Disciplina	Curso	Turno	Período
Pesquisa Operacional		Noite	

Professor	Tipo do Documento	Data	Versão
Dorirley Rodrigo Alves	REVISÃO	00/00/2010	

1 Problema de Mix de Produção

Uma pequena fábrica de calçados produz sapatos e sandálias. As sandálias são vendidas no mercado por R\$42,00 e os sapatos por R\$43,00. Para a fabricação de um par de sandálias gasta-se 0,30m^2 de couro, levam-se 5 horas e meia no corte e costura e são utilizadas 3 pessoas para o acabamento, detalhes finais e embalagem.

Na confecção de um sapato gasta-se 0,42m^2 de couro, levam-se 4 horas e meia no corte e costura e 5 pessoas para o acabamento, detalhes finais e embalagem. A empresa conta, diariamente, com 30m^2 de couro, 100 horas de trabalho e 65 pessoas. Deseja-se formular o modelo de programação linear que maximiza a receita diária da fábrica de calçados.

Produção	Sapatos	Sandálias	Disponibilidade
Couro	0,42m^2	0,30m^2	30m^2
Corte e Costura	4,5 horas	5,5 horas	100 horas
Mão-de-obra	5 pessoas	3 pessoas	65 pessoas
Receita	R\$43,00	R\$42,00	

1.1 Modelo matemático

Variáveis de decisão:	Sapato = x_1		
	Sandália = x_2		
Função Objetivo:	Max $\mathbb{Z}$ =	$43x_1 + 42x_2$	
Restrições:	(Couro)	$0,42x_1 + 0,30x_2$	$\leq 30,00$
	(Corte e Costura)	$4,50x_1 + 5,50x_2$	$\leq 100,00$
	(Mão-de-obra)	$5,00x_1 + 3,00x_2$	$\leq 65,00$
Condições de Não Negatividade:		$x_1; x_2$	≥ 0

2 Problema de Mix de Produção II

Uma fazendeiro tem que decidir o quanto vai plantar de milho e de alfafa. Os lucros são de R\$20.000,00 por alqueire de milho e de R\$10.000,00 por alqueire de alfafa.

Suponha que suas limitações sejam:

1. Terra disponível = 8 alqueires;
2. Água disponível para irrigação = 80.000 litros;

É desejável plantar no máximo 4 alqueires de milho, sendo que cada alqueire de milho requererá 10.000 lts de água para a irrigação e cada alqueire de alfafa requererá 20.000 lts de água para a irrigação.

Qual e melhor forma de resolver este problema de tal forma que ele possa maximizar seu lucro?

Itens para Plantio	Milho	Alfafa	Disponibilidade
área disponível (Alqueire)	4	4	8
água disponível	10.000	20.000	80.000
Lucro	20.000	10.000	

2.1 Modelo matemático

Variáveis de decisão: Milho = x_1
Alfafa = x_2

Função Objetivo: Max $\mathbb{Z} =$ $20.000x_1 + 10.000x_2$

Restrições:
(Alqueires) $4x_1 + 4x_2 \leq 8$
(Água) $10.000x_1 + 20.000x_2 \leq 80.000$

Condições de Não Negatividade: $x_1; x_2 \geq 0$

3 Problemas de Transporte

A Cachaçaria Boreska possui três alambiques e três armazéns nos quais são envelhecidos as cachaças. Como os alambiques e os armazéns estão localizados em diferentes locais do estado, a empresa deseja saber quantos tonéis de cachaça deve enviar de cada alambique para cada armazém de forma a minimizar seu custo de transporte. As capacidades dos alambiques e dos armazéns (em número de tonéis, bem como os custos de transporte por tonel estão explicitados na tabela a seguir. Formule o modelo de transporte e elabore a planilha de entrada de dados na planilha eletrônica.

	Armazém 1	Armazém 2	Armazém 3	Cap. dos Alambiques
Alambique 1	20	16	24	300
Alambique 1	10	10	8	500
Alambique 1	12	18	10	200
Cap. dos Armazéns	200	400	300	

3.1 Modelo matemático

Variáveis de decisão: Todos os Alambiques X Todos os Armazéns

Função Objetivo:

$$\text{Min } \mathbb{Z} = \begin{array}{l} 20x_{11} + 16x_{12} + 24x_{13} + \\ 10x_{21} + 10x_{22} + 8x_{23} + \\ 12x_{31} + 18x_{32} + 10x_{33} \end{array}$$

Restrições da Oferta

Alambique 1	$x_{11} + x_{12} + x_{13}$	≤ 300
Alambique 2	$x_{21} + x_{22} + x_{23}$	≤ 500
Alambique 3	$x_{31} + x_{32} + x_{33}$	≤ 200

Restrições da Demanda

Armazém 1	$x_{11} + x_{21} + x_{31}$	$= 200$
Armazém 2	$x_{12} + x_{22} + x_{32}$	$= 400$
Armazém 3	$x_{13} + x_{23} + x_{33}$	$= 300$

Condições de
Não Negatividade: $\forall x_{i,j} \geq 0$ onde : $i = \{1, 2, 3\}$
$j = \{1, 2, 3\}$

4 Regra de Equilíbrio de Fluxo

Para problemas onde o modelo de rede representa um fluxo diversificado podendo ser inclusive retroalimentado, o uso da Regra de equilíbrio de fluxo é amplamente utilizada a fim de facilitar a modelagem matemática. Para o emprego da técnica, é necessário observar os seguintes itens:

1. Toda oferta é caracterizada pela saída de produtos e portanto é representada pelo sinal negativo $(-)$.
2. Toda demanda é caracterizada pela entrada de produtos e portanto é representada pelo sinal positivo $(+)$
3. Quando a Oferta foi igual a Demanda (Oferta = Demanda)
   Entrada - Saída = Oferta ou Demanda
4. Quando a Oferta foi maior que a Demanda (Oferta > Demanda)
   Entrada - Saída $\geq$ Oferta ou Demanda

5. Quando a Oferta foi menor que a Demanda (Oferta $<$ Demanda)
   Entrada - Saída $\leq$ Oferta ou Demanda

5 Problemas de Transportes com Transbordo

A empresa Verde Folhas localizada em Caeté fornece hortaliças para região metropilitana de Belo Horizonte onde possui um depósito na Capital. De Belo Horizonte, as hortaliças são enviadas por meio de veículos utilitários para seus distribuídores localizados nas cidades de Contagem, Betim, Sabará, Santa Luzia e Ribeirão das Neves. A figura abaixo mostra as possíveis rotas de envio disponíveis para a empresa junto com os custos de transportes de cada veículo na rota indicada. Atualmente, há 90 caixas de produtos disponíveis em Belo Horizonte. O número de caixas solicitados pelos distribuídores em Contagem, Betim, Santa Luzia, Sabará e Rib. das Neves é 20, 20, 10, 20 e 10, respectivamente. A Verde Folhas deseja determinar a maneira mais econômica de transportar as caixas do depósito central em Belo Horizonte para as cidades estão localizados os distribuídores.

	Bhz	Ctg	Btm	Sta	Sbr	Rib
Bhz		1	2			
Ctg				3	4	5
Btm				6	7	8
Sta					9	
Sbr				10		11
Rib					12	

5.1 Modelo matemático

Variáveis de decisão: Os custos do diagrama (as arestas)

Função Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Min } \mathbb{Z} = \; & 1x_{12} + 2x_{13} + 3x_{24} + 4x_{25} \\ & +5x_{26} + 6x_{34} + 7x_{35} + 8x_{36} \\ & +9x_{45} + 10x_{54} + 11x_{56} + 12x_{65} \end{aligned}$$

Restrições da Oferta

$$\begin{aligned} -x_{12} - x_{13} & \geq -90 \\ x_{12} - x_{24} - x_{25} - x_{26} & \geq 20 \\ x_{13} - x_{34} - x_{35} - x_{36} & \geq 20 \\ x_{24} + x_{34} + x_{54} - x_{45} & \geq 10 \\ x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{65} - x_{54} - x_{56} & \geq 20 \\ x_{26} + x_{36} + x_{56} - x_{65} & \geq 10 \end{aligned}$$

Condições de Não Negatividade: $\forall x_{i,j}$ onde : $i = \{1, \ldots, 6\}$
$ji = \{1, \ldots, 6\}$

6 Problema de Atribuição

O quadro abaixo indica o tempo em horas que cada uma das quatro máquinas da empresa Grand Motors gasta para realizar cada uma das cinco tarefas relacionadas. Sabendo que cada máquina pode realizar somente uma tarefa, a Grand Motors deseja designar tarefas às máquinas, visando a minimizar o tempo gasto.

	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4
Máquina 1	14	5	8	7
Máquina 2	2	12	6	5
Máquina 3	7	8	3	9
Máquina 4	2	4	6	10

6.1 Modelo matemático

Variáveis de decisão: Todas as Máquinas X Todas as Tarefas

Função Objetivo:

$$\text{Min } \mathbb{Z} = \begin{array}{l} 14x_{11} + 5x_{12} + 8x_{13} + 7x_{14} \\ 2x_{21} + 12x_{22} + 6x_{23} + 5x_{24} \\ 7x_{31} + 8x_{32} + 3x_{33} + 9x_{34} \\ 2x_{41} + 4x_{42} + 6x_{43} + 10x_{44} \end{array}$$

Restrições da Oferta

$$\begin{array}{lll} \text{Máquina 1} & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} & = 1 \\ \text{Máquina 2} & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} & = 1 \\ \text{Máquina 3} & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} & = 1 \\ \text{Máquina 4} & x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} & = 1 \end{array}$$

Restrições da Demanda

$$\begin{array}{lll} \text{Tarefa 1} & x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} & = 1 \\ \text{Tarefa 2} & x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} & = 1 \\ \text{Tarefa 3} & x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} & = 1 \\ \text{Tarefa 4} & x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} & = 1 \end{array}$$

Condições de
Não Negatividade: $\forall x_{i,j} \in \{0, 1\}$ onde : $i = \{1, \ldots, 4\}$
$j = \{1, \ldots, 4\}$

7 Problemas de Caminho Mínimo

Em uma pequena viagens de negócios, o vendedor deseja sair de Sete Lagoas e ir até a cidade de Presidente Juscelino. Entretanto, o viajante deseja saber qual o será o menor caminho possível entre as duas cidades.

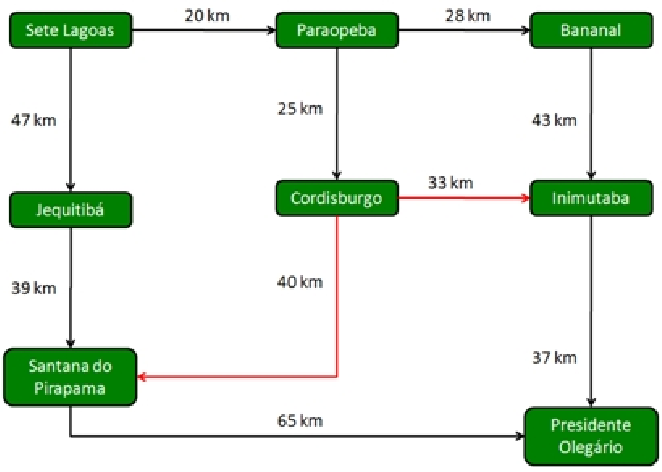

Figura 1: Rota existente entre as cidades. Os traçados em vermelho representam estradas sem pavimentação (terra) e os traçaados em preto representam estradas pavimentadas (asfalto).

7.1 Modelo matemático

Variáveis de decisão: A quilometragem (as arestas)

Função Objetivo:

$$\text{Min } \mathbb{Z} = 20x_{12} + 47x_{13} + 25x_{25} + 28x_{26} + 39x_{34} + 65x_{48} + 40x_{54} + 33x_{57} + 43x_{67} + 37x_{78}$$

Restrições da Oferta

$$\begin{aligned}
-x_{12} - x_{13} &= -1 \\
x_{12} - x_{25} - x_{26} &= 0 \\
x_{13} - x_{34} &= 0 \\
x_{34} + x_{54} - x_{48} &= 0 \\
x_{25} - x_{54} - x_{57} &= 0 \\
x_{26} - x_{67} &= 0 \\
x_{57} + x_{67} - x_{78} &= 0 \\
x_{78} + x_{48} &= 1
\end{aligned}$$

Condições de Não Negatividade: $\forall x_{i,j} \in \{-1, 0, 1\}$ onde : $i = \{1, \ldots, 8\}$, $ji = \{1, \ldots, 8\}$

8 Problemas de Fluxo Máximo

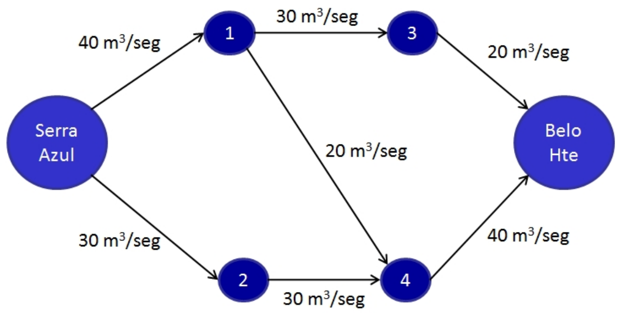

Figura 2: Aquedutos para distribuição de água da COPASA

A COPASA - Águas Minerais de Minas S/A, deseja determinar a quantidade máxima de metros cúbicos por segundo de água que pode bombear da estação de Serra Azul para o centro consumidor de Belo Horizonte pela rede de aquedutos existentes. A figura abaixo, apresenta a estrutura da rede de distribuição e apresenta a capacidade de fluxo máximo no trechos (em metros cúbicos por segundo)

8.1 Modelo matemático

Observe que no modelo matemático a Função Objetivo busca a maximização de um fluxo artificial que liga o destino Belo Horizonte (representada pela letra b) até a origem Serra Azul (representada pela letra s). A ilustração da Fig. 3 apresenta o arco fictício.

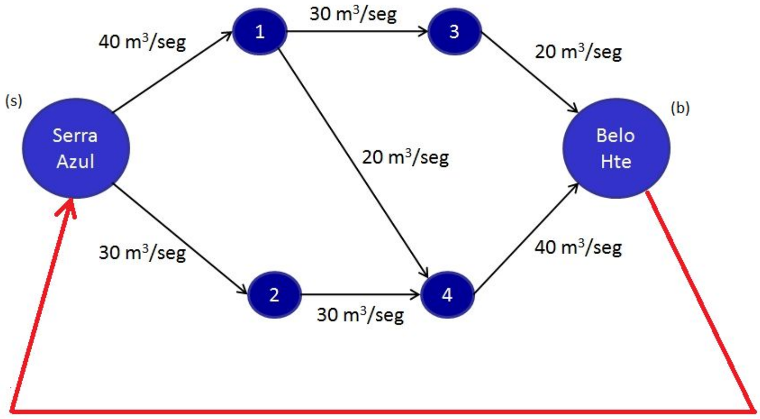

Figura 3: Diagrama contendo um arco fictício ligando o destino b até a origem s

Variáveis de decisão: O fluxo de água (as arestas)

Função Objetivo: Max $\mathbb{Z} = x_{bs}$

Restrições da Capacidade

$$
\begin{aligned}
x_{s1} &\leq 40 \\
x_{s2} &\leq 30 \\
x_{13} &\leq 30 \\
x_{14} &\leq 20 \\
x_{24} &\leq 30 \\
x_{3b} &\leq 20 \\
x_{4b} &\leq 40 \\
x_{bs} &\leq 9.999
\end{aligned}
$$

Restrições do fluxo

$$
\begin{aligned}
x_{bs} - x_{s1} - x_{s2} &= 0 \\
x_{s1} - x_{13} - x_{14} &= 0 \\
x_{s2} - x_{24} &= 0 \\
x_{13} - x_{3b} &= 0 \\
x_{14} + x_{24} - x_{4b} &= 0 \\
x_{3b} + x_{4b} - x_{bs} &= 0
\end{aligned}
$$

Condições de
Não Negatividade: $\forall x_{i,j} \geq 0$ onde : $i = \{1, \ldots, 4\}$
$ji = \{1, \ldots, 4\}$