

EXAMEN FINAL DE  
COMBINATOIRE ET PROBABILITÉS

Durée : 2h

► Questions de cours.

Répondre par Vrai ou Faux.

1. En analyse combinatoire comme en probabilités, le cardinal de l'univers vaut toujours 1.
2. Une expérience ou un phénomène est dit aléatoire si on ne peut prévoir d'avance le résultat et qui répétée dans les mêmes conditions peut donner lieu à des résultats différents ou identiques.
3. Lorsqu'on effectue  $n - 1$  ( $n > 2$ ) répétitions indépendantes d'une épreuve de Bernoulli et on note  $X$  le nombre de fois où on a obtenu le succès, on définit ainsi une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi Binomial.
4. Une variable aléatoire  $X$  suit une loi de Poisson de paramètre  $\lambda \in \mathbb{R}_+$  si :  $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .
5. On dit qu'un événement  $A$  s'est réalisé si le résultat observé de l'expérience est un élément de  $A$ .

► Exercice n° 1.

1. On extrait au hasard une boule d'une urne contenant  $\alpha$  <sup>12</sup> boules blanches et  $(\alpha + 5)$  <sup>15</sup> boules noires. Trouver la probabilité que la boule extraite soit blanche puis la probabilité que la boule extraite soit noire.
2. Avec les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4, combien peut-on écrire d'années au-delà de 2000 en utilisant une seule fois le même chiffre?

► Exercice n° 2.

On considère une expérience où on lance un dé. Déterminer la loi de probabilité, ainsi que la fonction de masse de la variable aléatoire  $X$  qui, à chaque résultat possible, associe le nombre de points apparaissant sur le dé.

► Exercice n° 3.

Soit  $f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} 1_{(0, \infty)}(x)$  où  $\lambda > 0$ .  $f$  est-elle une densité de probabilité sur  $\mathbb{R}$ ?