

### Axiomas sobre equivalencia:

- $A \equiv (B \equiv C) \equiv (A \equiv B) \equiv C$  (Asociatividad)
- $(A \equiv B) \equiv (B \equiv A)$  (Simetría)
- $A \equiv \text{True} \equiv A$  (Neutro)

### Axiomas de la negación:

- $\neg(A \equiv B) \equiv (\neg A \equiv B)$
- $\text{False} \equiv \neg \text{True}$  (Definición de False)
- $\neg \neg A \equiv A$  (Doble Negación)

### Axiomas de la Disyunción ( $\vee$ )

- $A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$  (Asociatividad de  $\vee$ )
- $A \vee B \equiv B \vee A$  (Conmutatividad de  $\vee$ )
- $A \vee A \equiv A$  (Idempotencia)
- $A \vee (B \equiv C) \equiv (A \vee B) \equiv (A \vee C)$
- $A \vee \neg A$  (tercero excluido)

### Axiomas de la Conjunción ( $\wedge$ )

- $A \wedge B \equiv A \equiv B \equiv B \vee A$  (Regla Dorada)
- $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$  (Asociatividad)
- $A \wedge B \equiv B \wedge A$  (Conmutatividad)
- $A \wedge A \equiv A$  (idempotencia)
- $A \wedge \text{True} \equiv A$  (neutro de  $\wedge$ )

### Axiomas de la Implicación ( $\Rightarrow$ )

- $A \Rightarrow B \equiv A \vee B \equiv B$  (Definición de la implicación)
- $\neg(A \Rightarrow B) \equiv A \wedge \neg B$  (negación de la implicación)

### Otras propiedades útiles:

- $A \equiv \text{False} \equiv \neg A$  (Contrapositiva)
- $\neg \neg A \equiv A$  (doble negación)
- $A \vee \text{True} \equiv \text{True}$  (Absorción)

- $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$  (De Morgan)
- $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$  (De Morgan)

Cuantificador Universal:

- $\langle \forall x :: T.x \rangle \equiv \langle \forall x : true : T.x \rangle$  [**Rango True**]
- $\langle \forall x : R.x : T.x \rangle \equiv \langle \forall x :: R.x \Rightarrow T.x \rangle$  [**Intercambio entre rango y término**]
- $\langle \forall x :: T.x \rangle \wedge \langle \forall x :: R.x \rangle \equiv \langle \forall x :: T.x \wedge R.x \rangle$  [**Regla del término**]
- $X \vee \langle \forall x :: T.x \rangle \equiv \langle \forall x :: X \vee T.x \rangle$  [**Dist. de  $\vee$  con  $\forall$** ], siempre que  $x$  no ocurra en  $X$ .
- $\langle \forall x : x = E : T.x \rangle \equiv T.E$  [**Rango Unitario**]
- $\langle \forall x :: \forall y :: F.x.y \rangle \equiv \langle \forall y :: \langle \forall x :: F.x.y \rangle \rangle$  [**Intercambio**]
- $\langle \forall x, y :: F.x.y \rangle \equiv \langle \forall x :: \langle \forall y :: F.x.y \rangle \rangle$  [**Anidamiento**]
- $\langle \forall x : R.x : F.x \rangle \wedge \langle \forall x : S.x : F.x \rangle \equiv \langle \forall x : r.x \vee s.x : F.x \rangle$  [**Partición de Rango**]
- $\langle \exists x : R : T \rangle \equiv \neg \langle \forall x : R : \neg T \rangle$  [**Definición del Cuantificador Inicial**]
- $\langle \exists x : R : T \rangle \equiv \langle \exists :: R \wedge T \rangle$  [**Intercambio**]
- $\langle \exists x :: T \rangle \vee \langle \exists x :: S \rangle \equiv \langle \exists x : R : T \vee S \rangle$  [**Regla del Término**]
- $X \wedge \langle \exists x :: T \rangle \equiv \langle \exists x :: T \wedge X \rangle$  [**Dist.  $\exists, \wedge$** ] Siempre que  $x$  no sea libre en  $X$ .
- $\langle \exists x : R : T \rangle \vee \langle \exists x : S : T \rangle \equiv \langle \exists x : R \vee S : T \rangle$  [**Partición de Rango**]

Reglas para expresiones cuantificadas:

- $\langle \oplus i : false : T \rangle = e$  [**Rango Vacío**] ( $e$  es el neutro de  $\oplus$ )
- $\langle \oplus i : i = N : T \rangle = T[i := N]$  [**Rango Unitario**]
- $\langle \oplus i : R \vee S : T \rangle = \langle \oplus i : R : T \rangle \oplus \langle \oplus i : S : T \rangle$  [**Partición de Rango**] Siempre que  $\oplus$  sea idempotente o  $R \wedge S \equiv false$ .
- $\langle \oplus i : R : T_0 \oplus T_1 \rangle = \langle \oplus i : R : T_0 \rangle \oplus \langle \oplus i : R : T_1 \rangle$  [**Regla del Término**]
- $\langle \oplus i, j : R.i \wedge S.i.j : T.i.j \rangle \equiv \langle \oplus i : T.i : \langle \oplus j : S.i.j : T.i.j \rangle \rangle$  [**Anidamiento**]
- $\langle \oplus i : R : T \rangle \equiv \langle \oplus i : R[i := k] : T[i := k] \rangle$  [**Cambio de Variables**], donde  $k$  no aparece libre en  $T$  o  $R$ .

En el caso de que  $\otimes$  es distributivo con respecto a  $\oplus$  y el rango no es vacío, entonces:

- $\langle \oplus i : R : k \otimes T \rangle \equiv k \otimes \langle \oplus i : R : T \rangle$