Unidade II - Fundamentos de Imagens Digitais - Parte 2:Interpolação de Imagens

- Interpolação pelo vizinho mais próximo
- Interpolação bilinear
- Interpolação bicúbica

- A interpolação é uma ferramenta usada em tarefas como **ampliação ou *zooming*** (que funciona como reamostragem de imagens), r**otação, cisalhamento e correções geométricas.**
- A **interpolação tem uma grande aplicação na exibição de imagens digitais, onde se deseja transformar uma imagem digital em uma aproximação de uma imagem analógica a ser exibida (o que também chamamos de reconstrução).** No momento dessa reconstrução, deve-se observar que os dispositivos de exibição de imagem são finitos e isso faz com que a resolução máxima alcançada dependa da resolução dos mesmos. Dessa forma, ao exibirem-se imagens digitais, deve-se **ajustar sua resolução** de acordo com o dispositivo utilizado, bem como os requisitos de sua aplicação específica. Portanto, interpolação de imagens é uma técnica importante para a aplicação de conversão de resolução.
- A interpolação de imagens é utilizada atualmente em aplicações para fins de entretenimento e/ou profissionais. Como exemplos, podem ser citadas a conversão de imagens de TV com resolução padrão para imagens a serem exibidas em dispositivos com alta definição (HDTV), a geração de imagens médicas com fins de diagnóstico ou, simplesmente, a aplicação de *zoom* em áreas de maior interesse, a fim de observar detalhes da imagem.

- Algumas definições do termo “interpolar”:

  a) Interpolar é predizer (ou estimar) o valor da variável em estudo num ponto não amostrado;

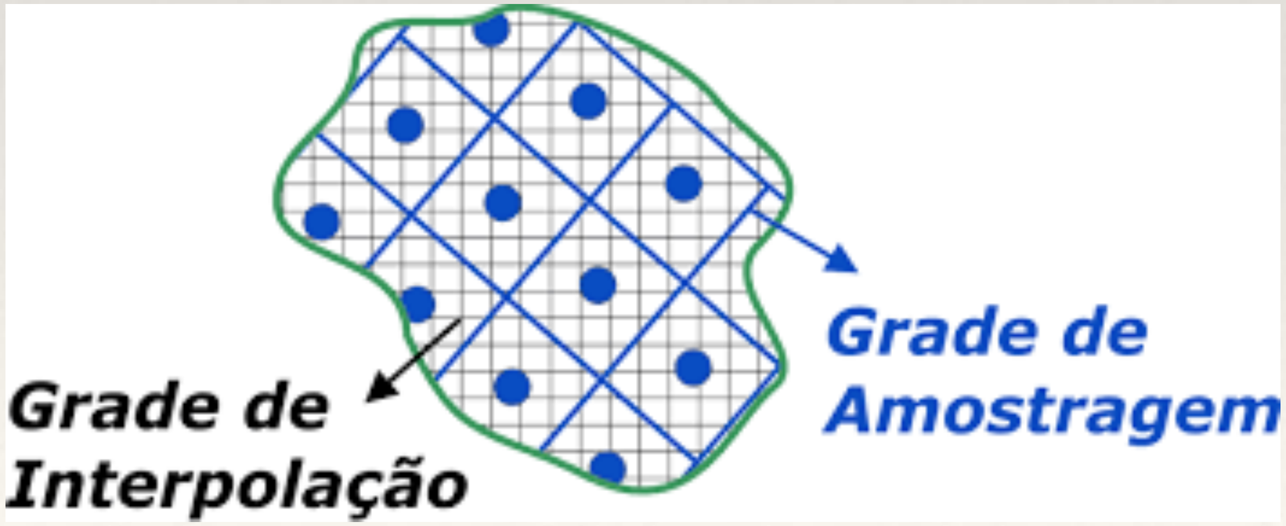
  b) A interpolação é um tipo de processamento de imagens que produz funções contínuas a partir de pixels discretos.

  IMPORTANTE: nenhum esquema de interpolação acrescenta dados novos. O melhor que você pode fazer é reduzir os artefatos de interpolação.

- **Exemplo**: Imagem original contém 500 x 500 pixels e necessita ser redimensionada para 2000 x 2000 pixels (ampliada 4x em cada dimensão, ou seja, ocupando área 16x maior).

Visualize grade imaginária de 2000 x 2000 pixels e sobreponha-a à imagem original de 500 x 500 pixels. Obviamente, o tamanho e espaçamento entre os pixels da grade de 2000 x 2000 pixels será menor que na imagem original. Para realizar a atribuição de intensidade aos pontos da grade sobreposta, aplica-se um método de interpolação (a ser escolhido).

Após atribuir as intensidades a todos os pontos da grade, a imagem 2000 x 2000 pixels pode ser expandida para a imagem ampliada, aumentando-se a área da imagem.



Interpolação por vizinho mais próximo

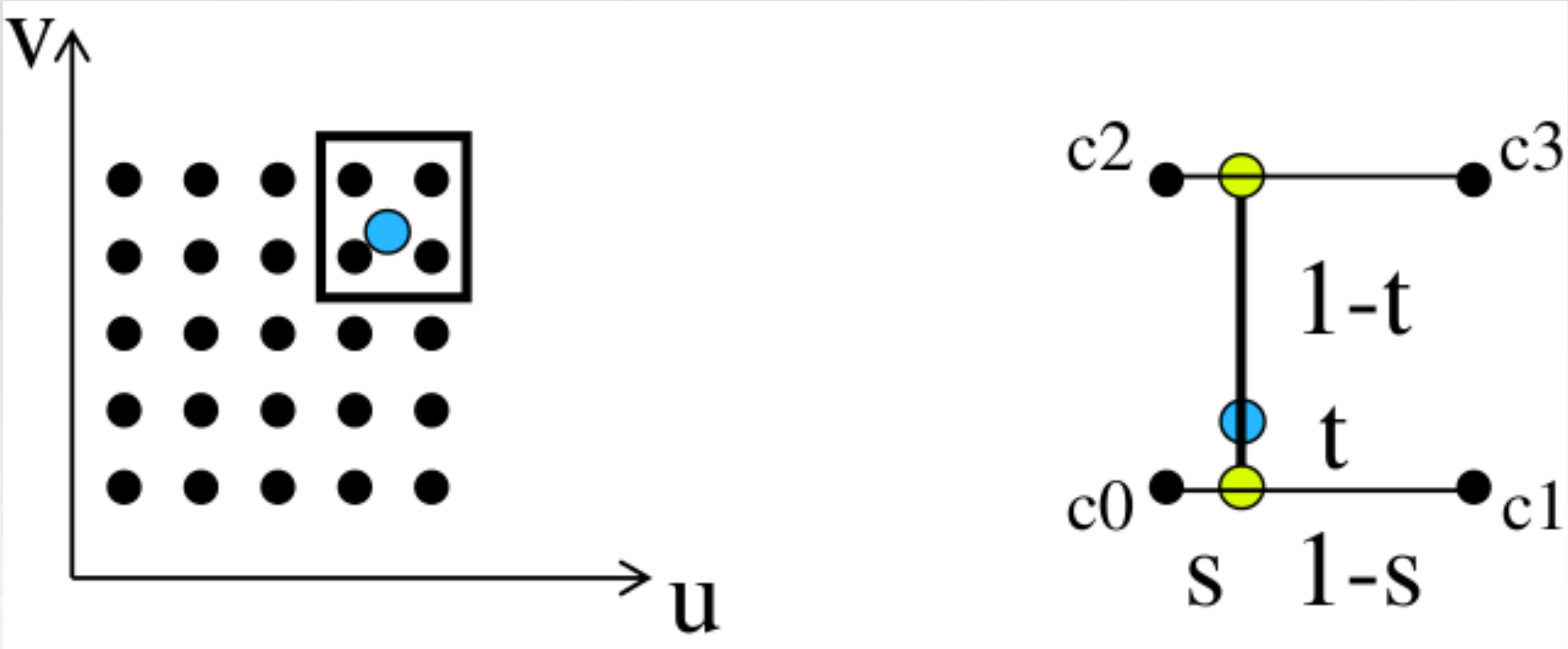
a b c
d e f

FIGURE 2.20 (a) 1024 × 1024, 8-bit image. (b) 512 × 512 image resampled into 1024 × 1024 pixels by row and column duplication. (c) through (f) 256 × 256, 128 × 128, 64 × 64, and 32 × 32 images resampled into 1024 × 1024 pixels.

A interpolação mais simples é o *método de interpolação por vizinho mais próximo.*

Interpolação Bilinear

Utiliza 4 pixels vizinhos mais próximos (na vertical e na horizontal) para estimar a intensidade de uma dada posição. O valor do pixel estimado é proporcional às distâncias relativas.



Sejam:

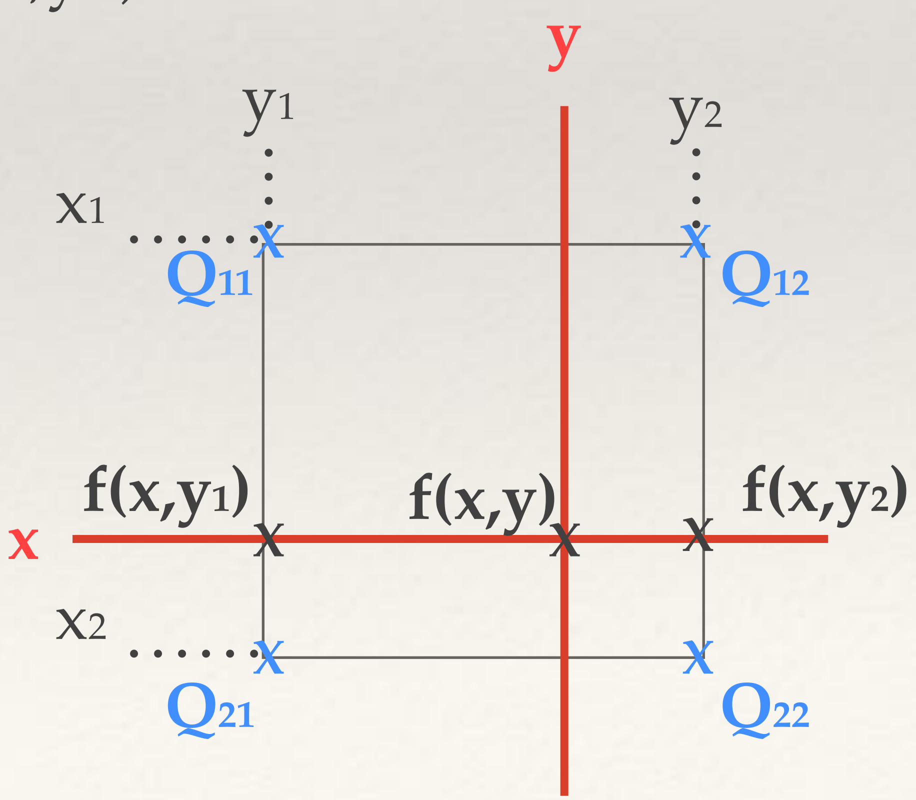
- $Q_{ij}=(x_i,y_j)$: coordenadas espaciais
- $f(Q_{ij})$: intensidade do pixel na posição Q_{ij}

$$Q_{11} = (x_1, y_1),\ Q_{12} = (x_1, y_2),\ Q_{21} = (x_2, y_1), \text{ and } Q_{22} = (x_2, y_2).$$

Inicialmente, realizam-se duas interpolações lineares na linha x: uma na coluna y_1, encontrando f(x,y1), e outra na coluna y_2, encontrando f(x,y2).

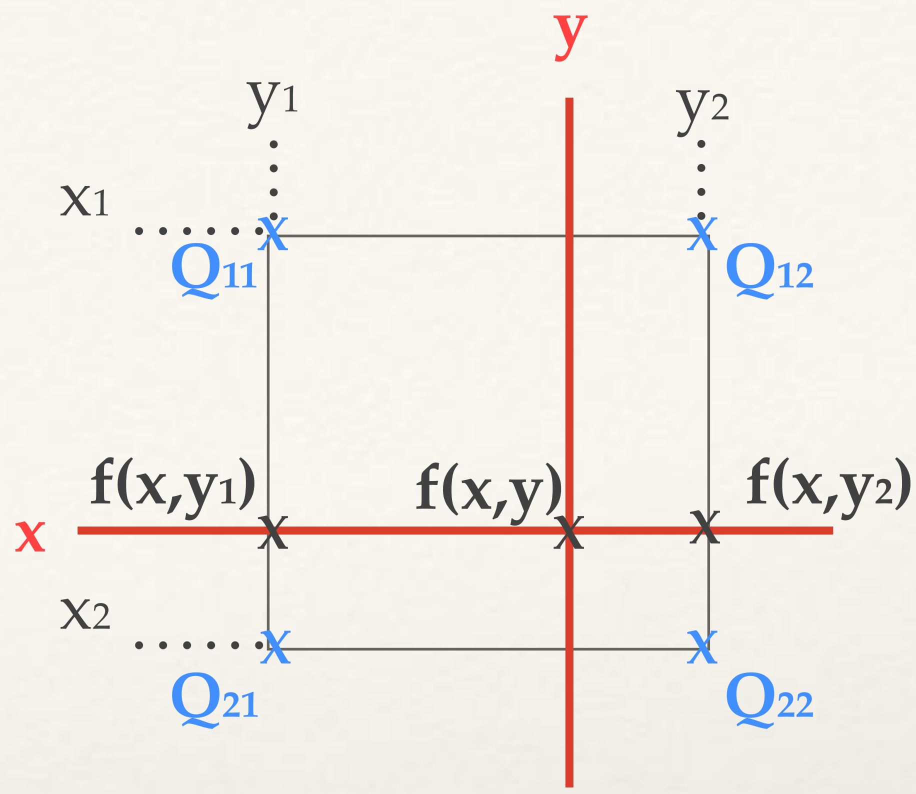
$$f(x,y_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21})$$

$$f(x,y_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22})$$



Repetindo:

$$f(x,y_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21})$$
$$f(x,y_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22})$$



Depois, realiza-se a interpolação linear de f(x,y1) e f(x, y2) na coluna y:

$$\begin{aligned} f(x,y) &\approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(x,y_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(x,y_2) \\ &\approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}) \right) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}) \right) \\ &= \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \big(f(Q_{11})(x_2 - x)(y_2 - y) + f(Q_{21})(x - x_1)(y_2 - y) + f(Q_{12})(x_2 - x)(y - y_1) + f(Q_{22})(x - x_1)(y - y_1) \big) \end{aligned}$$

Algoritmo alternativo da Interpolacão Bilinear

An alternative way to write the solution to the interpolation problem is

$$f(x,y) \approx a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy$$

Where the coefficients are found by solving the linear system

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_1 & y_2 & x_1 y_2 \\ 1 & x_2 & y_1 & x_2 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(Q_{11}) \\ f(Q_{12}) \\ f(Q_{21}) \\ f(Q_{22}) \end{bmatrix}$$

If a solution is preferred in terms of *f(Q)* then we can write

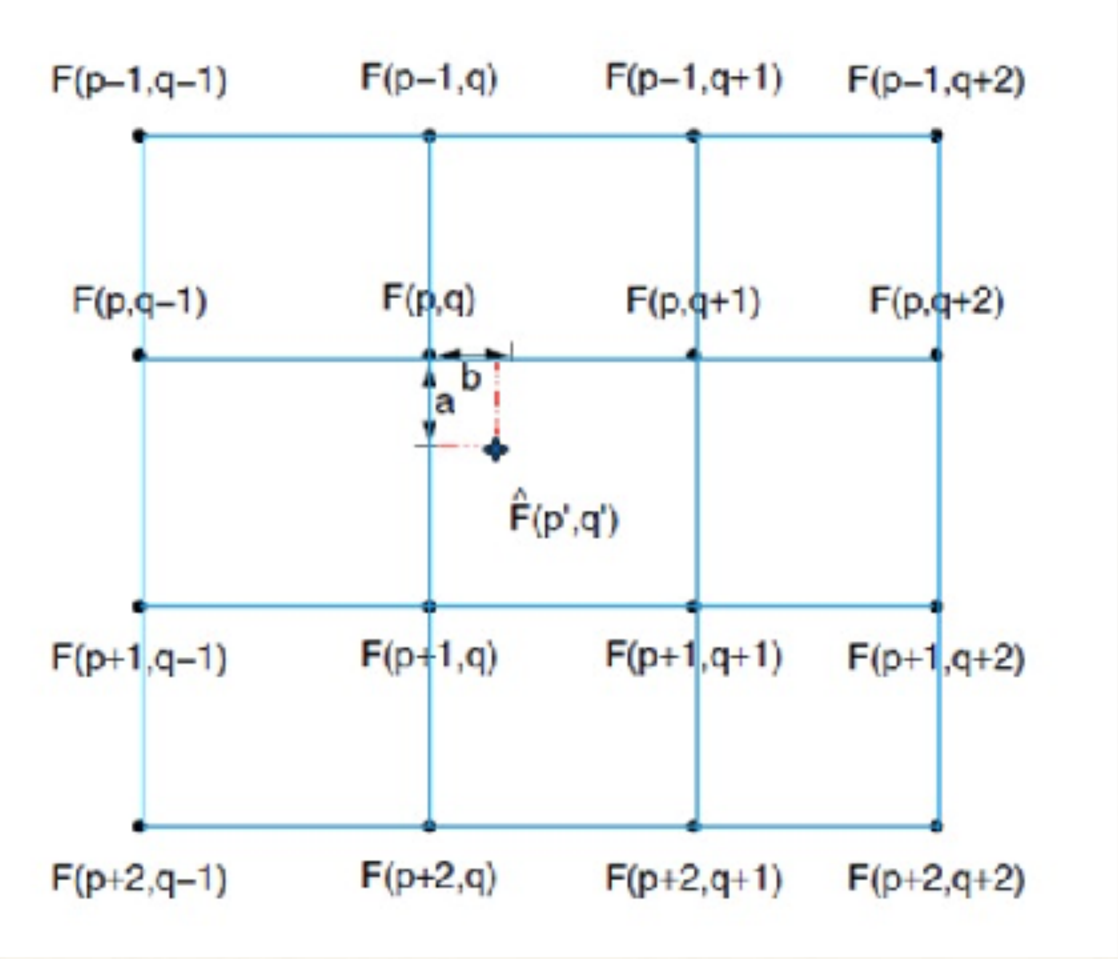
$$f(x,y) \approx b_{11} f(Q_{11}) + b_{12} f(Q_{12}) + b_{21} f(Q_{21}) + b_{22} f(Q_{22})$$

Where the coefficients are found by solving

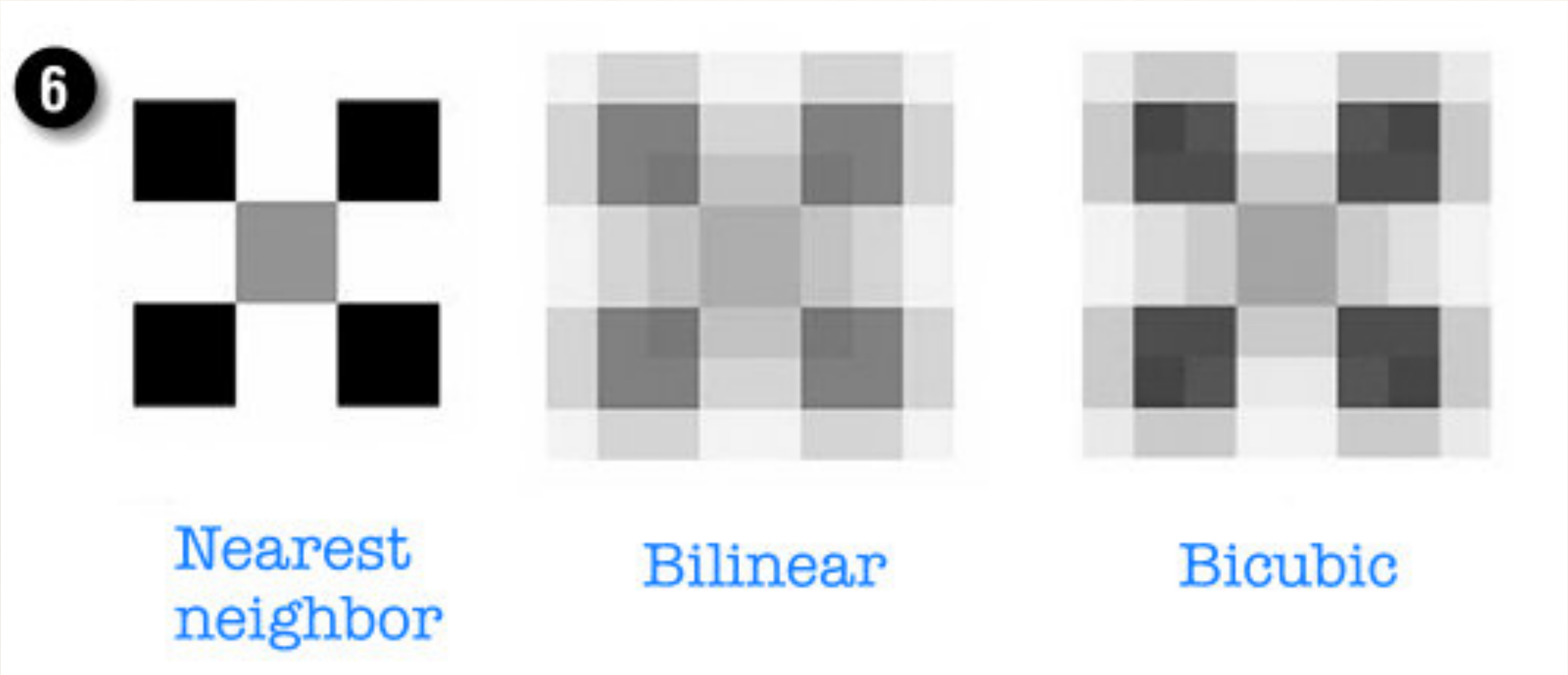
$$\begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{21} \\ b_{22} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_1 & y_2 & x_1 y_2 \\ 1 & x_2 & y_1 & x_2 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \end{bmatrix}^{-1} \right)^T \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ xy \end{bmatrix}$$

Interpolação Bicúbica

- Média ponderada dos 16 pixels vizinhos mais próximos de um ponto. Esse método "olha" em todas a direções: horizontal, vertical e diagonal.
- A superfície da imagem interpolada é mais suave do que aquela obtida com a interpolação bilinear.

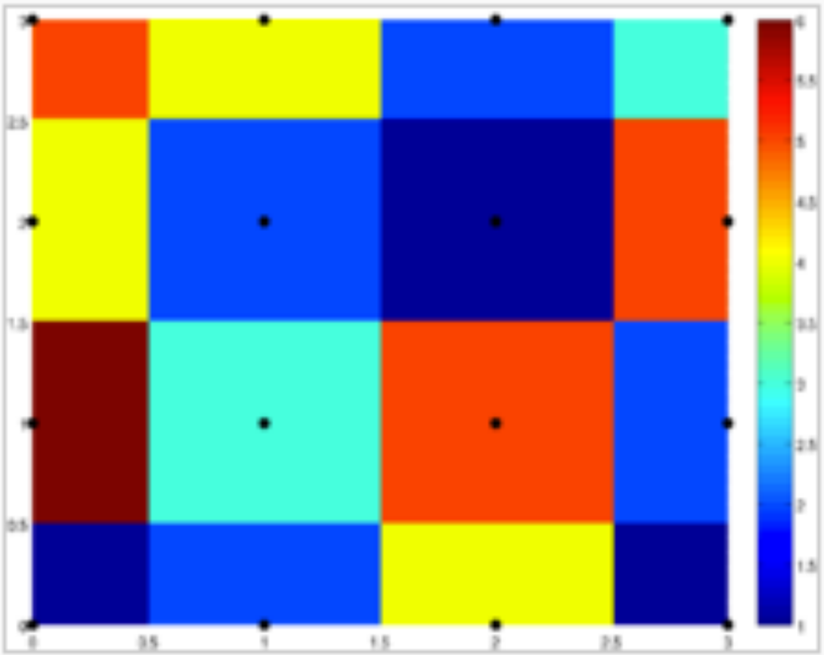


Comparação entre os métodos de interpolação

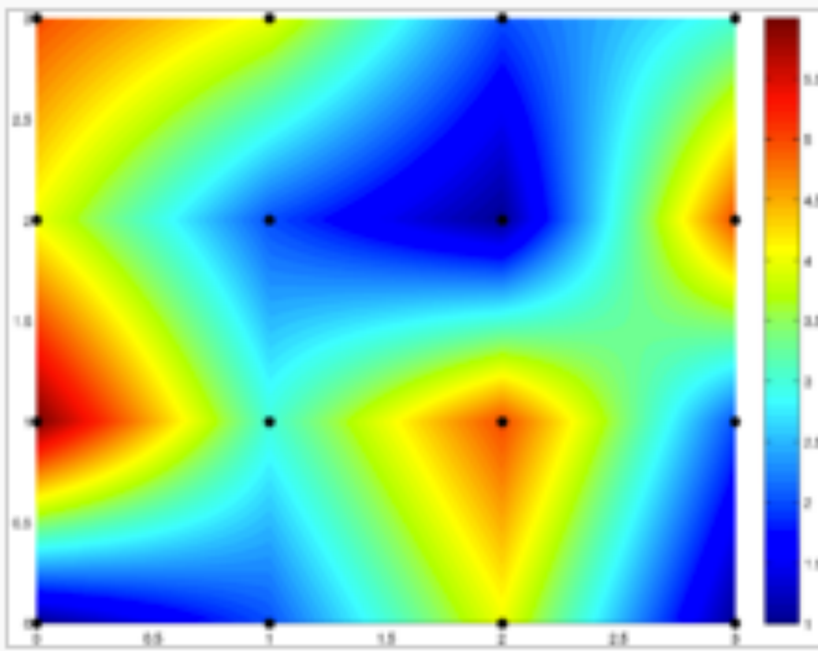


OBS.: Todas as 3 imagens interpoladas duplicaram o número de linhas e colunas, em relação à imagem original.

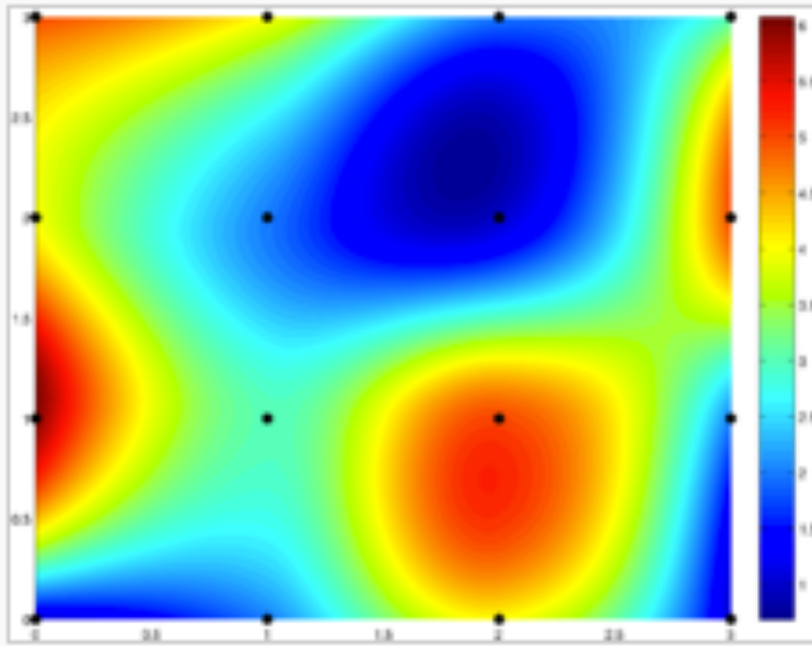
Comparação entre os métodos de interpolação



Nearest-neighbor interpolation on the same dataset as above. Note that the information content in all these three examples is equivalent.



Bilinear interpolation on the same dataset as above. Derivatives of the surface are not continuous over the square boundaries.



Bicubic interpolation on the square $[0,3] \times [0,3]$ consisting of 9 unit squares patched together. Bicubic interpolation as per MATLAB's implementation. Colour indicates function value. The black dots are the locations of the prescribed data being interpolated. Note how the color samples are not radially symmetric.

Exercício

Considere uma imagem de 4 linhas e 8 colunas, cujos pixels apresentam os valores de intensidade mostrados na Tabela abaixo, no item ‘Imagem original’. Essa imagem foi sub-amostrada, descartando-se as colunas pares e as linhas pares, gerando a ‘Imagem sub-amostrada’, que correspondem a 1/4 da quantidade de pixels da ‘Imagem original’. Utilizando o algoritmo de interpolação bilinear passo-a-passo, encontre a ‘Imagem reconstruída’, de mesma resolução da ‘Imagem original’, atribuindo-se apenas valores inteiros aos pixels. Para os pixels de borda em que não for possível calcular a interpolação bilinear, aplique o interpelador “vizinho mais próximo”.

Imagem original	20	20	12	20	16	24	24	40
	20	24	120	16	16	20	20	36
	20	28	8	8	16	16	20	12
	20	28	8	8	16	16	20	12
Imagem sub-amostrada	20	12	16	24				
	20	8	16	20				
Imagem recostruída								

Exercício

Considere a tabela abaixo representando uma região de imagem de dimensões 2×2 pixels, marcados em negrito.

60	**75**
120	**45**

Esses pixels serão interpolados para aumentar a resolução dessa região para 4×6 pixels, conforme mostrado. Calcule os valores dos pixels interpolados A, B, C, D, E, F e G, destacados na tabela abaixo, usando a interpolação bilinear. Os cálculos devem constar da resolução desta questão.

60			A		**75**
			B		
			C		
120	D	E	F	G	**45**