Análisis Estadístico de Datos Experimentales
Problemas

Tema 10.- Intervalos de confianza

Vida media del protón

Un experimento que estudia la desintegración del protón (suceso extremadamente raro) observa 7 sucesos en un año en una muestra de 10^6 kg de hidrógeno. Asumiendo que no hay sucesos de fondo proporcionar el intervalo de confianza central al 90% de nivel de confianza y el límite superior también al 90 % de nivel de confianza para el número esperado de desintegraciones. A partir de estos valores calcular el correspondiente intervalo de confianza y límite para la vida media del protón.

Solución:

A partir de la tabla de la transparencia 5 del tema 10 "Intervalos de Confianza II", vemos que para 7 sucesos observados el intervalo central 90% CL sería [3.29, 13.15]

Como en la muestra hay 10^6 kg de H y el peso atómico del hidrógeno es M = 1gr/mol, la muestra contiene:

$$\#\text{átomos} = \frac{10^9\,\text{gr}\times N_A\ \text{átomos/mol}}{1\,\text{gr/mol}} = 6.022\times 10^{32}\,\text{átomos}$$

El intervalo de confianza para la probabilidad de desintegración en un año vendrá dado por los siguientes límites:

$$\lambda_a = \frac{3.29}{6.022\times 10^{32}} = 0.546\times 10^{-32}$$

$$\lambda_b = \frac{13.15}{6.022\times 10^{32}} = 2.184\times 10^{-32}$$

Por tanto, el intervalo de confianza al 90% CL en la probabilidad de desintegración en un año será: $[\lambda_a, \lambda_b] = [0.55, 2.18]\times 10^{-32}$ años^{-1}. Para convertirlo a intervalo de confianza para la vida media basta calcular la inversa, pero por eso precisamente se invierten los papeles, lo que antes era el extremo inferior del intervalo de confianza para la probabilidad es el superior para la vida media y viceversa:

$$\tau_b = \frac{1}{0.546\times 10^{-32}} = 1.83\times 10^{32}\ \text{años}$$

$$\tau_a = \frac{1}{2.184\times 10^{-32}} = 0.46\times 10^{32}\,\text{años}$$

Con lo que finalmente en intervalo de confianza es: $[\tau_a, \tau_b] = [0.46, 1.83]\times 10^{32}$ años

Razonando de manera análoga se obtiene que el límite superior al 90% CL es 11.77 desintegraciones por año. Lo que lleva a un límite superior en la probabilidad de desintegración de:

$$\lambda_b = \frac{11.77}{6.022\times 10^{32}} = 1.95\times 10^{-32}$$

Y por tanto un límite inferior en la vida media de:

$$\tau_a = \frac{1}{1.95\times 10^{-32}} = 0.51\times 10^{32}\,\text{años}$$