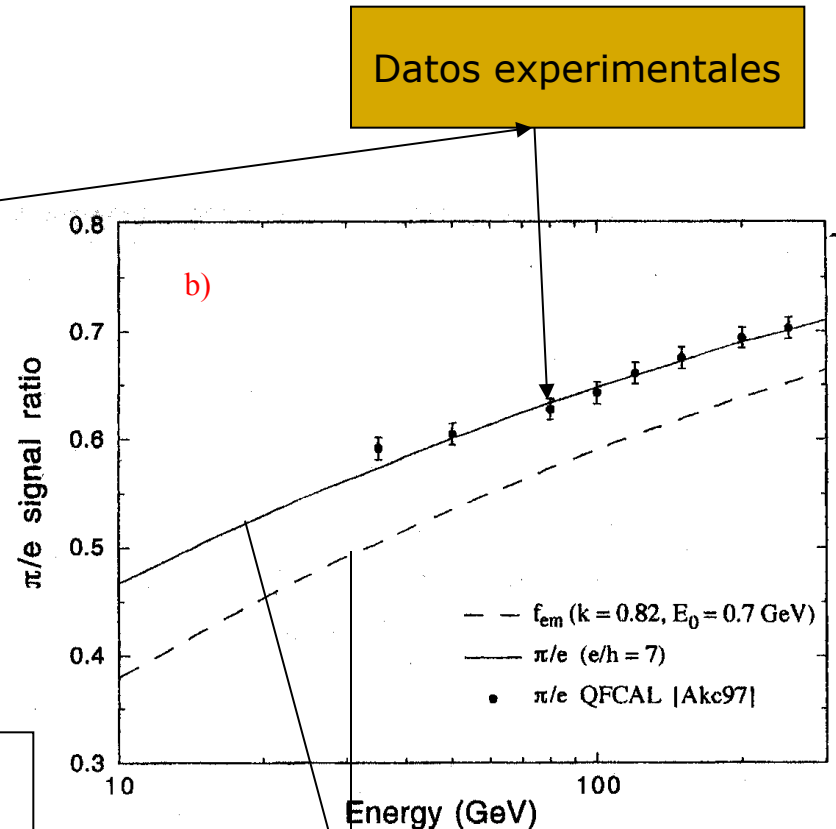
- A su vez, la **escala global de la fracción de energía em originada, queda determinada por el número de piones producidos por unidad de energía**, es decir la inversa del parámetro E_0

- Ver Figuras:

- a) **Fracción de energía electromagnética** inducida por piones en el calorímetro SPACAL de fibra/Pb. K varía entre 0.8 y 0.82. $E_0 \sim 1.3$ GeV (para el Pb).
- b) Relación de señales π/e . **La curva a trazos representa la proporción de la componente electro magnética calculada según el modelo de Gabriel.** La línea continua representa la señal π/e calculada con dicho modelo y ajustada a los datos experimentales.



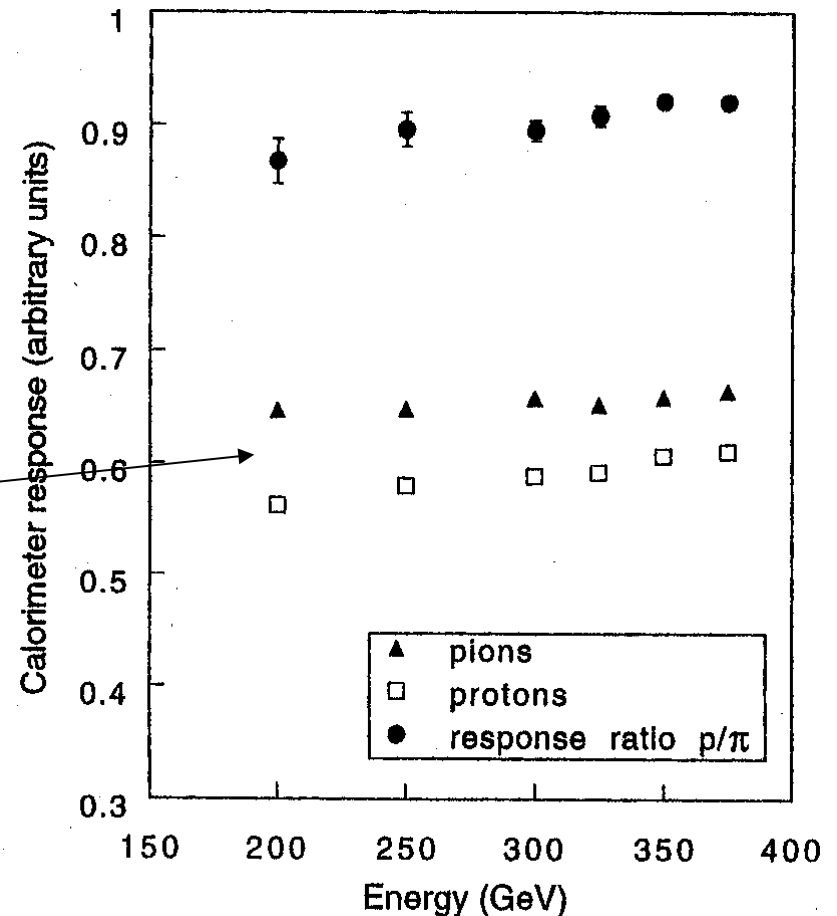
Mayor energía del pión, mayor Parte de energía electromagnética
(lo visto en la transparencia anterior)



Relación de señales p/ π (PUNTO IMPORTANTE EN CAL. HAD.)

- Un resultado interesante es la diferencia entre la señal producida por p y π de la misma energía. La explicación se halla en la **leading particle** de las interacciones hadrónicas y en la **conservación del número bariónico**. (Wigmans página 60,61) que se traduce en una fracción menor de piones producidos y en consecuencia en una componente electromagnética sensiblemente menor → menor señal para los p que los π

Cascadas inducidas por protones contienen en valor medio una componente electromagnética más pequeña que las inducidas por piones a la misma energía



Otras características de la cascada hadrónica

Energía perdida por un hadrón (mip),
entre dos interacciones*

Dependencia en Z. No existe proporcionalidad (en función de Z del absorbente) entre el recorrido de interacción λ_a de las partículas y su pérdida de energía por ionización en dicho recorrido. En consecuencia, y en función del material, las pérdidas de energía entre colisiones serán muy diferentes, afectando al número de generaciones producidas y en consecuencia a la fracción de energía electromagnética (ver tabla 2.2).

Table 2.2 Ionization energy loss of minimum ionizing hadrons in various absorber materials.

Absorber	Z	dE/dx (mip) (MeV g ⁻¹ cm ²)	λ_a (gr·cm ⁻²)	ΔE (MeV)
Carbon	6	1.745	86.3	49.5
Aluminum	13	1.615	106.4	65.9
Iron	26	1.451	131.9	90.9
Copper	29	1.403	134.9	96.2
Tin	50	1.264	163	129
Tungsten	74	1.145	185	162
Lead	82	1.123	194	173
Uranium	92	1.082	199	184

(*) Mal calculada por Wigmans

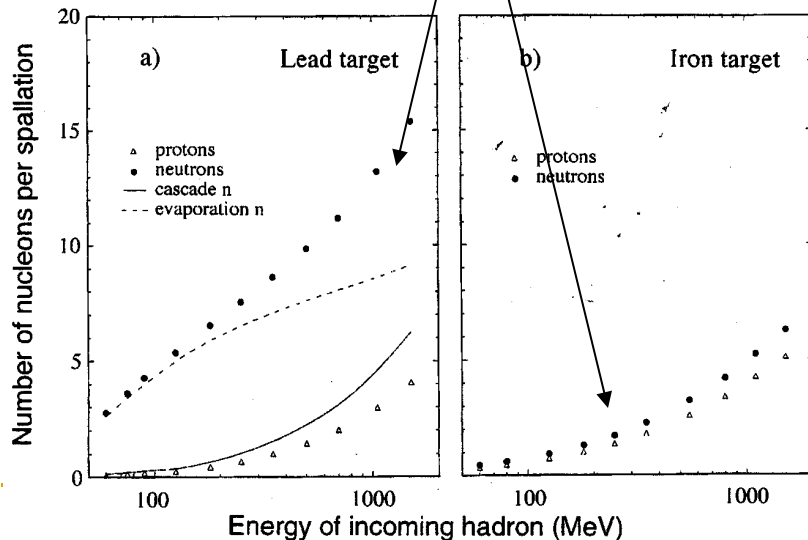
En resumen, al seno de la **interacción hadrónica** hay que considerar los siguientes procesos, muchos de los cuales originan las fluctuaciones en la energía medida y la generación de **energía no visible**. Ver tabla.

**Pérdida de linealidad
y resolución**

Reacción	Propiedades	Influencia en la resolución energética	Tiempo característico (s)	Longitud característica (gr cm ⁻²)
Producción de hadrones	$N \approx A^{0.1} \ln s$ $k \approx 0.5$	Tasa de producción de π^0 's	10^{-22}	$\lambda \approx \lambda_0 A^{1/3}$ $\lambda_0 = 35 \text{ gr cm}^{-2}$
Desexcitación nuclear	$E_{\text{evap}} \approx 10\%$ $E_{\text{enla}} \approx 10\%$ $E_{\text{n rap}} \approx 40\%$ $E_{\text{p rap}} \approx 40\%$	E_{enla} invisible. Mala respuesta a n.	10^{-18} - 10^{-13}	Energía no visible
Decay de π 's y μ 's	$E_{\nu, \mu} \approx 5\%$	E_{ν} perdida	10^{-8} - 10^{-6}	$> \lambda$
Decay de c, b	$E_{\nu, u} \approx 1\%$	E_{ν} perdida	10^{-12} - 10^{-10}	$< \lambda$

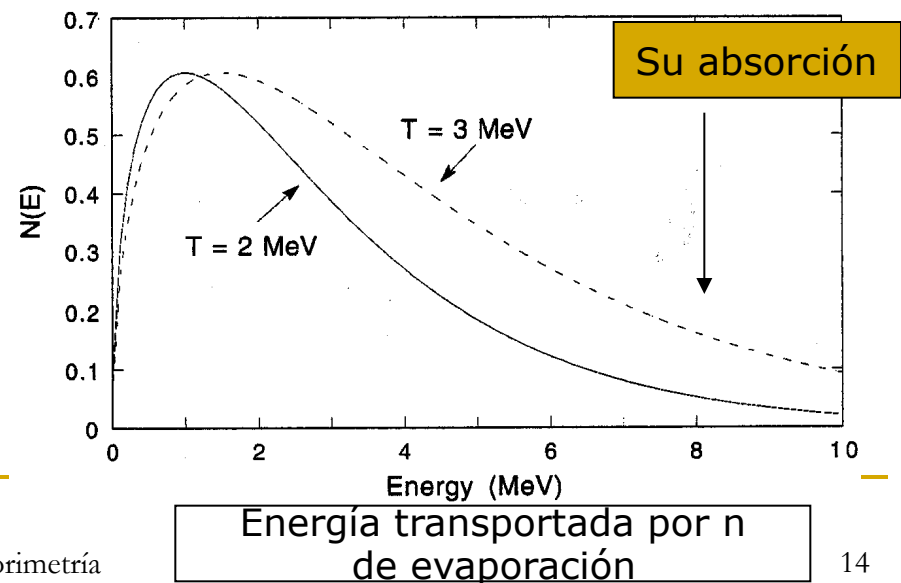
7.2 Los neutrones en la cascada hadrónica

- Pueden ser producidos en todas las fases descritas en la interacción nuclear: la rápida, intermedia y la de evaporación.
- Los n de las dos primeras fases los denominamos **n de cascada** (E mayor)
- Los n de la fase lenta reciben el nombre de **n de evaporación** (E pequeña)
- Es de resaltar en la figura el elevado número de n emitidos, sobre todo en la fase de evaporación (barrera de Coulomb)
- Los n de cascada continúan el proceso de interacción fuerte → cascadas secundarias



- Los n de evaporación, favorecidos por la barrera de Coulomb, transportan una gran cantidad de energía, aunque su energía típica es de unos pocos MeV.
 - Su absorción es muy diferente a la de los n de cascada y a la del resto de partículas → utilización en calorimetría
 - Su espectro de energías obedece a la distribución de Maxwell, con una temperatura típica $T \approx 2$ MeV. (figura)
- Los n se termalizan (colisiones elásticas con ligeros) y son finalmente capturados/se desintegran

$$\frac{dN}{dE} = \sqrt{E} \exp(-E/T)$$



7.3 Perfiles de la cascada hadrónica

Desarrollo longitudinal y transversal de las **cascadas hadrónicas** a diferentes energías y sobre medios diferentes:

propiedades

- **Propiedades de escala** en la distribución longitudinal de energía en función del recorrido libre medio λ_a
- El **máximo de la distribución de energía** se encuentra en las primeras longitudes de interacción.
- Las **distribuciones transversales** dependen fuertemente de la profundidad del shower, como en la cascada e.m. Como allí, son distribuciones relativamente estrechas para el core (de $0.1 \lambda_a$ a $0.5 \lambda_a$) dependiendo de la profundidad.
- El parámetro FWHM (el core), dominado por la componente energética de la cascada, exhibe una clara **propiedad de escala**.
- El cilindro que contiene el 90-95 % de energía, en el que se incluye la componente de energías intermedias de la cascada, no exhibe propiedades de escala, y se extiende considerablemente lejos del core. ($R \sim 1 \lambda_a$).
- Una vez alcanzado el máximo, la cascada hadrónica se extingue exponencialmente con un parámetro característico de atenuación λ_{att} .

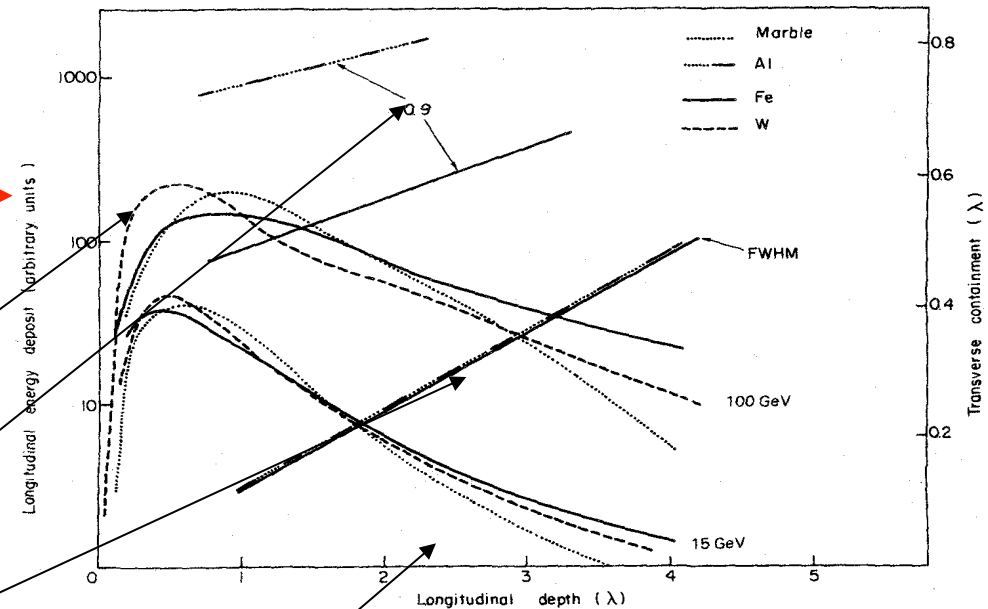


Figura: Desarrollo longitudinal de la cascada hadrónica (coordenada izquierda) en diferentes materiales, mostrando leyes de escala aproximadas en la longitud de interacción λ_a . Las distribuciones de la cascada son medidas desde el vértice inicial de la cascada y por ello están más picadas que las que se obtienen con relación a la cara inicial del calorímetro.

Desarrollo transversal de la cascada: también se observan propiedades de escala en λ_a para el core estrecho del desarrollo (FWHM). Sin embargo, el cilindro que contiene el 90% de la energía es mucho más ancho y no exhibe propiedades de escala. Ver C. Fabjan. Calorimetry in high energy physics.

Parametrización de la cascada hadrónica

Las medidas experimentales/simulaciones son consistentes con los siguientes datos:

- El máximo de la cascada, medida desde el inicio del calorímetro, vale:

$$t_{\max}(\lambda_a) = 0.2 \ln E \text{ (GeV)} + 0.7$$

para materiales de elevado Z, el valor puede ser ligeramente menor.

- La contención longitudinal del 95% de energía se puede parametrizar como:

$$L_{0.95}(\lambda_a) \approx t_{\max} + 2.5 \lambda_{att}$$

donde λ_{att} describe la extinción exponencial de la cascada después del máximo. Es interesante saber que λ_{att} depende de la energía como

$$\lambda_{att} \approx \lambda_a (E \text{ GeV})^{0.13}$$

Esto significa que la profundidad de un calorímetro que contenga el 99% de la energía depositada por π^+ de 210 GeV ha de ser de 8 o 9 λ_a

- La contención transversal del 95% de la energía del shower se realiza en un radio $R_{0.95} \approx 1 \lambda_a$ y no exhibe propiedades de escala con λ_a

En consecuencia,

Los dos parámetros que rigen el desarrollo longitudinal de una cascada hadrónica son pues λ_a y λ_{att} en la parte multiplicativa (más energética) y en la extinción respectivamente.

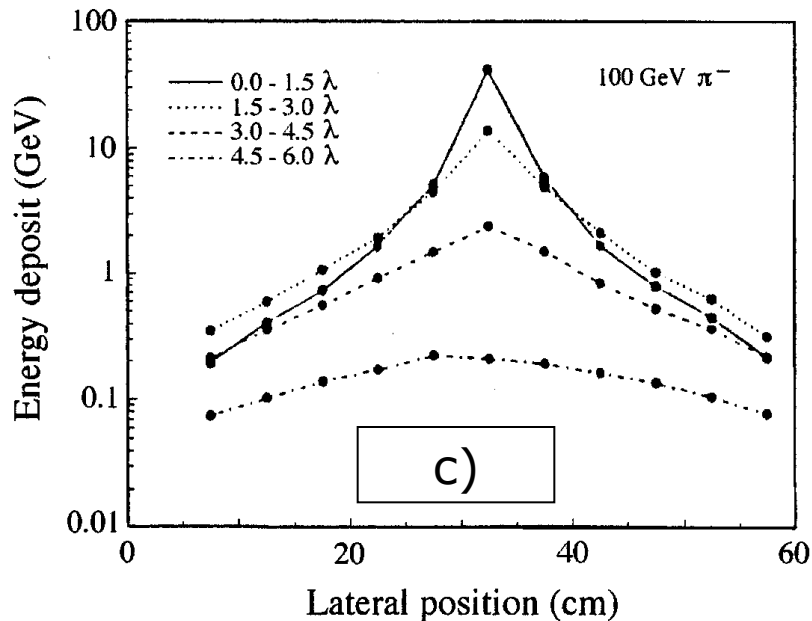
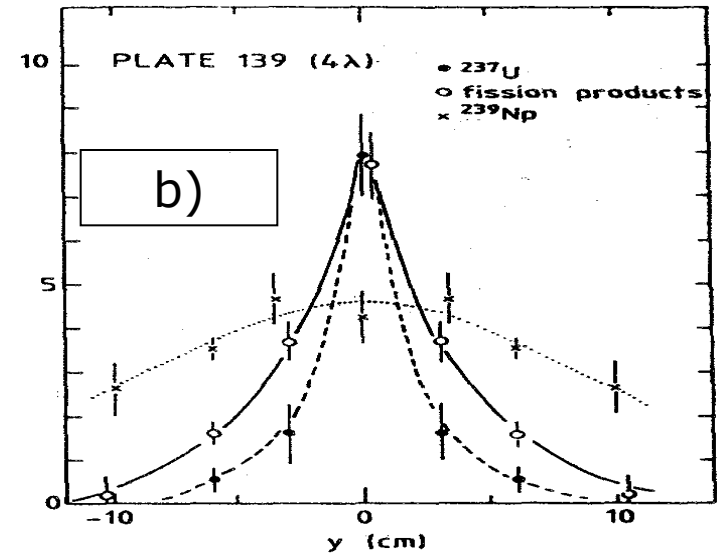
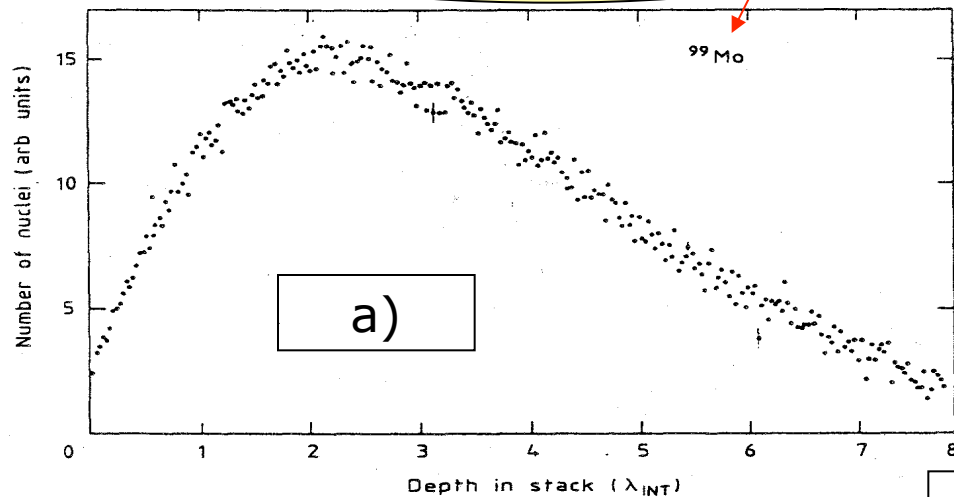
Para la mayor parte de los calorímetros la contención transversal de energía al nivel del 90% se realiza en un **radio de 1 λ_a** .

Un modo de estudiar el desarrollo de la cascada es usar material fisionable como el Uranio (problema es que es Caro) y estudiar a diferentes profundidades las diferentes reacciones inducidas. Ej. Captura neutrónica (\rightarrow Np, Neptunio), productos de fisión (^{99}Mo , Molibdeno) o reacciones de transferencia.

Ver figuras página siguiente



^{99}Mo es producto de la absorción de piones de alta energía



● ^{99}Mo (Molibdeno) es un producto de fisión del U, con umbral de 1,5 MeV \rightarrow distribución espacial de n no termalizados.
 • El $^{238}\text{U}(\gamma, n)^{237}\text{U}$ da el perfil de los γ 's energéticos
 • El ^{239}Np procede de la captura de n termalizados por parte del ^{238}U

- a) Perfil longitudinal de cascadas nucleares para π incidentes de 300 GeV en un bloque de U. El perfil se obtiene por la actividad inducida en el U. Las ordenadas son las cuentas registradas para un determinado nuclido producido en la cascada. Dado que se producen diferentes nuclidos radiactivos (ej ^{99}Mo) por los diferentes tipos de partículas presentes en la cascada hadrónica, este tipo de gráficas da información valiosa sobre el desarrollo detallado de la cascada
- b) Misma lectura, pero para el desarrollo transversal de la cascada.
- c) Expansión lateral de la energía con la profundidad