

Processamento Digital de Imagens

Profa. Flávia Magalhães

PUC Minas

Unidade V-c: Segmentação Transformada de *Hough*

Agenda

- 1 Transformada de Hough
- 2 Detecção de Retas pela Transformada de Hough
- 3 Detecção de Circunferências pela Transformada de Hough

Transformada de *Hough*

- Um problema comum na área de análise de imagens é a detecção de um conjunto de pontos na imagem que pertençam a uma curva específica, tal como segmento de reta, circunferência, elipse e outras.
- Essas curvas constituem uma família representada como

$$f(v, p) = 0$$

em que v é um vetor de coordenadas e p é um vetor de parâmetros característicos da curva.

- A partir de um número de pontos $p_i(x_i, y_i)$ localizados na imagem (ex: pontos detectados como bordas utilizando os operadores de gradiente), o objetivo é identificar se subconjuntos de pontos pertencem a uma determinada curva.

Transformada de *Hough*

- Para o caso particular de segmentos de retas, o problema consiste em achar subconjuntos de pontos que sejam colineares.
- *Hough* (1962) propôs um método, comumente conhecido como transformada de *Hough*, para detectar curvas da forma representada pela equação $f(v, p) = 0$.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- A equação da reta é representada como

$$y = mx + b$$

em que m é a declividade da reta e b é o ponto de intersecção da reta com o eixo y .

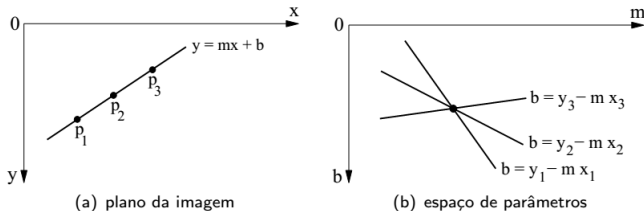
- Para valores diferentes de m e b , infinitas retas passam por um ponto $P_1 = (x_1, y_1)$, todas elas satisfazendo a equação $y_1 = mx_1 + b$.
- Analogamente, infinitas retas que passam por um ponto $P_2 = (x_2, y_2)$ podem ser expressas pela equação $y_2 = mx_2 + b$.
- Rearranjando a equação da reta de tal forma que m e b sejam os parâmetros a serem determinados e que x e y sejam conhecidos, tem-se $b = y - mx$.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- O plano mb é conhecido como espaço de parâmetros.
- Todas as retas que passam pelo ponto P_1 são representadas no espaço de parâmetros pela equação $b = y_1 - mx_1$.
- Do mesmo modo, a equação $b = y_2 - mx_2$ representa o conjunto de todas as retas da imagem que passam pelo ponto P_2 .
- Um ponto (m_0, b_0) que no espaço de parâmetros é comum às retas associadas aos pontos P_1 e P_2 indica que P_1 e P_2 são colineares, pertencendo à reta $y = m_0x + b_0$.
- De fato, todos os pontos que são colineares no plano da imagem, obedecendo à equação $y = m_0x + b_0$, interceptam-se em um mesmo ponto (m_0, b_0) no espaço de parâmetros.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- A figura a seguir ilustra o mapeamento entre o plano da imagem e o espaço de parâmetros.



- Pontos nos quais muitas retas se interceptam no espaço de parâmetros correspondem a muitos *pixels* colineares, os quais potencialmente formam um segmento de reta na imagem.
- Isso significa que as coordenadas no espaço (m, b) do ponto de intersecção fornecem os parâmetros da reta no espaço (x, y) que contém esses pontos.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Esse conceito forma a base da transformada de *Hough* para detecção de retas.
- A imagem original passa por um processo de identificação de bordas (por exemplo, suavizando-a e em seguida usando o operador de Sobel) e a imagem resultante desse processamento é binarizada, comparando-se o valor da magnitude do gradiente a um limiar T , de forma a apenas identificar a localização dos pixels de bordas.
Alternativamente, poderia ser usado outro método de identificação de bordas, como o Operador de Canny.
- Tomando-se um conjunto discreto de valores de m ou b , cada ponto $P=(x,y)$ na imagem binarizada, através da equação $b = y - mx$, é convertido em retas no espaço (m, b) .
- Os pontos de intersecção de várias retas no plano (m, b) identificam segmentos de reta na imagem original, no plano (x, y) .

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Entretanto, a equação geral da reta no plano (m, b) apresenta um problema quando as retas são aproximadamente verticais, ou seja, quando a declividade m tende a infinito.
- Uma maneira de contornar tal situação é utilizar a equação da reta na forma polar:

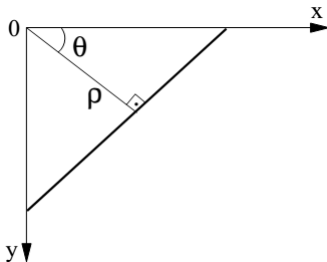
$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

em que ρ é a distância da origem da imagem, em $P = (0, 0)$, à reta (distância tomada perpendicularmente à reta). E onde θ é o ângulo formado entre essa reta perpendicular e o eixo x .

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- A figura a seguir ilustra a representação de uma reta (em linha mais grossa) na forma polar.

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$



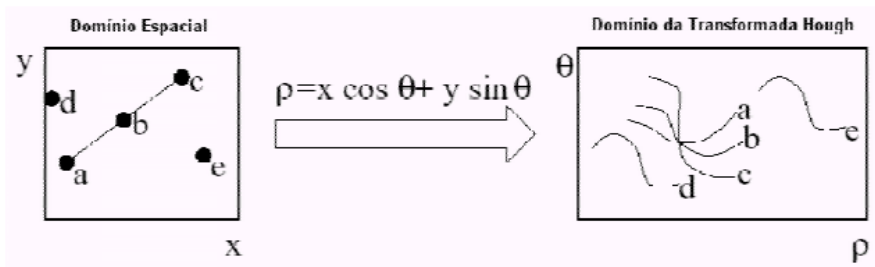
Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- A conversão da equação geral da reta para a forma polar pode ser feita por meio das transformações

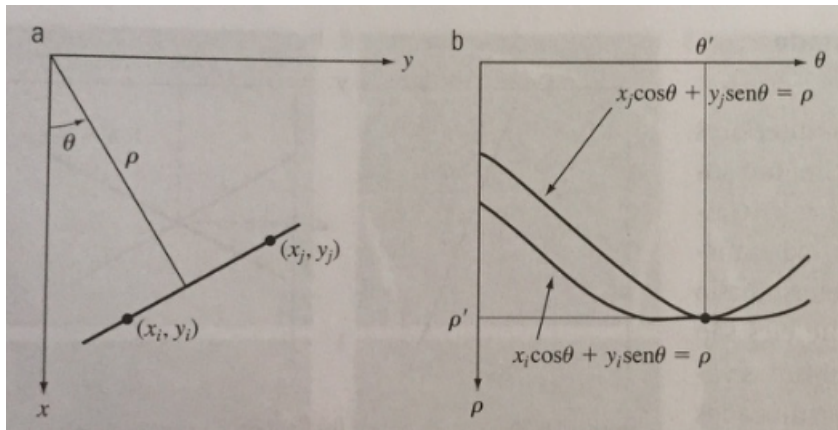
$$\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{m^2 + 1}} \quad \cos \theta = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}} \quad \rho = \frac{-b}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

- Assim, em vez de utilizar coordenadas no espaço (m, b) , coordenadas (ρ, θ) são utilizadas.
- No espaço (ρ, θ) , ou espaço de *Hough*, pontos no espaço (x, y) , que correspondiam a retas no plano (m, b) , correspondem agora a curvas senoidais no espaço (ρ, θ) .
- Portanto, pontos colineares no espaço (x, y) , que no plano (m, b) são retas que se interceptam em um único ponto, no plano (ρ, θ) correspondem a senoides que se interceptam em um único ponto.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

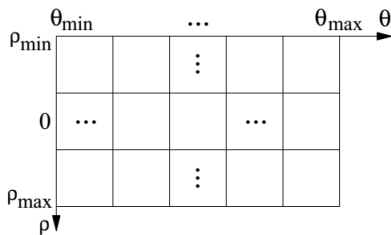


Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*



Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Para implementar a transformada de *Hough*, o espaço (ρ, θ) deve ser discretizado, conforme ilustra a figura a seguir.



(a) quantização do plano $\rho\theta$

- Como θ é medido em relação ao eixo x (eixo vertical - vide slide anterior), os valores possíveis de θ variam de 0° a 180° , ou de -90° a 90° . Se o intervalo for dividido em incrementos de 1° , então 181 ângulos serão possíveis.
- O domínio do eixo ρ varia de 0 a $\sqrt{M^2 + N^2}$, para uma imagem com dimensões de $M \times N$ pixels.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Após essa discretização do espaço (ρ, θ) , cada célula do espaço é considerada uma célula de acumulação.
- Inicialmente, essas células possuem valor zero.
- Então, **suponha que existam k pontos de borda**
 $P_i = (x_i, y_i)$, **colineares no espaço da imagem binarizada**
(todos eles pertencentes a uma reta
 $x_i \cos \theta_0 + y_i \sin \theta_0 = \rho_0$). Esses pontos levarão a k curvas
senoidais no plano $\rho\theta$ (em contraste com retas no plano mb),
que se interceptam em (ρ_0, θ_0) no espaço de parâmetros.
- Se para cada um dos pontos colineares $P_i = (x_i, y_i)$ varrer-se
toda a faixa de variação de θ e resolver-se
 $\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$ para encontrar o valor de ρ
correspondente, deverão ser incrementados os acumuladores
das células correspondentes às tuplas (ρ, θ) .
- Após processar os k pontos colineares dessa forma, será
encontrado o valor k no acumulador associado à célula
determinada pelo ponto de intersecção (ρ_0, θ_0) .

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- A precisão da colinearidade desses pontos é determinada pelo número de subdivisões no plano $\rho\theta$.
- Os valores mais altos (picos) no espaço de *Hough* correspondem aos parâmetros que caracterizam as retas da imagem.
- Após a detecção dos valores de pico nos acumuladores, deve-se determinar os segmentos de reta correspondentes a cada par de parâmetros.
- Uma vez que a equação de reta representa uma reta com comprimento infinito, segmentos reais devem ser determinados examinando-se os *pixels* de **borda** na imagem.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Se existirem várias retas que são detectadas pelo modelo, então existirão vários picos no espaço de parâmetros.
- Cada pico pode ser detectado e as retas associadas aos picos podem ser removidas.
- O processo continua para as retas remanescentes, enquanto existirem picos relevantes.
- Entretanto, pode ser difícil determinar se um pico é ou não relevante.
- Outra dificuldade com a transformada de *Hough* é sua dependência com relação ao número de parâmetros.
 - Para uma reta, são 2 parâmetros (ρ e θ)
 - Para um arco circular, o espaço de parâmetros possui 3 dimensões: o raio r e as coordenadas da origem, (a, b) ;
 - Para outras curvas mais complexas, a dimensionalidade pode ser ainda maior.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Uma característica interessante da transformada de *Hough* é que mesmo segmentos que apresentam regiões obstruídas por outros objetos podem ser detectados.
- As regiões de descontinuidade na reta causarão apenas uma redução no valor do máximo local, devido ao menor número de *pixels* da reta que contribuem para a célula de acumulação correspondente.
- A transformada de *Hough* é pouco sensível à presença de ruído, já que os pontos da imagem corrompidos por ruído normalmente não serão mapeados em uma mesma célula de acumulação.

Detecção de Retas pela Transformada de *Hough*

- Como os quatro pontos são colineares, as curvas se interceptam no ponto ($\rho = \sqrt{2}/2, \theta = 3\pi/4$), representando a reta.

- Portanto

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = x \cos \frac{3\pi}{4} + y \sin \frac{3\pi}{4}$$

ou seja, $y = x + 1$.

Detecção de Linhas usando Transformada de Hough no Matlab

- Usar as funções: *hough*, *houghpeaks*, *houghlines*.
- A função *houghlines* implementa a ligação de bordas, preenchendo falhas em linhas detectadas.

Exemplos: executar o arquivo *Trans_Hough_linhas.m*

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- A transformada de *Hough* pode ser utilizada para detectar circunferências em uma imagem.
- Uma formulação possível de uma circunferência em coordenadas cartesianas é dada por

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

em que (a, b) e r representam as coordenadas do centro e o raio da circunferência, respectivamente.

- Portanto, a estrutura de acumulação é tridimensional para o caso de detecção de circunferências.

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- Para cada pixel de borda (x, y) , a célula de acumulação (a, b, r) é incrementada se o ponto (a, b) estiver à distância r do ponto (x, y) .
- Se um centro (a, b) de uma circunferência de raio r é frequentemente encontrado no espaço de parâmetros, é altamente provável que uma circunferência com raio r e centro (a, b) exista na imagem.
- Dessa forma, picos no espaço de parâmetros corresponderão aos centros das circunferências no plano da imagem.

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- As equações paramétricas da circunferência em coordenadas polares são

$$x = a + r \cos\theta \quad (1)$$

$$y = b + r \sin\theta \quad (2)$$

em que θ não é um parâmetro da circunferência, mas sim o ângulo do gradiente calculado no ponto (x, y) , ou seja, $\theta(x, y)$.

- Resolvendo para os parâmetros da circunferência, tem-se que

$$a = x - r \cos\theta \quad (3)$$

$$b = y - r \sin\theta \quad (4)$$

- Se o raio da circunferência for previamente conhecido, então é necessário incrementar o acumulador para o ponto (a, b) . Nesse caso, circunferências com valor de raio r poderão ser detectadas a cada aplicação do algoritmo.

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- Encontrando-se r nas equações anteriores, tem-se que

$$r = \frac{x - a}{\cos \theta} \quad (5)$$

$$r = \frac{y - b}{\sin \theta} \quad (6)$$

- Igualando-se as equações acima:

$$\frac{x - a}{\cos \theta} = \frac{y - b}{\sin \theta}$$

$$x \sin \theta - a \sin \theta = y \cos \theta - b \cos \theta$$

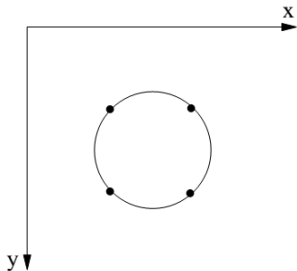
- Encontramos:

$$b = a \tan \theta - x \tan \theta + y \quad (7)$$

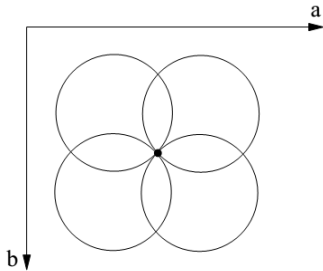
- OBS: Isso poderá ser feito quando se conhece o raio r das circunferências.

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- A figura a seguir ilustra a detecção de circunferências por meio da transformada de *Hough*, em que são apresentados tanto o plano da imagem xy quanto o espaço de parâmetros ab .



(a) dados originais no espaço (x, y)



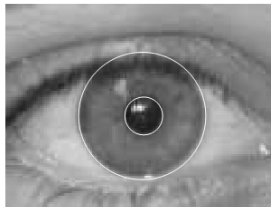
(b) correspondentes células de acumulação no espaço (a, b)

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- Uma aplicação prática da transformada de *Hough* é a detecção da pupila e da íris em imagens digitais (fotografias) obtidas a partir de iluminação infra-vermelha.
- Em sistemas biométricos, o reconhecimento da íris pode ser utilizado, por exemplo, na identificação criminal, autenticação e controle de acesso de usuários a ambientes ou locais específicos, como prédios ou salas.
- A figura a seguir ilustra a detecção da íris e da pupila pela transformada de *Hough*.



(c) imagem original



(d) detecção da íris e pupila

Detecção de Circunferências pela Transformada de *Hough*

- Algoritmo para detecção de circunferências pela transformada de *Hough*: para todos os pontos (x, y) encontrados como pontos de borda por algum algoritmo baseado em gradiente, incrementar as células $M(a, b)$, conhecendo-se x e y e $\theta(x, y)$, que é o ângulo do gradiente calculado em (x, y) .

Algoritmo 3 Detecção de circunferências pela transformada de Hough

- 1: Quantizar o espaço de parâmetros a e b .
 - 2: Inicializar células de acumulação $M(a, b)$ com zero.
 - 3: Calcular a magnitude do gradiente $\nabla f(x, y)$ e ângulo $\theta(x, y)$.
 - 4: Para cada ponto em $\nabla f(x, y)$, incrementar todos pontos nas células de acumulação $M(a, b)$ de acordo com a equação $b = a \tan \theta - x \tan \theta + y$.
 - 5: Picos locais na matriz de acumulação correspondem aos centros das circunferências na imagem.
-

Detecção de Circunferências usando Transformada de Hough no Matlab

- Usar as funções: *imfindcircles*, *viscircles*.
- A função *viscircles* implementa a ligação dos pontos da circunferência.

Exemplos: executar o arquivo *Trans_Hough_circunf.m*

Links para Transformada de Hough no OpenCV

https://docs.opencv.org/3.0-beta/doc/py_tutorials/py_imgproc/py_houghlines/py_houghlines.html

https://docs.opencv.org/2.4/doc/tutorials/imgproc/imgtrans/hough_circle/hough_circle.html