



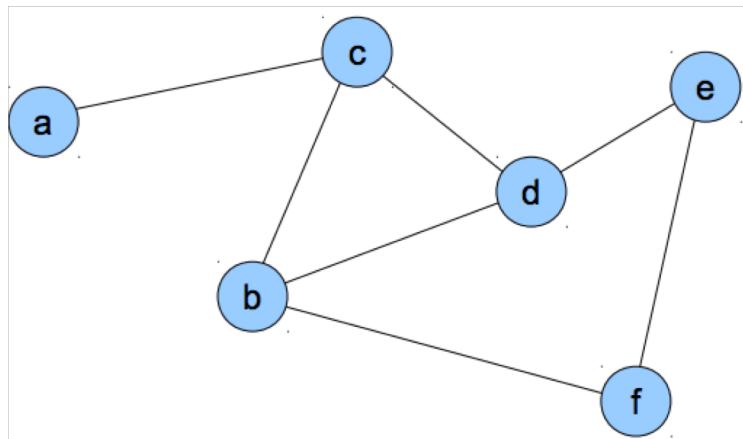
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Departamento de Ciência da Computação
Redes Complexas

Redes Complexas I

Prof.: Felipe Domingos
felipe@pucminas.br

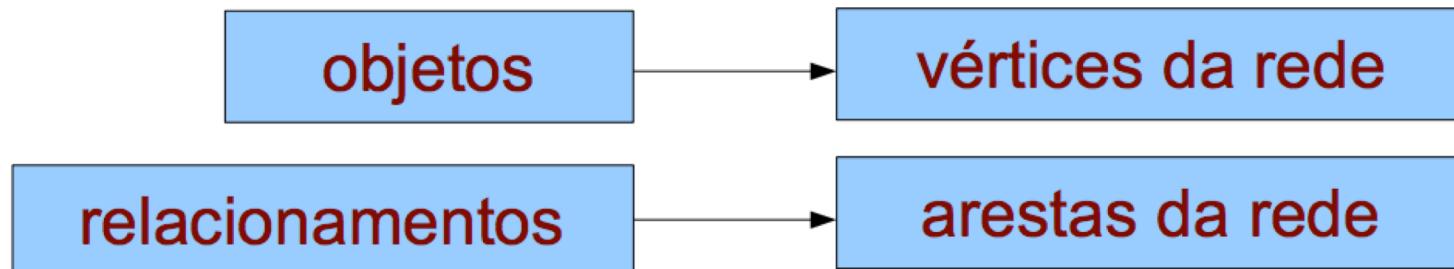
O que é uma rede?

- Conjunto de equipamentos interligados por canais de comunicação



Redes

- ❑ Abstração que permite codificar relacionamento entre pares de objetos

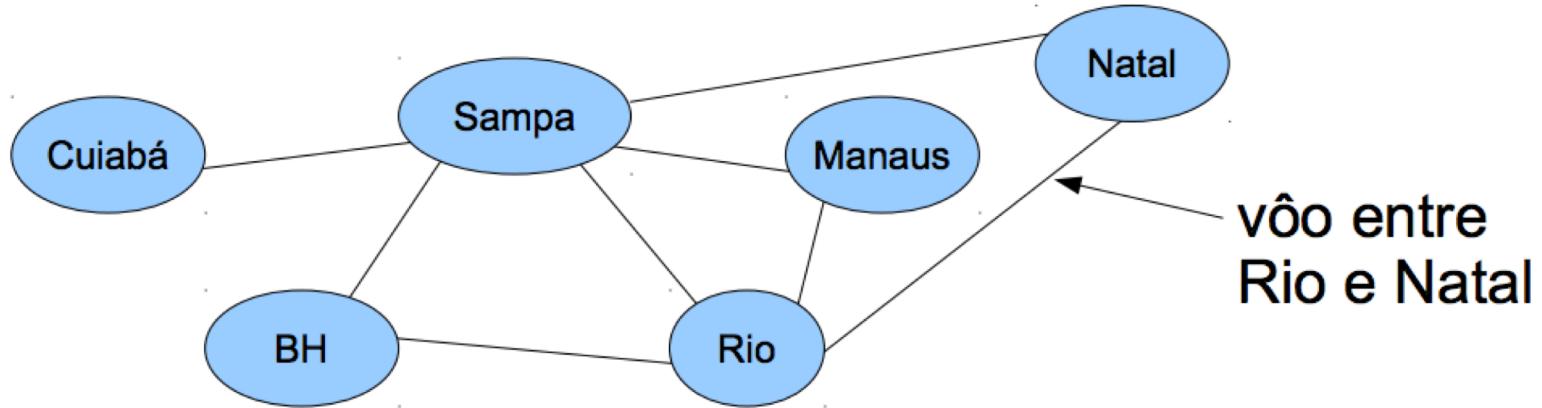


- ❑ Redes como ferramenta de **abstração matemática**
- ❑ Na computação, redes é chamada de grafos



Redes de Transporte Aéreo

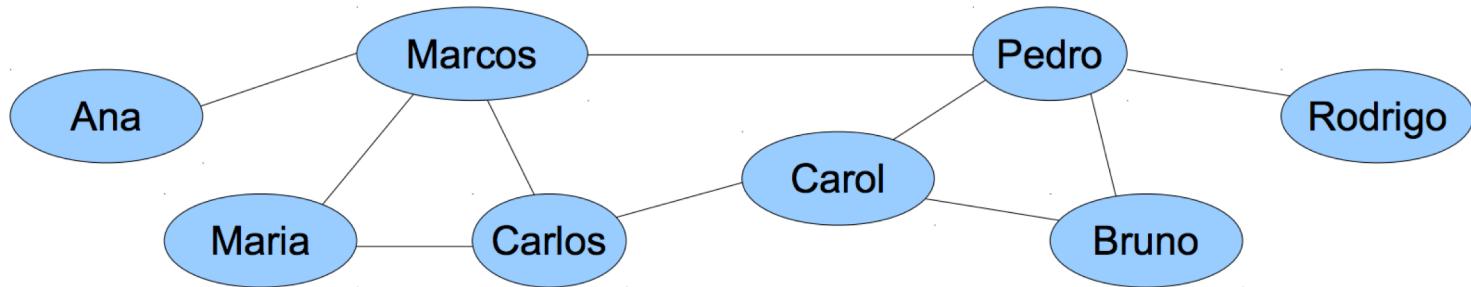
- ❑ Objeto: cidades
- ❑ Relacionamento: vôo comercial entre cidades



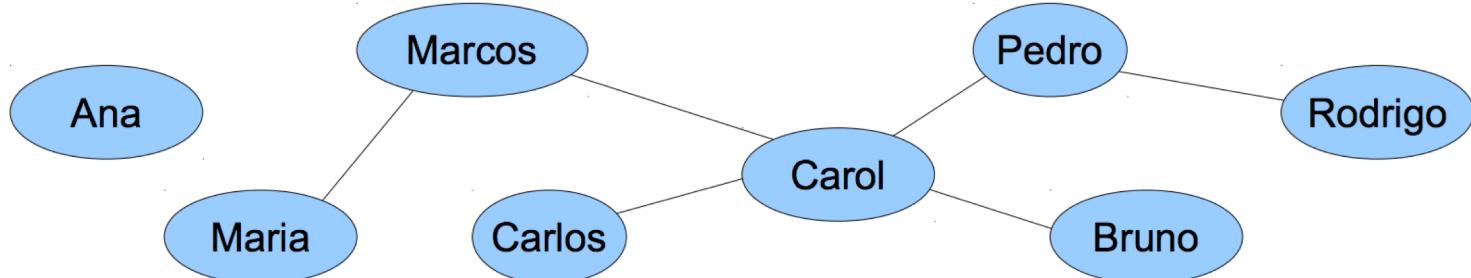
**Rede codifica a estrutura
induzida pelo relacionamento**

Redes Sociais

- ❑ Objeto: pessoas
- ❑ Relacionamento: ser amigo no Facebook



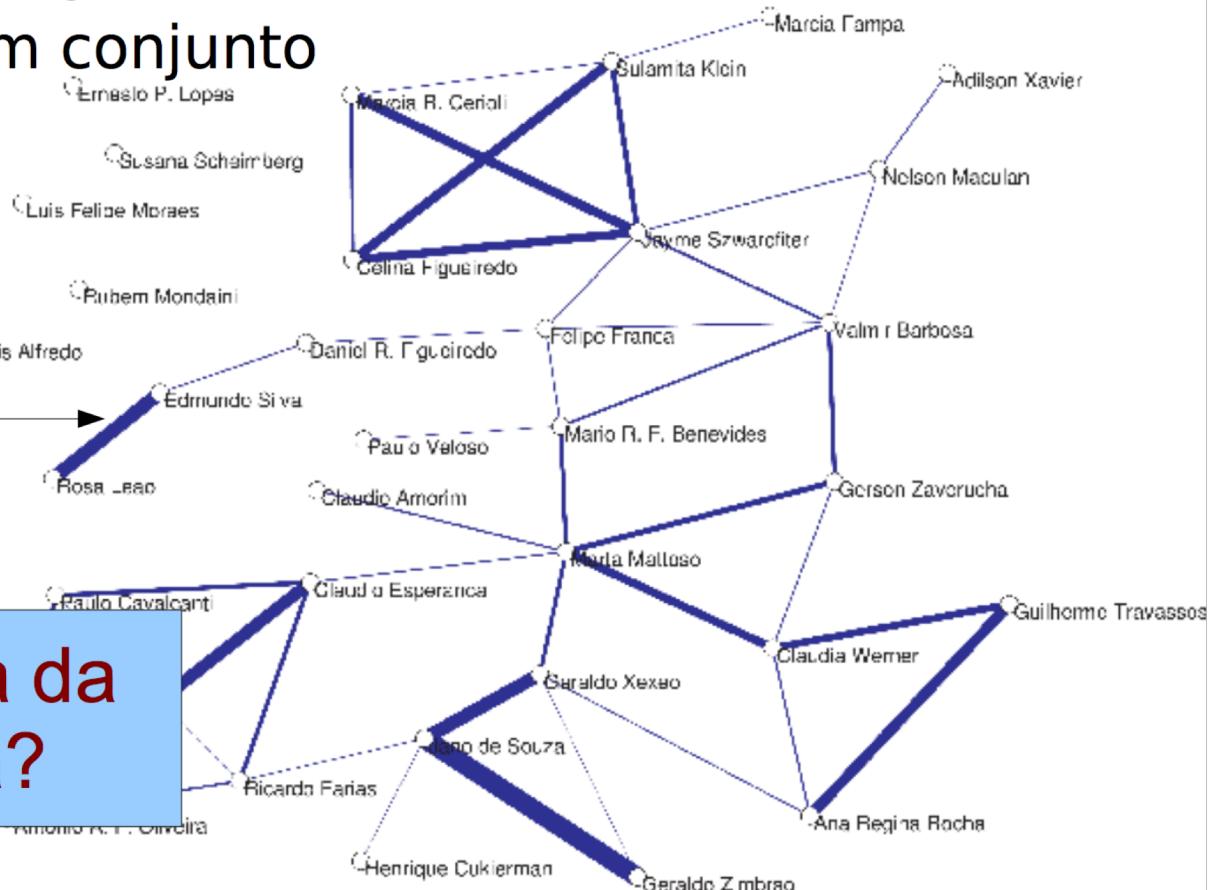
- ❑ Outro relacionamento: ter se beijado



Rede de Colaboração

- ❑ Objeto: pesquisadores
- ❑ Relacionamento: publicação em conjunto
- ❑ PESC/COPPE (DBLP 09)

Intensidade do relacionamento



Importância da estrutura?

Rede da Web

- ❑ Páginas web e hiperlinks entre elas
- ❑ Relacionamento assimétrico (*hiperlinks*)



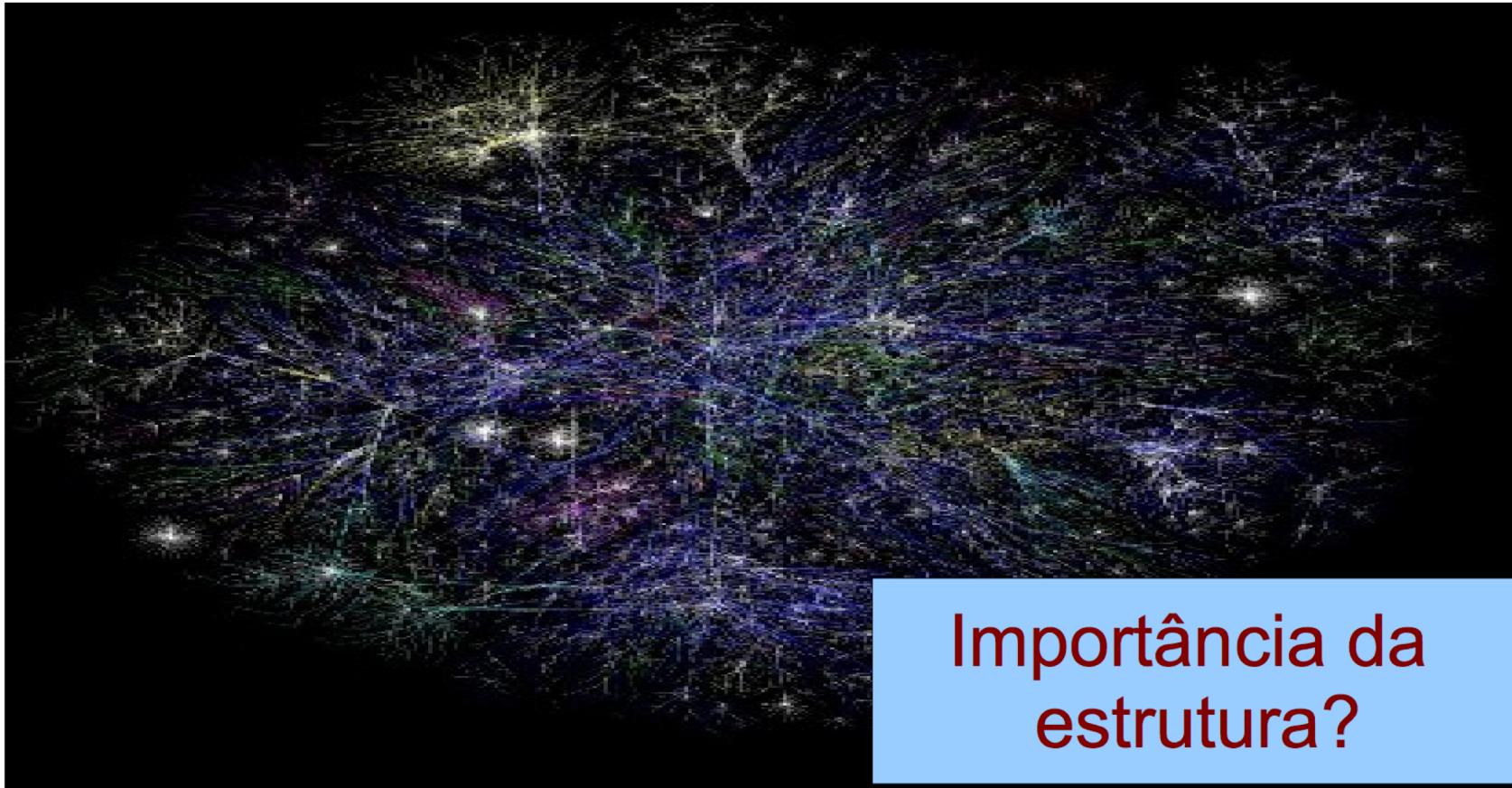
Importância da
estrutura?

- ❑ 20+ bilhões de páginas
(worldwidewebsize.com)

Google

Internet

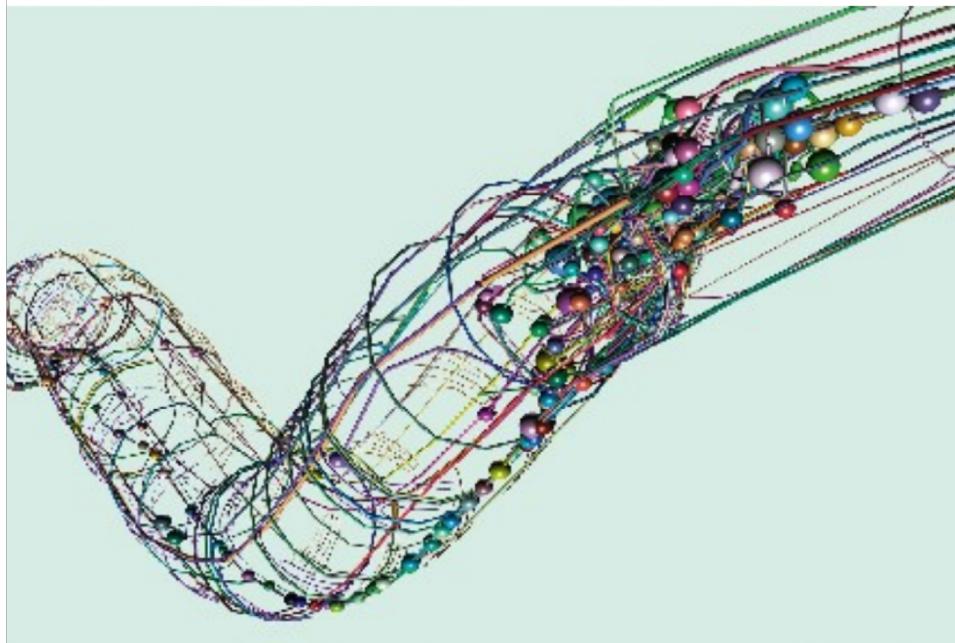
- ❑ Rede tecnológica



- ❑ 40+ mil redes (sistemas autônomos)

Rede Neural

- *C. elegans* (roundworm)
- Possui sistema nervoso simples



- Rede Neural
 - 302 neurônios
 - completamente mapeada anos 70

Importância da estrutura?

Do que se trata as Redes Complexas?

- Entender como e porque as coisas se conectam e as consequências desta conectividade
 - ◆ “Coisas que se conectam”-> **REDES**
 - ◆ “Como, por que, e consequências”-> **Complexo**
- **Estrutura** assume papel central
 - ◆ Necessária para compreender fenômenos que ainda não explicamos
- A rede não é complexa!

Objetos e Relacionamentos

■ Sobre objetos

- idênticos, diferentes tipos, possuir estado
- ex. pessoas, homens e mulheres, ano de nascimento

■ Sobre relacionamentos

- simétricos, assimétricos, diferentes intensidades (pesos)
- múltiplos relacionamentos na mesma rede - diferentes significados
- Ex. amizade, colaboração, interação, confiança,

Classes de Redes

- **Redes sociais:** relacionamento entre pessoas ou grupo de pessoas
- **Redes de informação** (de conhecimento): codificam associação entre informação
- **Redes tecnológicas:** construída pelo homem geralmente para distribuir *commodities*
- **Redes biológicas:** codifica relacionamentos em sistemas biológicos

Classificação para referência

- Twitter: rede social ou rede de informação?

Como falar sobre Redes?

- Desenho da rede: “imagem vale mais que mil palavras”
- Não funcionam para redes grandes
- Matriz de Adjacências? *matriz n x n*
- Codifica todos os relacionamentos da rede

Matriz de Adjacência

- Problema em descrever a estrutura com matriz de adjacência?
- Possui toda a informação mas pouco intuitiva
- **Matriz é o DNA da rede!!**
- Como descrever uma pessoa? Através do seu DNA?

RESUMO DA ESTRUTURA

- Resumos que ajudem a entender a estrutura de forma intuitiva

Características de Redes

- Resumo da estrutura da rede
 - características estruturais
 - ex: tamanho, densidade, graus, distâncias, clusterização, centralidade, homofilia, etc
 - Dão ideia geral da estrutura da rede
-
- 
- Quais características devem ser avaliadas?
Quais são importantes?
 - Depende do que você deseja estudar!
 - Como gêns que formam o DNA, estamos apenas começando a entender seu significado

Característica Importante

- O que faz uma característica ser importante?
- 1) Prever (determina) comportamento geral de algum processo independente de outras características
- 2) Influência sobre diferentes processos
- Exemplo:
 - ◆ distribuição de grau determina comportamento de passeios aleatórios
 - ◆ influencia outros processos (epidemia)

Vértices e Arestas

- Número de vértices de um grafo
 - $n = |V|$ ← cardinalidade do conjunto
- Número de arestas de um grafo
 - $m = |E|$
- Dado $G = (V, E)$, qual é o maior número de arestas de G ?
 - número de pares não ordenados em um conjunto de $n = |V|$ objetos $\rightarrow \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \leq n^2$
- Densidade: fração de arestas que o grafo possui
$$\rho = \frac{2m}{n(n-1)}$$

Grau

- Número de arestas (relacionamentos) incidente em um vértice
 - $g(u)$: grau do vértice u



- Como falar sobre o grau dos vértices da rede?
- Como falar de uma característica sobre um conjunto de objetos?
- Média, desvio padrão: um número
- Distribuição empírica: muitos números!

Grau médio

- Grau médio do grafo considerando todos seus vértices

$$\bar{g} = \frac{1}{n} \sum_{u \in V} g(u) \quad \leftarrow \quad \text{Grau do vértice } u$$

- Também pode ser calculado diretamente
- $$\sum_{u \in V} g(u) = 2m$$
- Cada aresta tem duas pontas!
- Logo temos $\bar{g} = 2m/n$

Distribuição de Grau

- Distribuição empírica do grau dos vértices
 - frequência relativa do grau

$$f_k = \frac{\text{Número de vértices com grau } k}{\text{Número total de vértices}}$$

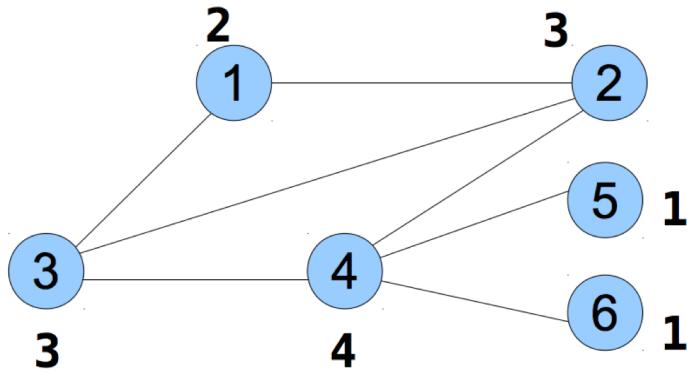
↑
fração de vértices com grau k

- CCDF empírica (*Complementary Cumulative Distribution Function*)

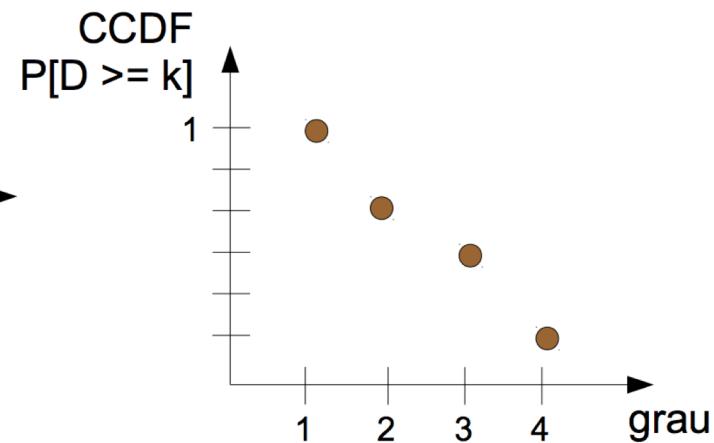
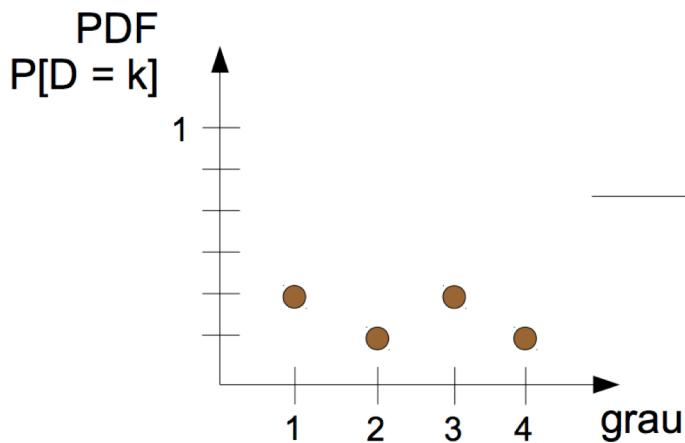
- fração de vértices com grau $\geq k$

$$F_k = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} f_k$$

Exemplo de Distribuição

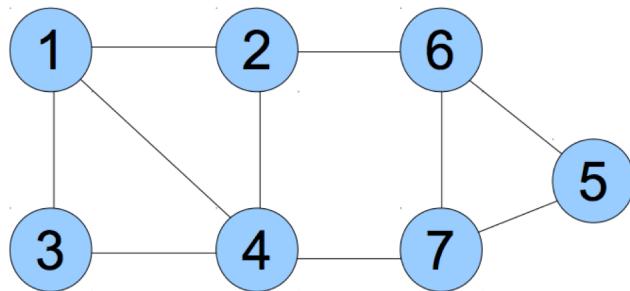


❑ Distribuição empírica
de grau?



Distância

- Comprimento do **menor** caminho entre dois vértices
- Função $d(u,v)$, onde u e v são vértices
 - não definido quando não há caminho



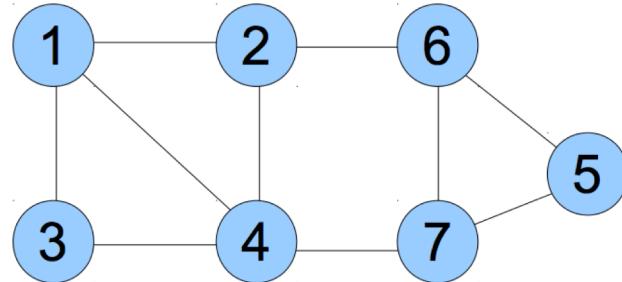
- Exemplo
 - $d(6, 3) = ?$
 - $d(7, 1) = ?$

- **Importante:** muitos caminhos podem realizar a distância entre dois vértices

Distância média e diâmetro

- Distância média do grafo
 - média entre todos os pares de vértices

$$\bar{d} = \frac{\sum_{u,v \in V} d(u,v)}{\binom{n}{2}}$$



- **Excentricidade:** maior distância de um vértice a todos os outros

$$e(u) = \max_{v \in V} d(u, v)$$

- **Diâmetro:** maior distância entre dois vértices da rede

$$r = \max_{u, v \in V} d(u, v)$$

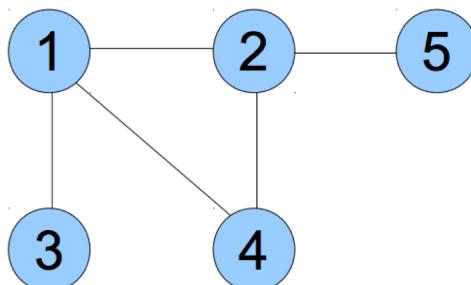
Distribuição da Distância

- Distribuição empírica da distância entre os vértices do grafo
 - frequência relativa das distâncias

$$f_D(d) = \frac{n(d)}{\binom{n}{2}}$$

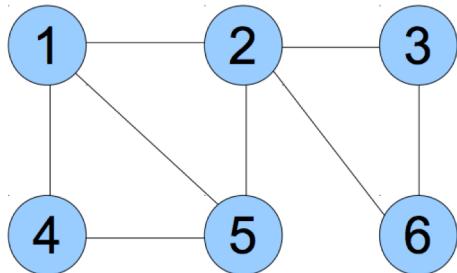
Número de pares não ordenados de vértices que tem distância d

- Exemplo



Clusterização

- Medida da propensão de triângulos se formarem na rede
 - triângulo: ciclo de comprimento três
 - quase-triângulo: caminho de comprimento dois



- Duas métricas na literatura
 - métrica local: cada vértice tem o seu
 - métrica global: uma para a rede

Clusterização

- Fração de aresta entre vizinhos
 - prob. de dois vizinhos também serem vizinhos
- Definida para cada vértice da rede

$$C_i = \frac{E_i}{\binom{d_i}{2}}$$

E_i : # de arestas entre os vizinhos de i

d_i : grau do vértice i

$$C_i = \frac{2 E_i}{d_i(d_i - 1)}$$

- Clusterização do grafo
 - média da clusterização dos vértices

$$C = 1/n \sum C_i$$

Clusterização

- Quanto vale a clusterização para o grafo?

