

Examen Final

Durée : 1 h 50.

Exercice 1.

Ecrire la négation des propositions suivantes :

- 1) Tout carré possède au moins un angle droit.
- 2) Dans toutes les prisons tous les détenus détestent tous les gardiens.
- 3) Tous les étudiants de la Licence 1 Génie Logiciel habitent Cocody.

Exercice 2.

En utilisant un raisonnement par l'absurde, démontrer que :

- 1) Un rectangle a pour aire 170 m^2 . Montrer que sa longueur est supérieur à 13 m .
- 2) $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.

Exercice 3.

Démontrer les énoncés suivants par récurrence :

1) $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1.$

2) $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2, 3\}, n^2 \leq 2^n.$

3) $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$

Exercice 4.

On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Calculer le produit matriciel $A.B$ ou $B.A$ lorsque cela est possible.**Exercice 5.**

Calculer le déterminant des matrices suivantes et donner leur inverse lorsque cela est possible.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 9 \\ 0 & 0 & 2024 \end{pmatrix};$$

Bonne chance !