

## AMOSTRAGEM, QUANTIZAÇÃO e INTERPOLAÇÃO DE IMAGENS

**Exercício 1:** explique o conjunto das figuras abaixo (Figuras 1, 2 e 3), relativas ao processo que aquisição, digitalização, processamento e exibição de imagens.

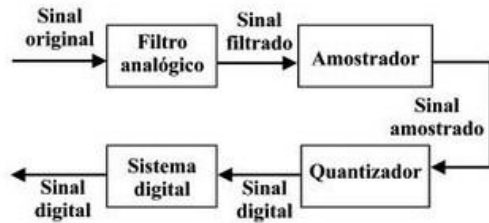


Figura 1

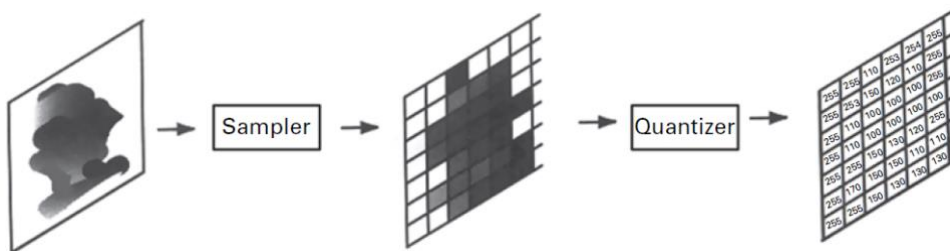


Figura 2

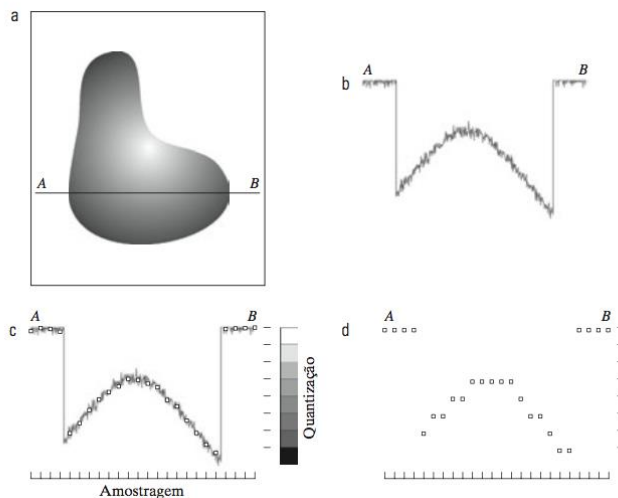


Figura 3

**Exercício 2:** Pelo Teorema da amostragem, também conhecido por Teorema de Nyquist, a amostragem do sinal deve ser feita a uma frequência maior que duas vezes a maior componente de frequência presente no sinal analógico.

- a) Considere um sinal senoidal puro, com frequência  $f_0$ , como o sinal em vermelho na Figura 4. Este sinal é de faixa limitada? Por quê?

- b) Este sinal foi amostrado e as amostras podem ser visualizadas como pontos na Figura 4. Se você observar (faça isso), o Teorema de Nyquist não foi cumprido. EXPLIQUE.
- c) A partir das amostras visualizadas na Figura 4, o sinal reconstruído será o sinal senoidal de cor azul (quando, se o Teorema de Nyquist tivesse sido obedecido, o sinal reconstruído seria o sinal original, em vermelho). Explique por que isso acontece.

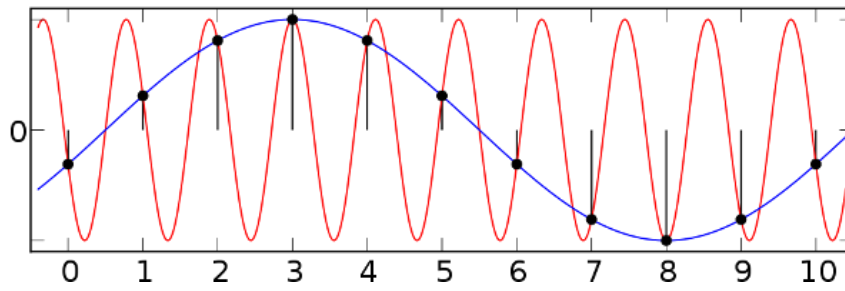


Figura 4

**Exercício 3:** A Figura 5 apresenta dois sinais, com os respectivos espectros de Fourier.

- a) Interprete os espectros, observando a sua coerência com os sinais no domínio do tempo.
- b) Os sinais são de faixa limitada? Justifique.
- c) Qual é a frequência de amostragem mínima para cada um dos sinais?
- d) Imagine um sinal que seja resultante da soma dos dois sinais da Figura 5, ponto-a-ponto. Faça um esboço deste sinal no domínio do tempo, e também do seu espectro. Esse sinal é de faixa limitada? Qual é a frequência de amostragem mínima?

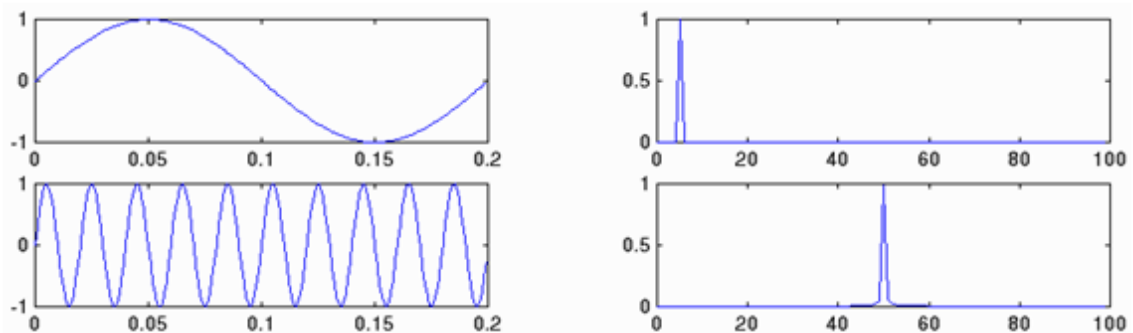
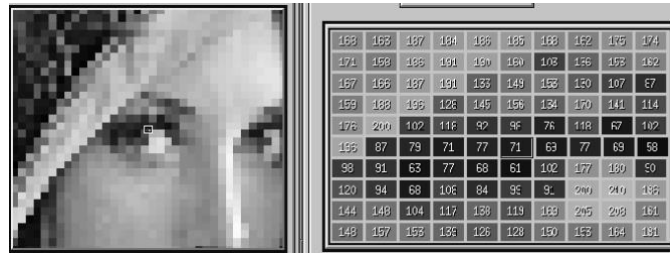


Figura 5

**Exercício 3:** A Figura 8 apresenta a imagem Lena e uma pequena região do seu olho, demarcada por um pequeno retângulo da figura da direita, codificada com 8 bpp (bits por pixel).



No Quadro abaixo está a transcrição de valores contidos em uma sub-região dentro da região assinalada.

68	61	102	177	180	50
84	98	93	200	210	186
130	119	163	205	208	161

Projete um quantizador uniforme e escalar com 3 bits por pixel para comprimir a região acima. Em seguida, reconstrua a imagem quantizada escolhendo valores de reconstrução de duas formas diferentes:

- O valor resultante da substituição dos 5 bits menos significativos (na codificação usando 8bpp) por zeros.
- O valor médio entre os limiares de decisão de cada faixa, na codificação do preto ao branco utilizando 3bpp.

Para cada caso, (a) e (b), calcule:

- A imagem diferença: diferença entre a região original da imagem, mostrada no Quadro I e codificada com 8bpp, e a região equivalente, quantizada com 3bpp.
- A imagem diferença-absoluta (módulo da imagem anterior).
- O EMQ (erro médio quadrático) entre a região original da imagem e a região quantizada. O EMQ é dado por:

$$EMQ = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [original(x, y) - quantizada(x, y)]^2,$$

em que M é o número de linhas e N é o número de colunas.

- A razão pico de sinal / ruído (PSNR – Peak Signal to Noise Ratio), utilizada também para comparar sinais (ou imagens), dada por:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{EMQ} \quad (\text{dB})$$

Observe que o valor 255, que aparece na equação do PSNR, corresponde ao pico de intensidade, com 8bpp.

5. Considerando-se que a imagem Lena seja 512x512, calcule o tamanho do arquivo da imagem digital antes e após a quantização. Qual foi a taxa de compressão?
6. Faça uma análise crítica dos valores encontrados de (1) a (5).

**Exercício 4:** A figura 9a apresenta a função sinc (função de amostragem bidimensional ideal), aqui denotada por  $f(x,y)$ , onde  $x$  e  $y$  denotam as coordenadas espaciais e o valor da função em qualquer ponto  $x$  e  $y$  é proporcional ao brilho (ou níveis de cinza) da imagem naquele ponto. A Figura 9b apresenta a função sinc representada no eixo  $z$ , tendo o plano  $xy$  como região de suporte. Observe atentamente as duas figuras, a e b, e tire uma conclusão a respeito das formas de se representar um sinal bidimensional.

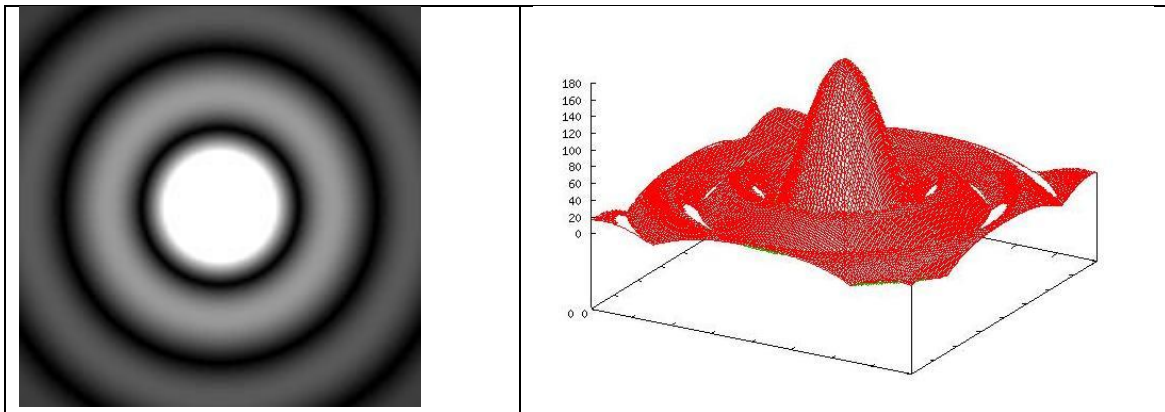


Figura 9

**Exercício 5:** A amostragem de sinais, ao multiplicar o sinal contínuo pela função COMB (função de amostragem no domínio do tempo ou espaço, com impulsos espaçados do período de amostragem), resulta na convolução do espectro do sinal contínuo original com a função COMB no domínio da frequência, com impulsos espaçados da frequência de amostragem (vide slides mostrados em sala). O resultado disso é que o espectro do sinal (ou imagem) amostrado é composto por infinitas réplicas do espectro original, espaçadas da frequência de amostragem.

A Figura 10 ilustra a convolução do espectro do sinal contínuo original, com a função COMB no domínio da frequência, com impulsos espaçados da frequência de amostragem. Pergunta-se:

- a) Nessa amostragem, ocorreu um evento indesejado. Qual é esse evento?
- b) Quais os efeitos esperados desse evento?
- c) Qual a sua hipótese para que esse evento tenha ocorrido?
- d) Indique uma solução para o problema.

# Convolução com a função COMB

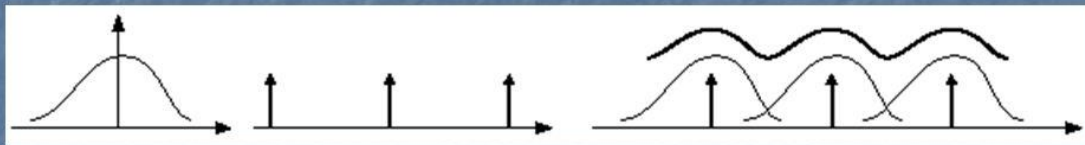


Figura 10

**Exercício 6:** Nos slides mostrados em sala, você pode observar que a reconstrução do sinal original  $f$ , a partir de suas amostras discretas, é feito convoluindo-se a função sinc (interpolador ideal) com as amostras do sinal. Esta operação é mostrada abaixo

$$\tilde{f}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{f(m\Delta_x, n\Delta_y)}_{\text{amostras (pixels)}} \text{sinc}\left(\frac{x - m\Delta_x}{\Delta_x}\right) \text{sinc}\left(\frac{y - n\Delta_y}{\Delta_y}\right)$$

- a) Avalie esta fórmula do ponto de vista computacional.

Alternativamente, a função sinc pode ser substituída por interpoladores mais simples, como o mostrado na Figura 11 (a Figura 11 ilustra o caso unidimensional, por simplicidade). A convolução deste interpolador “sub-ótimo” com as amostras das funções está mostrado também na Figura 11.

- b) Relacione a Equação mostrada acima com a Figura 11 para explicar como será calculado o valor estimado da imagem original  $f$ , em um ponto não amostrado  $(x, y)$ .
- c) Em termos computacionais, qual dos interpoladores será mais simples?

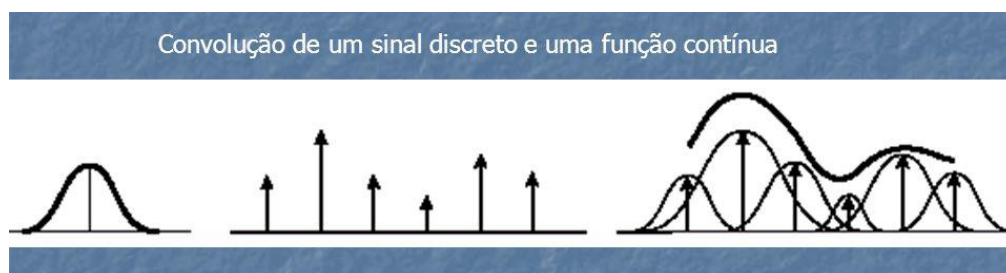


Figura 11

**Exercício 7:** a Figura 12 ilustra o processo de ampliação da imagem. Explique o que ocorre e, a partir disso, descreva o objetivo principal de um interpolador.

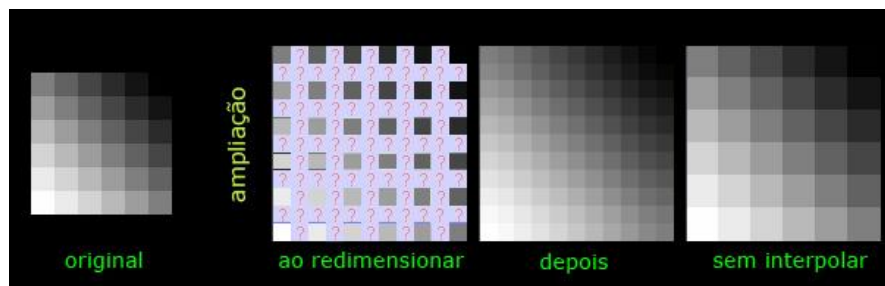


Figura 12

**Exercício 10:** calcule os valores da imagem nos pontos não amostrados indicados, utilizando:

a) Interpolador do tipo “vizinho mais próximo”

36				60				120
24				150				90

a) Interpolador bilinear

36				60				120
24				150				90