

# Teórico 6

## Diseño - Dependencias Funcionales



# Problemas de un Mal Diseño

- Repetición de información (potencial inconsistencia).
- Imposibilidad de representar información.



# Ejemplo

Supongamos que estamos trabajando con información de Personas y Vehículos, y dicha información está representada con una sola tabla.

R(DNI, NYApellido, Dir, Npat, Modelo, Marca)

Supongamos la siguiente instancia de la relación R:

DNI	NYApellido	Dir	Npat	Modelo	Marca
23	Juan Peres	Bs As 345	NDT 454	2000	Fiat
23	Juan Peres	Bs As 345	KJI 566	2005	V W
24	Carlos Puig	Mendoza 2211	GTR 654	2000	Ford

Qué problemas se pueden apreciar ?

# Problemas del Diseño Anterior

- Las personas que no tienen ningún vehículo asociado no las puedo representar debido a que la clave primaria no admite valores nulos.
- Se repite la información de las personas que tienen más de un vehículo.

# Que Hacer ?

Las tablas que están mal diseñadas hay que dividir las en dos o más tablas.

Una posibilidad puede ser dividir  
R en Personas y Vehículos de la  
siguiente forma:

Personas (DNI, NYApellido,Dir, Modelo)

Y

Vehiculos (Npat, Modelo,Marca)



# Las Instancias Serían

## Personas

<b>DNI</b>	<b>NYApellido</b>	<b>Dir</b>	<b>Modelo</b>
23	Juan Peres	Bs As 345	2000
23	Juan Peres	Bs As 345	2005
24	Carlos Puig	Mendoza 2211	2000

## Vehículos

<b>Npat</b>	<b>Modelo</b>	<b>Marca</b>
NDT 454	2000	Fiat
KJI 566	2005	V W
GTR 654	2000	Ford

Para que una división sea válida y no tenga pérdida de información, el join Natural entre las tablas de ser igual a la tabla original en cuanto a instancias.

$r = \text{personas} \bowtie \text{vehículos}$

En nuestro caso:  $\text{personas} \bowtie \text{vehículos} \neq r$

DNI	NYApellido	Dir	Npat	Modelo	Marca
23	Juan Peres	Bs As 345	NDT 454	2000	Fiat
23	Juan Peres	Bs As 345	GTR 654	2000	Ford
23	Juan Peres	Bs As 345	KJI 566	2005	V W
24	Carlos Puig	Mendoza 2211	GTR 654	2000	Ford
24	Carlos Puig	Mendoza 2211	NDT 454	2000	Fiat

# Por lo Tanto

- Debo buscar un método que me permita hacer una buena división.
- Como determino si llegue a un buen diseño?



# Dependencias Funcionales

- Son restricciones a los datos que puede admitir una base de datos.
- El concepto de dependencia funcional es una generalización del concepto de Clave.
- Las dependencias funcionales juegan un papel importante en el diseño de bases de datos.

# Superclave

## Definición:

Sea  $R$  un esquema de relación, se dice que un subconjunto  $K$  de  $R$  es una superclave de  $R$  si para todo par de tuplas  $t_1, t_2 \in r(R)$  tales que  $t_1 \neq t_2$  entonces  $t_1[k] \neq t_2[k]$

o de manera equivalente,

$t_1[k] = t_2[k]$  entonces  $t_1 = t_2$

# Dependencia Funcional

## Definición:

• Sea  $R$  un esquema de relación y sean  $\alpha \subseteq R$  y  $\beta \subseteq R$ , la dependencia funcional

$\alpha \rightarrow \beta$  (se lee “ $\alpha$  determina  $\beta$ ”)

se cumple en  $R$ , si para cualquier instancia  $r(R)$  se cumple que para todo par de tuplas

$t_1, t_2 \in r$ , si  $t_1[\alpha] = t_2[\alpha]$  entonces  $t_1[\beta] = t_2[\beta]$

# Ejemplo

1) Dada  $R(A,B)$  con instancia  $r(R)$

A	B
1	2
2	2
3	3

Por ej. Vale  $A \rightarrow B$  y no Vale  $B \rightarrow A$

2) Dada  $R(A,B,C)$  con instancia  $r(R)$

A	B	C
1	1	1
2	2	2
3	2	2
2	2	3

Por ej. Vale  $A \rightarrow B$  y  $C \rightarrow B$  y no Vale  $C \rightarrow A$



# Definiciones

- Sea  $K \subseteq R$ ,  $K$  es una superclave para el esquema  $R$  si y sólo si:  $K \rightarrow R$ .
- Sea  $K \subseteq R$ ,  $K$  es una clave candidata para  $R$  si y sólo si:
  - $K \rightarrow R$ , y
  - No existe un  $\alpha \subset K$  tal que  $\alpha \rightarrow R$
- Las dependencias funcionales permiten expresar restricciones que no pueden ser expresadas mediante superclaves.

# Dependencia Funcional (Cont.)

- Una dependencia funcional es trivial si es satisfecha por todas la instancias de una relación.
  - E.j.
    - $\text{DNI, NYApellido} \rightarrow \text{DNI}$
    - $\text{NYApellido} \rightarrow \text{NYApellido}$
  - En general,  $\alpha \rightarrow \beta$  es trivial si  $\beta \subseteq \alpha$

# Clausura de un Conjunto de Dependencias Funcionales ( $F^+$ )

- A partir de un conjunto de dependencias funcionales  $F$  se puede probar que valen otras. Se dice que estas dependencias funcionales están implicadas lógicamente por  $F$ .

# Ejemplo

Dado un esquema  $R=(A,B,C)$  donde valen las dependencias funcionales  $A \rightarrow B$  y  $B \rightarrow C$ , se puede probar que  $A \rightarrow C$  también vale:

Para todo par de tuplas  $t_1, t_2$  de  $r$ , tales que  $t_1[A] = t_2[A]$

Dado que vale  $A \rightarrow B$  entonces se cumple que

$$t_1[B] = t_2[B]$$

Además como vale  $B \rightarrow C$  se cumple que

$$t_1[C] = t_2[C]$$

De esta forma queda probada la validez de  $A \rightarrow C$



# Definición de $F^+$

Sea  $F$  un conjunto de dependencias funcionales que valen en un esquema  $R$ , la clausura de  $F$ , denotado  $F^+$ , es el conjunto de dependencias funcionales implicadas por  $F$ .

# Axiomas de Armstrong

- Para simplificar el cálculo de  $F^+$ , evitando la utilización de la definición de dependencia funcional para obtener nuevas dependencias, se pueden utilizar un conjunto de reglas llamadas Axiomas de Armstrong.

# Axiomas de Armstrong(Cont)

Para las siguientes reglas se utilizan letras griegas( $\alpha, \beta, \gamma$ , etc) para notar conjuntos de atributos y se utiliza  $\alpha\beta$  para notar  $\alpha \cup \beta$ :

- **Reflexividad**

si  $\beta \subseteq \alpha$ , entonces  $\alpha \rightarrow \beta$

- **Aumentación**

si  $\alpha \rightarrow \beta$  y  $\gamma$  es un conjunto de atributos , entonces  $\gamma \alpha \rightarrow \gamma \beta$

- **Transitividad**

si  $\alpha \rightarrow \beta$ , y  $\beta \rightarrow \gamma$ , entonces  $\alpha \rightarrow \gamma$

Estas reglas son correctas porque no generan dependencias incorrectas y son completas porque para un F dado permiten generar todo  $F^+$ .



# Axiomas de Armstrong(Cont)

- Para simplificar más el cálculo de  $F^+$  se ofrecen más **reglas** que pueden ser probadas utilizando los Axiomas de Armstrong:

- **Unión**

Si se cumple  $\alpha \rightarrow \beta$  y  $\alpha \rightarrow \gamma$ , entonces se cumple  $\alpha \rightarrow \beta \gamma$

- **Descomposición**

Si se cumple  $\alpha \rightarrow \beta \gamma$ , entonces se cumple  $\alpha \rightarrow \beta$  y  $\alpha \rightarrow \gamma$

- **Seudotransitividad**

Si se cumple  $\alpha \rightarrow \beta$  y  $\gamma \beta \rightarrow \delta$ , entonces  $\alpha \gamma \rightarrow \delta$

# Ejemplo

Dado  $R=(A,B,C,D)$   $F=\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D\}$

Algunas dependencias de  $F^+$  son:

- Por transitividad de  $A \rightarrow B$  y  $B \rightarrow C$  tenemos:

$A \rightarrow C$

- Por aumentación de  $A \rightarrow B$  con  $D$  tenemos:

$AD \rightarrow BD$

# Clausura de Conjuntos de Atributos

- Dado un conjunto de atributos  $\alpha$ , se define la clausura de  $\alpha$  bajo  $F$  (denotado por  $\alpha^+$ ) como el conjunto de atributos que son determinados funcionalmente por  $\alpha$  bajo  $F$ :

$$\alpha \rightarrow \beta \text{ está en } F^+ \iff \beta \subseteq \alpha^+$$

- Algoritmo para computar  $\alpha^+$  bajo  $F$

```
resultado :=  $\alpha$ ;  
while (cambia resultado) do  
  for each dependencia  $\beta \rightarrow \gamma$  in  $F$  do  
    begin  
      if  $\beta \subseteq \text{resultado}$   
        then  $\text{resultado} := \text{resultado} \cup \gamma$   
      end
```

# Ejemplo de Clausura de Atributos

- *Dados*  $R = (A, B, C, G, H, I)$  y
$$F = \{A \rightarrow B$$
$$A \rightarrow C$$
$$CG \rightarrow H$$
$$CG \rightarrow I$$
$$B \rightarrow H\}$$
- Calcular  $(AG)^+$ 
  1. *resultado* =  $AG$
  2. *resultado* =  $ABCG$  ( $A \rightarrow C$  y  $A \rightarrow B$ )
  3. *resultado* =  $ABCGH$  ( $CG \rightarrow H$  y  $CG \subseteq AGBC$ )
  4. *resultado* =  $ABCGHI$  ( $CG \rightarrow I$  y  $CG \subseteq AGBCH$ )
- $AG$  es una clave candidata?
  1.  $AG$  es superclave?
    1. Vale  $AG \rightarrow R$ ?
  1. Algún subconjunto de  $AG$  es superclave?
    1. vale  $A^+ \rightarrow R$ ?
    2. vale  $G^+ \rightarrow R$ ?

# Uso de la Clausura de Conjunto de Atributos

El algoritmo de clausura de un conjunto de atributos tiene varios usos:

- Prueba para superclaves:
  - Para probar si  $\alpha$  es una superclave, computar  $\alpha^+$  y chequear si  $\alpha^+$  contiene todos los atributos de  $R$ .
- Probar la validez de una dependencia funcional:
  - Para chequear si una dependencia funcional  $\alpha \rightarrow \beta$  vale, debe chequearse si  $\beta \subseteq \alpha^+$ .
  - Esto es computar  $\alpha^+$  utilizando la clausura de atributos, y luego chequear si la clausura contiene a  $\beta$ .
- Computar la clausura de F:
  - Para cada  $\gamma \subseteq R$ , definir la clausura  $\gamma^+$ , y para cada  $S \subseteq \gamma^+$ , generar la dependencia funcional  $\gamma \rightarrow S$ .



# Recubrimiento Canónico

- Los conjuntos de dependencias funcionales pueden tener dependencias redundantes que se pueden deducir de las otras:
  - Ej:  $A \rightarrow C$  es redundante en:  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C\}$
  - Parte de una dependencia funcional puede ser redundante
    - Ej. de redundancia en la parte derecha  
 $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow CD\}$  puede ser simplificado a  
 $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$  (se elimina C de la parte derecha de  $A \rightarrow CD$ )
    - Ej. de redundancia en la parte izquierda :  
 $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$  puede ser reducido a  
 $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$  (se elimina C de la parte izquierda de  $AC \rightarrow D$ )
- Intuitivamente, un recubrimiento canónico de F es un conjunto “mínimo” de dependencias funcionales equivalente a F, sin dependencias o partes de dependencias redundantes.

# Atributos Extraños

- Considere el conjunto de dependencias funcionales  $F$  y una dependencia funcional  $\alpha \rightarrow \beta$  en  $F$ :
  - El Atributo  $A$  es **extraño** en  $\alpha$  si  $A \in \alpha$  y  $F$  implica lógicamente a  $(F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{(\alpha - A) \rightarrow \beta\}$ .
  - El Atributo  $A$  es **extraño** en  $\beta$  si  $A \in \beta$  y el conjunto de dependencias  $(F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - A)\}$  implica lógicamente a  $F$ .
- Ej.: Dado  $F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$ 
  - $C$  es extraño en  $AC \rightarrow D$  porque  $F$  implica lógicamente a  $A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \rightarrow D$ .  
Se prueba aumentando con  $A$  y transitividad
- Ej.: dado  $F = \{A \rightarrow C, AB \rightarrow CD\}$ 
  - $C$  es extraño en  $AB \rightarrow CD$  porque  $\{A \rightarrow C, AB \rightarrow D\}$  implica lógicamente a  $F$ .  
se prueba con la regla de Aumentación, Unión y Descomposición...

# Prueba si un Atributo es Raro

- Considere un conjunto  $F$  de dependencias funcionales y la dependencia  $\alpha \rightarrow \beta$  in  $F$ .
- Para probar si el Atributo  $A \in \alpha$  es extraño en  $\alpha$ 
  1. computar  $(\{\alpha\} - A)^+$  utilizando las dependencias en  $F$ .
  2. chequear que  $(\{\alpha\} - A)^+$  contiene a  $\beta$ ; si es así,  $A$  es extraño.
- Para probar si el atributo  $A \in \beta$  es extraño en  $\beta$ 
  1. computar  $\alpha^+$  utilizando sólo las dependencias en  $F' = (F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - A)\}$ ,
  2. chequear que  $\alpha^+$  contiene a  $A$ ; si es así,  $A$  es extraño

# Recubrimiento Canónico

- Un *recubrimiento canónica* para  $F$  es un conjunto de dependencias  $F_c$ , tal que:
  - $F$  implica lógicamente todas las dependencias en  $F_c$ , y
  - $F_c$  implica lógicamente todas las dependencias en  $F$ , y
  - Ninguna dependencia en  $F_c$  contiene atributos extraños, y
  - Cada lado izquierdo de las dependencias en  $F_c$  es único.
- Para computar un recubrimiento canónico para  $F$ :  
**repeat**
  - Usar la regla de unión para reemplazar las dependencias in  $F$   
 $\alpha_1 \rightarrow \beta_1$  y  $\alpha_1 \rightarrow \beta_2$  con  $\alpha_1 \rightarrow \beta_1 \beta_2$
  - Encontrar una dependencia funcional  $\alpha \rightarrow \beta$  con un atributo extraño en  $\alpha$  o en  $\beta$
  - Si se encuentra algún atributo extraño, eliminarlo de  $\alpha \rightarrow \beta$**until**  $F$  no cambie

Nota: La regla de Unión debería ser aplicada después de que algunos atributos extraños han sido eliminados.

# Ejemplo

- Dado  $R = (A, B, C)$  y  
 $F = \{A \rightarrow BC$   
 $B \rightarrow C$   
 $A \rightarrow B$   
 $AB \rightarrow C\}$
- Combinar  $A \rightarrow BC$  y  $A \rightarrow B$  en  $A \rightarrow BC$ 
  - El conjunto queda  $\{A \rightarrow BC, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}$
- $A$  es extraño en  $AB \rightarrow C$  porque  $B \rightarrow C$  implica lógicamente  $AB \rightarrow C$ .
  - Luego el conjunto es  $\{A \rightarrow BC, B \rightarrow C\}$
- $C$  es extraño en  $A \rightarrow BC$  porque  $A \rightarrow BC$  es implicado lógicamente por  $A \rightarrow B$  y  $B \rightarrow C$ .
- El recubrimiento canónico es:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \end{array}$$