4. Mecanismos básicos (cascada electromagnética)
4.1 Interacción de electrones.
Pérdida de energía por ionización.

- Pérdida de energía por ionización:
  - Incluye sólo la ionización
  - **Fórmula de Bethe y Bloch**, válida para partículas de $m \geq m_\mu$.
  - Electrones y positrones → tratamiento especial, por: ($m_{pro} = m_{blan}$)

Fórmula de Bethe para electrones (Libro: Leo técnicas Experimentales)

$$\rightarrow \left\langle -\frac{dE}{d\chi} \right\rangle = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{2m_e c^2\gamma^2\beta^2}{I^2}T_{máx} - \beta^2 - \frac{\delta}{2}\right]$$

Efecto de densidad

  - $dE/d\chi$ en MeV g^{-1} cm^2. (longitud reducida: $\chi = \rho x$)
  - $dE/d\chi$ depende sólo de β, independiente de m.
  - La fórmula considera sólo transferencias de energía que:

$I \leq dE \leq T_{máx}$ $\quad I:$ *potencial medio de excitación*

Aproximado: $I \approx I_0 Z;\ I_0 = 10\,eV$; *I es propio de cada elemento*

Energía máxima transferible

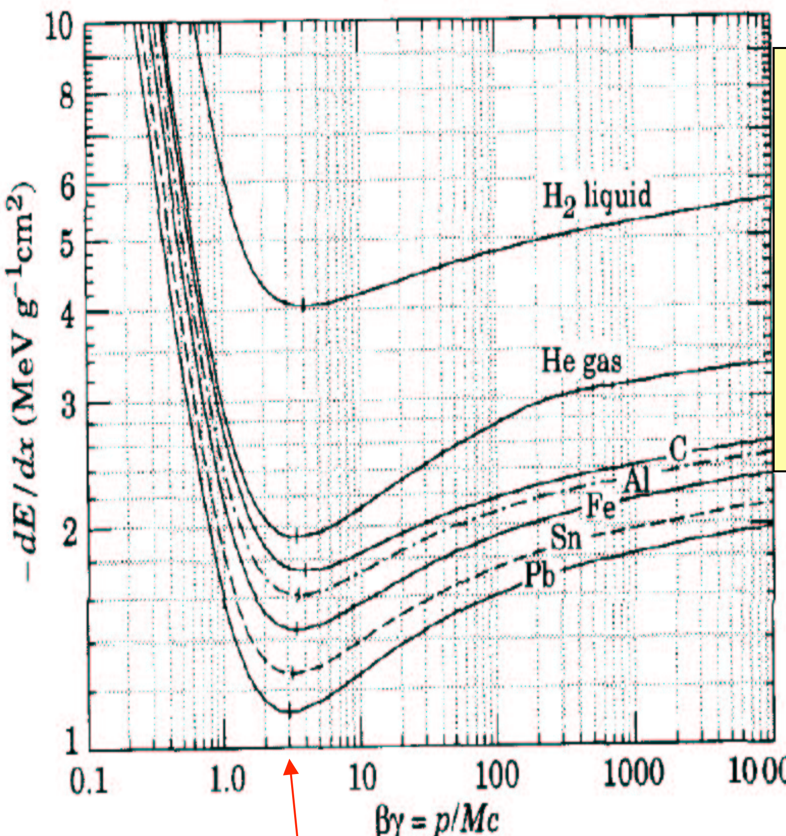
  - Mejor estimación→ $I(eV) = (9{,}76 + 58{,}8\,Z^{-1{,}19})\,Z$

$$\frac{dE}{dx} = \rho\frac{dE}{d\chi} \rightarrow \rho\frac{N_A}{A}$$

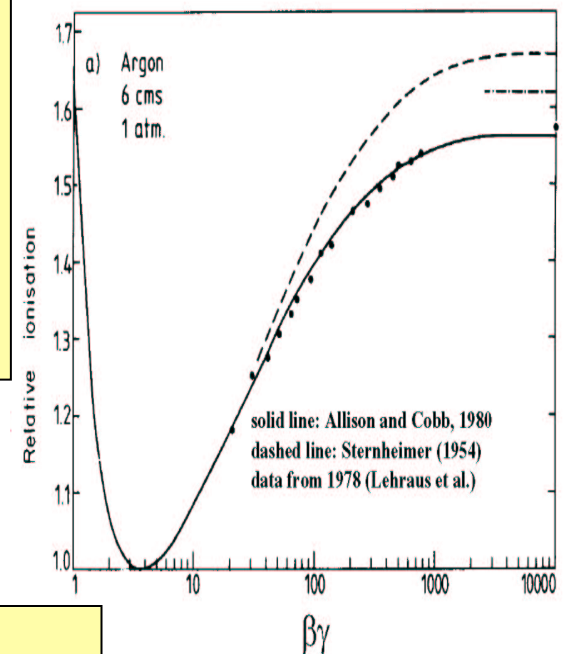
Es la densidad de centros difusores del blanco

  - Figuras →

Pérdida de energía de las partículas en función de su momento, para diferentes materiales



Z/A no difiere mucho para los diversos elementos excepto para el H



Pérdida de energía en función del recorrido reducido: $\frac{dE}{d\chi}$

El mínimo se halla para βγ~3, es decir partículas relativistas de β~0.94

1) A energías no relativistas, domina el término ($1/\beta^2$)

2) **Se alcanza un mínimo de Ionización (mip)**

3) A energías relativistas domina el término creciente relativista (δ)

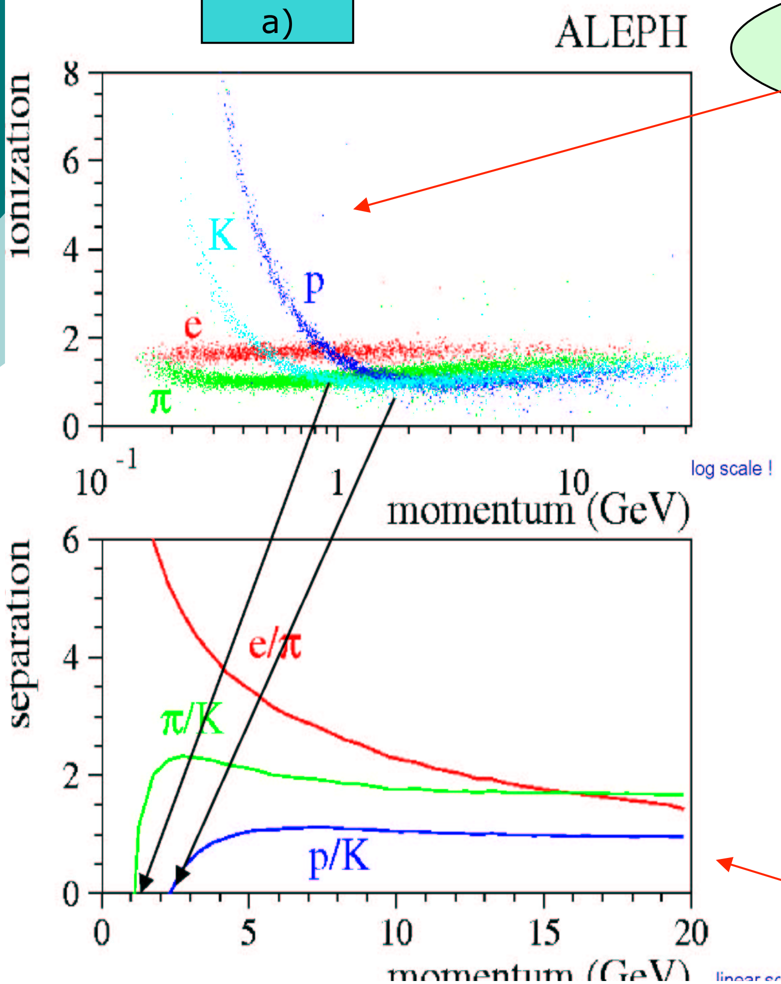
Propiedades Ionización (Interpretación de la fórmula y figuras):

- Para un medio determinado, depende sólo de la velocidad de la partícula (β)
- Las partículas lentas ionizan más (ver figura anterior, energías no relativista).
- Depende de $z^2 \rightarrow$ aumenta mucho para iones
- Partículas lentas → elevada pérdida de energía → (saturación?)
- dE/dx decrece como $1/\beta^2$, factor cinemático.
- Mínimo de ionización para $\beta\gamma=3$ → definición de **m.i.p.** (minimum ionizing particle)
- Valor típico de pérdida de energía (m.i.p.): $dE/d\chi \sim 2\,\mathrm{MeV}\ \mathrm{g}^{-1}\ \mathrm{cm}^{-2}$
- Aumento Relativista: **término ln γ^2**. Atribuido a la expansión relativista del campo eléctrico transverso→ contribución de colisiones más distantes.
- Plateau: aumento relativista cancelado por "*efecto densidad*". Apantallamiento de átomos distantes por polarización del medio: parametrizado por **δ** (mayor efecto en sólidos y líquidos).

Figura

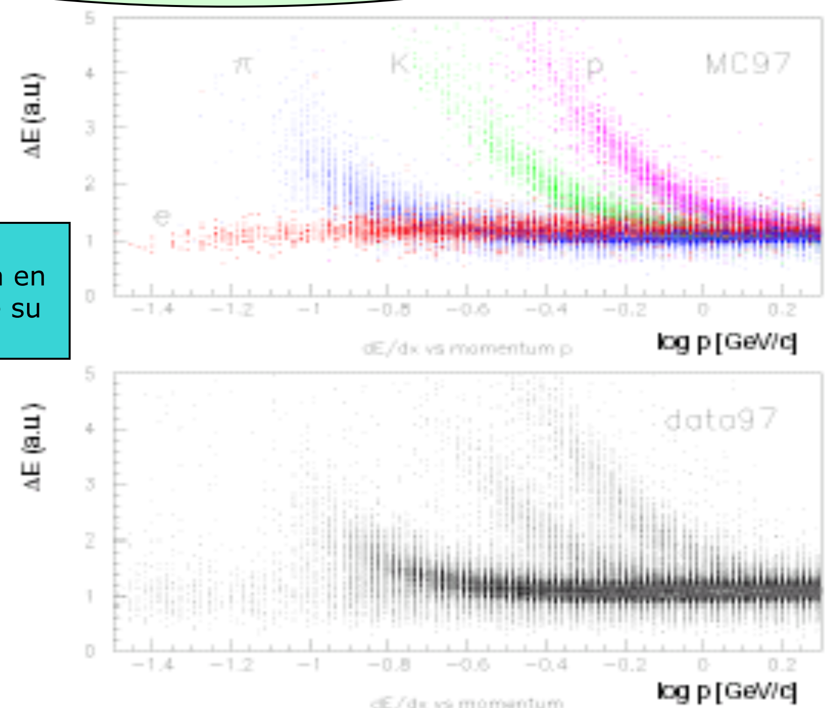
Ejemplos de aplicación:
a) TPC de Aleph. Gas: Ar/CH_4 90/10 . $N_{muestras}$=338. Resolución=5% para mip's.
b) Detector de microvértices de Delphi (Si): 3x300 μm

a)



La ionización de la partícula en función de su momento, permite su identificación

b)



Pérdida de energía en función de su momento

Poder separador momento-ionización

Radiación de bremstrahlung

Radiation of real photons in the
Coulomb field of the nuclei of the absorber

- Proceso competitivo del de ionización (pérdida de energía)
- Las partículas cargadas radian fotones <u>por interacción de Coulomb con los campos eléctricos generados por los núcleos</u>.
- El espectro energético de los fotones decrece como 1/E.
- En general, cada fotón emitido se lleva una pequeña fracción de la energía de la partícula → pequeña desviación del e (difusión culombiana)

$$\left\langle -\frac{dE}{d\chi}\right\rangle = 4\pi N_A z^2 \frac{Z^2}{A}\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}\frac{e^2}{mc^2}\right]^2 E \ln\frac{183}{Z^{1/3}} \rightarrow \frac{E}{m^2}$$

m masa partícula
m_e masa electrón

- m es la masa de la partícula que radía $\rightarrow \mu^{\pm}$, a energía ≥ 400 GeV .
- Para electrones:

Muón tiene que tener más de 400 GeV para perder energía por bremstrahlung

$$\left\langle -\frac{dE}{d\chi}\right\rangle = 4\pi N_A z^2 \frac{Z^2}{A} r_e^2 E \ln\frac{183}{Z^{1/3}} \rightarrow$$

$$\left\langle -\frac{dE}{d\chi}\right\rangle = \frac{E}{X_0}$$

Proceso exponencial:
$$E = E_0 e^{-(x/X_0)}$$

- Definición de **longitud de radiación**, propia de cada material, como:

$$X_0 = \frac{A}{4\pi N_A Z^2 r_e^2 \ln\frac{183}{Z^{1/3}}}\left[en\ g\ cm^{-2}\right] \rightarrow \boxed{X_0 = \frac{716.4\ A}{Z(Z+1)\ \ln\frac{287}{\sqrt{Z}}}}\left[g\ cm^{-2}\right]$$

Aproximación

Tiende a A/Z^2 en gr.cm^{-2}

Longitud de Radiación:

$$\boxed{X_0 = \frac{716.4\ A}{Z(Z+1)\ \ln\frac{287}{\sqrt{Z}}}}\ \left[g\ cm^{-2}\ \right]$$

- Definición: distancia en que un $e^{\pm}$ de alta energía pierde por bremstrahlung el 63.2 % de su energía $(1-e^{-1})$
- Recomendada por el PDG
- Variable de escala: así los electrones de A.E. pierden misma energía en 18 **cm** de agua que en 2.8 **mm** de Pb ($\sim 0.5\ X_0$)→independencia del material (aprox) si la usamos.
- La sección eficaz asintótica de interacción de fotones (producción de pares, fundamentalmente) toma el valor:

$$\sigma(E \to \infty) = \frac{7}{9}\,\frac{A}{N_A X_0}$$

Recordar que la distancia promedio en que un fotón Produce un para e+e- es $9/7X_0$

Donde A se expresa en g, X_0 en g cm^{-2} → N_A /A es el número de átomos por gr de material.

- La longitud de radiación para una **mezcla de materiales**:

$$\frac{1}{X_0} = \sum_i \frac{V_i}{X_i}$$

donde V_i X_i son la fracción por volumen y las longitudes de radiación de la componente i-ésima. (en unidades de longitud)

- En el caso de **un compuesto** se reemplazan las fracciones V por las fracciones de masa m_i de cada componente y las longitudes de radiación en $g{\cdot}cm^{-2}$.

Ejemplo 1:

- Sea un calorímetro de LiAr construido por láminas paralelas de 5 mm de Pb, separadas por interespacios de Ar líquido de 3 mm de espesor. Las longitudes de radiación de los dos materiales son 5.6 mm y 140 mm., respectivamente. Calcular su longitud de radiación efectiva.

  Las fracciones de volumen ocupado por ambos materiales son:

  $V_1(Pb)=62.5\%$

  $V_2(ArLi)=37.5\%$

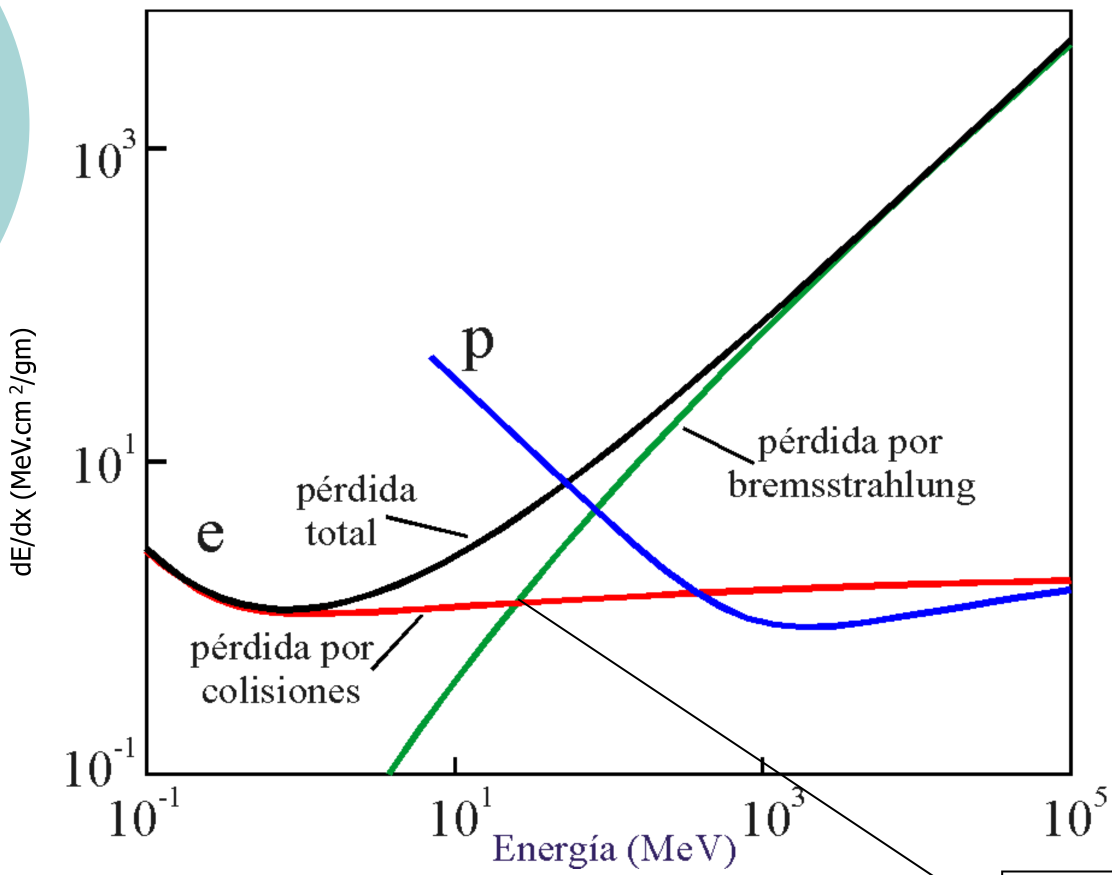
- Ejercicio de simulación con EGS4
  - Posiblemente lo propondrá por José Salt/Juan Zúñiga

Ejemplo 2:

- Cálculo de la longitud de radiación de un calorímetro homogéneo construido con vidrio plomado de tungsteno: $PbWO_4$
- Y sus longitudes de radiación son 6.37/6.76/34.24 $g \cdot cm^{-2}$, respectivamente.

- Ejercicio de simulación con EGS4.

Pérdida de energía (ionización y radiativa) de $e^{\pm}$ y protones en Cu. (La radiativa de protones es despreciable)



- Escala logarítmica
- Los p sólo por ionización, no brems
- A Energías elevadas la pérdida -dE/dx por ionización es despreciable (aunque es la responsable de la señal)

Energía crítica ξ_c

Energía crítica ξ_c.

- Definida (recomendada por el PDG) como la energía para la que se igualan las pérdidas de radiación con las de ionización.

$$\frac{dE}{dx}(\xi_c)\Big|_{brems} = \frac{dE}{dx}(\xi_c)\Big|_{ion} \rightarrow \xi_c^{soli+liq} = \frac{610\,\mathrm{MeV}}{Z+1.24}$$

$$\xi_c^{gas} = \frac{710\,\mathrm{MeV}}{Z+1.24} \quad \text{(efecto densidad en } dE/dx)$$

ξ_c (e^-)=22.4 MeV para el Fe(Z=26).

Para todas las partículas existe **ley de escala** (aproximada) con su masa. Así, para muones: (m_μ=113 MeV/c^2)

$$\xi_c(\mu^\pm) = \xi_c(e^\pm)\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2 \rightarrow \xi_c(\mu^\pm) \approx 1\ \mathrm{TeV} \quad \text{en Fe}(Z=26).$$

Energía crítica ξ_c (cont.)

Energía crítica
(def. de Rossi).

- Definida por Rossi como **la energía** para la que la pérdida de energía por ionización en una longitud de radiación iguala a la energía del electrón.

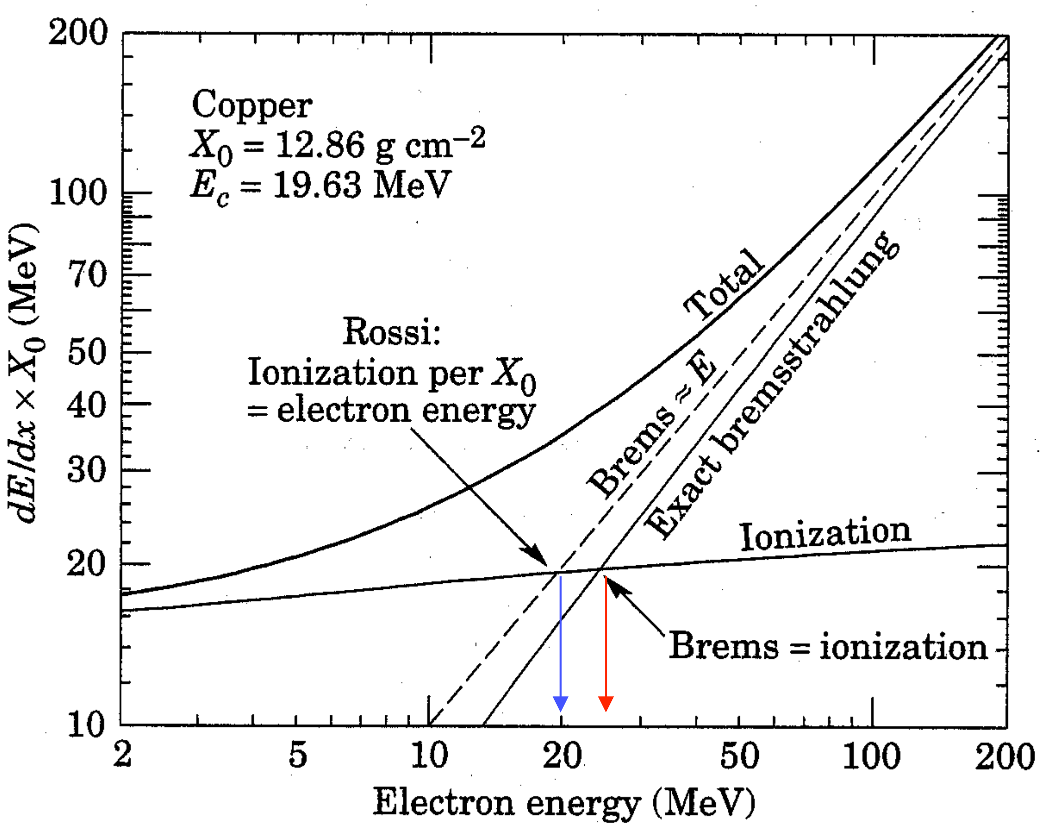
$$\boxed{(\Delta E)_{ion} = \left[\frac{dE}{dx}\right]_{ion} X_0 = E} \rightarrow \underbrace{\left[\frac{dE}{dx}\right]_{brems} = \frac{E}{X_0}}$$

La última expresión se cumple si las dos definiciones son congruentes: lo que ocurre sólo a altas energías, en que la pérdida por ionización es despreciable.

- Las diferencias entre ambos conceptos: figura

Ionización de electrones en función de su energía por X_0 + pérdida de energía por brems.

Ilustración de las dos definiciones de energía crítica.

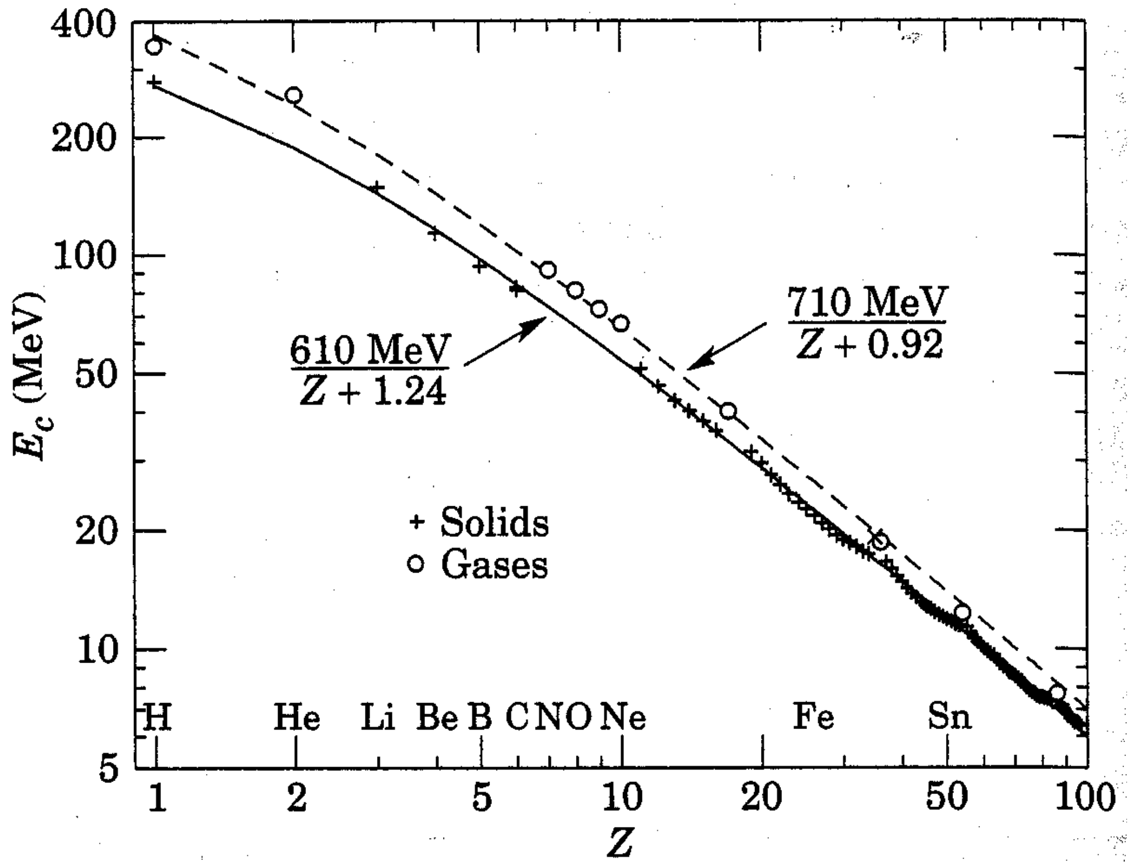


Observe que las escalas son logarítmicas

La pérdida de energía por brems crece exponencialmente con E, por ionización es casi constante

Energía crítica para electrones sobre los diferentes elementos químicos. (Definición de Rossi).

Desviaciones rms de 2.2% para sólidos y 4% para gases



La energía crítica en gases es poco mayor que en sólidos/líquidos

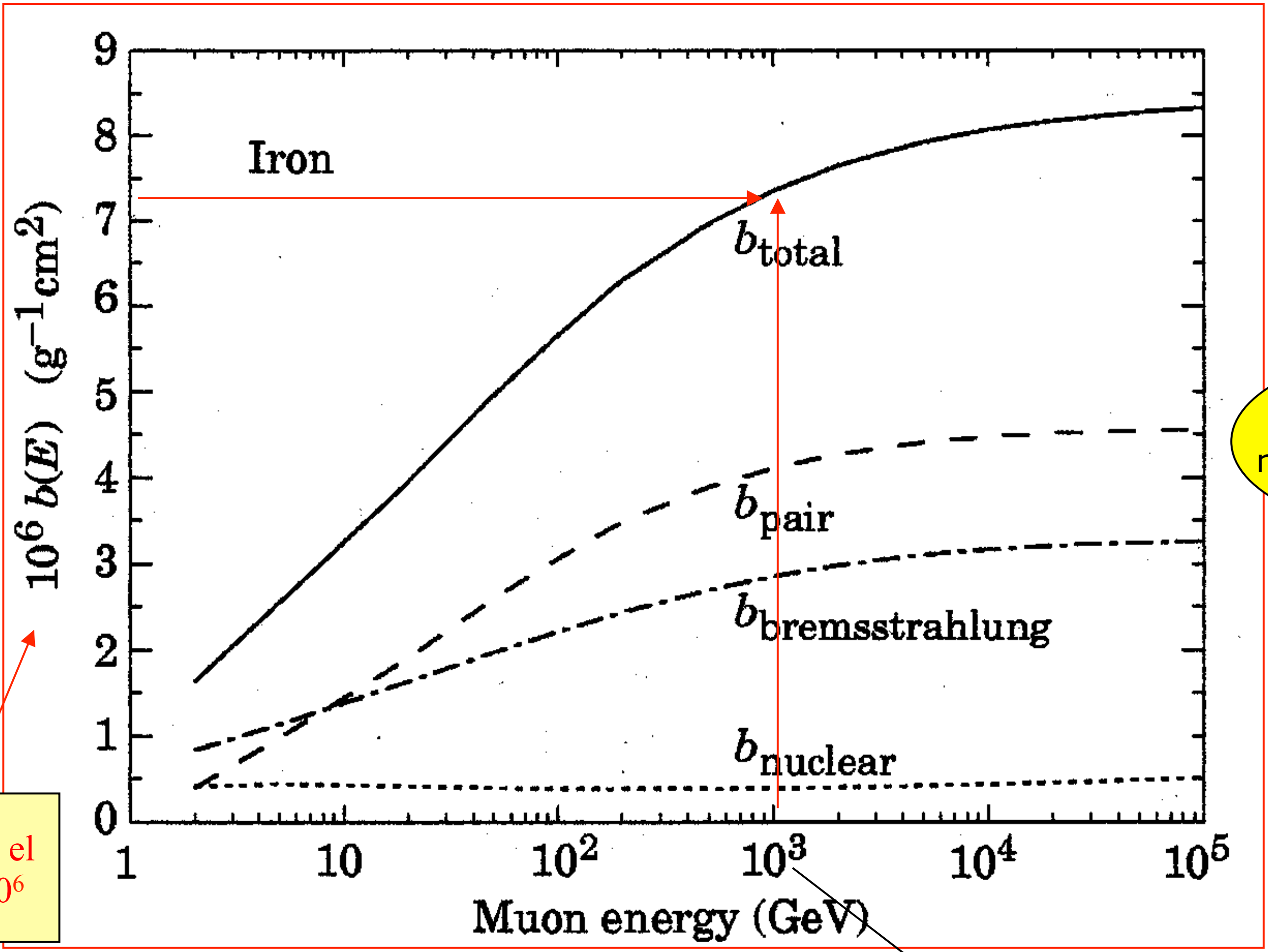
Pérdida de energía para los muones.

- Los muones atraviesan la materia sufriendo interacciones culombianas (en general mip's) → ionización Bethe y Bloch. (Interacción electrom. y débil).
- La radiación por Brems empieza a ser más importante que la ionización a energías del TeV.
- Las **energías críticas** para muones en Fe son del orden de centenares de GeV. (para protones mucho mayores, no se cumplen exactamente las leyes de escala).
- Los procesos en que los muones radian fotones se caracterizan por:
  - Secciones eficaces pequeñas
  - Fluctuaciones grandes en la energía radiada
  - Generación de cascadas electromagnéticas (o hadrónicas en proceso fotonuclear).
- Pérdida de energía de los muones: $$-\frac{dE}{d\chi} = a(E) + b(E)\,E$$
  - a(E) es la pérdida de energía por ionización (practicam. **Cte y**
  - ; **2 MeV·gr^{-1}cm^{2} (el valor de la mip)**)
  - b(E) es el coeficiente dependiente de la energía que incluye:
    - Producción de pares e^+e^-.
    - Bremstrahlung
    - Contribuciones fotonucleares

Figura

Término que proporciona aproximadamente 7 MeV de pérdida por gr^{-1}·cm^{2} para muones de **1 TeV**

- Las diferentes contribuciones a la pérdida de energía de muones en Fe.
  - Producción de pares e^+e^-.
  - Bremstrahlung
  - Reacciones fotonucleares.



Observar el Factor 10^6

El coeficiente b_{total} no incluye la ionización

Muones de 1 TeV

Muones (cont.)

- Bajo la hipótesis de que las funciones a y b sean constantes (varían lentamente en realidad), **el alcance** χ_0 de un muón con E_0 energía incidente

$$\chi_0 \approx \left(\frac{1}{b}\right) \ln\left(1 + \frac{E_0}{E_{\mu c}}\right) \quad \textit{siendo} \;\; E_{\mu c} = \frac{a}{b}$$

- **Energía crítica** (muones): Se define como aquella energía en que las pérdidas de brems y ionización son iguales. Se obtiene resolviendo la ecuación

$$E_{\mu c} = \frac{a(E_{\mu c})}{b(E_{\mu c})}$$

Figura

Energía crítica de los muones, para los diversos elementos químicos definida como energía en que: **brems=ionización**.
Superior energía en los gases por menor reducción en las pérdidas de energía por ionización por efecto densidad (comportamiento similar al caso de e^-).