

Nociones Básicas

Programación Avanzada

UNRC

Pablo Castro

Conceptos Básicos

Algunos conceptos básicos:

- Expresiones, Valores, funciones,
- Igualdad,
- Razonamiento riguroso,
- Programación funcional.

Valores

Los valores son elementos de los conjuntos que usamos para programar:

Naturales: $0, 1, 2, 3, \dots$

Enteros: $0, -1, 1, -2, 2, -3, \dots$

Strings: *"mystring", "", "hola mundo", "etc"*

Reales: $0, 0.1, 0.31415\dots, 0.22222$

Expresiones

Son las cadenas de texto que utilizamos para describir valores

- **Naturales:** $2 + 3, 2 * 5 + 10, 2 * 100 * 10, \dots$
- **Booleanos:** $true, false, p \wedge q, \neg p, (p \vee q) \Rightarrow s, \dots$
- **Strings:** $\text{"Hola"} + \text{"Mundo"}, \text{""}, \dots$
- **Enteros:** $-10 + 5, 10 * -1, 15 * 10 - 4, \dots$

Puede haber expresiones que denotan el mismo valor "3" y "2+1"

Puede haber expresiones que no denotan ningún valor

Definición Formal

Podemos definir a las expresiones aritméticas formalmente.

- Cualquier constante es una expresión, (por ejemplo “2”)
- Si E y F son expresiones, entonces $E+F$, $E-F$, $E * F$, $E \setminus F$ son expresiones.
- Ninguna otra cadena es una expresión.

De la misma forma podemos definir expresiones *booleanas* (ejercicio...)

Expresiones vs Valores

Las expresiones **denotan** o **representan** valores pero no son valores.

- “2” denota el número 2, “II” en romano también denota el número 2 y “10” en binario también denota el mismo valor
- “2+2” denota el número 4.
- “2+x” denota una función (dado el valor de x retorna x mas dos)
- “10/0” no denota ningún valor.

Estados y Asignaciones de Valores

La noción de estado es una de las más importantes en programación imperativa:

Dado un conjunto de variables (x, y, z, v, \dots), un estado es una asignación de valores a las variables

Ejemplo:

$x \mapsto 3, y \mapsto 2, z \mapsto 1$

Asignaciones

var

$x, y : \text{Integer};$

begin

$x := 10;$

$y := 15;$

$x := x + y;$

end

$X=0, y=0$

$X=10, y=0$

$X=25, y=15$

Estados y Ecuaciones

Las asignaciones nos permiten evaluar expresiones:

$$x \mapsto 10, y \mapsto 5 \quad \text{ó} \quad \{(x, 10), (y, 5)\}$$

Por ejemplo:

$$\{(x, 10), (y, 5)\} \models x + y = 15$$

Estado

Se lee: “cumple”

Ecuación

Sustituciones

Dadas expresiones E y F :

$$E(x := F)$$

Los lenguaje funcionales
usan sustituciones para
calcular valores

Denota la expresión que resulta de reemplazar todas las
ocurrencias de x por F .

Ejemplo

$$\begin{aligned} & (x + y)(y := 2 * z) \\ &= [\text{Definición de Sustitución}] \\ & x + (2 * z) \end{aligned}$$

La Igualdad

La igualdad es muy importante, recordemos sus propiedades:

$$X = X$$

Reflexividad

$$X = Y \Rightarrow Y = X$$

Simetria

$$X = Y \wedge Y = Z \Rightarrow X = Z$$

Transitividad

Además la regla de Leibniz:

$$X = Y \Rightarrow E[x := X] = E[x := Y]$$

Funciones

El concepto de función es muy importante:

$$f : A \rightarrow B$$

f es una función

Si:

$$f \subseteq A \times B$$

Es una relación

$$\forall x, y : x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$$

Es determinista

Si además se cumple

$$\forall a \in A : \exists b \in B : b = f(a)$$

Se dice que es una
función total

Ejemplos de Funciones

Veamos algunos ejemplos:

$$f(x) = x^3$$

Falta el perfil! $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

perfil: $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$f(x, y) = x/y$$

perfil: $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Función **parcial**

Notación

En la materia utilizaremos una notación cercana a los lenguajes funcionales

En vez de: $f(x)$ escribimos $f.x$

Para definir una función usamos:

$$f : A \rightarrow B$$

Perfil de la función

$$f.x \doteq E$$

Definición por medio de una expresión

Ejemplo

Veamos un ejemplo:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$
$$f.x \doteq x^3$$

Para evaluar una función se usan sustituciones:

Todo el proceso es
una cadena de
igualdades

$$\begin{aligned} &f.2 \\ &= [\text{def. de } f] \\ &x^3[x := 2] \\ &= [\text{sustitución}] \\ &2^3 \\ &= [\text{Aritmética}] \\ &8 \end{aligned}$$

Esta tarea es la que hace un
interprete funcional de forma
rápida

Razonamiento Lógico

Sistemas de calculo:

Axiomas + Reglas

Un ejemplo para el max y min:

Axiomas

- ▶ Conmutatividad: $X \max Y = Y \max X$
- ▶ Asociatividad: $X \max (Y \max Z) = (X \max Y) \max Z$
- ▶ Idempotencia: $X \max X = X$
- ▶ Distrib.max, +: $X + (Y \max Z) = (X + Y \max X + Z)$
- ▶ Monotonía: $X \max Y \geq X$

Ejemplo de regla

Si P es un teorema,
entonces $P(x := E)$ también es un teorema.

Demostración

Utilizando los axiomas y las reglas podemos demostrar propiedades:

$$W \max X + Y \max Z \stackrel{?}{=} (W + Y) \max (W + Z) \max (X + Y) \max (X + Z)$$

$$(W + Y) \max (W + Z) \max (X + Y) \max (X + Z)$$

$$= [\text{Distrib. } + \text{ con respecto max}]$$

$$(W + Y \max Z) \max (X + Y) \max (X + Z)$$

$$= [\text{Distrib. } + \text{ con respecto max}]$$

$$(W + Y \max Z) \max (X + Y \max Z)$$

$$= [\text{Conmutatividad de } +]$$

$$(Y \max Z + W) \max (Y \max Z + X)$$

$$= [\text{Distrib. } + \text{ con respecto max}]$$

$$(Y \max Z) + (W \max X)$$

$$= [\text{Conmutatividad de } +]$$

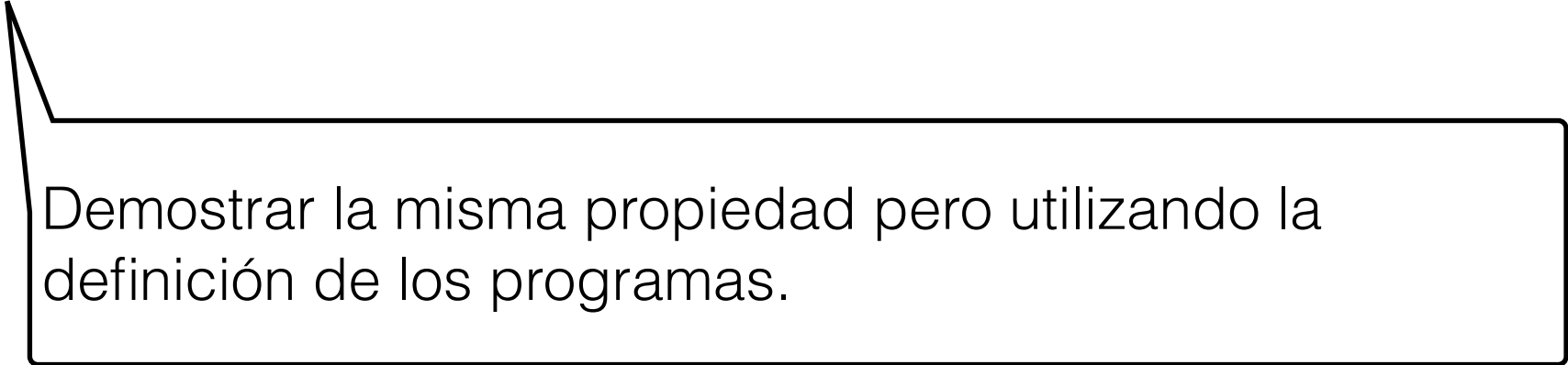
$$(W \max X) + (Y \max Z)$$

Programas y Pruebas

Podemos definir programas para calcular Max y Min:

$$\mathit{max}.x.y \doteq \text{if } x > y \text{ then } x \text{ else } y$$
$$\mathit{min}.x.y \doteq \text{if } x < y \text{ then } x \text{ else } y$$

Acabamos de demostrar una propiedad sobre estos programas.



Demostrar la misma propiedad pero utilizando la definición de los programas.