Processamento Digital de Imagens

Profa. Flávia Magalhães

PUC Minas

Unidade IV - Parte 1c - Filtros Morfológicos

Agenda

- A palavra **Morfologia** é originalmente um ramo da biologia que estuda as formas e estruturas dos animais e plantas.
- Usamos esta palavra no contexto de Morfologia Matemática como um instrumento para extração de componentes da imagem que sejam úteis para representação e descrição da forma de uma região, como fronteiras, esqueletos e fecho convexo.
- Morfologia Matemática surgiu em 1964 das pesquisas conjuntas de G. Matheron e J. Serra. Entre 1964 e 1968 foram estabelecidas as primeiras noções teóricas.
- Originalmente foi desenvolvida para **análise de imagens microscópicas.**

Introdução

- A linguagem da Morfologia Matemática é a Teoria dos Conjuntos. Conjuntos em morfologia representam objetos numa imagem.
- Para realizar as operações morfológicas a imagem deve estar previamente segmentada, sendo usualmente 0 (zero) para *background* e 1 (um) para os objetos.
- Em alguns exemplos, representaremos objetos segmentados com *pixels* pretos e, em outros casos, como *pixels* brancos.
- Uma vez segmentada, operações morfológicas podem ser utilizadas para **remover imperfeições** na imagem segmentada e **prover informações** a respeito da **forma e da estrutura da imagem**.

Imagem após segmentação

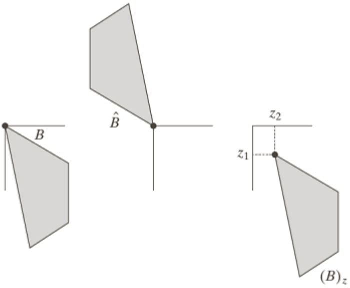
Imagem após segmentação e processamento morfológico

- Sendo A um conjunto em Z^2. Se $\underline{a} = (a_1, a_2)$ é um elemento de A, então:

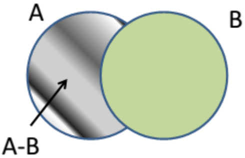
Conjunto vazio:	$\emptyset$
A é subconjunto de B:	$A \subseteq B$
União de A e B:	$A \cup B$
Interseção A e B:	$A \cap B$
Conjuntos disjuntos:	$A \cap B = \emptyset$
Complemento de A:	$A^c = \{w \| w \notin A\}$
Especificação do conjunto:	$C = \{w \| w \in A, w \in B\} = A \cap B$
Diferença de A e B:	$A - B = \{w \| w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$
Reflexão de B:	$\hat{\mathrm{B}} = \{w \| w = -b, b \in B\}$
Translação de A por $\underline{z} = (z_1, z_2)$:	$(A)_{\underline{z}} = \{\underline{c} \| \underline{c} = \underline{a} + \underline{z}, para\, \underline{a} \in A\}$

OBS.: se A é o conjunto de pontos que representa um objeto na imagem, então $(A)_{\underline{z}}$ é o conjunto de pontos em A, cujas coordenadas (x, y) foram sunstituídas por $(x + z_1, y + z_2)$.

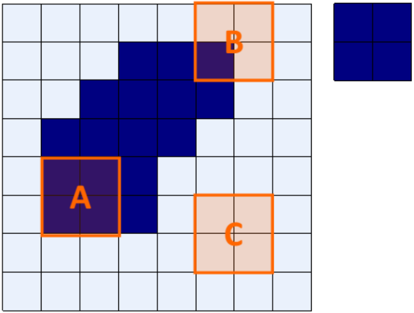
- Reflexão e Translação



- Diferença de dois conjuntos $A - B$



- **Fit**: Todos os *pixels* com valor 1 no elemento estruturante cobrem uma área na imagem também com valores 1 (área segmentada).
- **Hit**: Qualquer *pixel* com valor 1 no elemento estruturante cobre pelo menos um elemento com valor 1 da imagem.



- Todas as operações morfológicas estão baseadas nesse dois conceitos simples.

- Elementos estruturantes podem ser de qualquer tamanho e de qualquer forma.
- Entretanto, por simplicidade, serão usados elementos estruturantes retangulares com origem no pixel central.

1	1	1
1	**1**	1
1	1	1

0	1	0
1	**1**	1
0	1	0

0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	1	**1**	1	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	0

Operações Básicas

- Fundamentalmente, técnicas de processamento morfológico de imagens são como técnicas de filtragem espacial.
- O elemento estruturante é movimentado por cada pixel da imagem original para gerar um pixel na nova imagem processada.
- O valor do novo pixel dependerá da operação que está sendo realizada.
- Há duas operações morfológicas básicas: **erosão** e **dilatação**.
- Outras operações são elaboradas a partir delas.

Dilatação

- Sendo A e B conjuntos de Z^2 e $\emptyset$ o conjunto vazio, define-se a dilatação de A por B, denotada por $A \oplus B$, como:

$$A \oplus B = \{\underline{z} | (\hat{\mathrm{B}})_{\underline{z}} \cap A \neq \emptyset\}$$

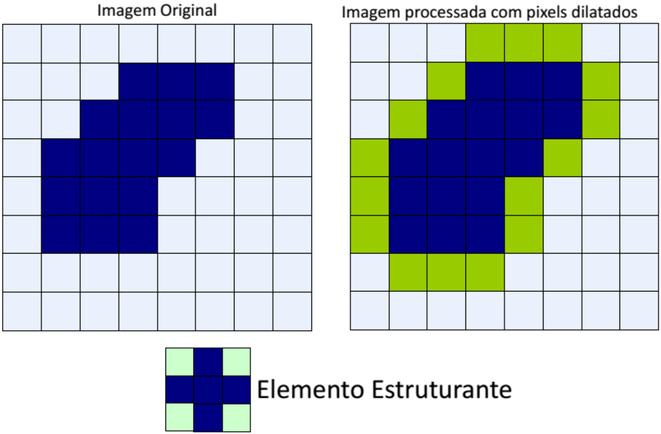
- O processo de dilatação começa na obtenção da reflexão de B em torno de sua origem, seguido da translação dessa reflexão por $\underline{z}$.
- A dilatação de A por B é então o conjunto de todos os deslocamentos $\underline{z}$ tais que A e $\hat{\mathrm{B}}$ sobreponham-se em pelo menos um elemento não nulo.

$$A \oplus B = \{\underline{z} | [(\hat{\mathrm{B}})_{\underline{z}} \cap A] \subseteq A\}$$

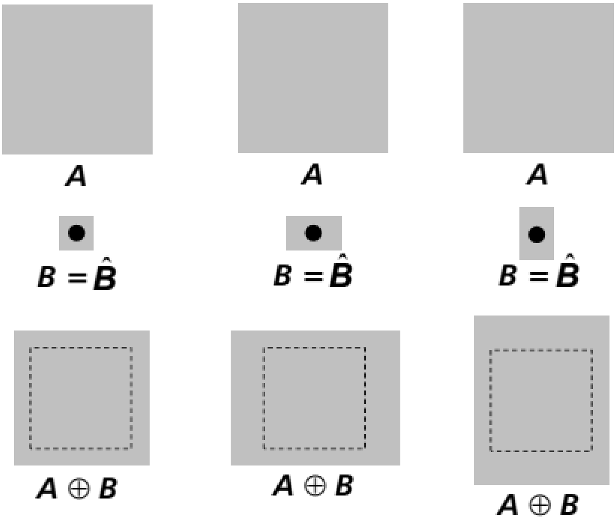
- O conjunto B é o elemento estruturante da dilatação.

Dilatação

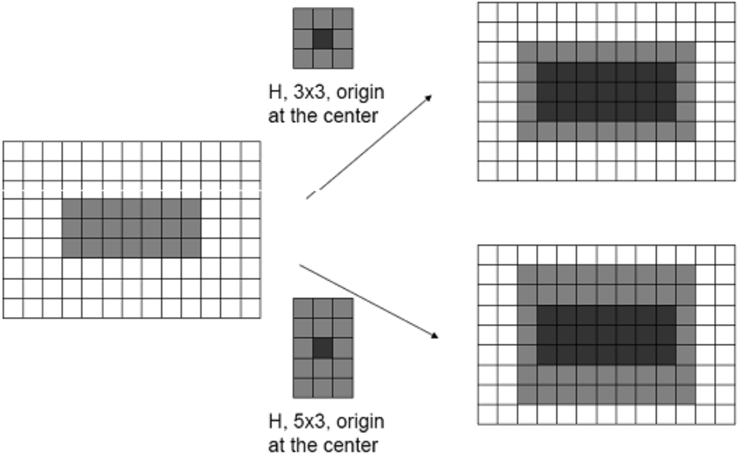
- O elemento estruturante s é posicionado com sua origem na posição $\underline{z} = (x, y)$ da imagem binária f e o novo valor de $f(x, y)$ é determinado através da regra:
  - 1 se s *hits* f
  - 0, caso contrário



Dilatação



Dilatação



Dilatação

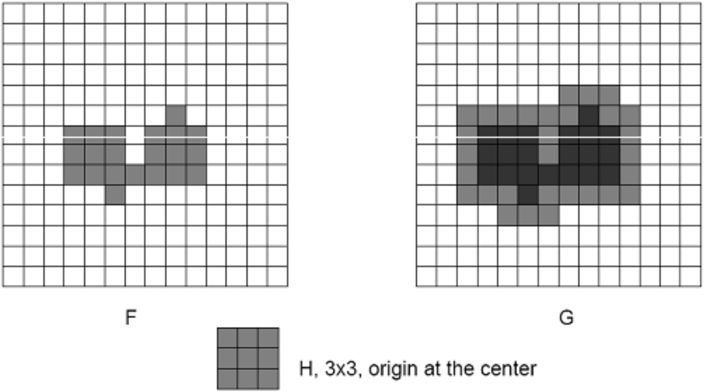
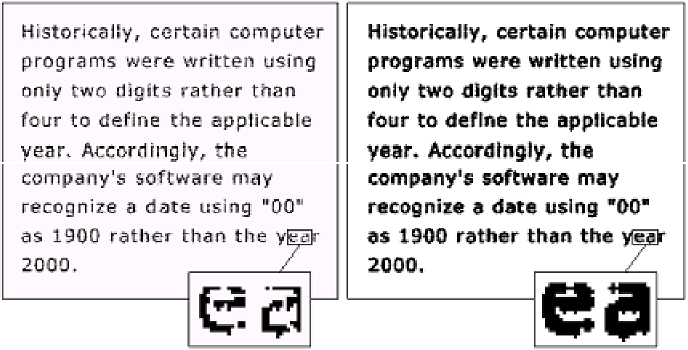


Imagem Original

Dilatação por um elemento estruturante quadrado 3*3

Dilatação por um elemento estruturante quadrado 5*5

Dilatação



0	1	0
1	1	1
0	1	0

Este elemento estruturante pode ser usado para unir lacunas com tamanho máximo de 2 pixels.

Onde usar métodos de Dilatação?

- Dilatação pode unir lacunas

- Dilatação pode reparar intrusões

- **Cuidado**: Dilatação aumenta o objeto!

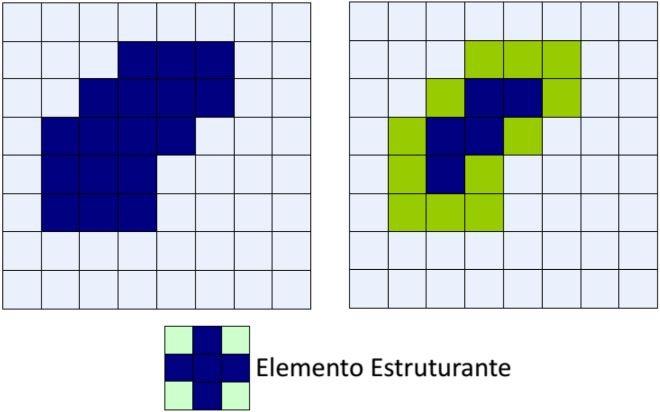
- Sendo A e B conjuntos de Z^2, a erosão de A por B, denotada por $A \ominus B$, é denotada por:

$$A \ominus B = \{\underline{z} | (B)_{\underline{z}} \subseteq A\}$$

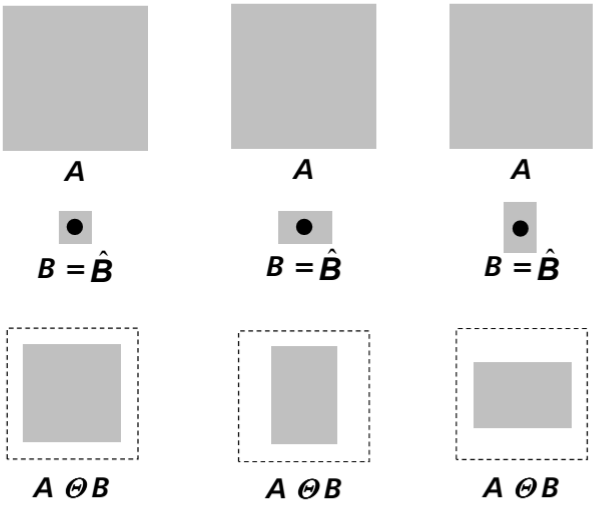
- A erosão de A por B é o conjunto de todos os pontos $\underline{z} = (x, y)$ tais que B, quando transladado por $\underline{z}$, fique contido em A.
- Dilatação e erosão são operações duais em relação à complementação e reflexão de conjunto, isto é:

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{\mathrm{B}}$$

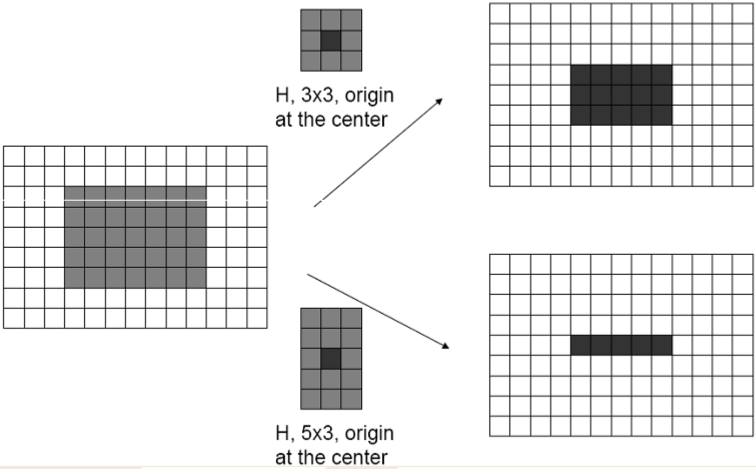
- O elemento estruturante s é posicionado com sua origem na posição $\underline{z} = (x, y)$ da imagem binária f e o valor de $f(x, y)$ é determinado através da regra:
  - 1 se s *fits* f
  - 0, caso contrário



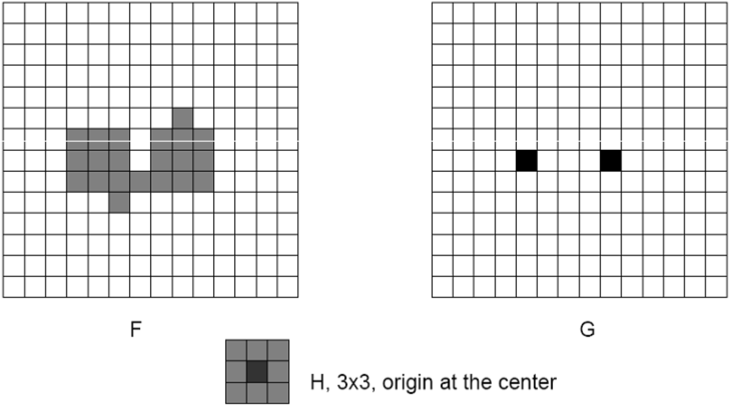
Erosão



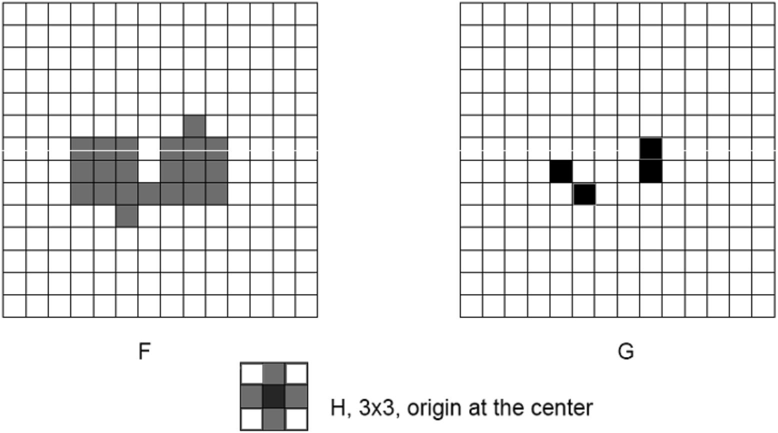
Erosão



Erosão



Erosão



Erosão

Imagem Original

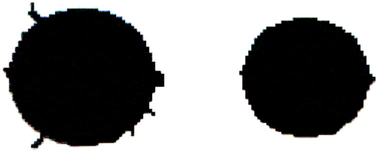
Erosão por um elemento estruturante 3*3

Erosão por um elemento estruturante 5*5

Onde usar métodos de Erosão?

- Erosão pode separar objetos.

- Erosão pode remover extrusões.

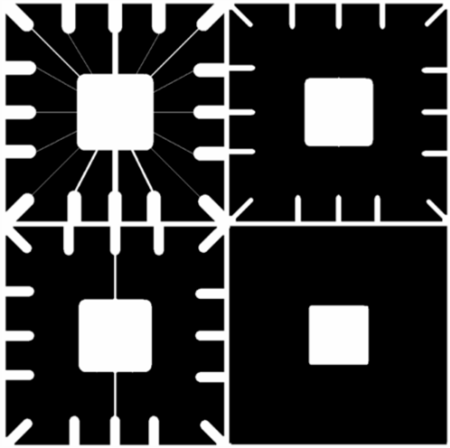


- **Cuidado**: Erosão diminui o objeto!

Erosão

Imagem Original

Após erosão com um disco de raio 10



Após erosão com um disco de raio 5

Após erosão com um disco de raio 20

Combinando Operações

- Operações morfológicas mais interessantes podem ser obtidas combinando as operações de erosão e dilatação.
- As operações compostas mais utilizadas são:
    - Abertura
    - Fechamento

- A Abertura é uma operação que geralmente suaviza o contorno de um objeto, quebra istmos e elimina suas protuberâncias finas.
- Corresponde à erosão de A por B, seguido da dilatação do resultado desse primeiro processamento por B:

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

obs.: Na figura abaixo, utilizou-se um elemento estruturante cirular, com diâmetro maior que o istmo central e que as protuberâncias da parte direita do objeto original.

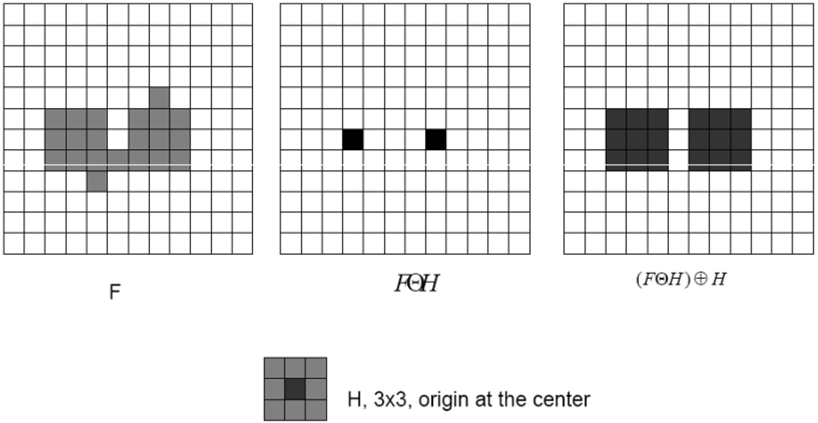
Forma original | Após erosão | Após dilatação

Abertura

Imagem Original

Imagem após abertura

Abertura

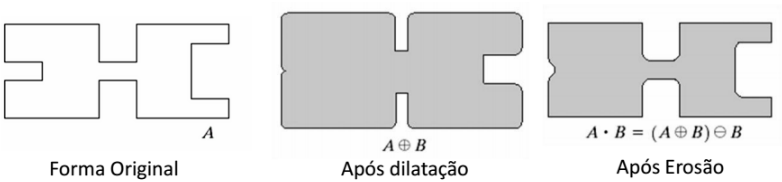


Abertura - Considerações

- A abertura tende a abrir pequenos vazios ou espaços entre objetos próximos.
- Também é usada para remover ruídos da imagem: pixels de ruído no fundo, dando a falsa impressão de serem pixels do objeto, podem ser removidos.
- A forma dos objetos é recuperada pela dilatação, sem restaurar o ruído.

- O fechamento, ou Fecho, tende a suavizar o contorno do objeto, mas geralmente funde partes. Elimina pequenos buracos dentro do objeto e preenche fendas em um contorno.
- Corresponde à dilatação de A por B, seguida da erosão do resultado do processamento por B:

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



Fechamento

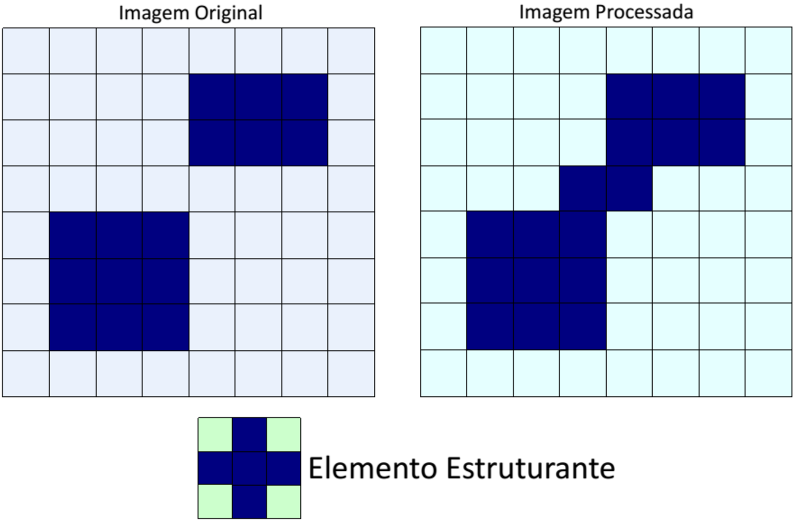


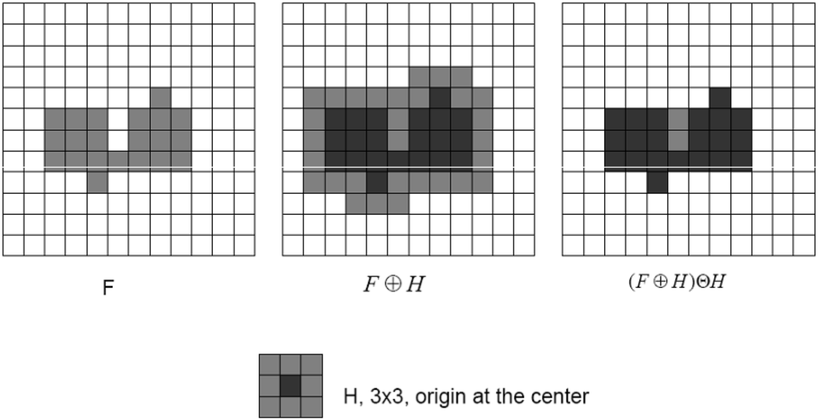
Imagem Original
Imagem Processada
Elemento Estruturante

Fechamento

Imagem Original

Imagem após operação de fecho

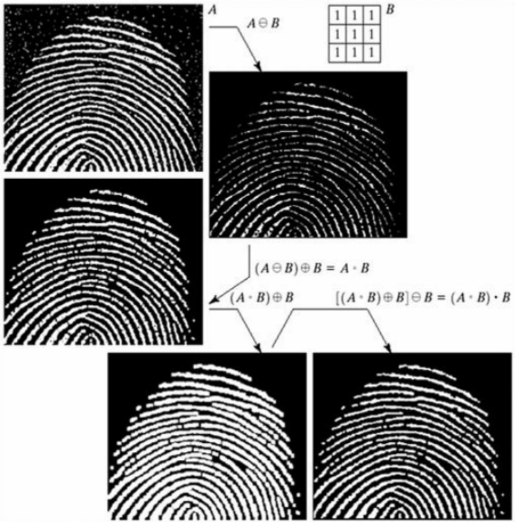
Fechamento



Fechamento - Considerações

- O fechamento irá preencher ou fechar os vazios dentro do objeto.
- Pode remover muitos dos *pixels* de ruído dentro do objeto.

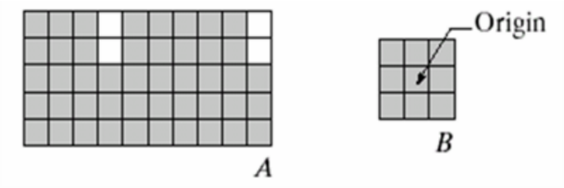
Aplicações: Remoção de ruído

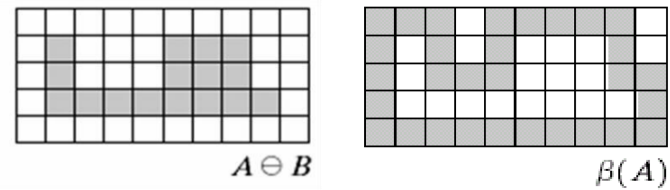


A remoção de ruído foi feita com uma operação de abertura, seguida da operação de fechamento (sequencialmente, aplicando-se erosão, dilatação, dilatação e erosão, com o mesmo elemento estruturante).

Aplicações: Extração de bordas

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$





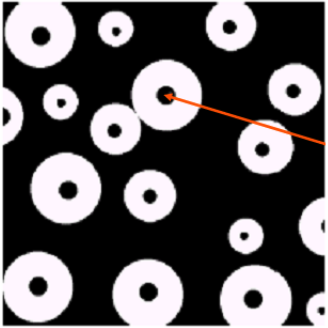
Aplicações: Extração de bordas

Imagem Original

Bordas Extraídas

Aplicações: Preenchimento de Regiões

A partir de um pixel dentro da uma região que esteja definida por uma borda, a técnica de "preenchimento de região" procura preencher a região com pixels conectados, desde a semente até o limite da borda.



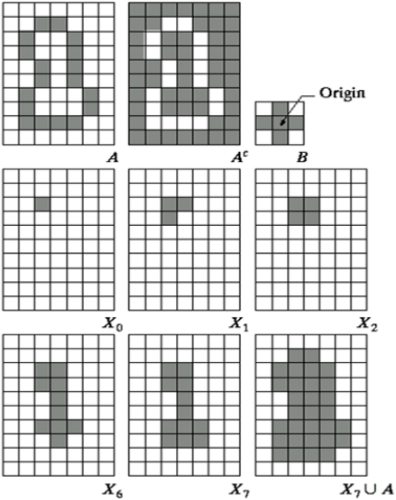
Aplicações: Preenchimento de Regiões

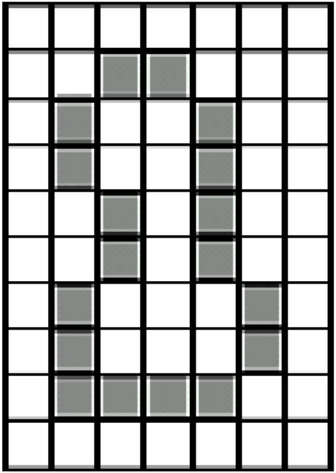
$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3...$$

$$A_p = X_L \cup A$$

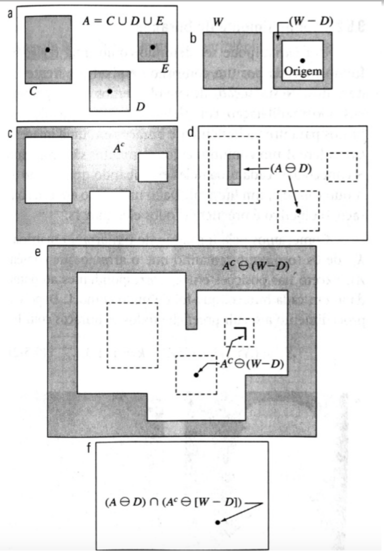
- A é um conjunto de pixels 8-conectados que formam uma fronteira englobando uma região de fundo (ou seja, englobando um buraco). O objetivo do preenchimnto de regiões é preencher todos os pontos do buraco com 1;
- X_0 é um arranjo matricial de mesmo tamanho de A, com todos os pontos nulos, exceto a um ponto de valor 1 em cada buraco (por exemplo, o centro de um círculo que tenha sido detectado);
- $X_L = X_k \,|\, \{X_k = X_{k-1}\}$
- B é o elemento estruturante em forma de cruz, no arranjo matricial 3×3.
- A_p é o conjunto A preenchido, ao final.

Aplicações: Preenchimento de Regiões



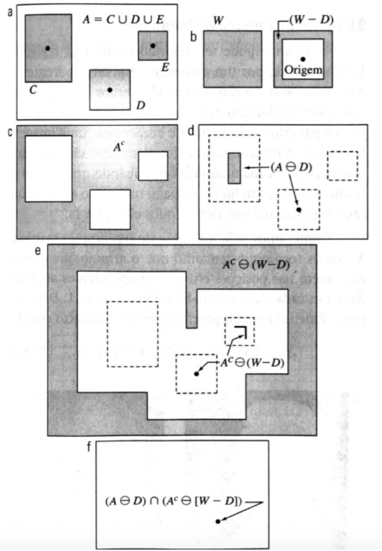


Aplicações: Deteção de Objetos de Forma Conhecida - Transformada hit-or-miss



- Seja A o conjunto constituído por 3 formas (subconjuntos C, D e E), mostrados na figura a. O objetivo deste exemplo será encontrar a localização de objetos com a forma D.
- Suponha que D esteja dentro de uma pequena janela, W. O fundo local de D em relação a W é a diferença W-D (figura b).
- A figura *c* mostra A_c, o complemento de A.

Aplicações: Deteção de Objetos de Forma Conhecida - Transformada hit-or-miss



- A figura *d* mostra a erosão (hit) de A por D (posições de origem do objeto D, de forma que D esteja completamente inserido em A).
- A figura *e* mostra a erosão (hit) do complemento de A pelo conjunto de fundo local (W-D).
- O conjunto das posições nas quais D se encaixa exatamente dentro de A é a interseção entre as figuras *d* e *e*, mostrada na figura *f*.

Se B é o conjunto formado por D e seu fundo, ou seja:

$$B = \{B_1, B_2\} = \{D, W - D\}$$

O casamento de B em A (transformada hit-or-miss), denotado por $A \circledast B$, é:

$$A \circledast B = (A \ominus D) \bigcap [A^c \ominus (W - D)]$$

Ou:

$$A \circledast B = (A \ominus B_1) \bigcap [A^c \ominus B_2]$$

Assim, o conjunto $A \otimes B$ contém todos os pontos (origem) em que, simultaneamente, B_1 encontrou um acerto em A e B_2 encontrou um acerto em A^c.

Veremos:

- dilatação
- erosão
- abertura
- fechamento
- alguns algoritmos morfológicos básicos para imagens em tons de cinza.

Os elementos estruturantes (EE) na morfologia em tons de cinza executam as mesmas funções básicas que seus equivalentes binários, sendo usados como "sondas" para examinar uma determinada imagem, procurando por propriedades específicas.

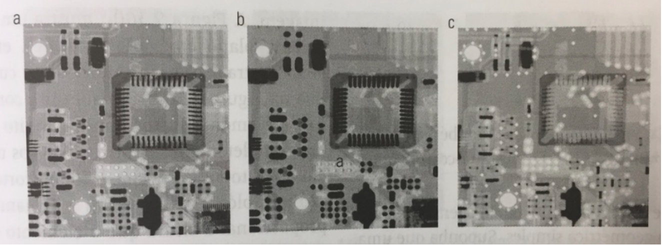
A **erosão** de f por um EE plano (perfil de intensidade uniforme denotado por b em qualquer posição $\underline{z} = (x, y)$ é definida como o valor mínimo da imagem coincidente com b, quando a origem de b está sobre (x, y).
Observe que, caso não haja um *fit*, o valor mínimo será 0 (valor dos pixels do fundo).

$$[f \ominus b](x, y) = \min_{(s,t)\in b}\{f(x+s, y+t)\}$$

A **dilatação** de f por um EE plano denotado por b em qualquer posição $\underline{z} = (x, y)$ é definida como o valor máximo da imagem coincidente com $\hat{b}$, quando a origem de $\hat{b}$ está sobre (x, y).

$$[f \oplus b](x, y) = \max_{(s,t)\in b}\{f(x-s, y-t)\}$$

Erosão e Dilatação em Imagens em níveis de cinza



(a) Imagem radiográfica original

(b) Erosão usando disco plano com raio de 2 pixels (a intensidade de pequenos pontos claros reduziu e eles ficaram menos visíveis; os detalhes escuros aumentaram em espessura. O fundo da imagem ficou ligeiramente mais escuro que o da imagem original).

(c) Dilatação usando disco plano com raio de 2 pixels (a intensidade de pequenos pontos escuros reduziu e eles ficaram menos visíveis; os detalhes claros aumentaram em espessura. O fundo da imagem ficou ligeiramente mais claro que o da imagem original).

Abertura e fechamento em Imagens em níveis de cinza

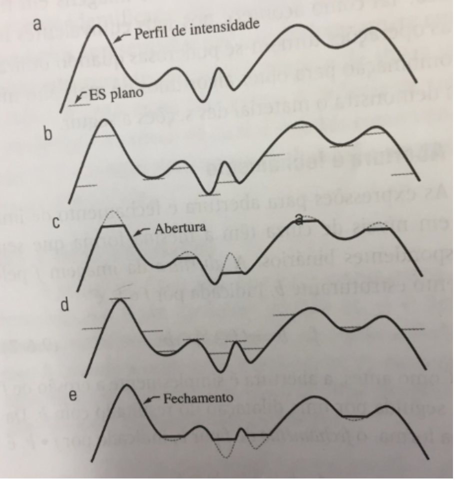
A **abertura** de f por um EE b é:

$$f \circ b = (f \ominus c) \oplus b$$

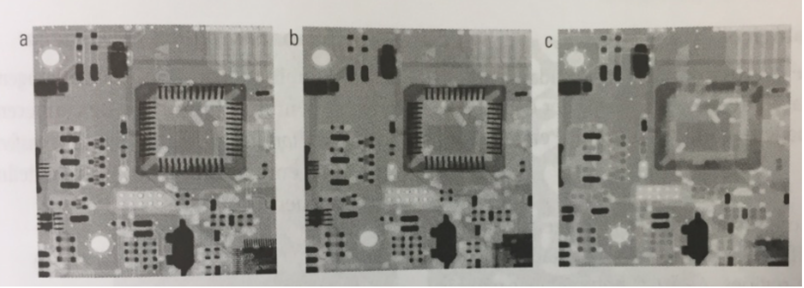
O **fechamento** de f por um EE b é:

$$f \bullet b = (f \oplus c) \ominus b$$

Interpretação geométrica da abertura e fechamento



- Na abertura e no fechamento, as intensidades médias são preservadas.
- Na abertura, os elementos escuros são preservados e a intensidade do objetos claros diminui (objetos claros menores que o elemento estruturante desaparecem)
- No fechamento, os elementos claros são preservados e a intensidade dos objetos escuros aumenta (objetos escuros menores que o elemento estruturante desaparecem)



(a) Imagem radiográfica original
(b) Abertura usando disco plano com raio de 3 pixels
(c) Fechamento usando disco plano com raio de 5 pixels

OBS: em (b), os objetos escuros e o fundo foram muito pouco afetados e os objetos claros menores que o EE foram eliminados. Em (c), os objetos claros e o fundo foram muito pouco afetados e os objetos escuros menores que o EE foram eliminados.

Transformada *top-hat* e *bottom-hat*

Combinando a subtração de imagens com aberturas e fechamentos, produz-se o que conhecemos como transformadas *top-hat* e *bottom-hat*.

- A transformada *top-hat* de uma imagem em níveis de cinza é definida como f menos a sua abertura:

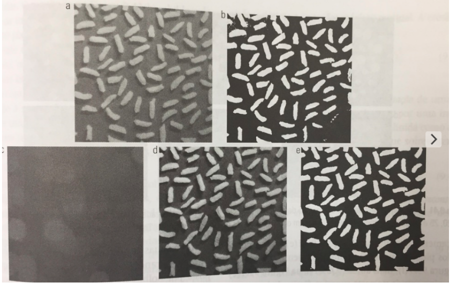
$$T_{hat}(f) = f - (f \circ b)$$

- A transformada *bottom-hat* de uma imagem em níveis de cinza é definida como o fechamento de f menos f:

$$B_{hat}(f) = (f \bullet b) - f$$

- Uma das principais aplicações dessas transformadas está na remoção de objetos de uma imagem usando um EE na operação de abertura, ou de fechamento.
- A operação de diferença produz uma imagem na qual apenas os componente removidos permanecem.

Usando a transformada *top-hat* para a correção de sombreamento



(a) Imagem original
(b) Imagem após limiarização (observar problemas)
(c) Imagem aberta usando EE em forma de disco com raio 40 (fundo escuro é preservado, a intensidade dos objetos claros diminui e os objetos claros menores que o EE praticamente desaparecem, "captando" o padrão de sombreamento da imagem)
(d) Transformada "top-hat" (a-c)

(e) Imagem top-hat após limiarização.