Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Departamento de Ciência da Computação
Redes Complexas

Um novo modelo para grafos variantes no tempo

Gabriel Campos
Luigi Soares
Vitor França

Tópicos

- Introdução
- Um novo modelo para grafos variantes no tempo (GVT)
  - Arestas dinâmicas
  - Caminhos em um GVT
  - Caminhos mínimos em um GVT
  - GVT cíclico
  - Conectividade
  - Grafo agregado
- Estrutura de dados
  - Tensor de adjacência
  - Tensor de incidência
- Conclusão

Introdução

- Contexto dos problemas atuais
- Como surgiu um grafo variante no tempo(TVG)
- Foi projetado um modelo para grafos dinâmicos
- Será demonstrado no artigo o funcionamento básico de uma TVG

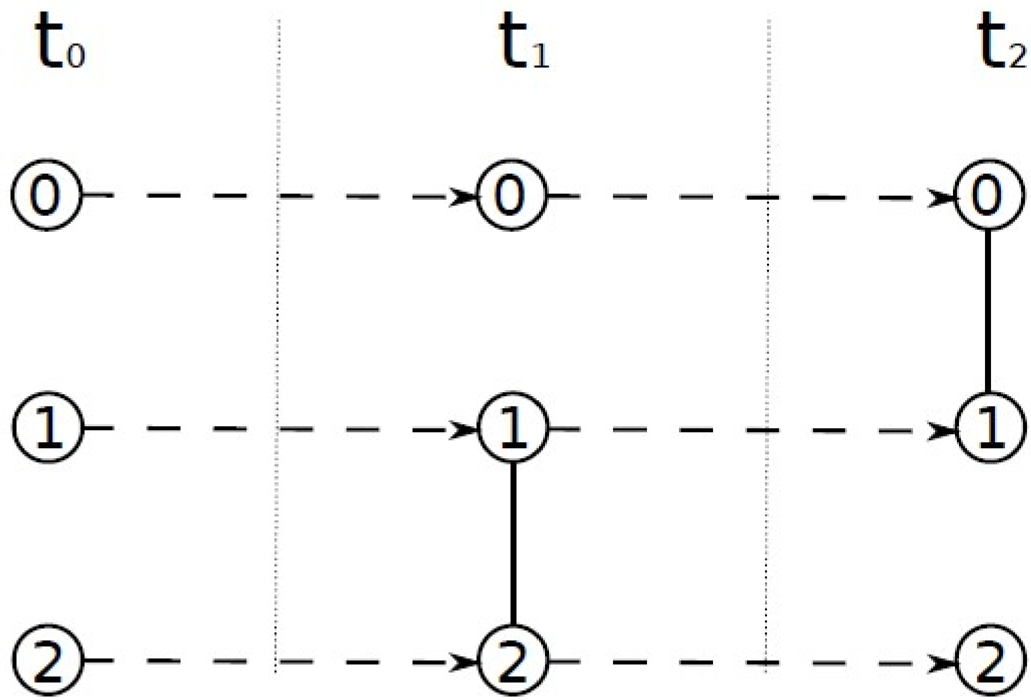
Arestas dinâmicas

- Uma aresta em um grafo estático é representado pelos vértices que ela conecta e o seu peso. Já em um grafo dinâmico as arestas são representadas por uma quadrúpla onde E = (U, Tp, V, tq), onde U e V são os vertices e Tp e Tq são os instantes de tempo da ligação Inicial e Final.

Arestas dinâmicas - Classificação

- Arestas ligando nós distintos em um mesmo instante de tempo são chamadas de arestas espaciais.
- Arestas ligando um mesmo nó em instantes de tempo distintos são chamadas de arestas temporais.
- Arestas ligando nós distintos em instantes de tempo distintos são chamadas de arestas mistas.

Arestas dinâmicas



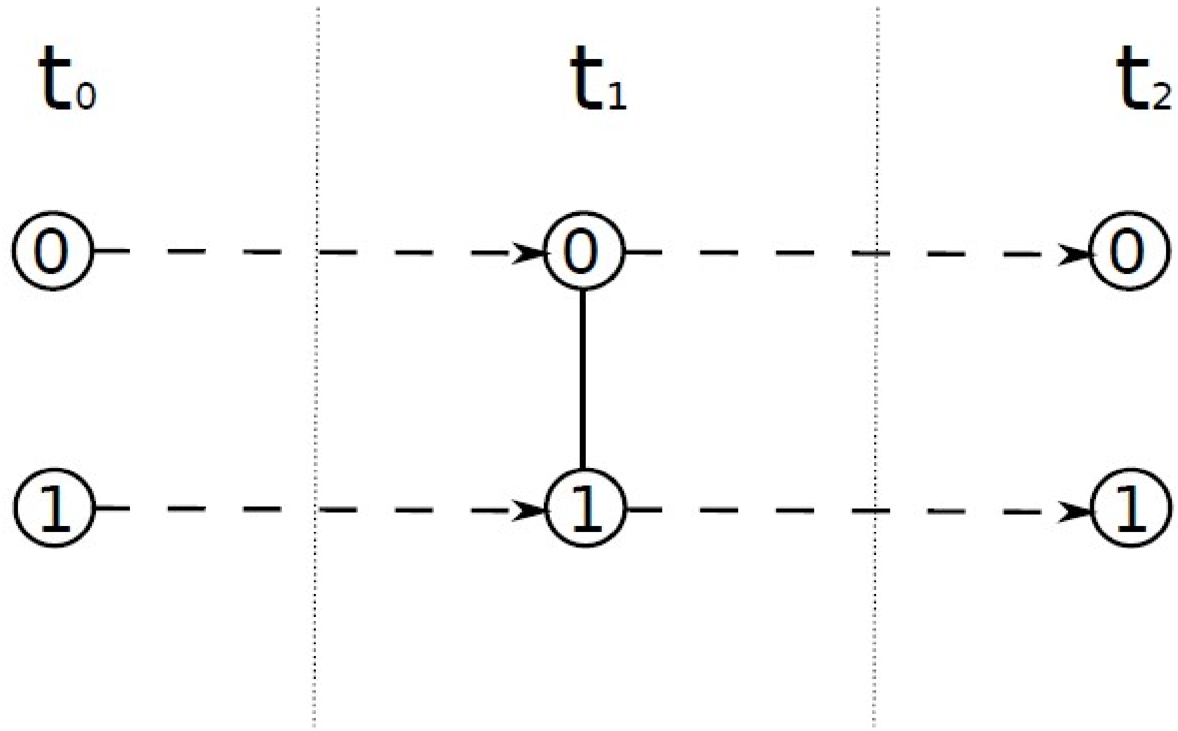
Caminhos

- Caminho espacial: Formado por uma sequência de arestas espaciais somente.
- Caminho temporal: Formado por uma sequência de arestas temporais somente.
- Caminho misto: É formado por uma sequência de arestas, onde existem arestas mistas ou combinações de arestas espaciais e temporais.

Caminho mínimo

- Caminho mínimo iniciando e terminando em instantes de tempo específicos. É o caso do exemplo (0; t0) para (1; t2) mencionado anteriormente.
- Caminho mínimo terminando em um instante específico. É o menor caminho mínimo do nó de origem ao nó de destino que termina no instante especificado.
- Caminho mínimo iniciando em um instante específico. É o menor caminho mínimo do nó de origem ao nó de destino que inicia no instante especificado.
- Caminho mínimo absoluto. É o menor caminho mínimo entre o nó de origem e o nó de destino iniciando e terminando em qualquer instante.

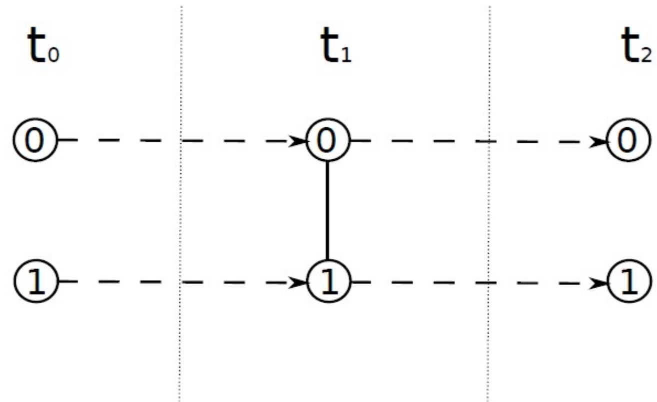
Arestas dinâmicas e Caminhos



Caminho mínimo entre 0,t0 e 1,t2

Arestas temporal (0,t0,0,t1),Aresta espacial(0,t1,1,t1),Aresta temporal(1,t1,1,t2)

Arestas dinâmicas e Caminhos



Caminho mínimo nó 0 para nó 1 terminando em t1:

(0,t1,1,t1) *Não especificou quando começa

Caminho mínimo nó 0 para nó 1 iniciando em t0:

(0,t0,0,t1),(0,t1,1,t1) *Não especificou quando acaba

Caminho mínimo absoluto nó 0 para nó 1:

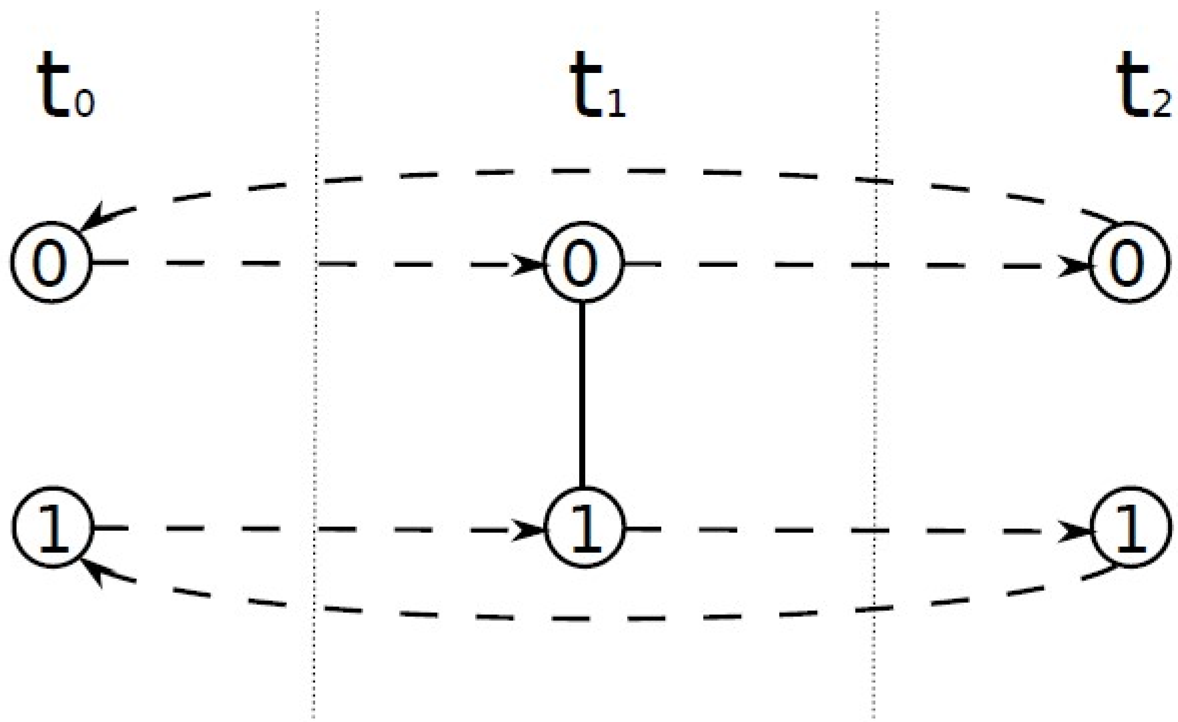
(0,t1,1,t1) *Não especificou quando começa nem acaba

GVT cíclico

- Um grafo variante no tempo onde ocorre um ciclo de arestas **TEMPORAIS**.
- Uma forma simples de modelar uma rede deste tipo é construindo um ciclo temporal em cada um dos nós, conectando cada nó em tempos sucessivos.

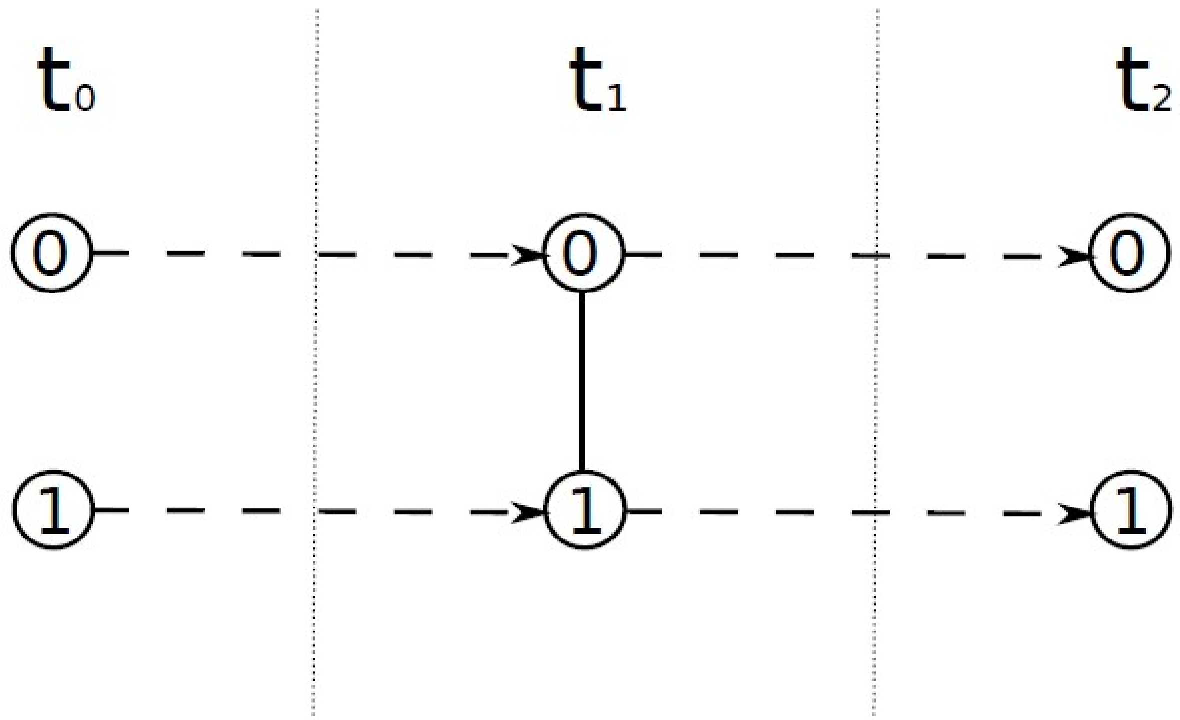
$t_0 \to t_1$, $t_1 \to t_2$ até $t_{\tau-2} \to t_{\tau-1}$ e finalmente $t_{\tau-1} \to t_0$, criando n ciclos temporais.

GVT cíclico



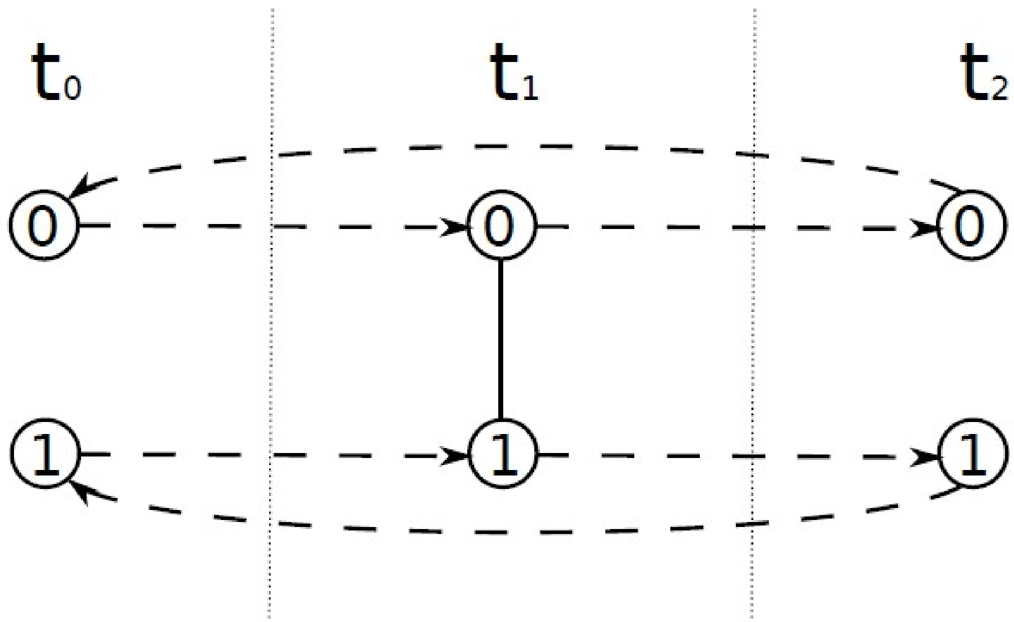
Conectividade

- GVT fortemente conexo: Se para cada par de nós U e V existe um caminho originado em U e terminado em V (considerando caminho mínimo absoluto)



Conectividade

- GVT estritamente conexo: Se para cada par (u,Tp) e (v,Tq) existe um caminho (u,Tp) e (v,Tq) assim como a volta desse caminho (v,Tq) para (u,Tp).



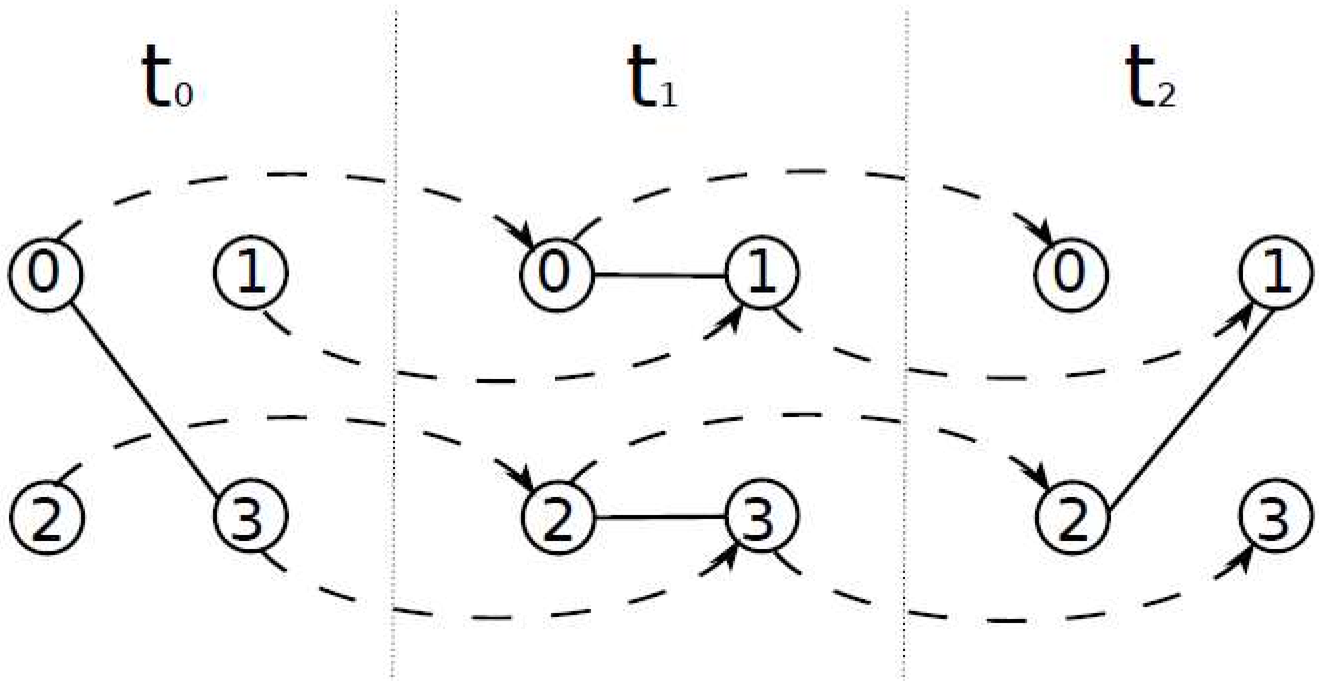
Grafo agregado

- Definimos como grafo agregado de um GVT o grafo estático obtido pela união do componente espacial de todas as arestas em todos os instantes de tempo.

Tensor de adjacência

- O tensor de adjacência AG desse GVT é a generalização para a matriz de adjacência para este modelo de GVTs onde uma aresta é representada por uma quadrupla ordenada da (u, Tp), (v, Tq).

Estrutura de dados – Tensor de adjacência



Tensor de adjacência

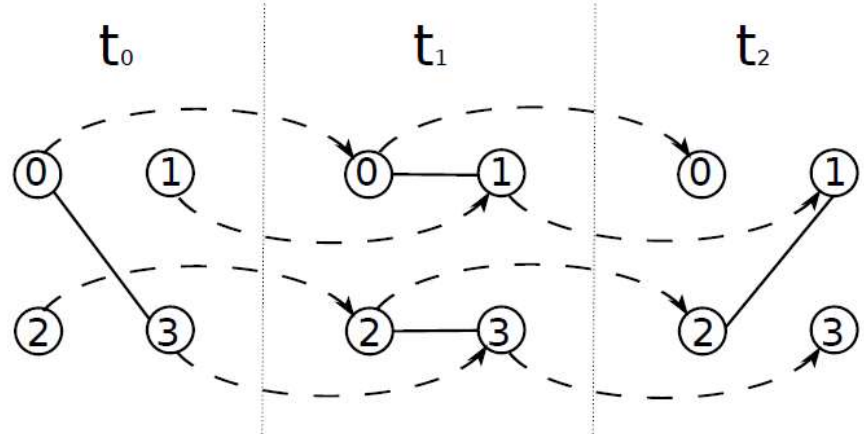
$$Mat(\mathbf{A}_{G1}) = \begin{array}{cc}
\left[\begin{array}{cccc:cccc:cccc}
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hdashline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hdashline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]
&
\begin{array}{cl}
0 & \\ 1 & t_0 \\ 2 & \\ 3 & \\
\hdashline
0 & \\ 1 & t_1 \\ 2 & \\ 3 & \\
\hdashline
0 & \\ 1 & t_2 \\ 2 & \\ 3 &
\end{array}
\\
\begin{array}{cccc:cccc:cccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 \\
 & t_0 & & & & t_1 & & & & t_2 & &
\end{array}
&
\end{array}$$

Tensor de incidência

- O tensor de incidência é a generalizacão para o modelo de GVTs da matriz de incidência de um grafo estático orientado. Na matriz de incidência, cada aresta é representada por uma coluna e cada nó é representado por uma linha. Em cada coluna (aresta), se registra com -1 a entrada correspondente ao nó de origem e 1 a entrada correspondente ao nó de destino. As demais entradas são preenchidas com 0.

Tensor de incidência

$$
Mat(\mathbf{C}_{G1}) =
\begin{array}{cc}
\left[\begin{array}{cccccccccccccccc}
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]
&
\begin{array}{ll}
0 & \\
1 & t_0 \\
2 & \\
3 & \\
0 & \\
1 & t_1 \\
2 & \\
3 & \\
0 & \\
1 & t_2 \\
2 & \\
3 &
\end{array}
\\
\begin{array}{cccccccccccccccc}
e_0 & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 & e_9 & e_{10} & e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15}
\end{array}
&
\end{array}
$$



Tensor de incidência

- Colunas 0 a 7 representam as arestas temporais
- Colunas 8 e 9 representam a aresta espacial entre os nós 0 e 3 em T0
- Colunas 10 e 11 representam a aresta espacial entre os nós 0 e 1 em T1
- Colunas 12 e 13 representam a aresta espacial entre os nós 2 e 3 em T1
- Colunas 14 e 15 representam a aresta espacial entre os nós 1 e 2 em T2

Conclusão

- Como conclusão, o artigo expõe que ele acredita que o modelo proposto por eles consegue sim abrir uma série de estudos complementares em cima de bases com variação de tempo, mostrando assim que há possibilidades desses modelos trazerem uma nova visão de modelagem em grafos onde as bases utilizadas variam no tempo como por exemplo redes veículares.