

Unidade IV:

Ordenação Interna - Heapsort

Prof. Max do Val Machado



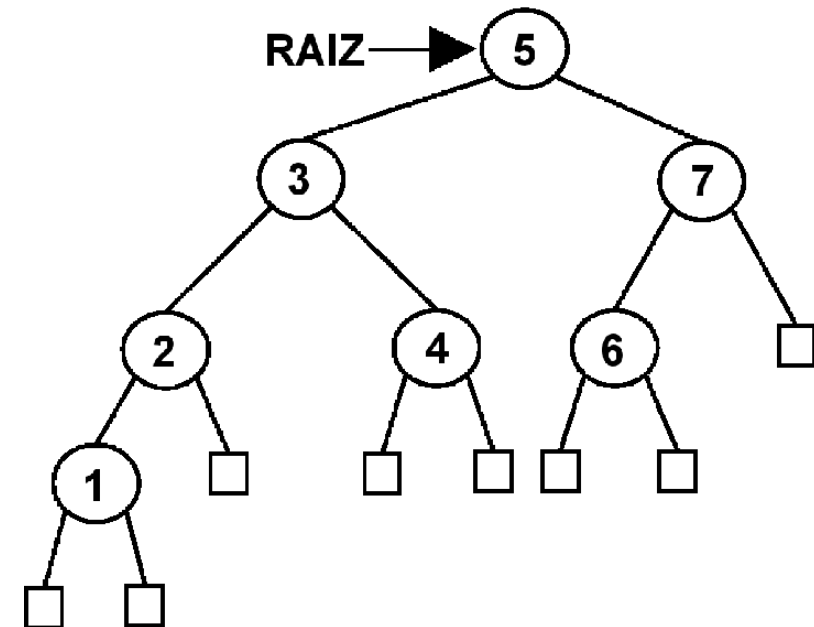
PUC Minas

Instituto de Ciências Exatas e Informática
Curso de Ciência da Computação

Introdução

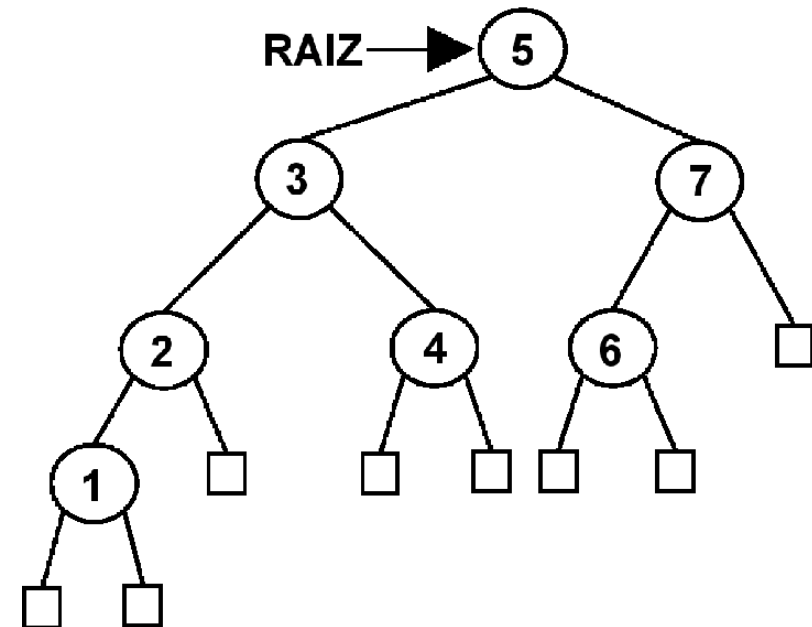
- O Heapsort é um algoritmo de seleção que encontra o maior elemento em uma lista, troca-o com o último e repete o processo
- Sua diferença em relação ao Algoritmo de Seleção é que o Heapsort utiliza um Heap Invertido para selecionar o maior de forma eficiente
- Neste momento, precisamos conhecer os conceitos de árvore e heap

- Estrutura de dados cujas operações de inserção, remoção e substituição possuem a mesma eficiência
- Estrutura de dados que contém um conjunto finito de vértices (nós) e outro de arcos (arestas) que conectam os vértices



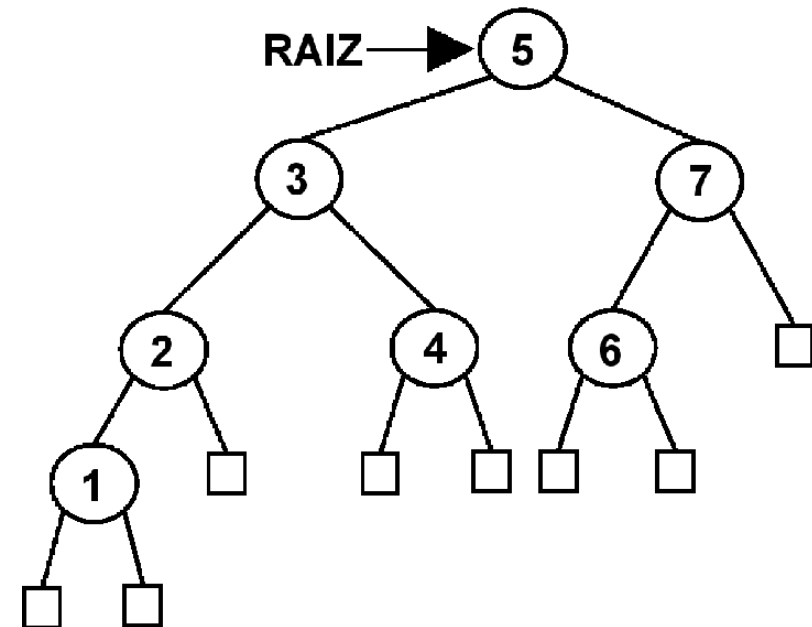
- Estrutura de dados cujas operações de inserção, remoção e substituição possuem a mesma eficiência
- Estrutura de dados que contém um conjunto finito de vértices (nós) e outro de arcos (arestas) que conectam os vértices

O nó 5 é denominado nó raiz e ele está no nível 0



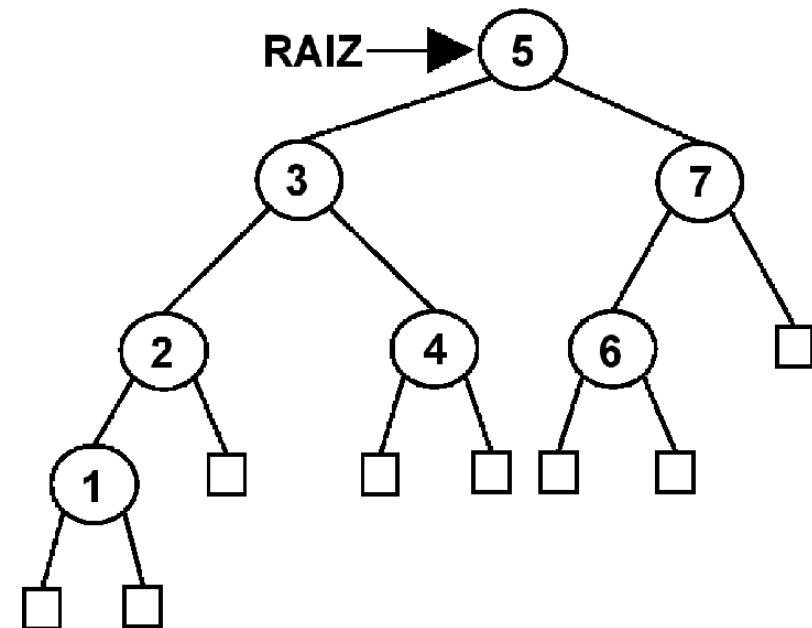
- Estrutura de dados cujas operações de inserção, remoção e substituição possuem a mesma eficiência
- Estrutura de dados que contém um conjunto finito de vértices (nós) e outro de arcos (arestas) que conectam os vértices

Os nós 3 e 7 são filhos do 5 e esse é pai dos dois primeiros



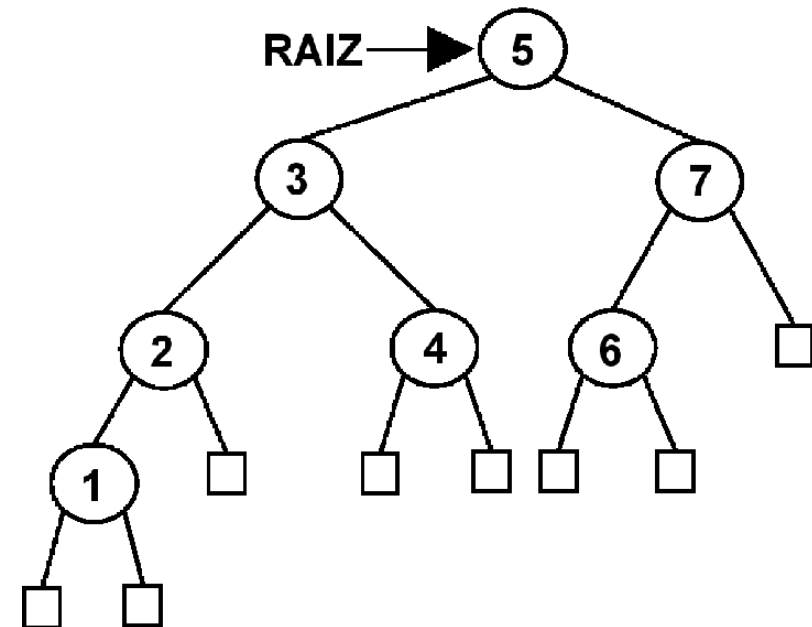
- Estrutura de dados cujas operações de inserção, remoção e substituição possuem a mesma eficiência
- Estrutura de dados que contém um conjunto finito de vértices (nós) e outro de arcos (arestas) que conectam os vértices

Um nó com filho(s) é chamado de nó interno e outro sem, de folha



- Estrutura de dados cujas operações de inserção, remoção e substituição possuem a mesma eficiência
- Estrutura de dados que contém um conjunto finito de vértices (nós) e outro de arcos (arestas) que conectam os vértices

Nosso exemplo é uma árvore binária, pois cada nó tem no máximo dois filhos

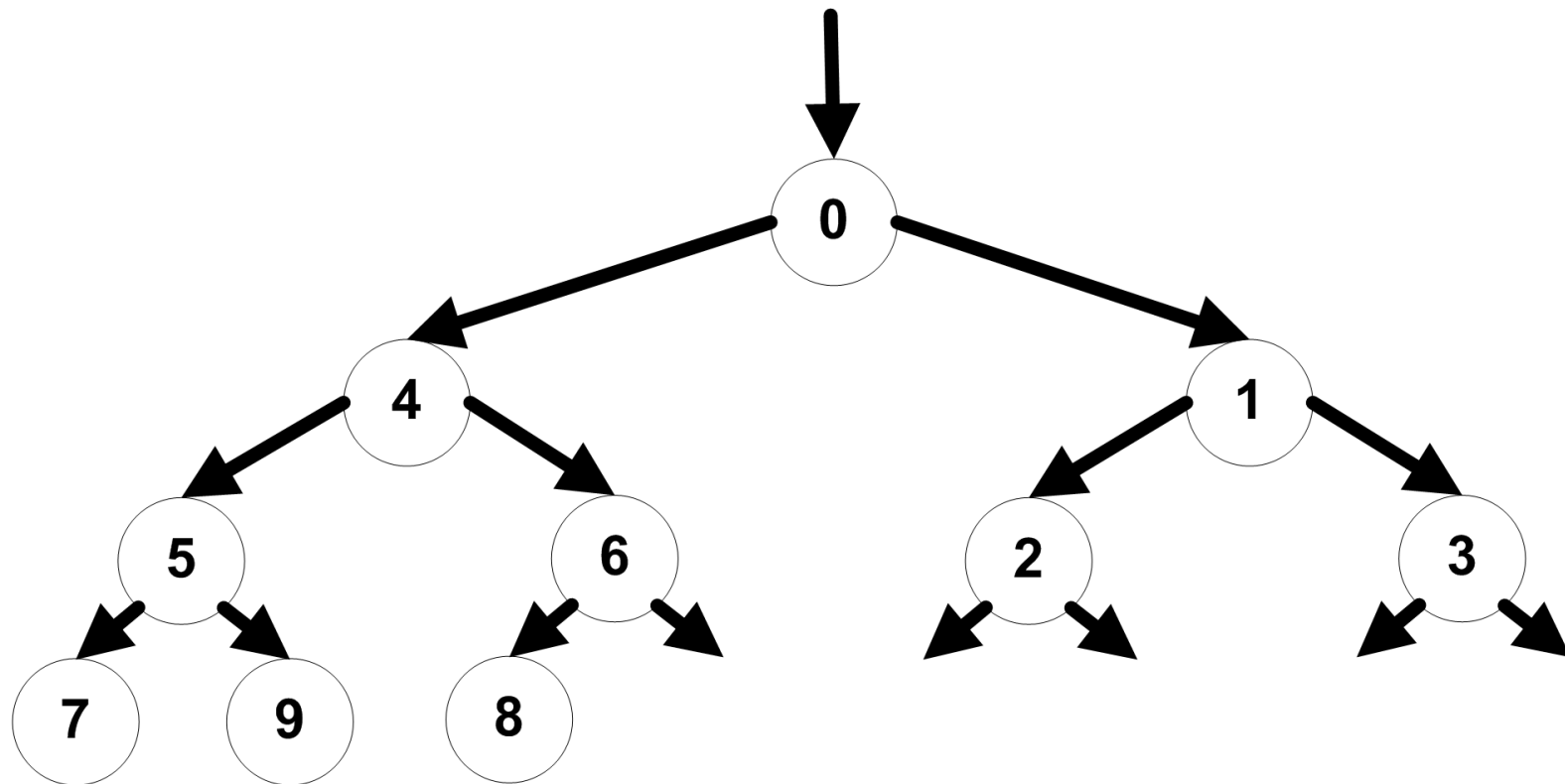


- Árvore binária em que o valor de cada nó é menor ou igual ao de seus filhos
- Suas folhas ocupam um ou dois níveis sendo que o penúltimo é completo e as folhas do último nível se agrupam o mais à esquerda possível
- O menor elemento encontra-se sempre na raiz

- Mostre um heap com os elementos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

Exercício

- Mostre um heap com os elementos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9



Heap Invertido

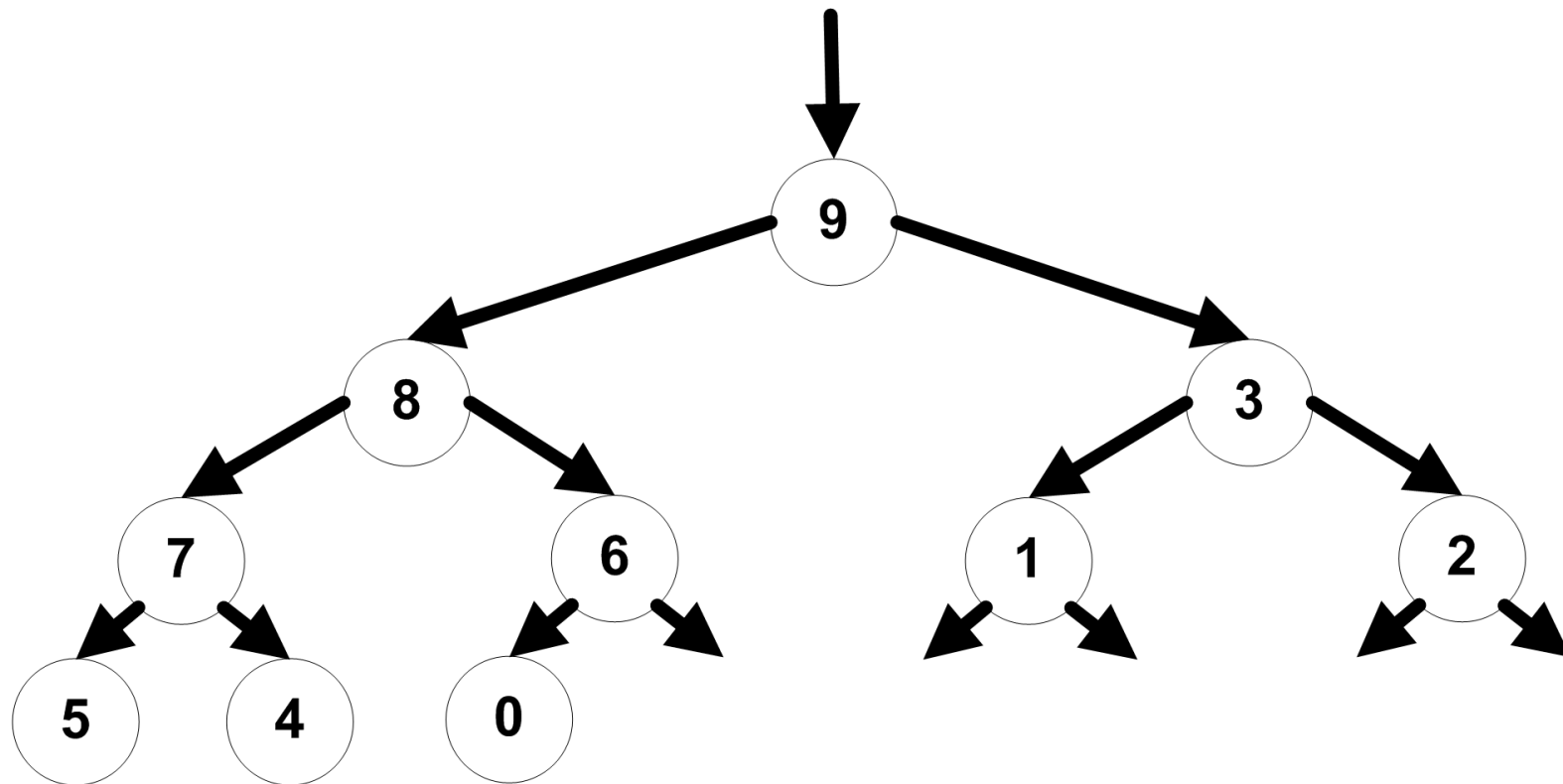
- Árvore binária em que o valor de cada nó é **maior** ou igual ao de seus filhos
- Suas folhas ocupam um ou dois níveis sendo que o penúltimo é completo e as folhas do último nível se agrupam o mais à esquerda possível
- O **maior** elemento encontra-se sempre na raiz

Exercício

- Mostre um heap invertido com os elementos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

Exercício

- Mostre um heap invertido com os elementos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9



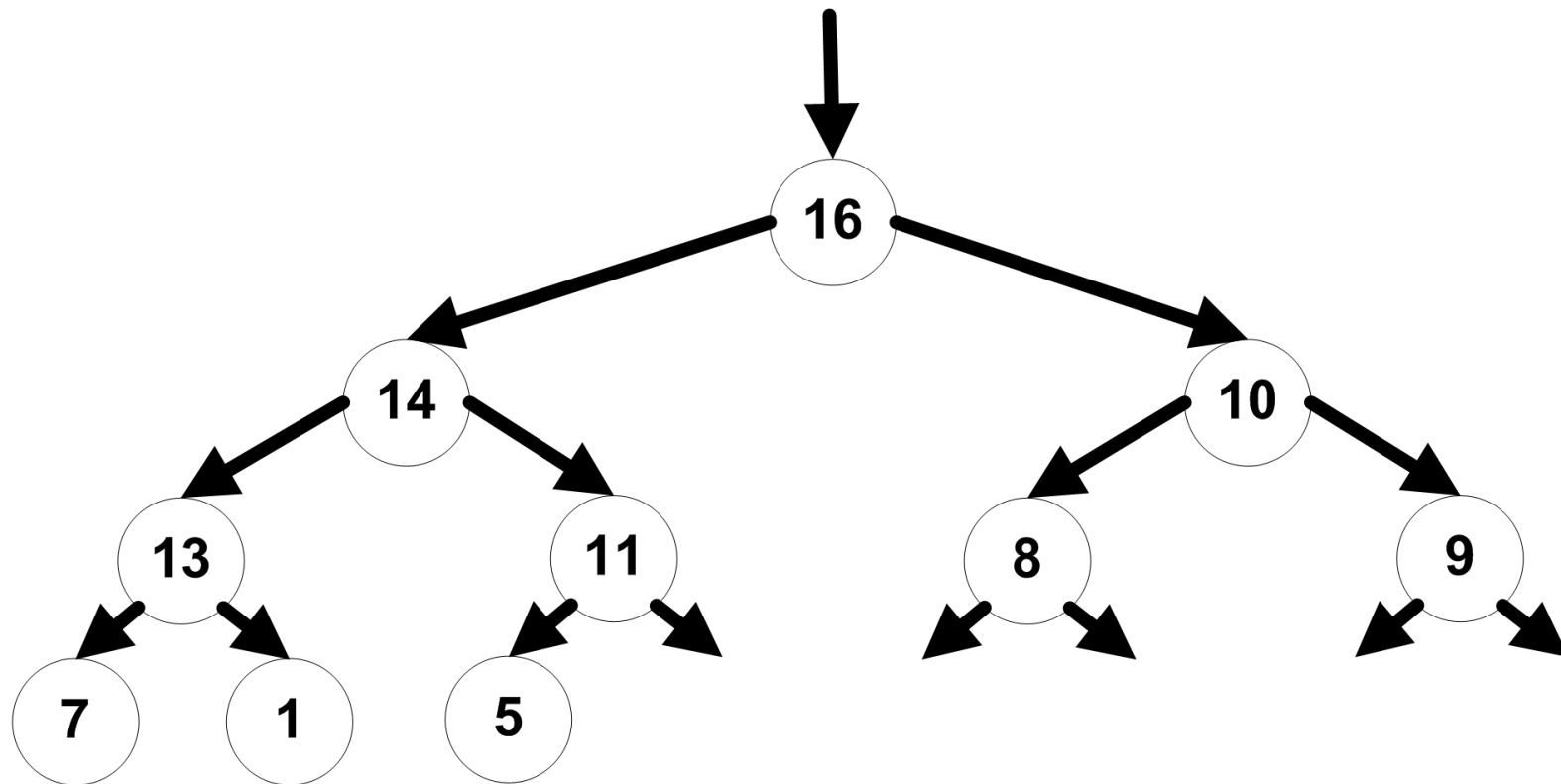
Consideração

- A partir deste ponto, neste material, a palavra heap será usada para designar o heap invertido

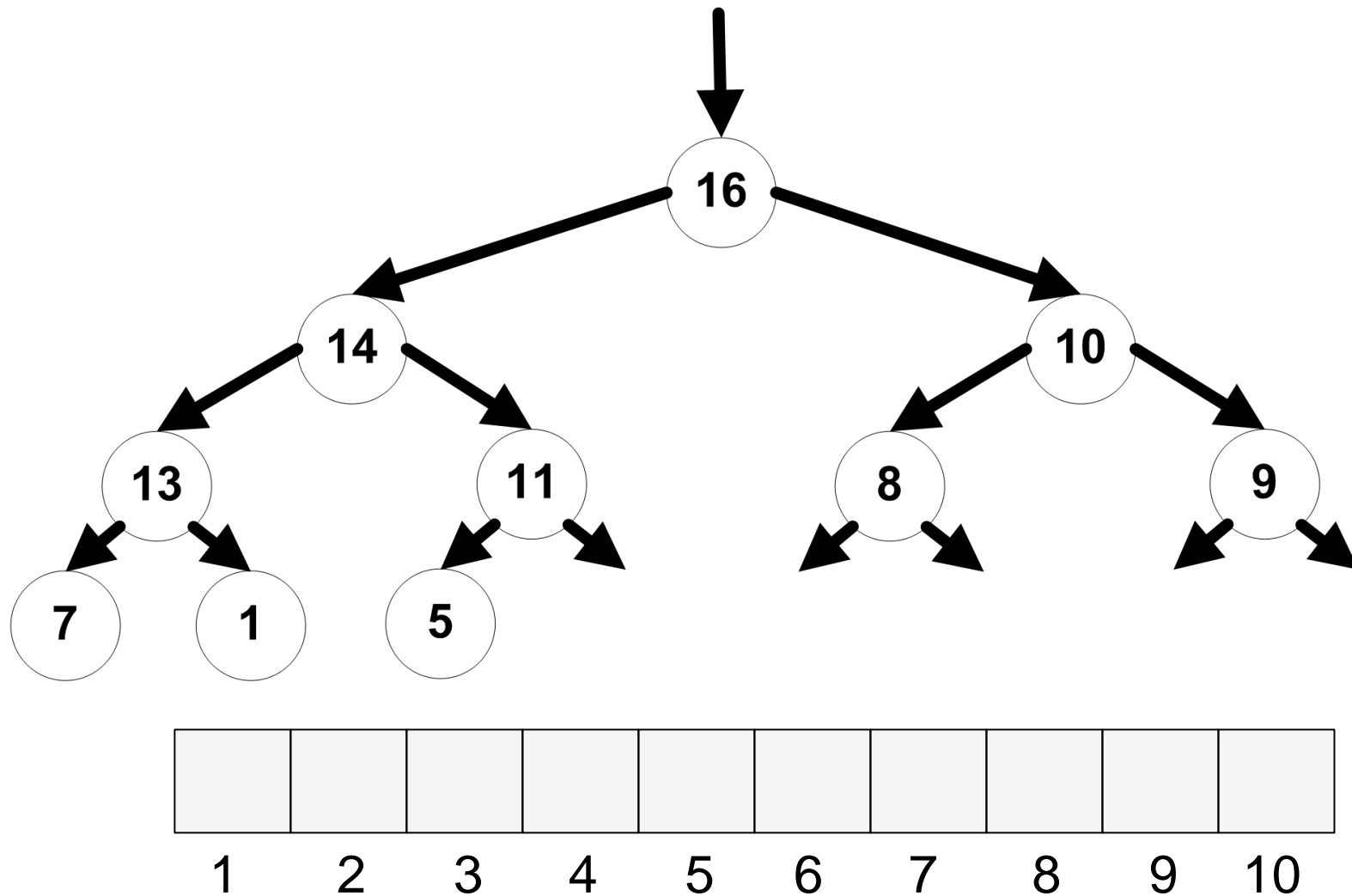
Representação do Heap em um *Array*

- Podemos representar qualquer árvore binária em um *array* fazendo:
 - $array[1]$ é a raiz
 - $array[i/2]$ é o pai de $array[i]$, para $i > 1$
 - Se $array[2 * i]$ e $array[2 * i + 1]$ existem, eles são filhos de $array[i]$
 - Se i é maior que $(n / 2)$, $array[i]$ é uma folha

- Represente o heap abaixo em um *array*

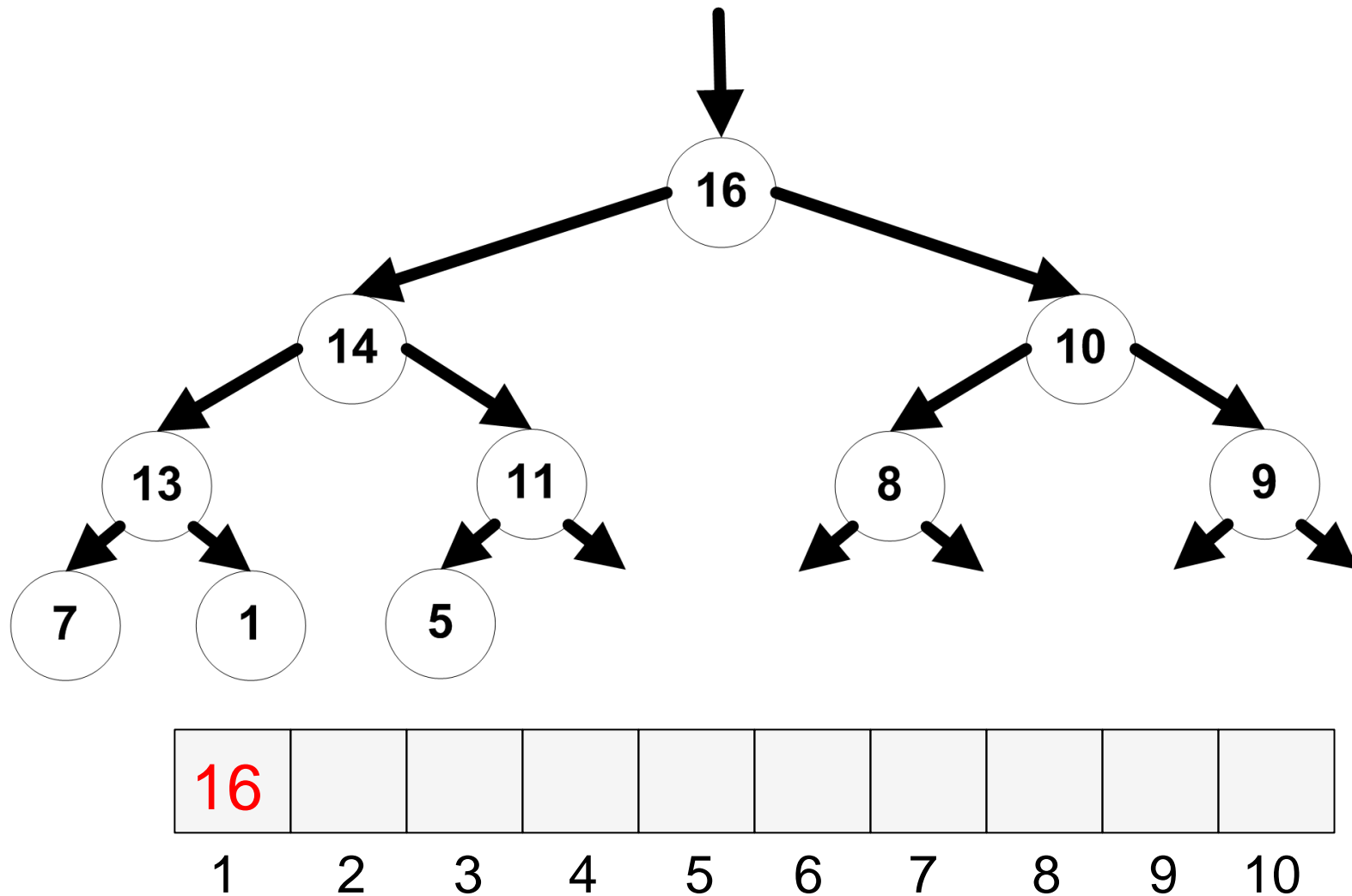


- Represente o heap abaixo em um *array*

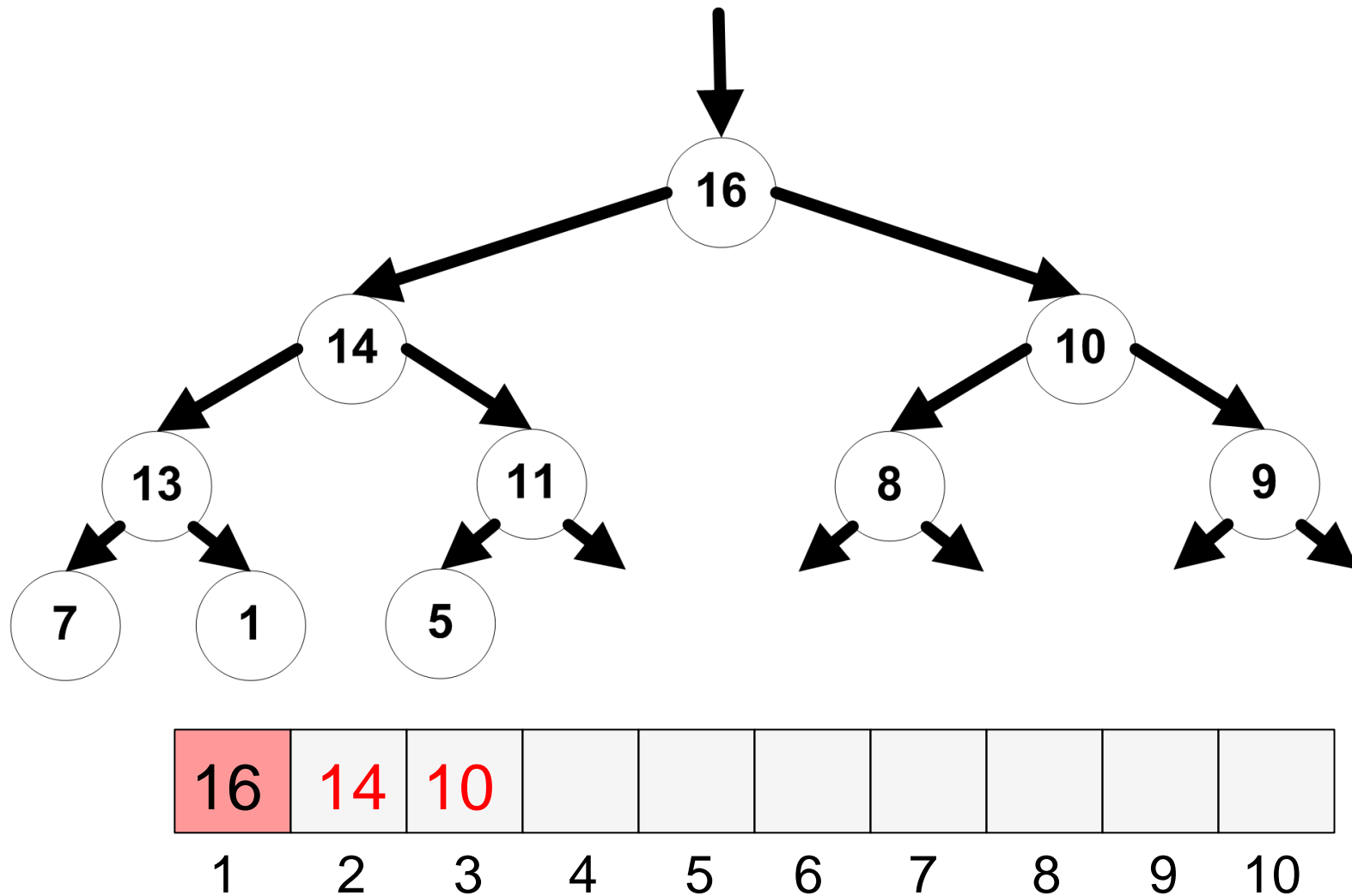


Exercício

- Represente o heap abaixo em um *array*

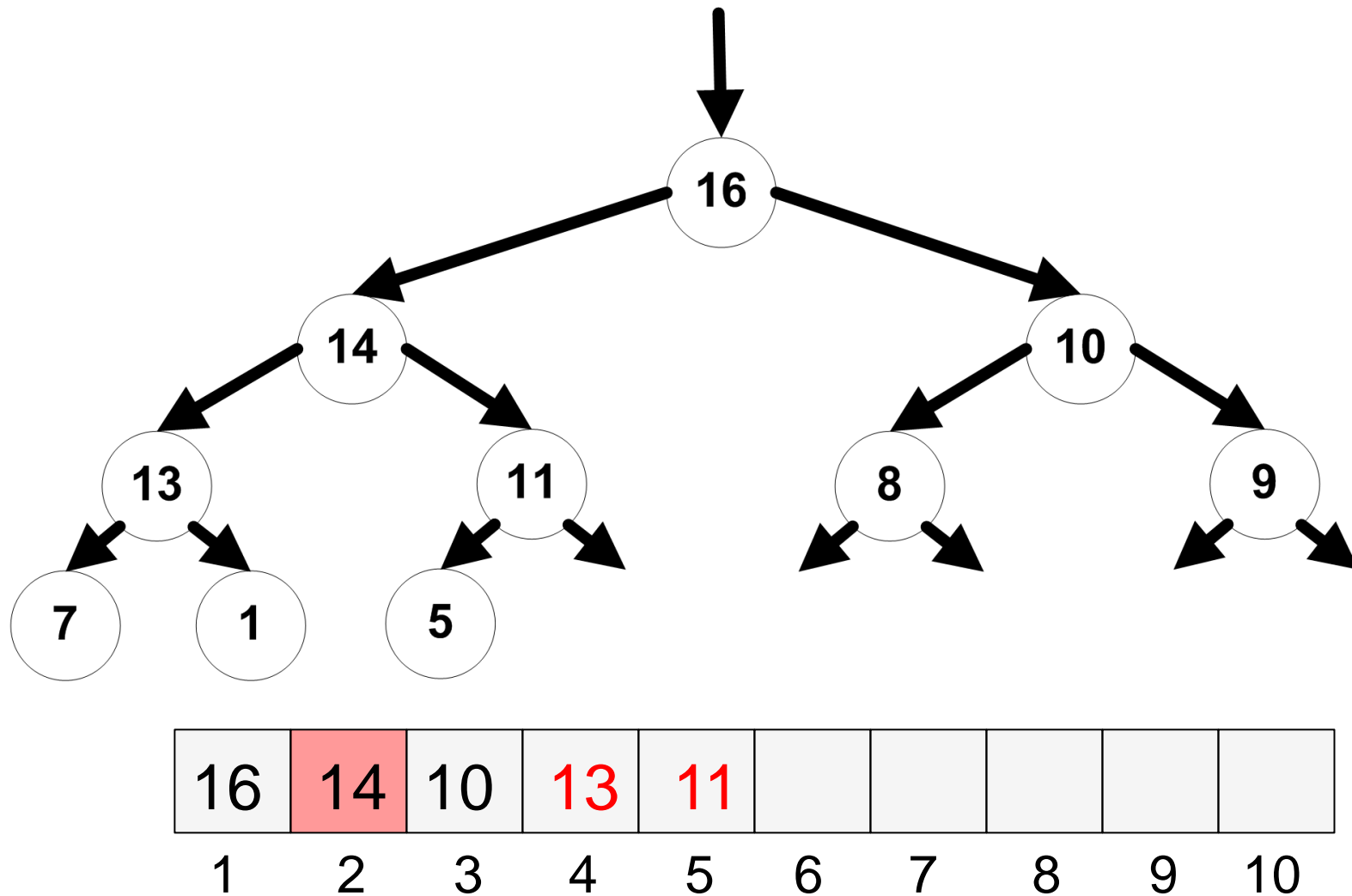


- Represente o heap abaixo em um *array*

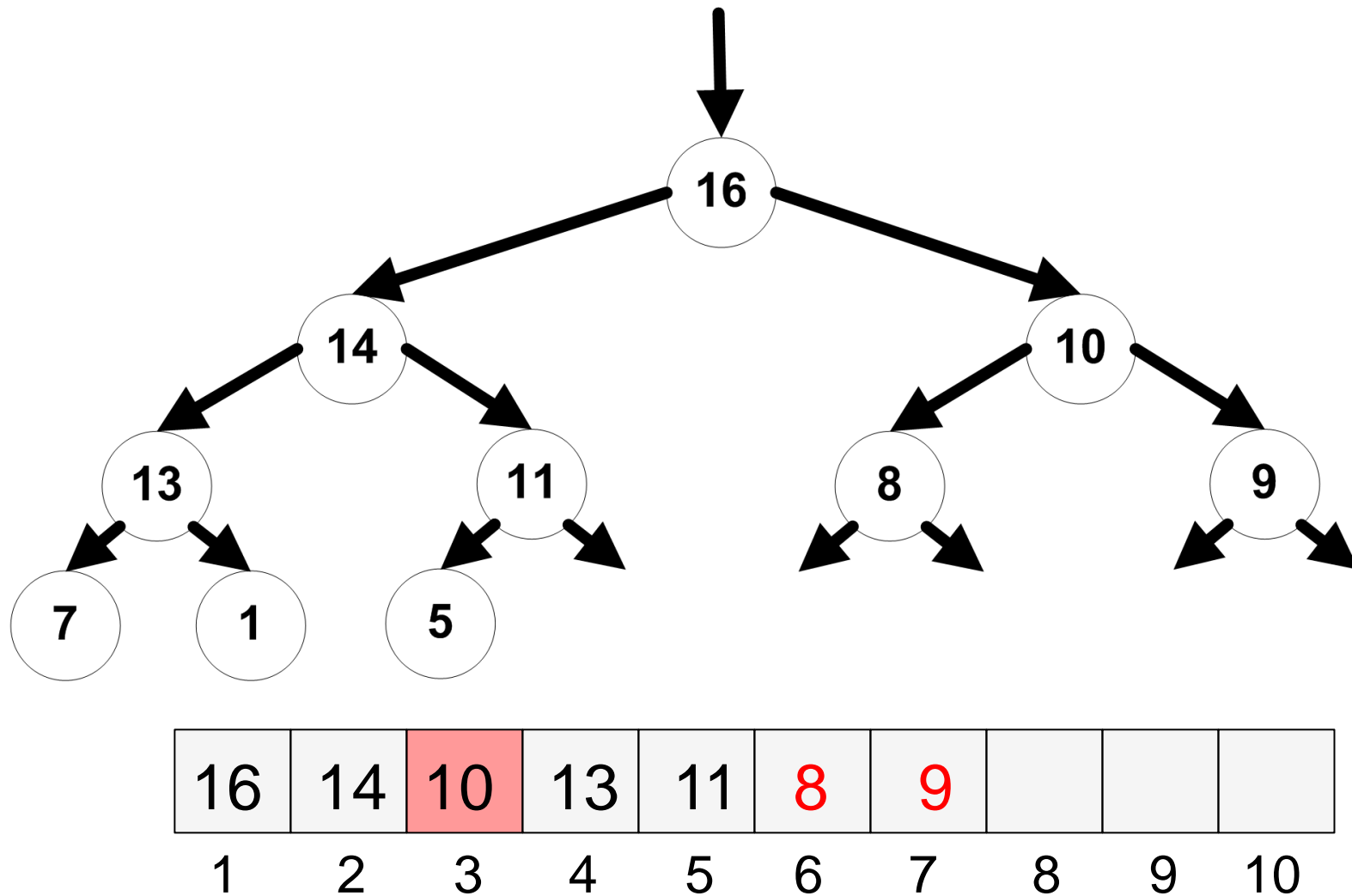


Exercício

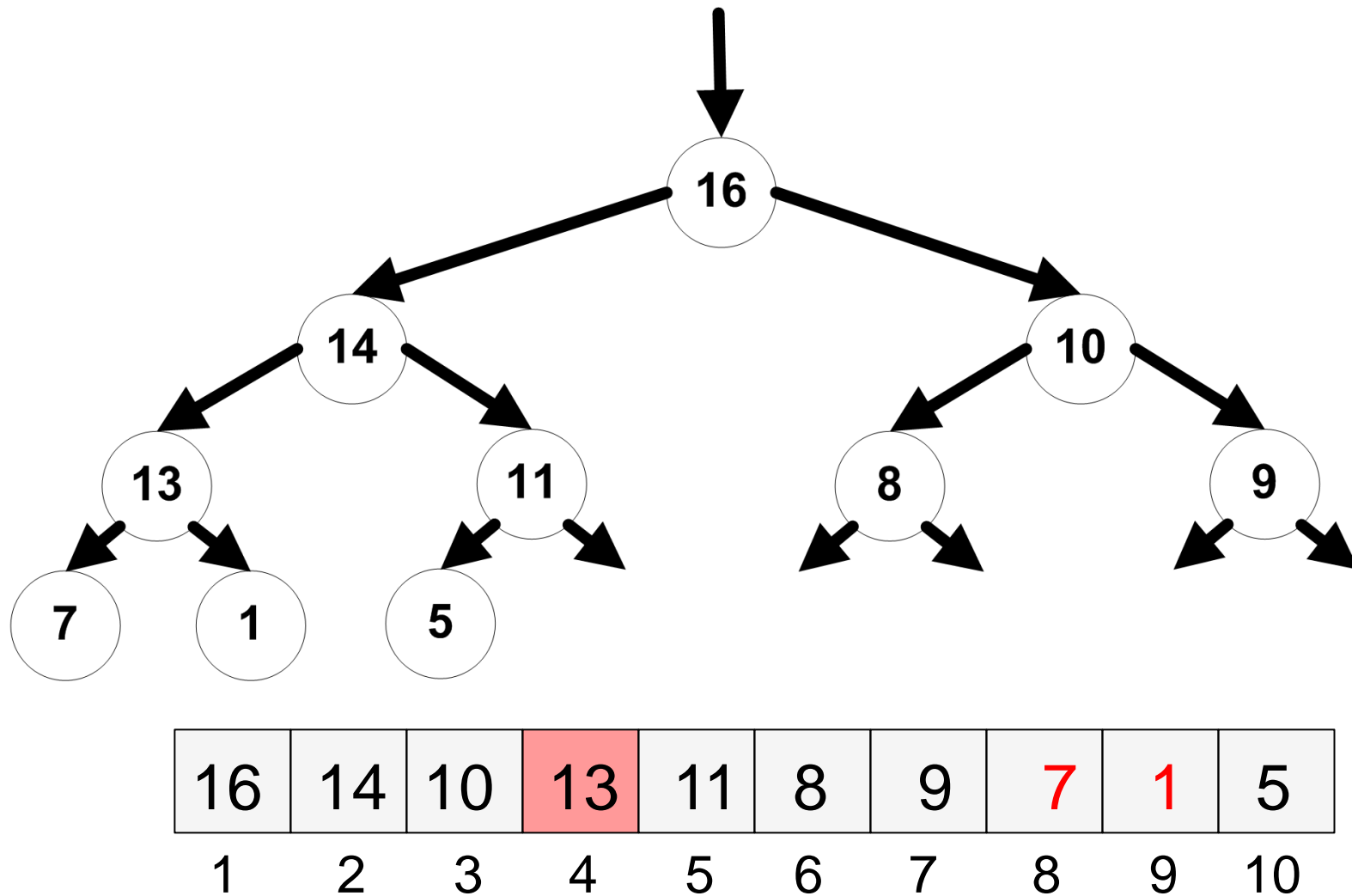
- Represente o heap abaixo em um *array*



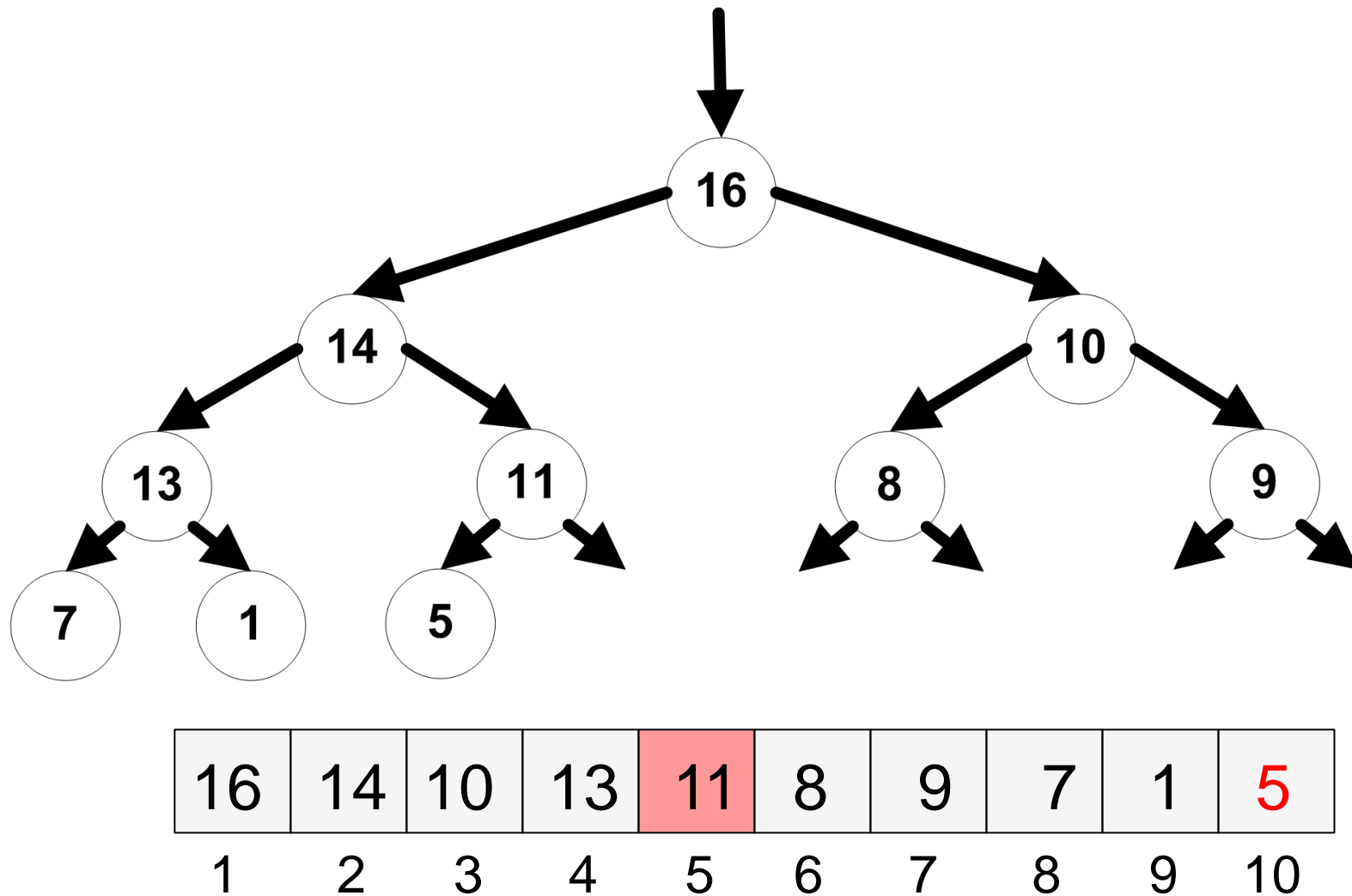
- Represente o heap abaixo em um *array*



- Represente o heap abaixo em um *array*



- Represente o heap abaixo em um *array*



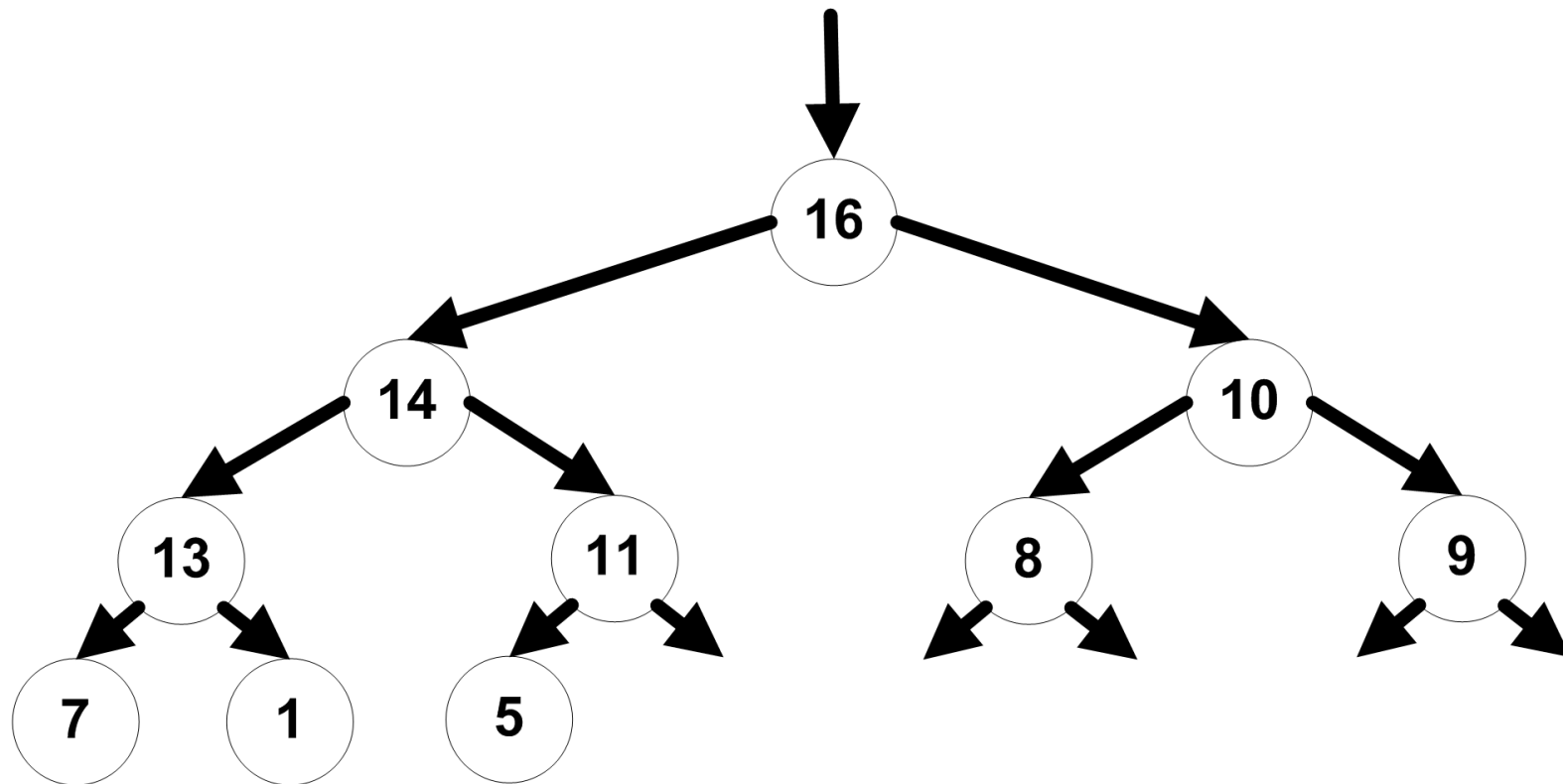
Operações Possíveis com um Heap

- Construção
- Inserção de um novo elemento
- Remoção do elemento com a maior chave
- Remoção de um elemento qualquer
- Unificar dois ou mais heaps

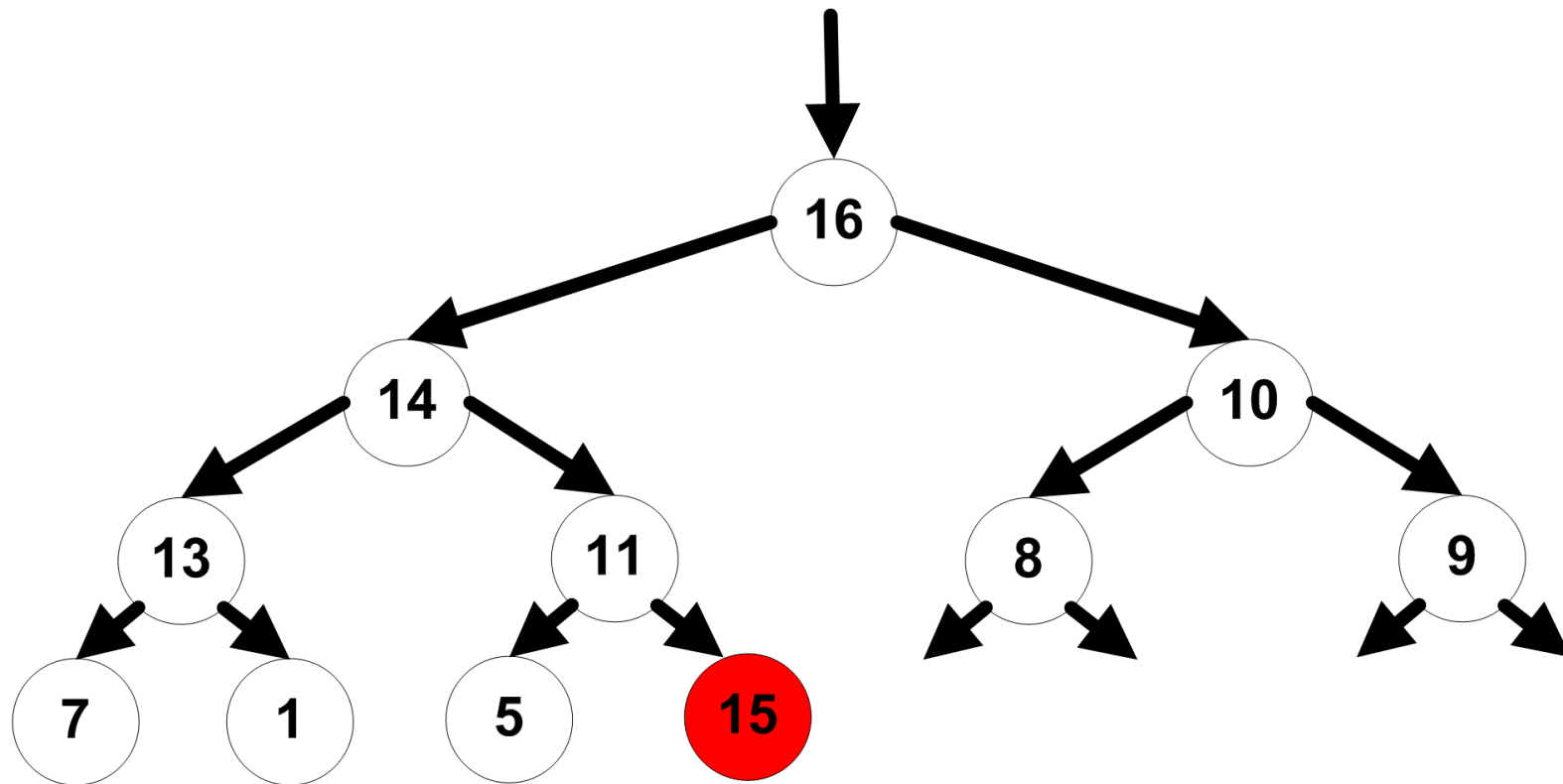
Princípio de Inserção

- Crie uma nova folha (contendo o novo elemento) no último nível do heap. Se esse estiver completo, recomece um novo nível
- Se o novo elemento for maior que seu pai, troque-os e realize o mesmo processo para o pai, avô, bisavô e, assim, sucessivamente, até que todos os pais sejam maiores que seus filhos

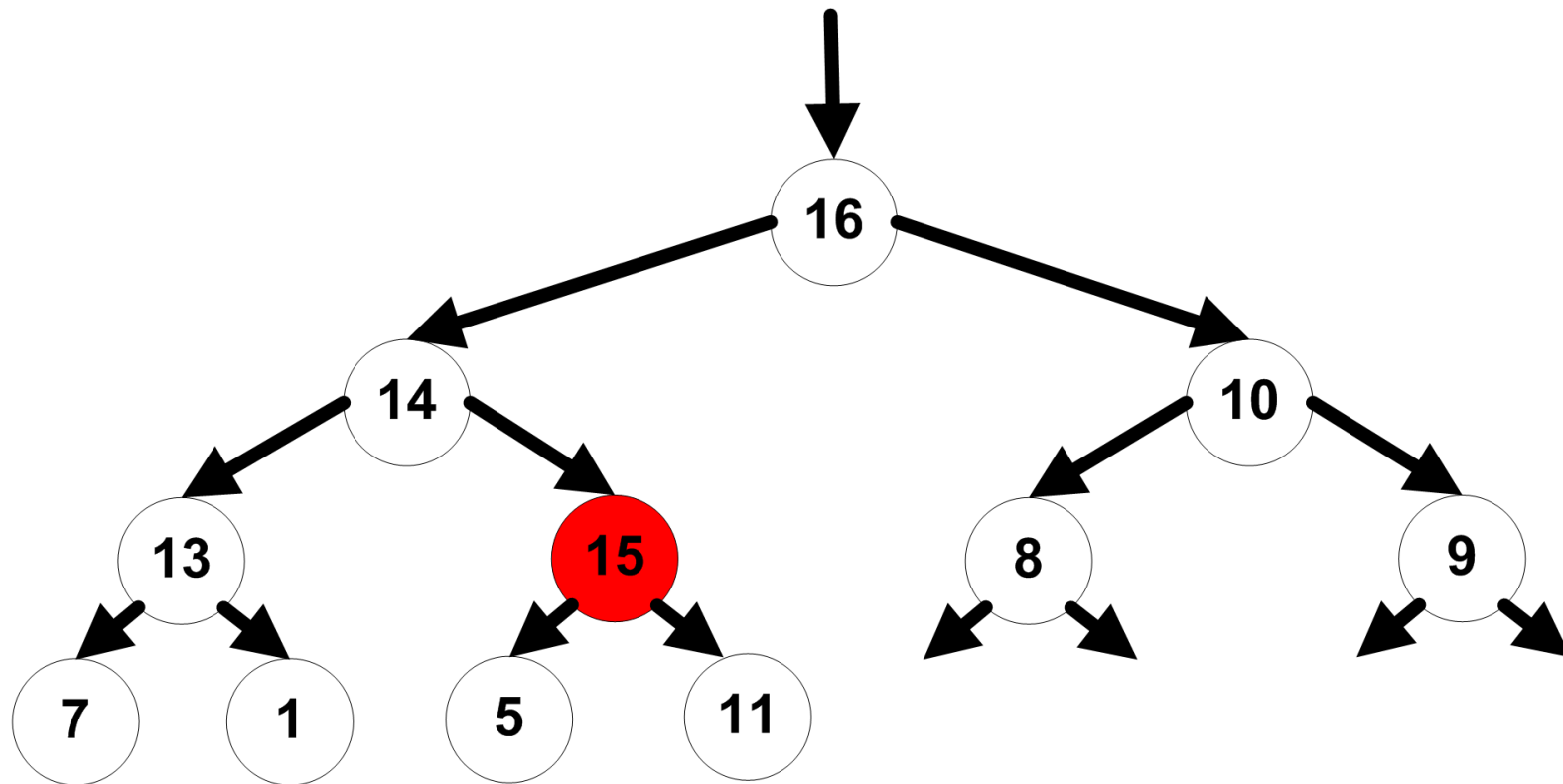
- Inserir o 15 no heap abaixo



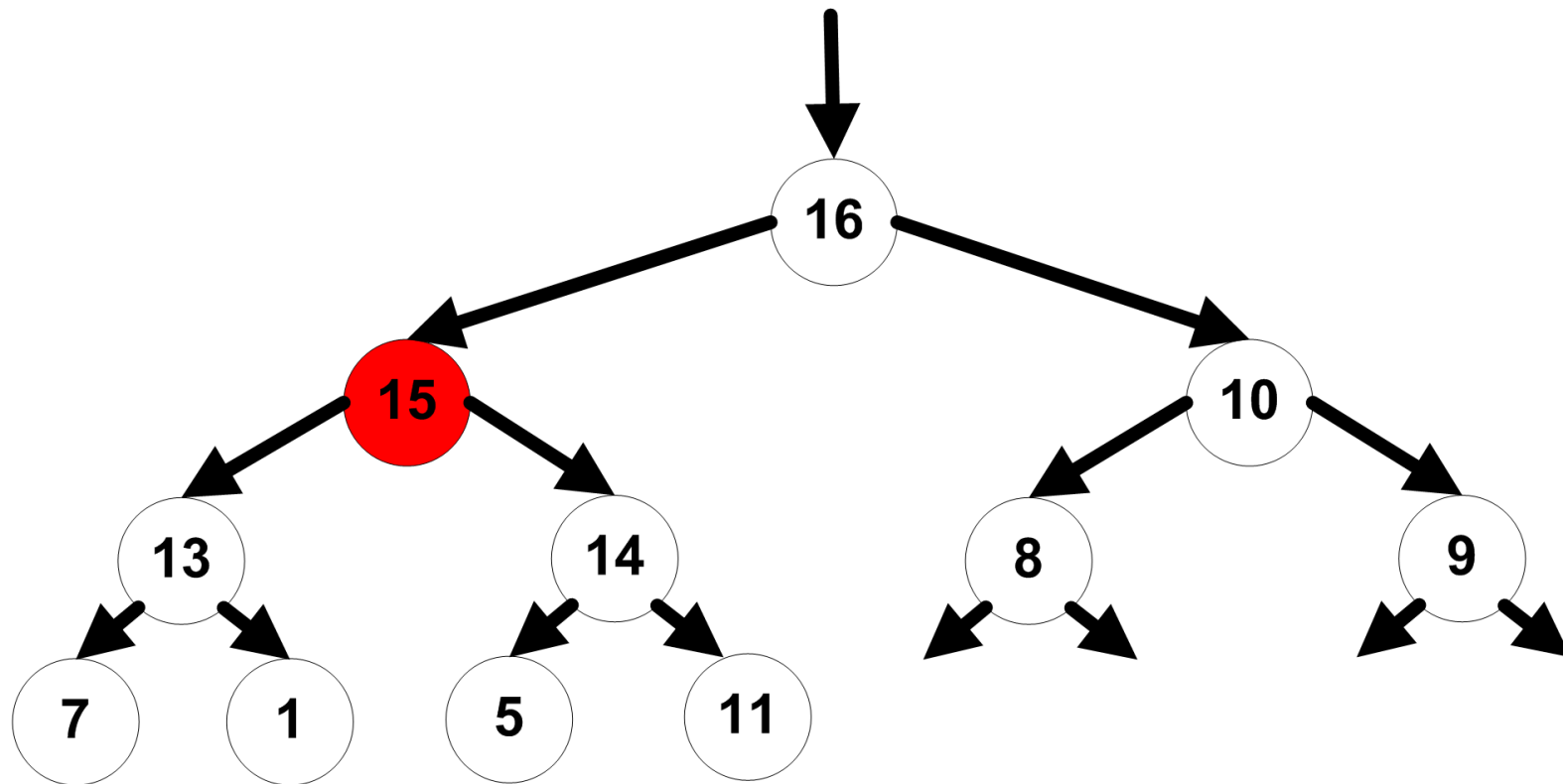
- Inserir o 15 no heap abaixo



- Inserir o 15 no heap abaixo



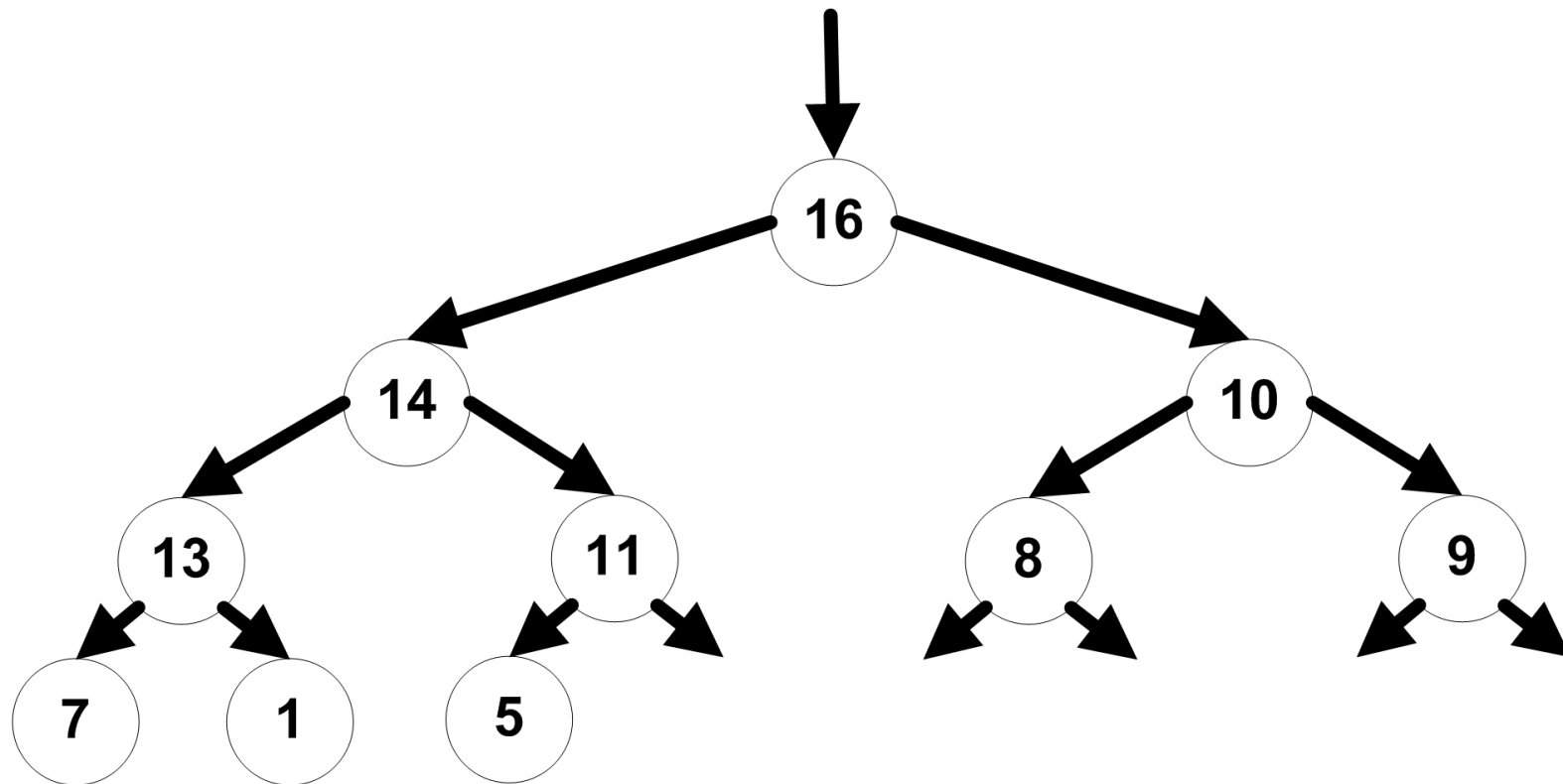
- Inserir o 15 no heap abaixo



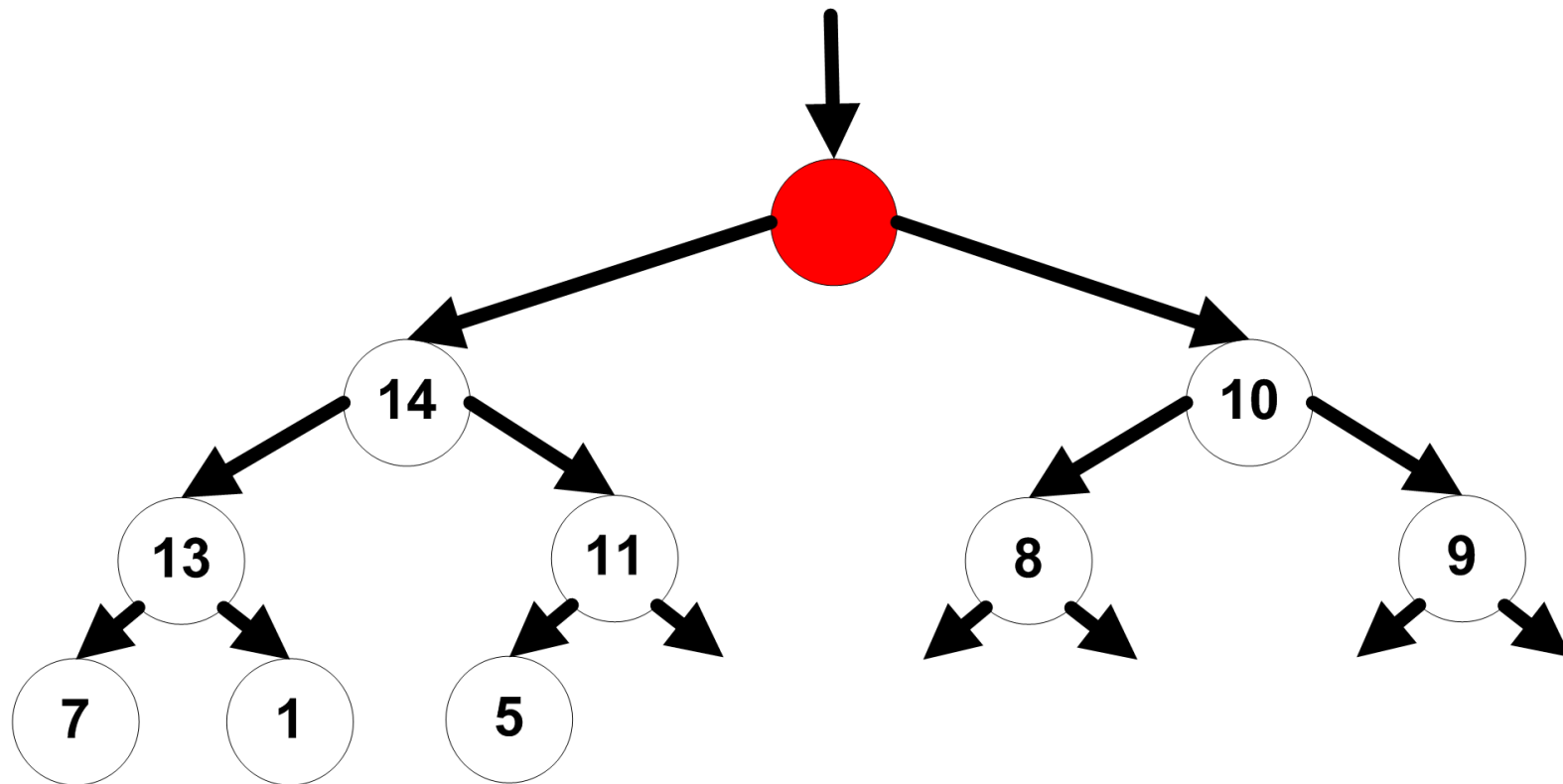
Princípio de Remoção

- Armazene o elemento da raiz em uma variável temporária
- Substitua o elemento da raiz pelo da última folha do último nível
- Remova a última folha do último nível
- Troque o elemento da raiz com o de seu maior filho
- Repita o passo anterior para o filho com elemento trocado até que todos os pais sejam maiores que seus filhos

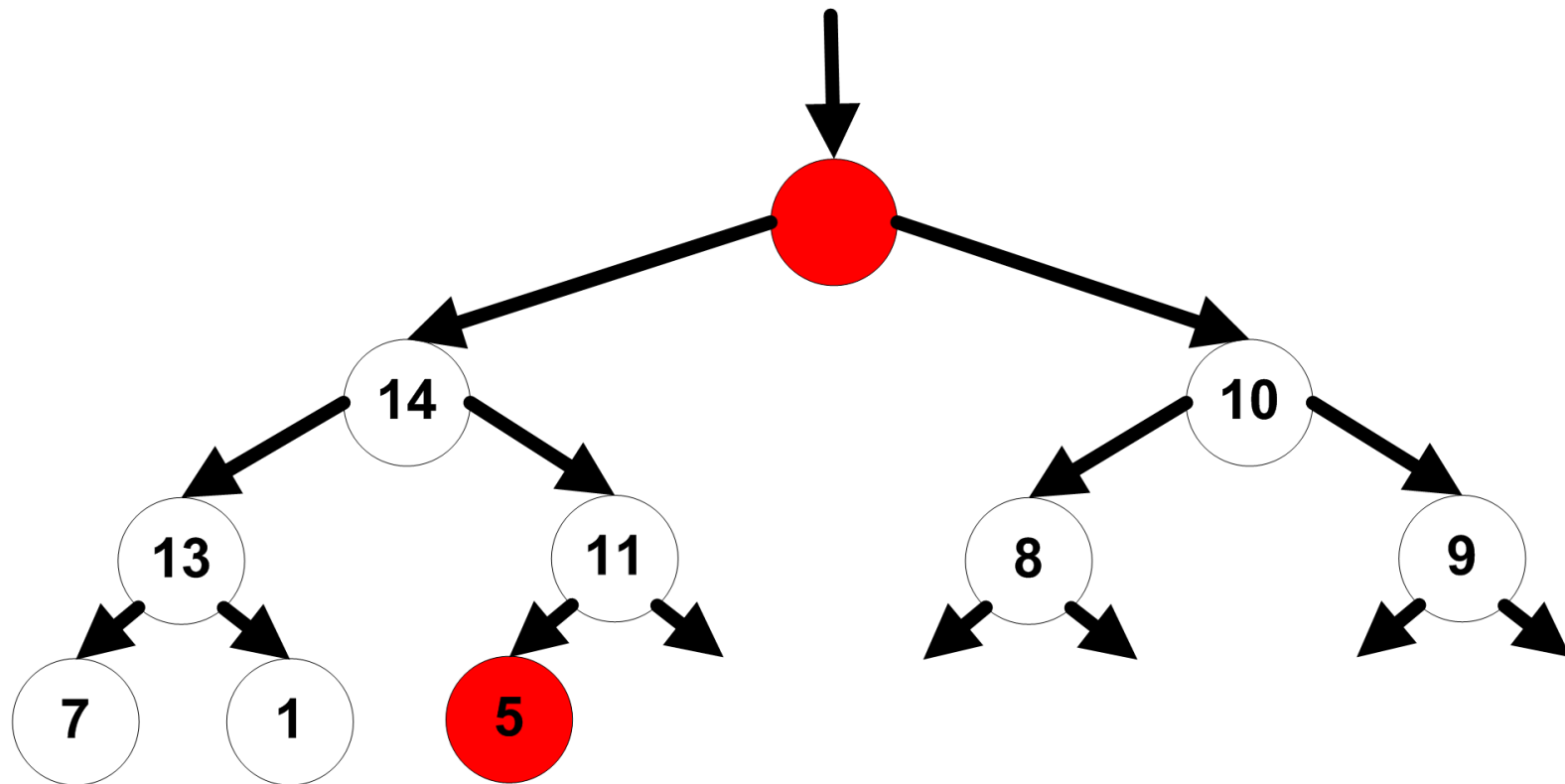
- Remova no heap abaixo



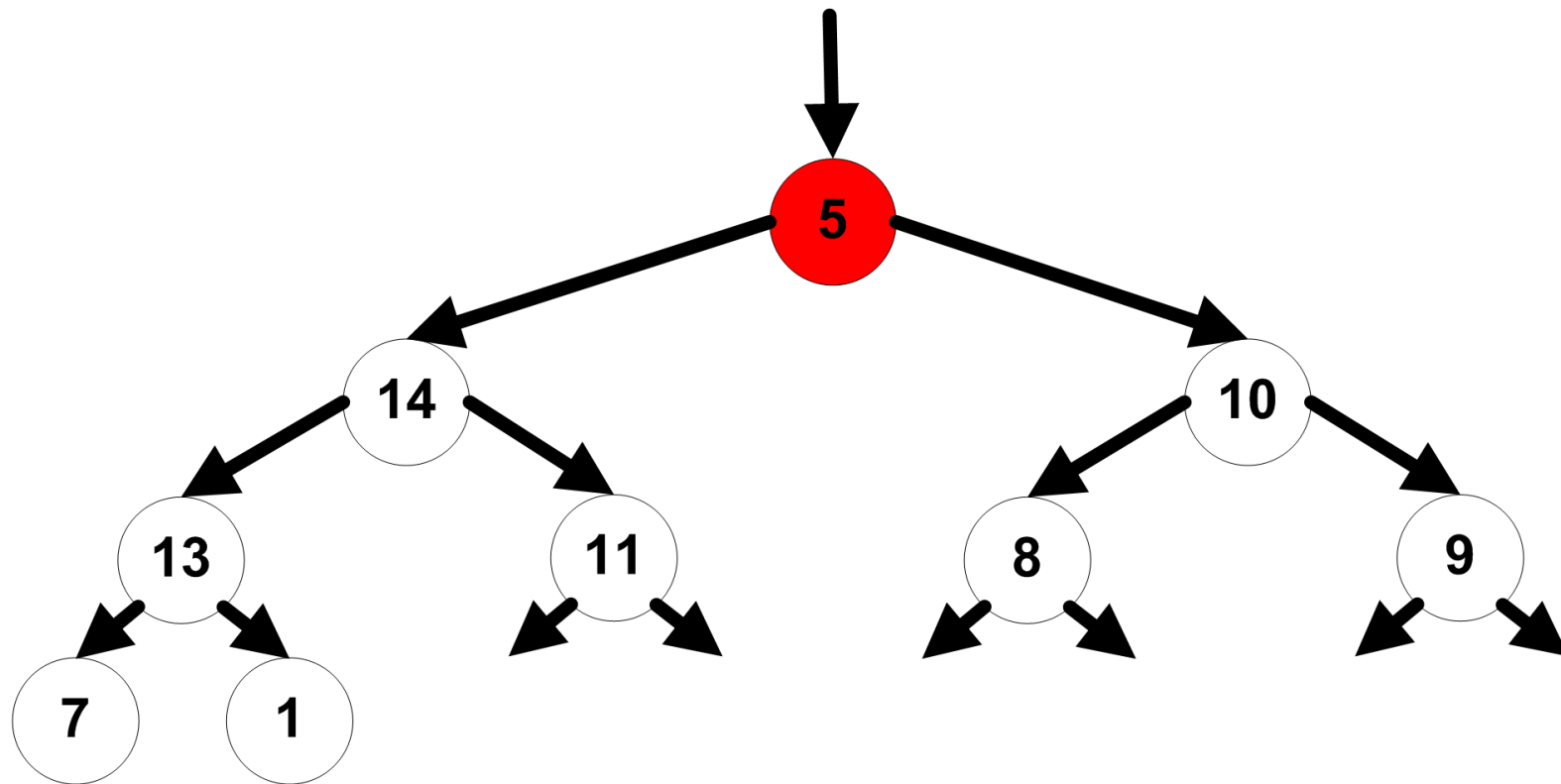
- Remova no heap abaixo



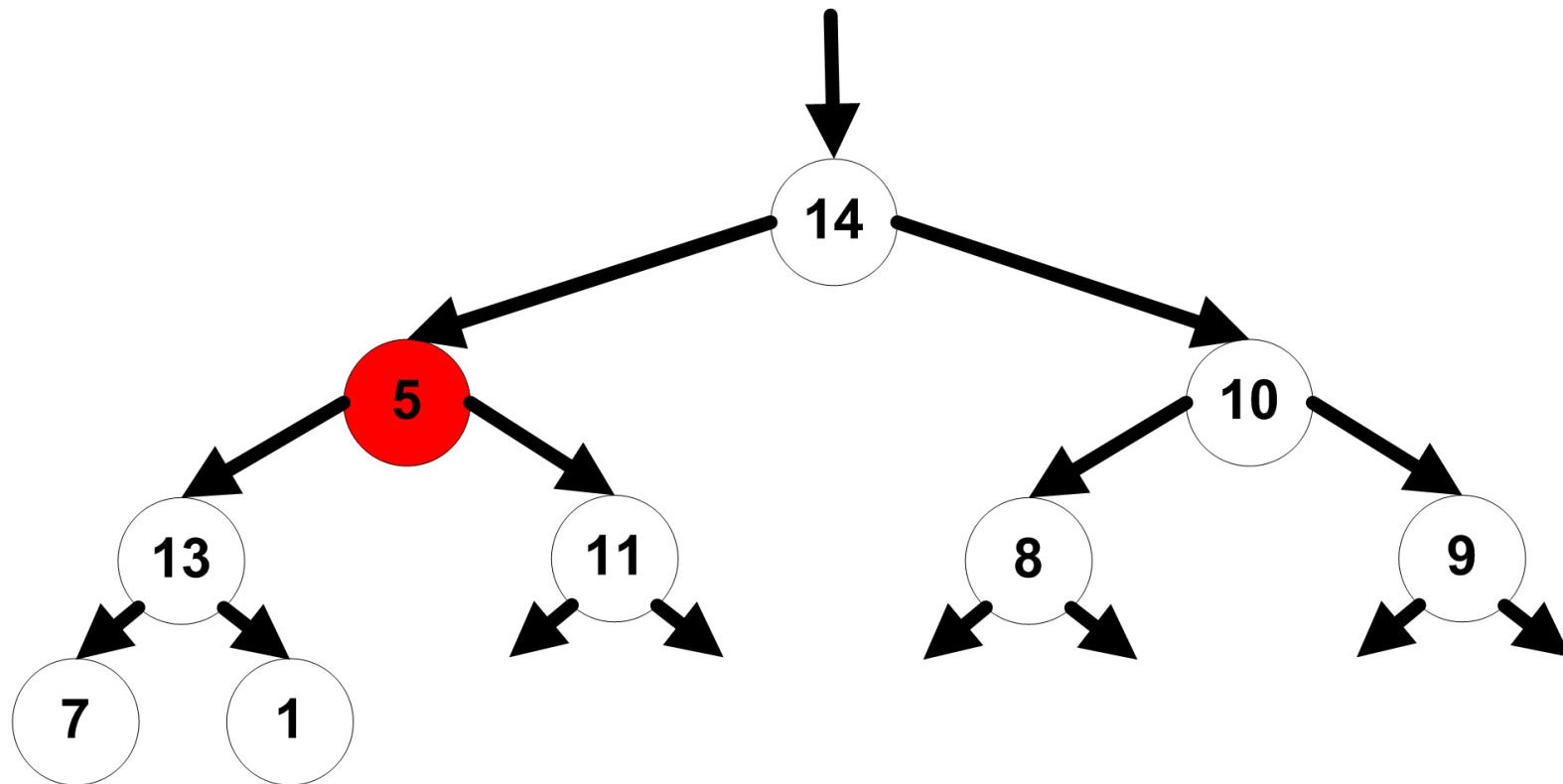
- Remova no heap abaixo



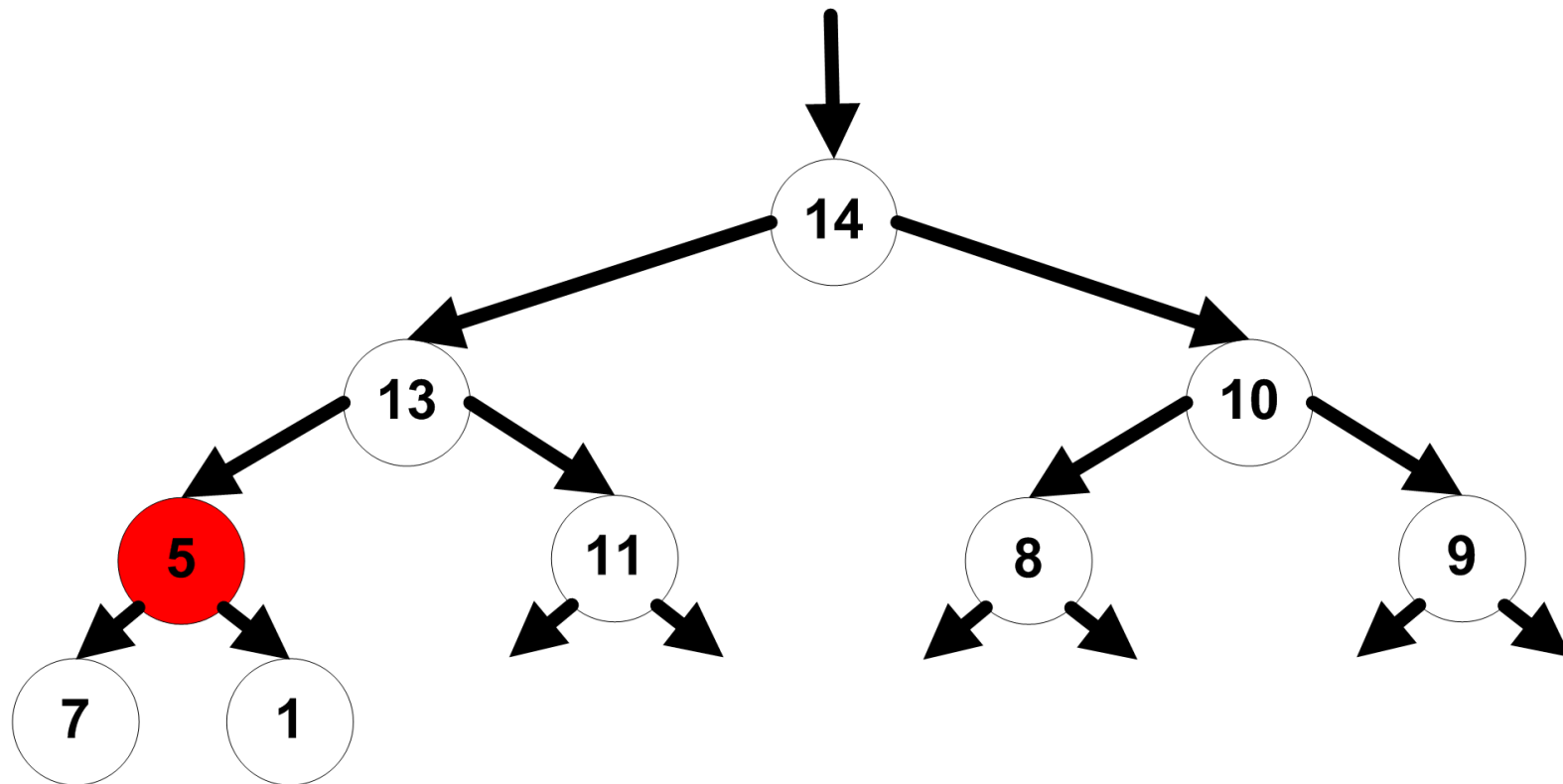
- Remova no heap abaixo



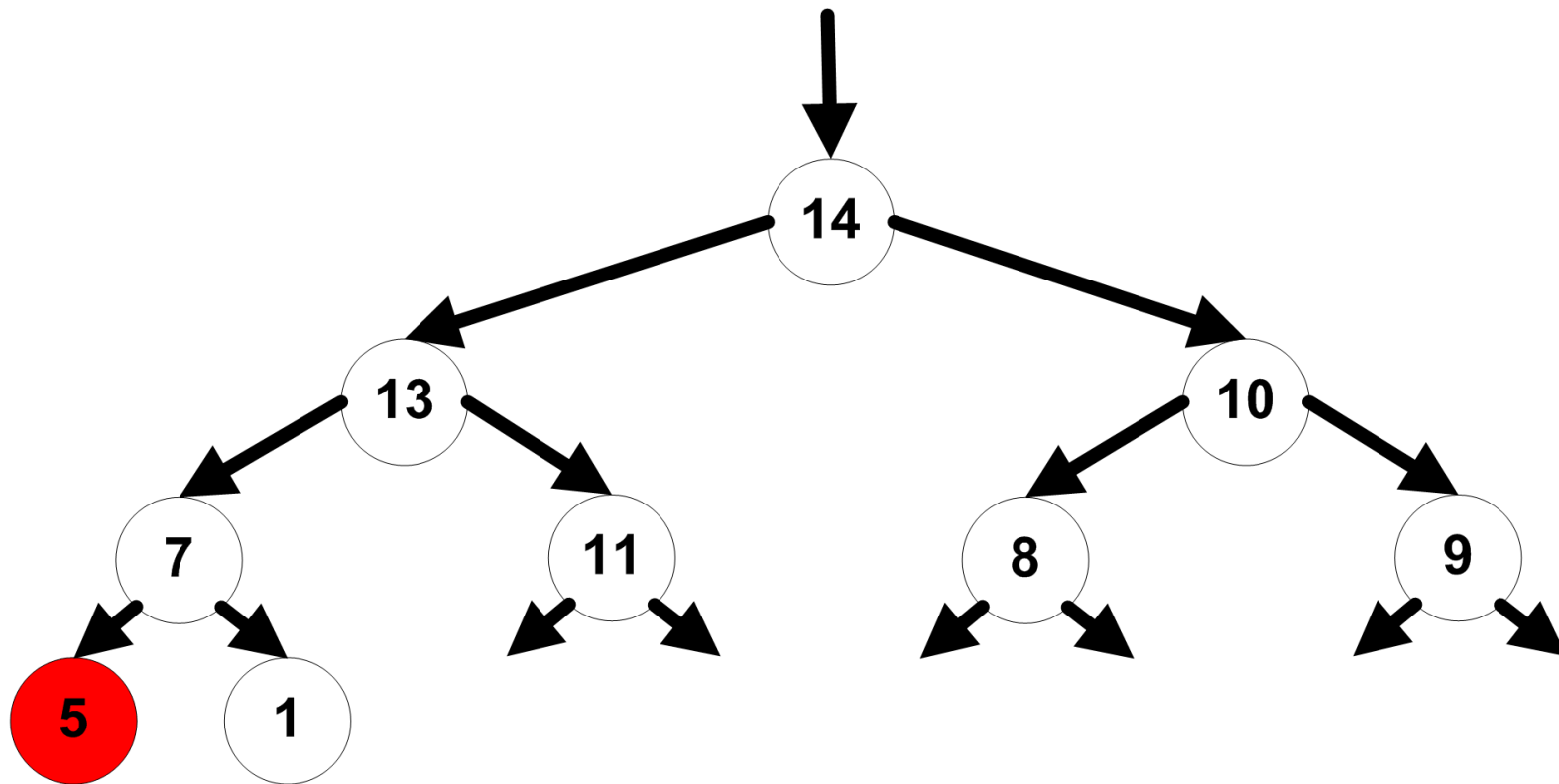
- Remova no heap abaixo



- Remova no heap abaixo



- Remova no heap abaixo



Análise de Complexidade

- As operações de inserção e remoção podem percorrer um ramo completo da árvore, com comparações e trocas em cada nó
- O pior caso para os números de comparações ou trocas depende da altura da árvore que será $\lceil \lg(n) \rceil$ (árvore balanceada)
- Assim, no pior caso, os números de comparações ou trocas serão $\Theta(\lg(n))$

Funcionamento Básico

- Construa o heap inserindo sistematicamente cada um dos elementos do *array*
- Remova sistematicamente cada elemento do heap, reconstrua o heap e insira o elemento removido na posição do *array* imediatamente seguinte ao tamanho corrente do heap

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
  
    //Ordenacao propriamente dita  
    int tam = n;  
    while (tam > 1){  
        swap(1, tam--);  
        reconstroi(tam);  
    }  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    ■ ■ ■  
}
```

```
void reconstroi(int tam){  
    ■ ■ ■  
}
```


Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
  
    ...  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```

101	115	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }
```

```
        ■ ■ ■
```

```
void constroi(int tam){
```

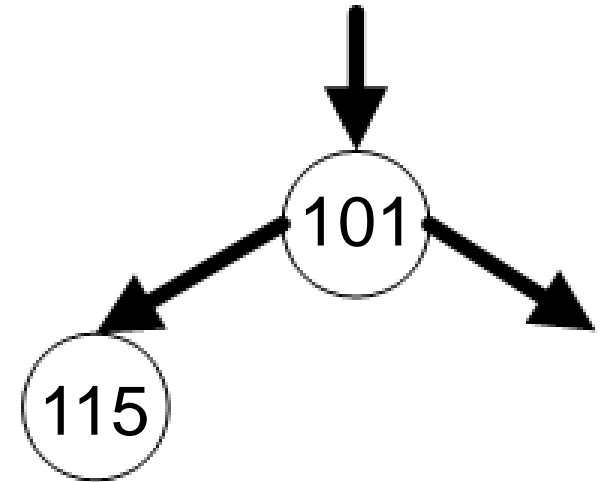
```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```

101	115	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
  
    ...  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```



101	115	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {           true: 2 <= 6
```

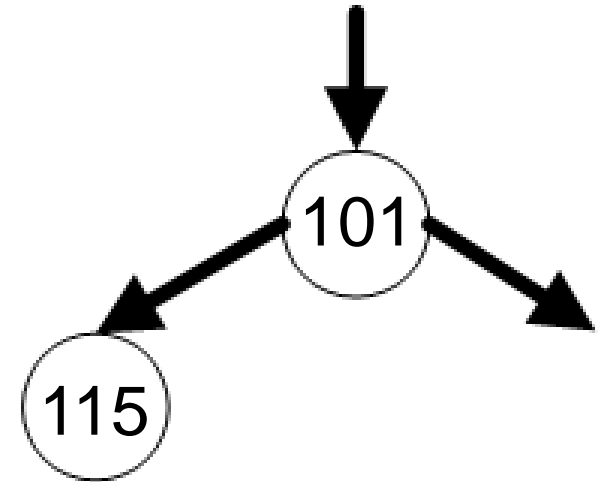
```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

```
    ...
```

```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



101	115	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

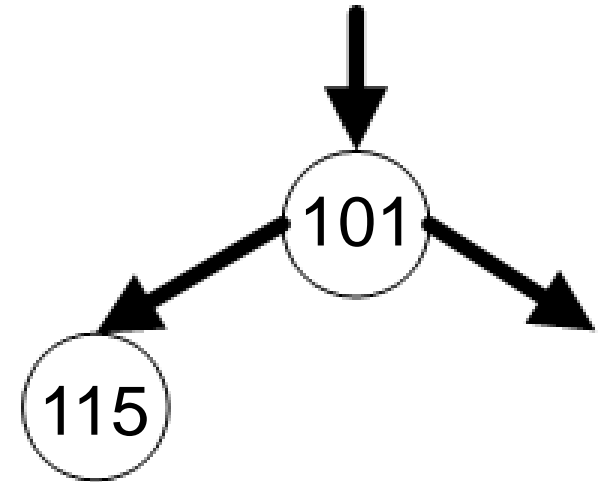
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



101	115	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

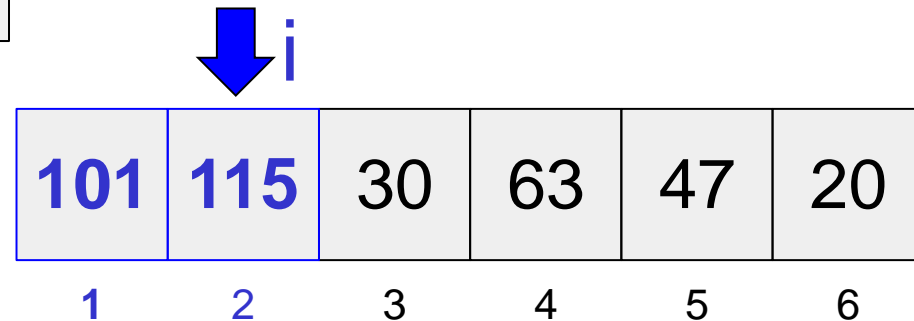
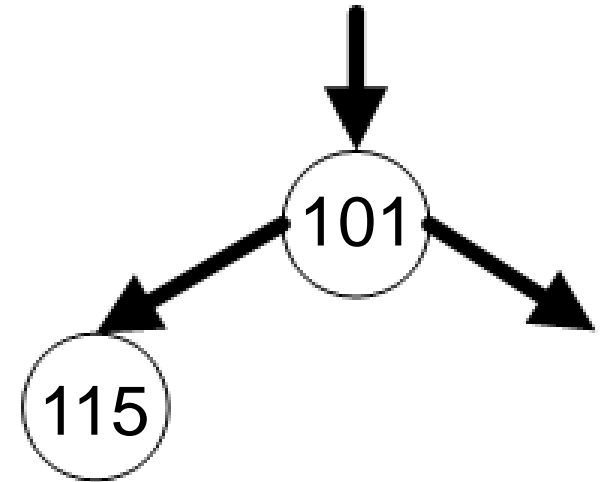
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

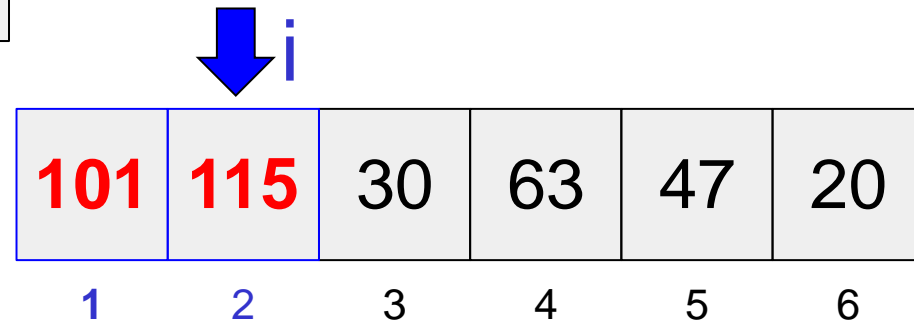
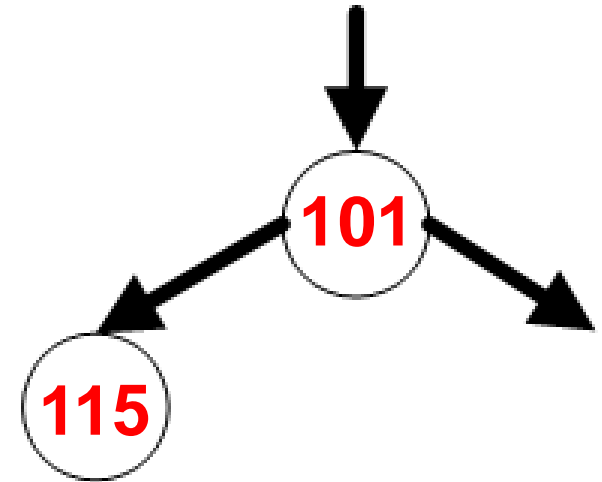
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
    } true: 2 > 1 && 115 > 101
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

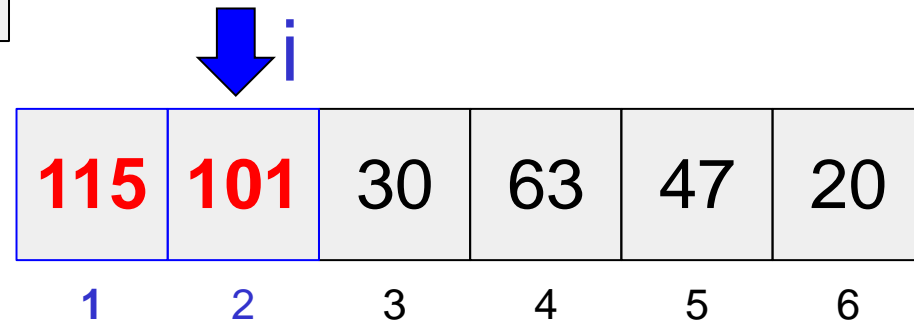
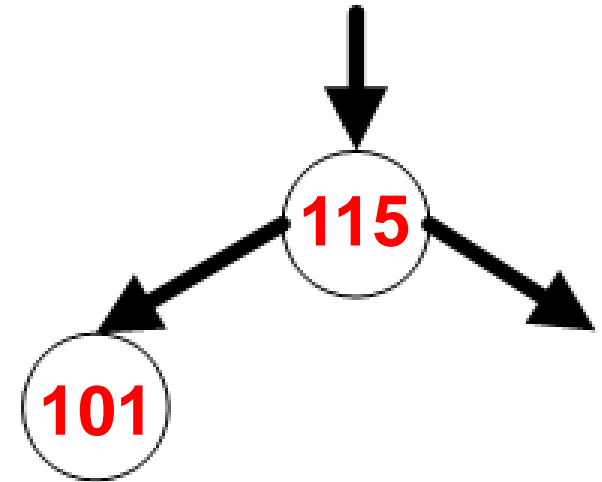
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

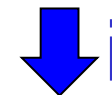
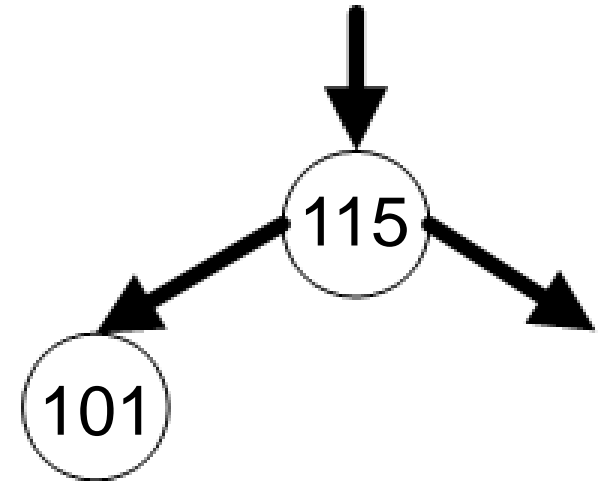
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

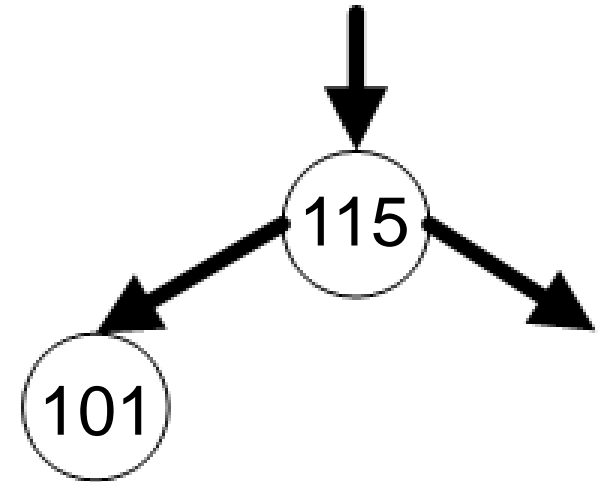
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
    } // false: 1 > 1 & ...
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

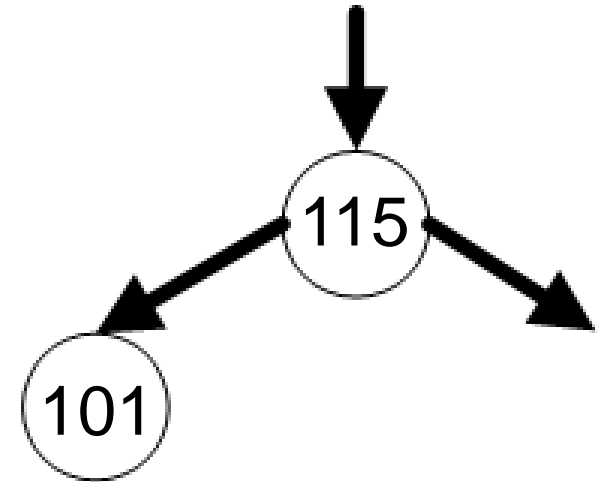
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```

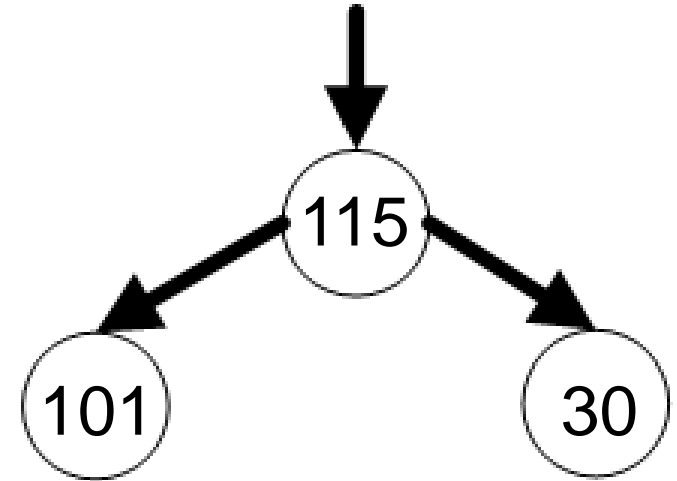


115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
  
    ...  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

true: $3 \leq 6$

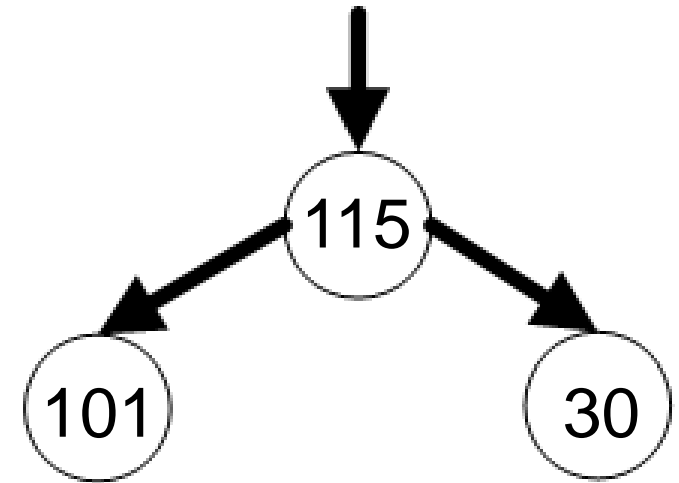
```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

...

```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

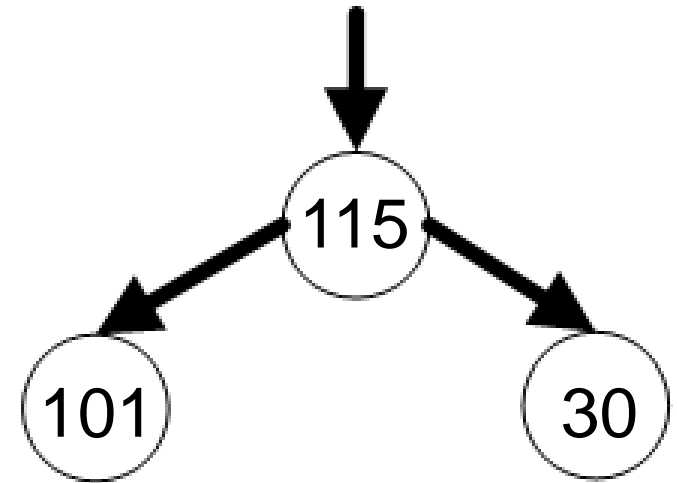
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

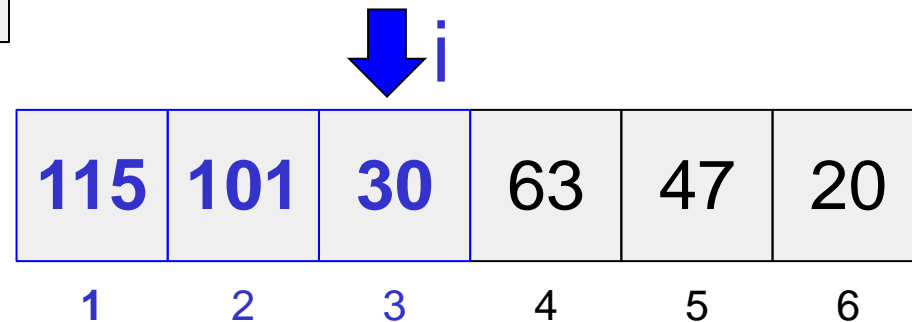
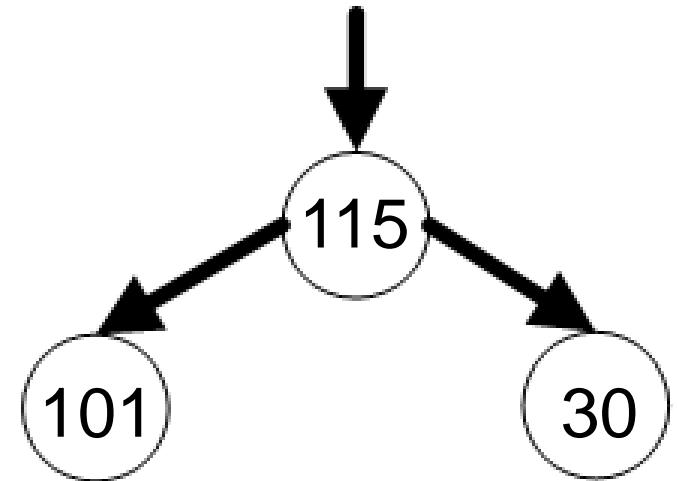
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

```
void constroi(int tam){
```

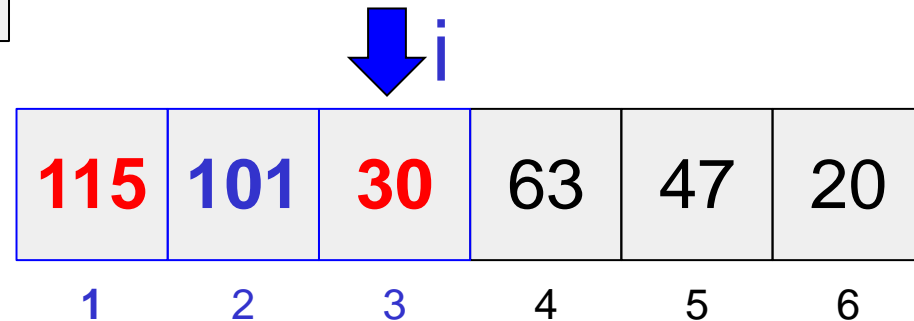
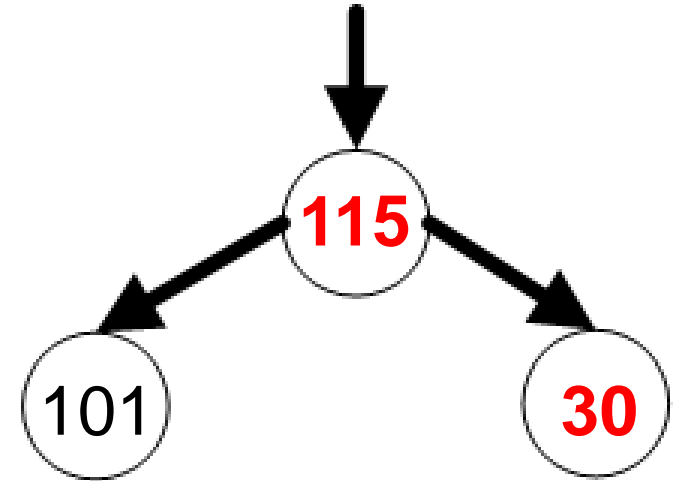
```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```

false: $3 > 1 \ \& \ 30 > 115$



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

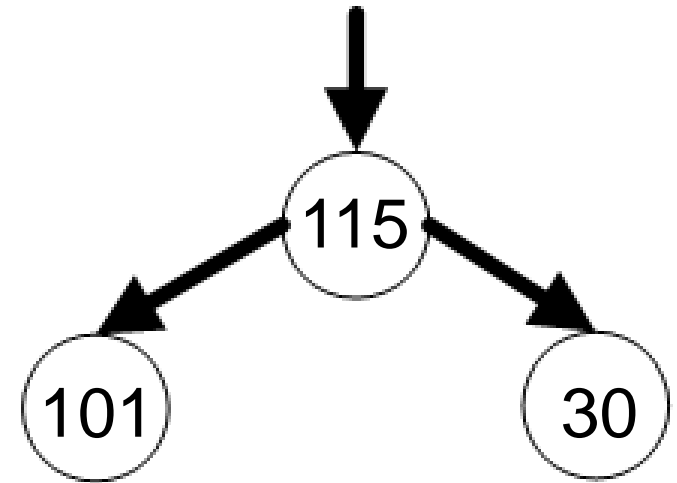
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```

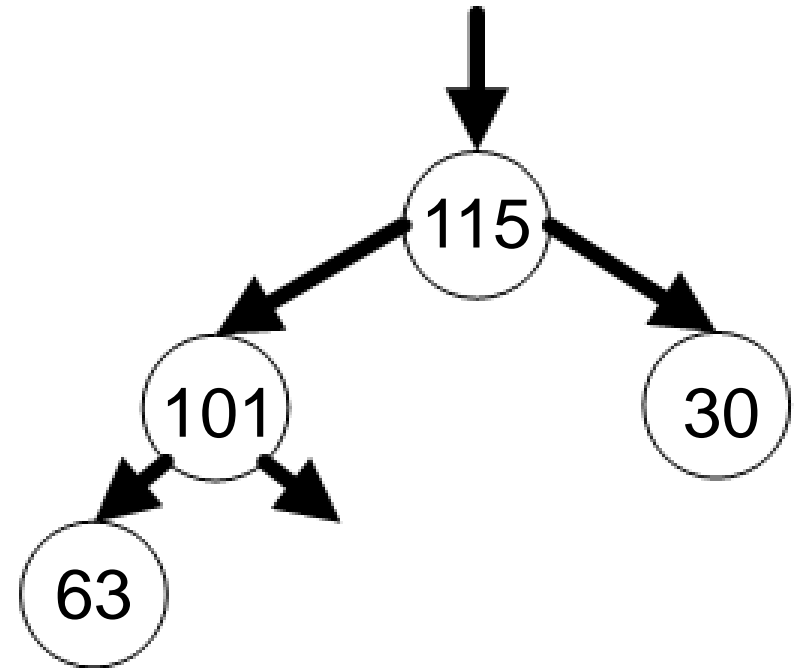


115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
  
    ...  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

true: 4 ≤ 6

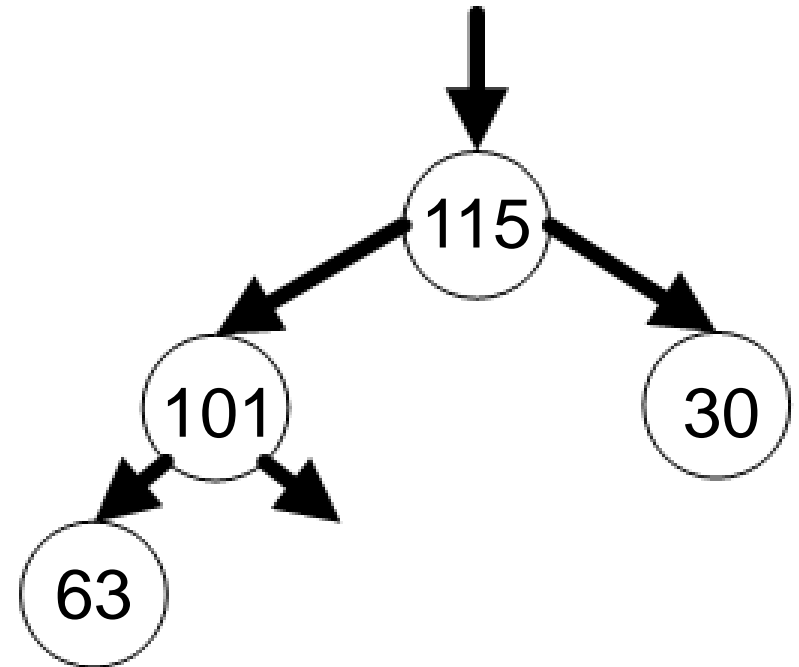
```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam ≤ n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

...

```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

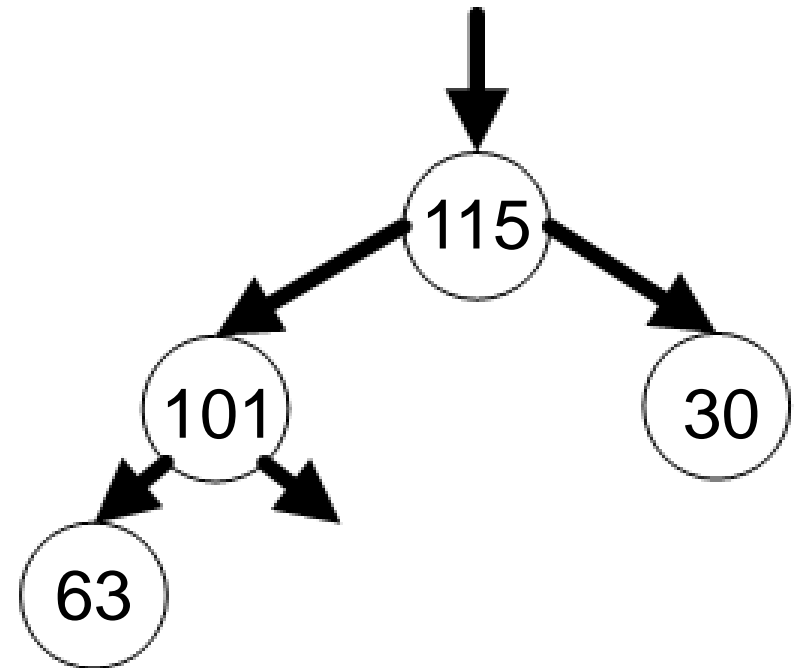
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

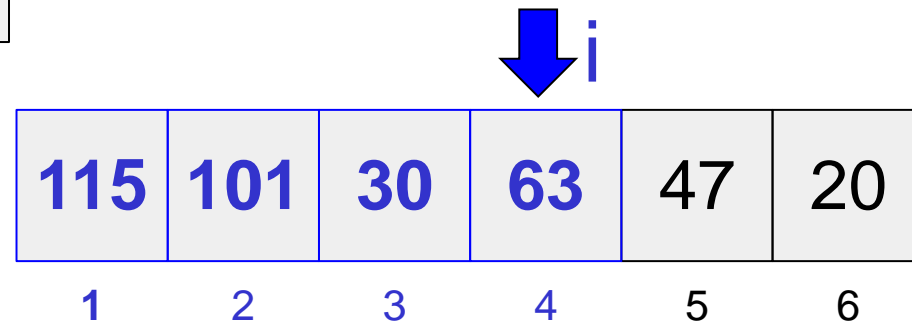
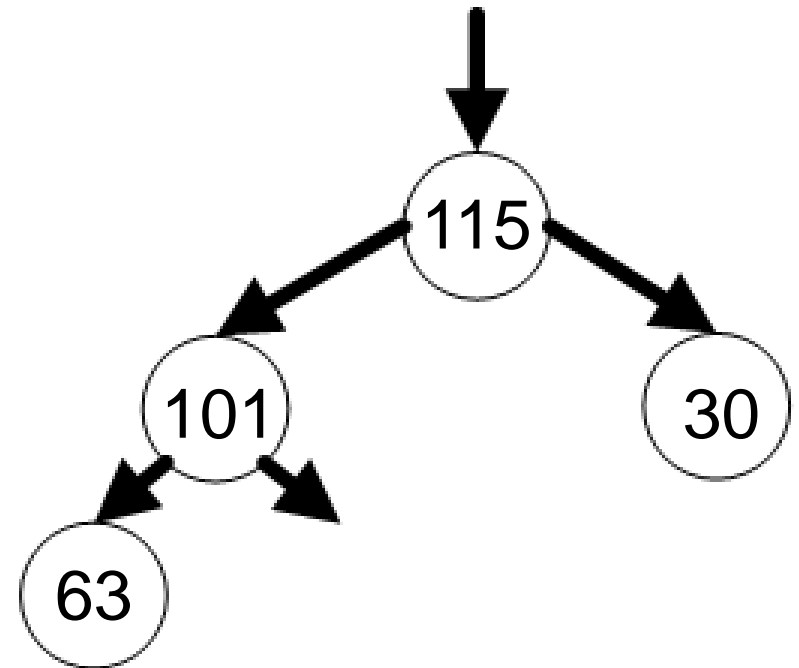
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

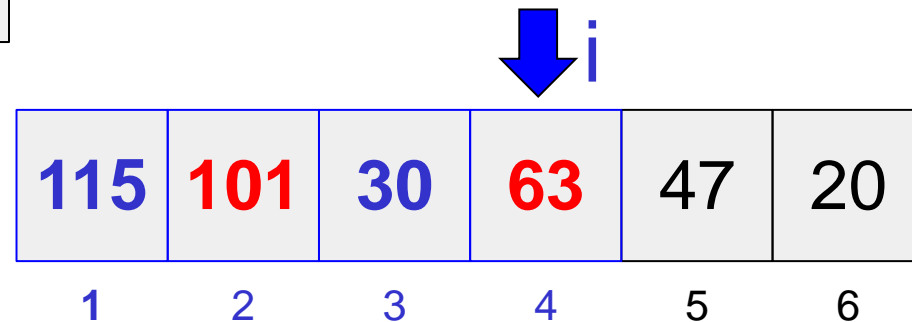
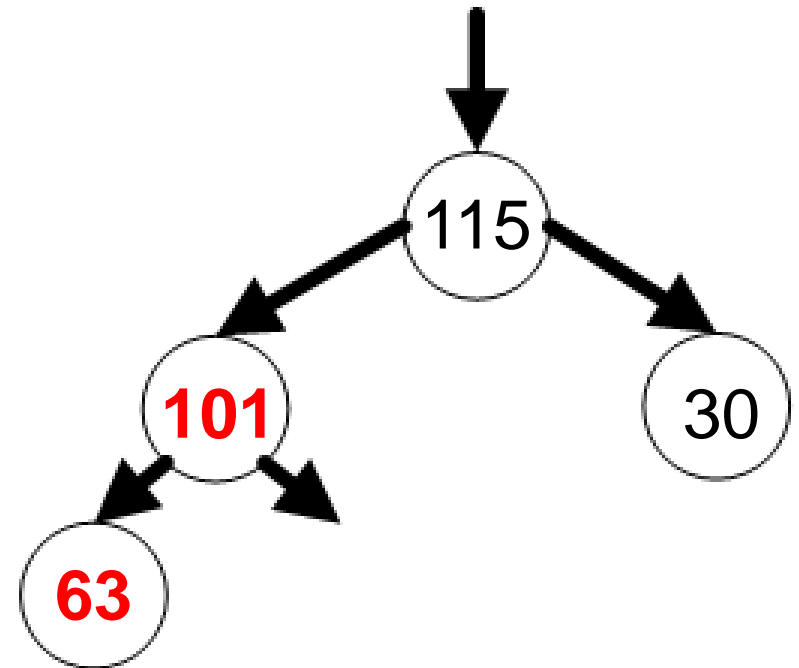
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
    } // false: 4 > 1 & 63 > 101
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

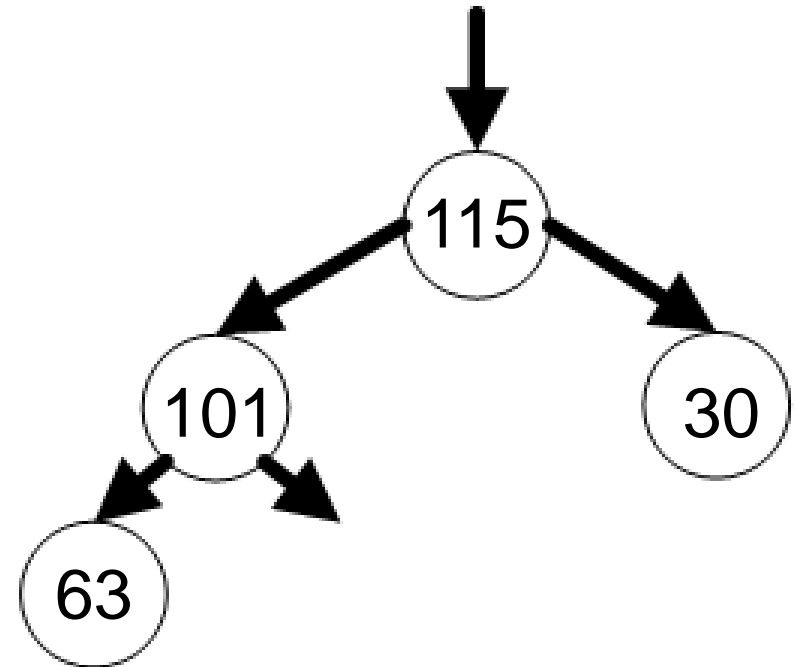
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```

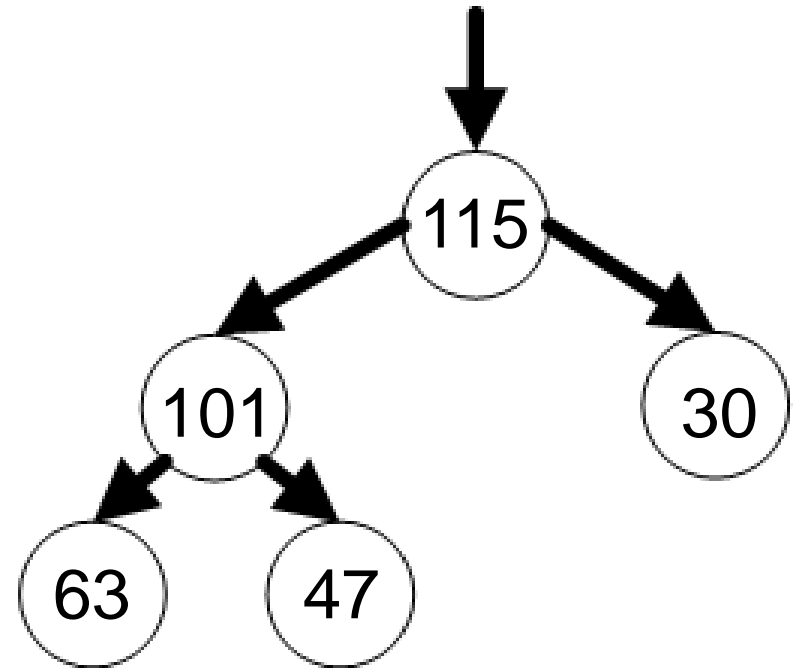


115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
  
    ...  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

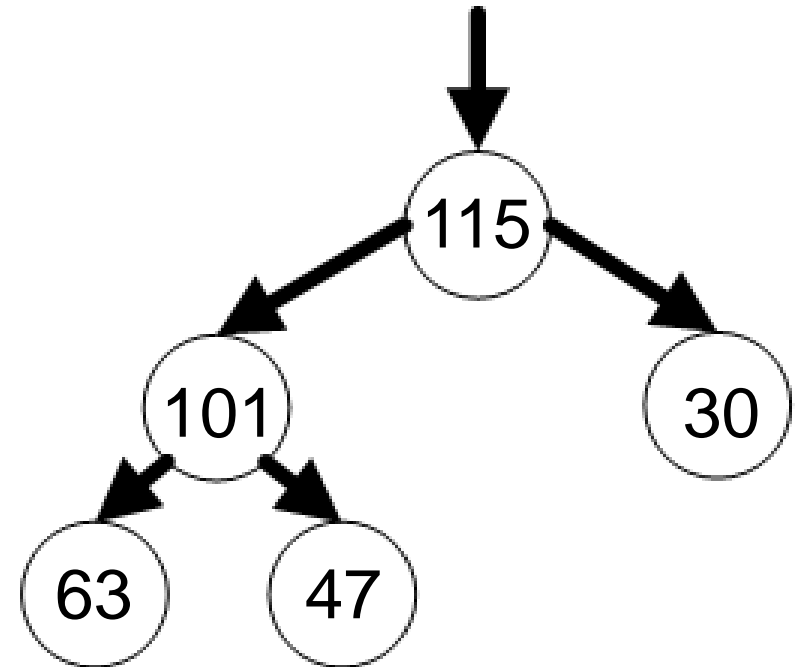
true: $5 \leq 6$

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

...

```
void constroi(int tam){
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

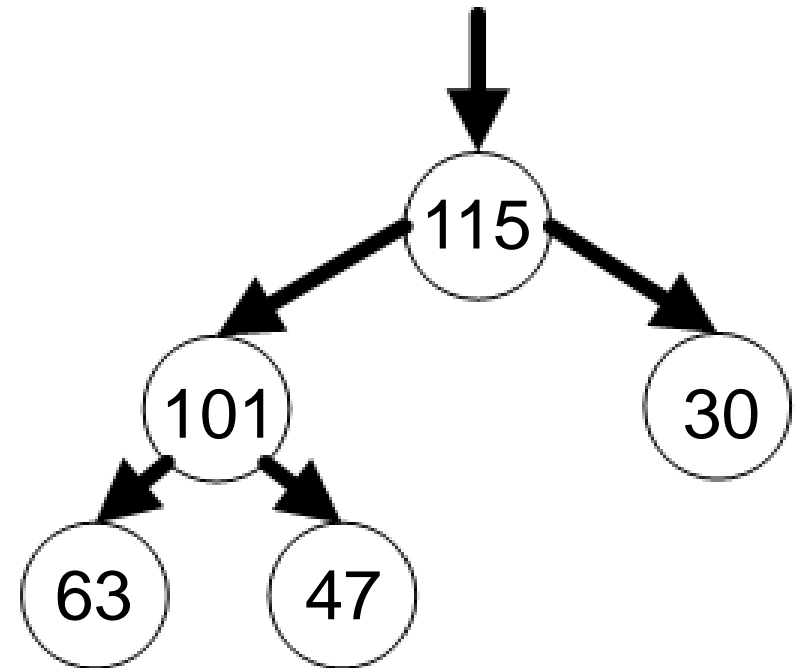
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

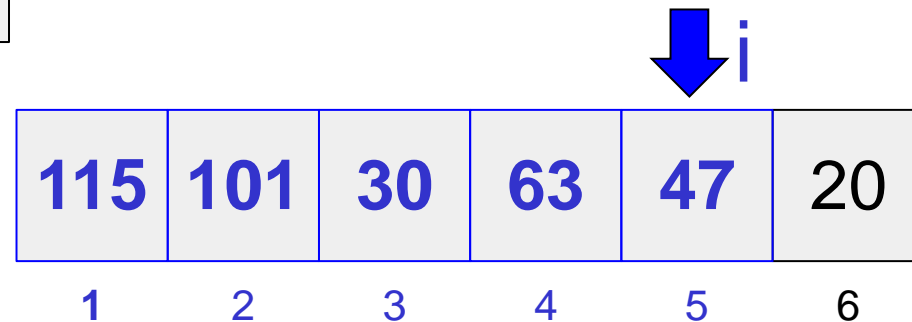
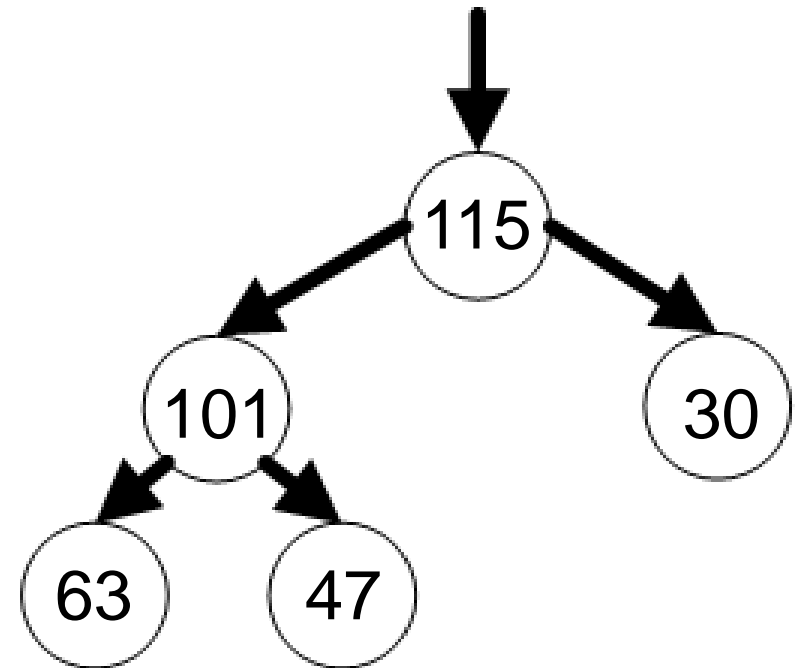
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

```
void constroi(int tam){
```

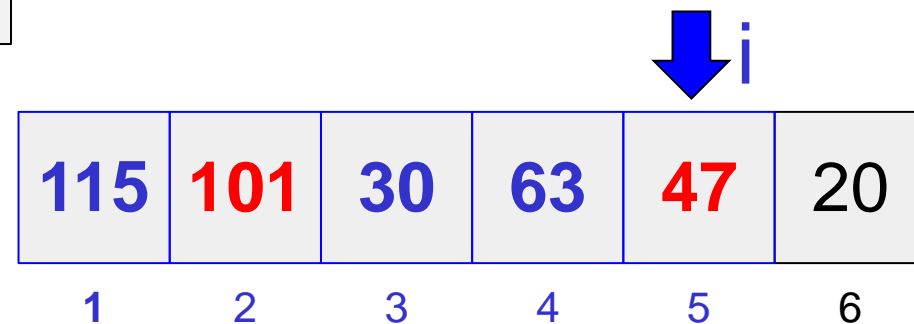
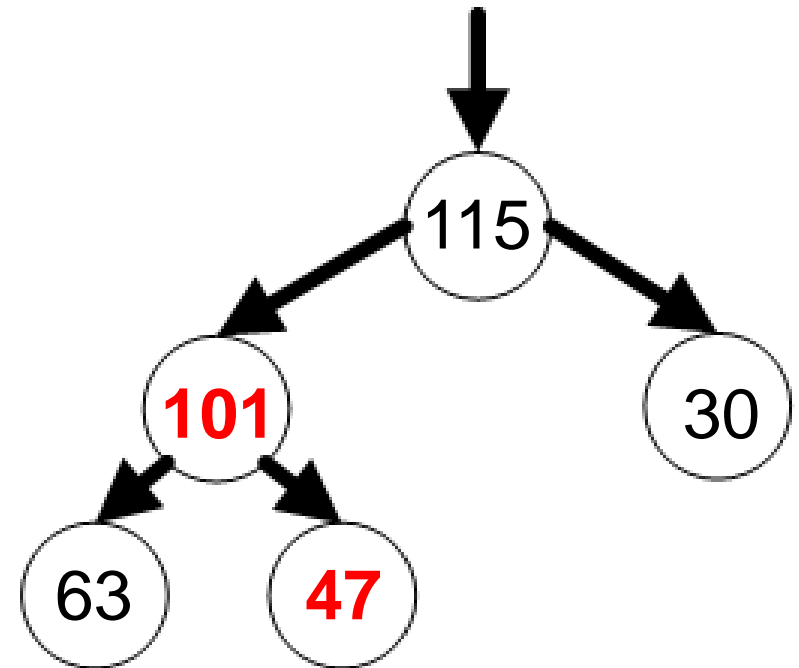
```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```

false: $5 > 1 \ \& \ 47 > 101$



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

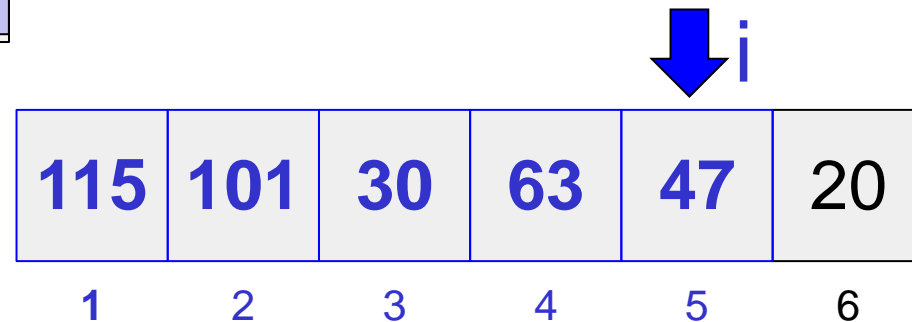
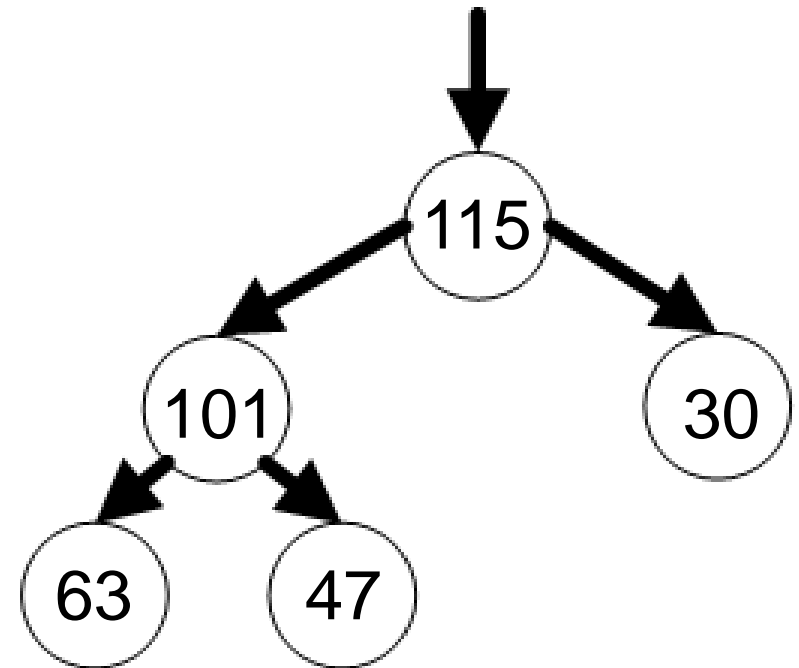
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

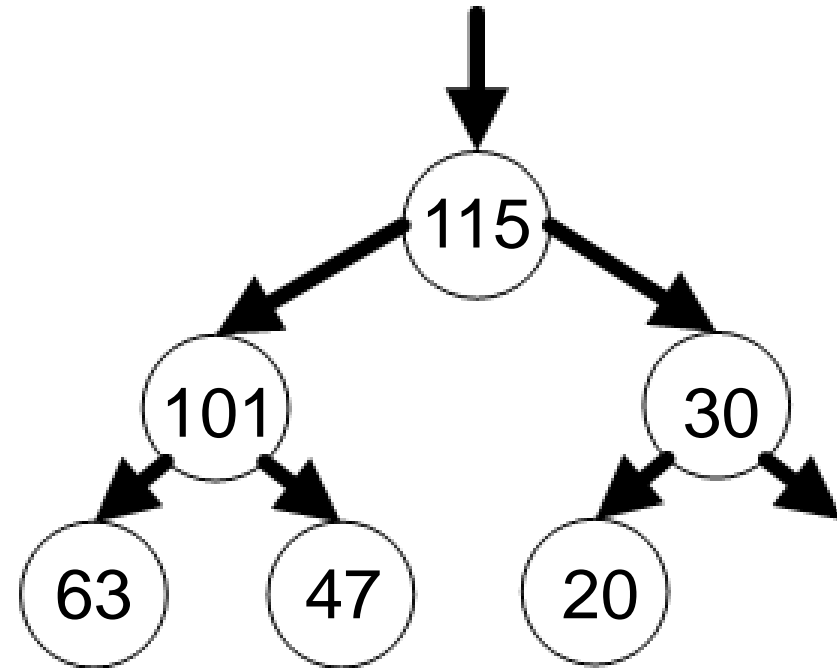
```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

```
    ...
```

```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {           true: 6 <= 6
```

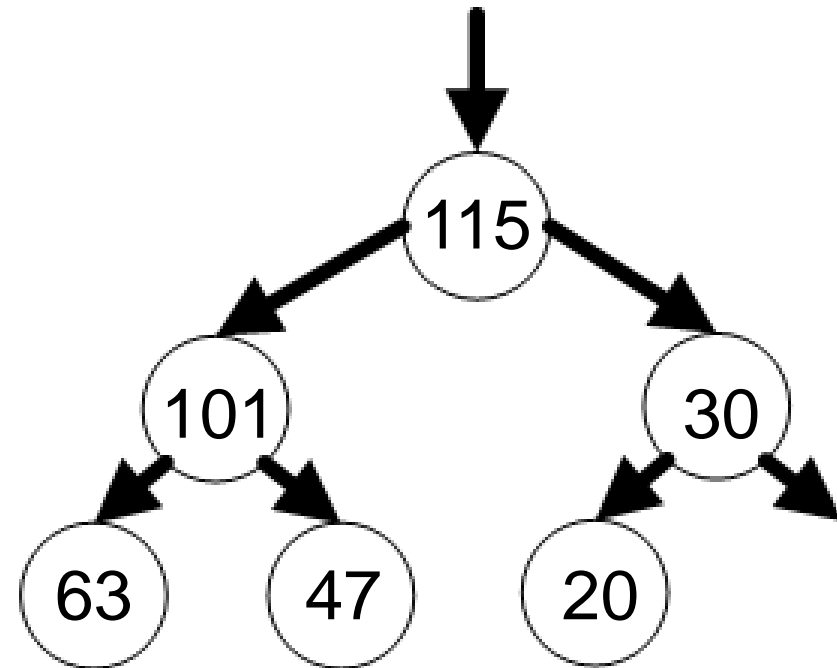
```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

```
    ...
```

```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

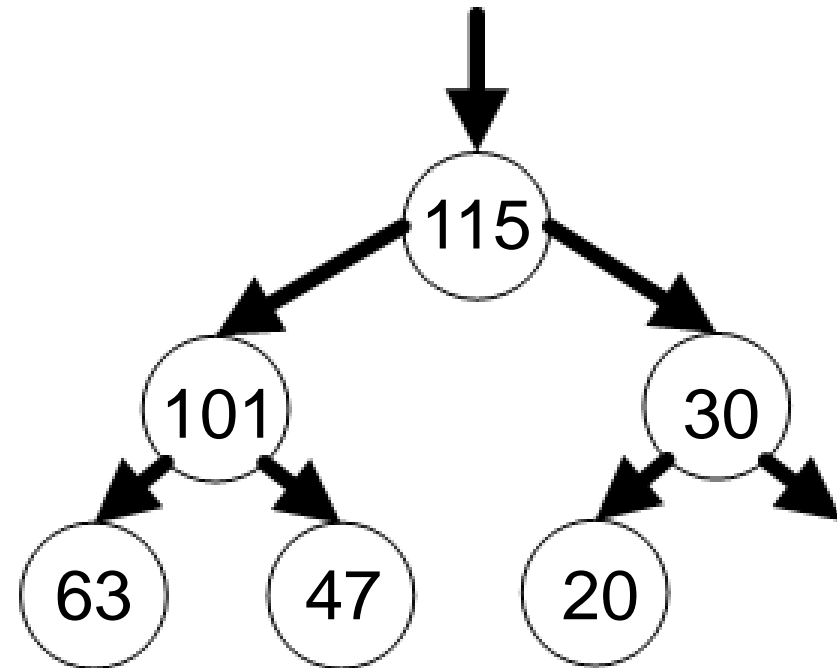
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

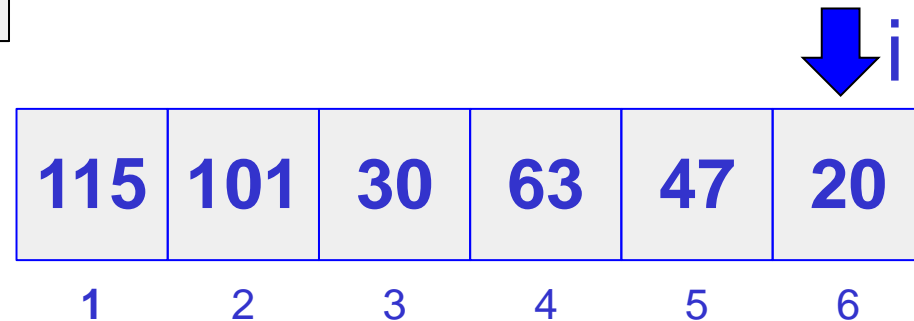
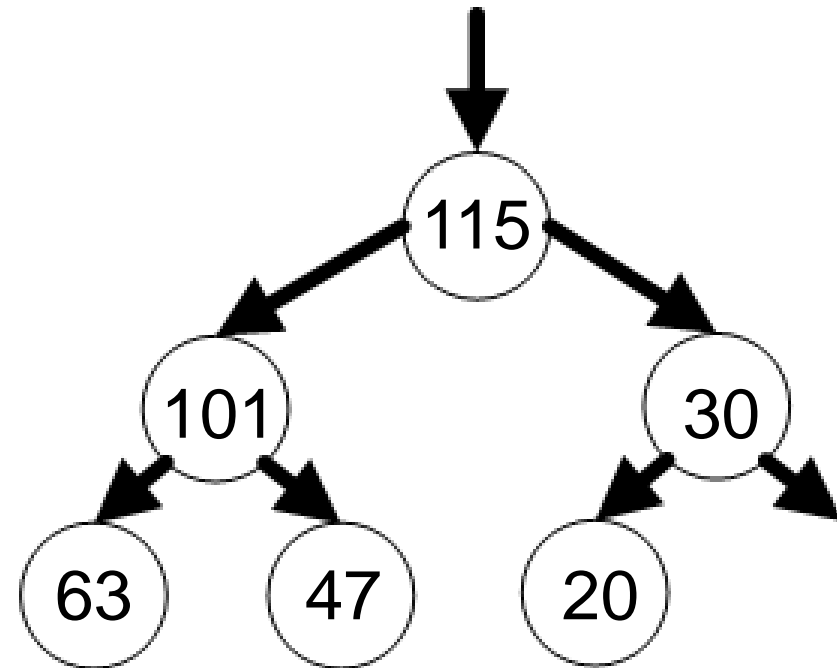
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

```
void constroi(int tam){
```

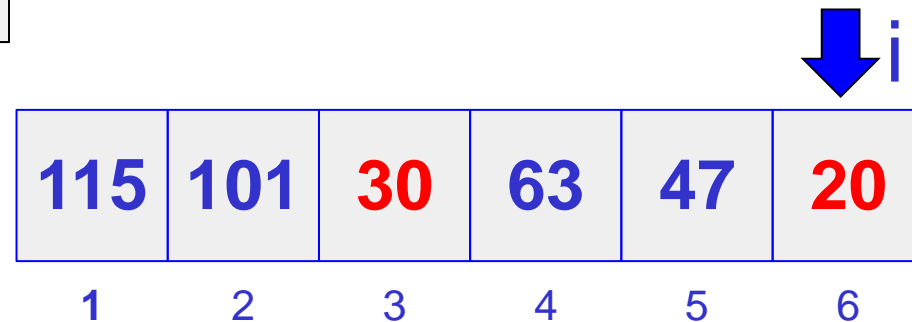
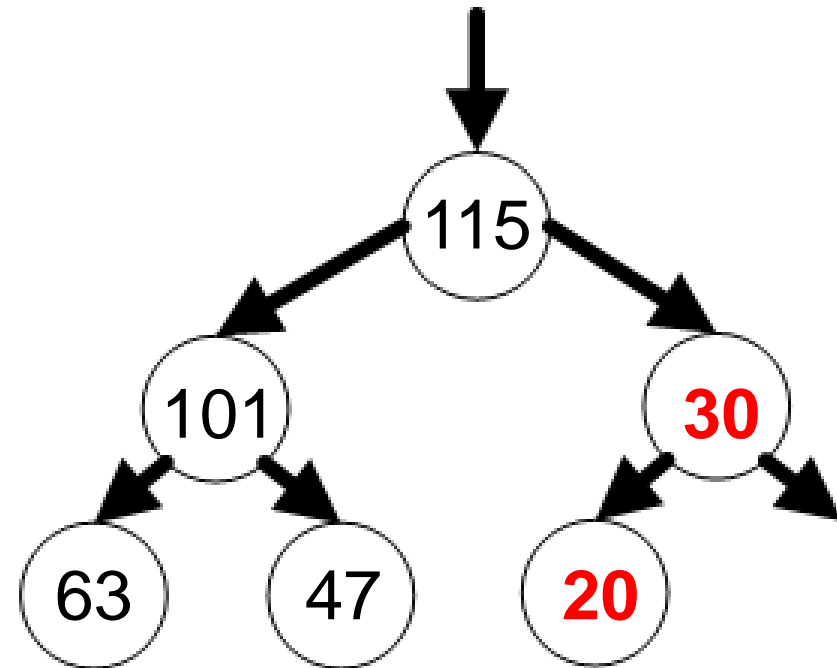
```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```

false: $6 > 1 \ \& \ 20 > 30$



Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
```

```
        constroi(tam);
```

```
    }
```

```
        ...
```

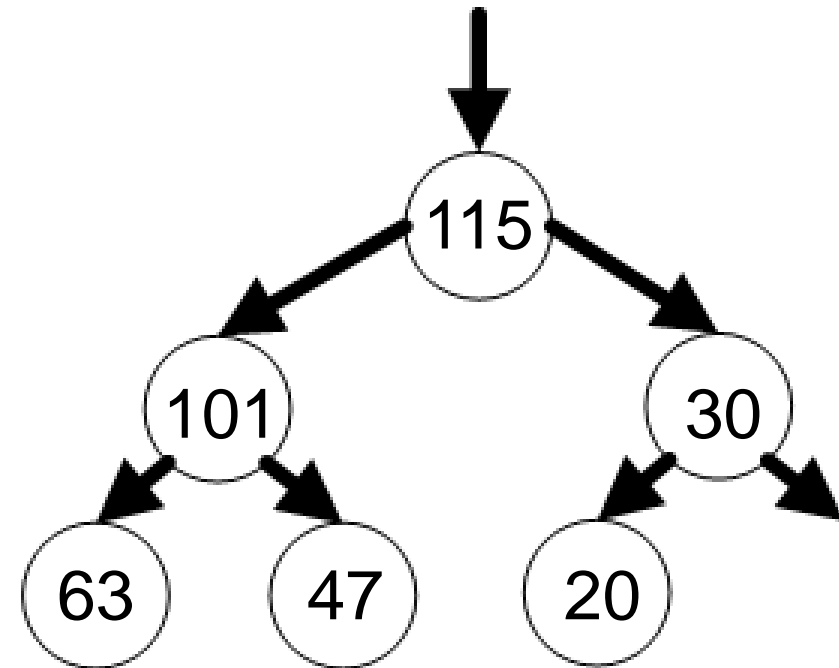
```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
```

```
        swap(i, i/2);
```

```
    }
```

```
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

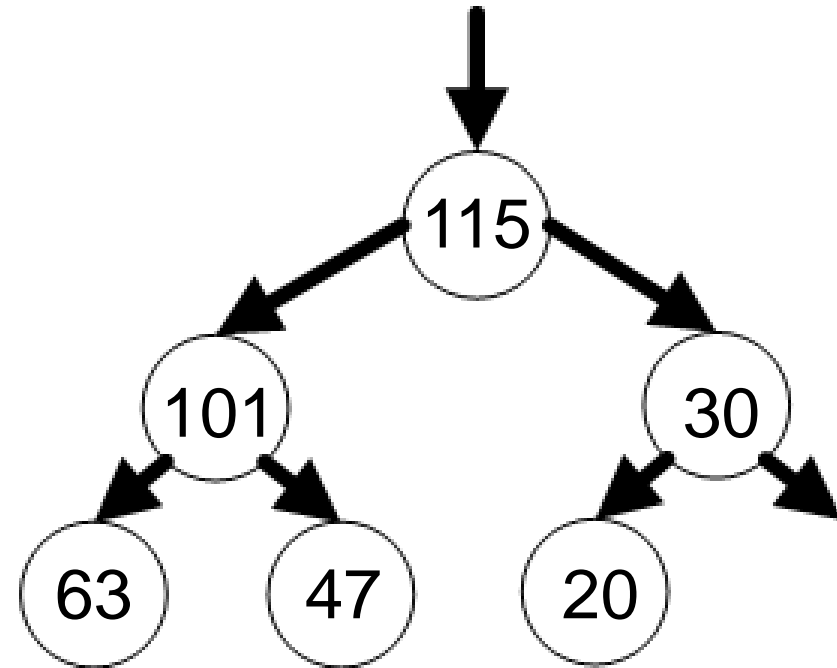
```
    //Construcao do heap
```

```
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }
```

```
    ...
```

```
void constroi(int tam){
```

```
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {
```

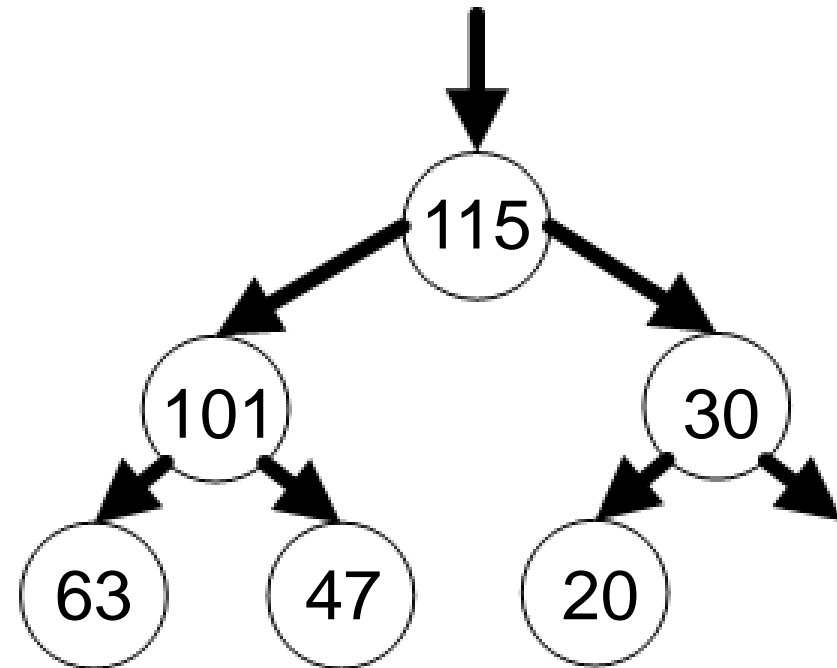
false: $7 \leq 6$

```
//Construcao do heap
```

```
for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
    constroi(tam);
}
```

...

```
void constroi(int tam){
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){
        swap(i, i/2);
    }
}
```

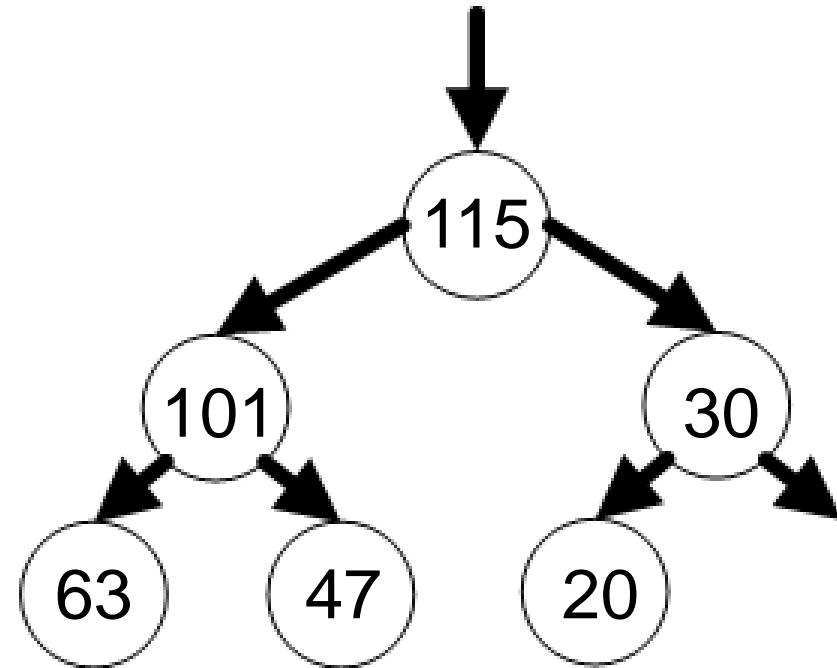


115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
    ...  
}
```

```
void constroi(int tam){  
    for (int i = tam; i > 1 && array[i] > array[i/2]; i /= 2){  
        swap(i, i/2);  
    }  
}
```

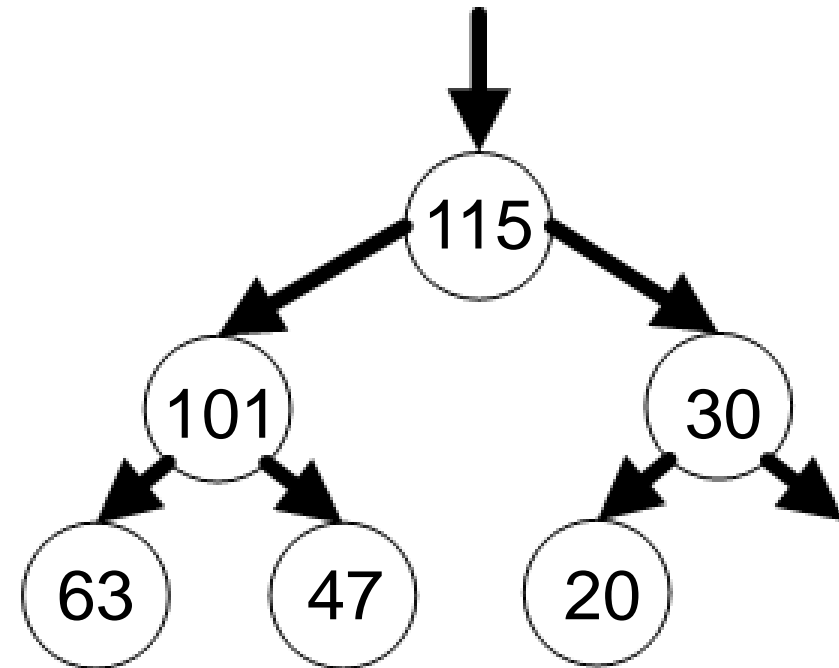


115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Contrucao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
}
```

■ ■ ■



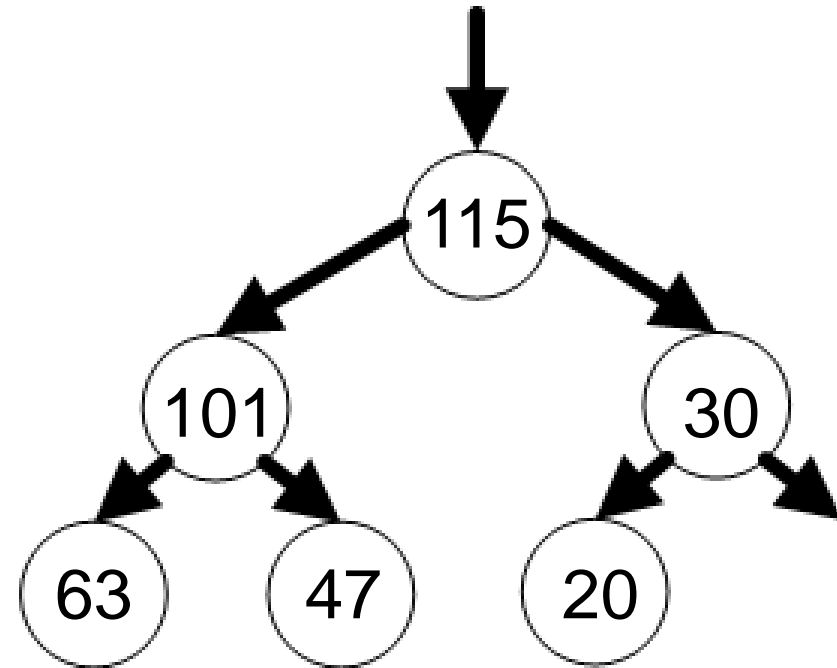
115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {

    //Construcao do heap
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){
        constroi(tam);
    }

    //Ordenacao propriamente dita
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
}
```



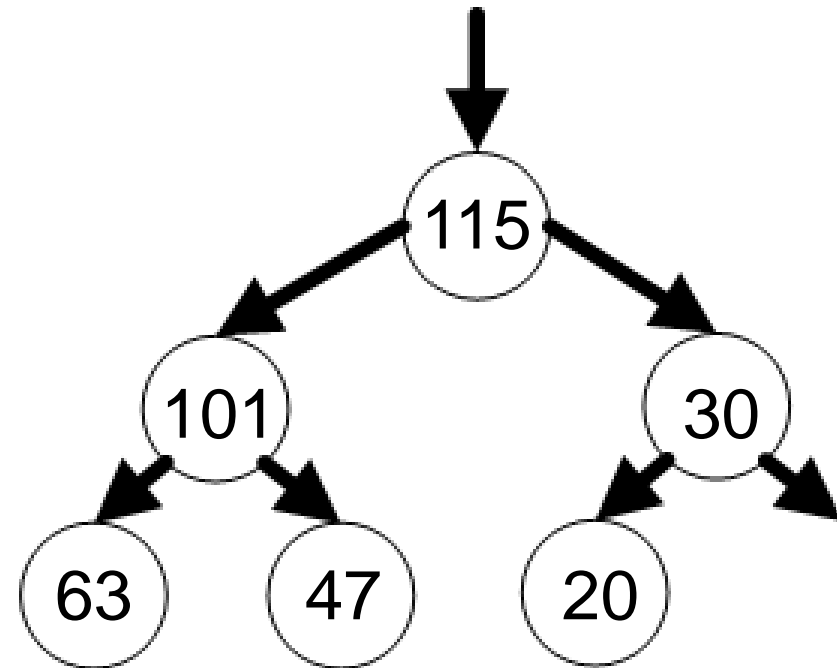
115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
void heapsort() {  
  
    //Construcao do heap  
    for (int tam = 2; tam <= n; tam++){  
        constroi(tam);  
    }  
}
```

//Ordenacao propriamente dita

```
int tam = n;  
while (tam > 1){  
    swap(1, tam--);  
    reconstoi(tam);  
}  
}
```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

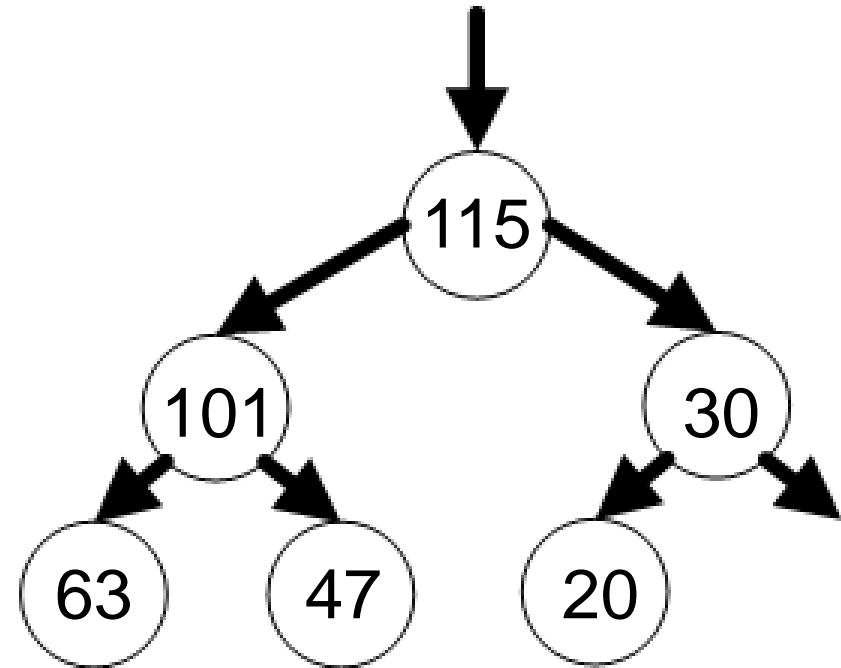
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

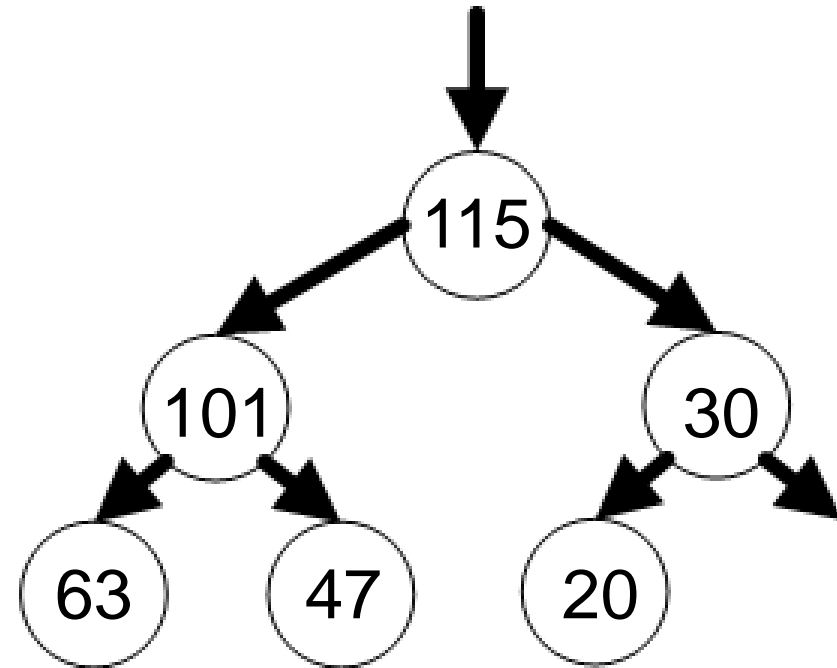
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }

```

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



115	101	30	63	47	20
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```
int tam = n;
```

...

tam

6

```
while (tam > 1){
```

```
    swap(1, tam--);
```

```
    reconstoi(tam);
```

```
}
```

```
}
```

true: 6 > 1

```
void reconstoi(int tam){
```

```
    int i = 1, filho;
```

```
    while (i <= (tam/2)){
```

```
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
```

```
            filho = 2*i;
```

```
        else
```

```
            filho = 2*i + 1;
```

```
        if (array[i] < array[filho]) {
```

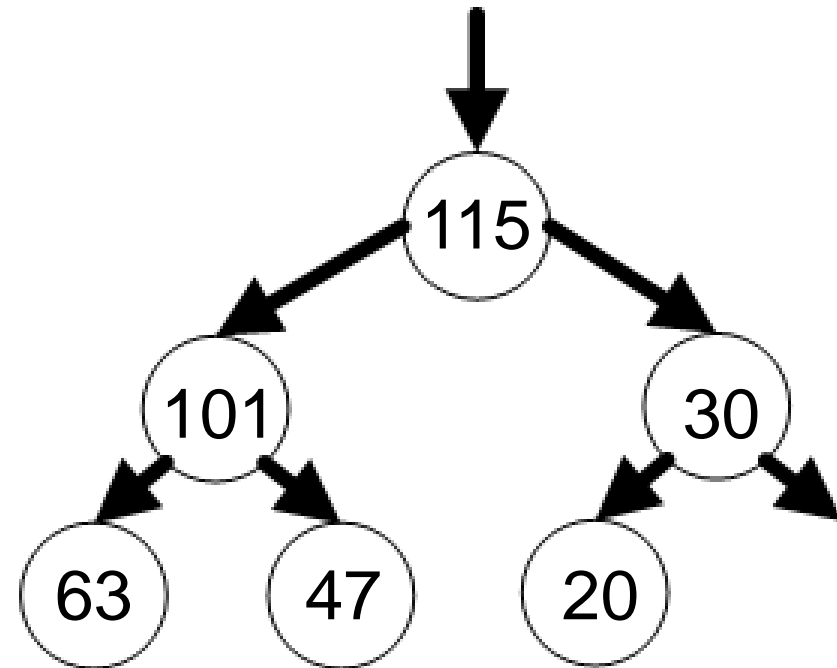
```
            swap(i, filho);
```

```
            i = filho;
```

```
        } else {
```

```
            i = tam;
```

```
    } } }
```



115

101

30

63

47

20

1

2

3

4

5

6

Algoritmo em C like

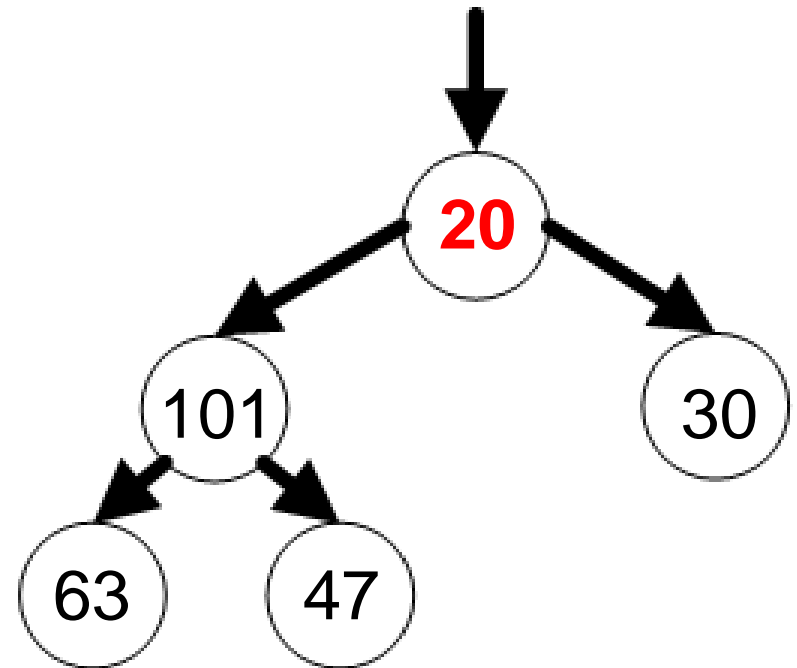
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstroi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstroi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



20	101	30	63	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

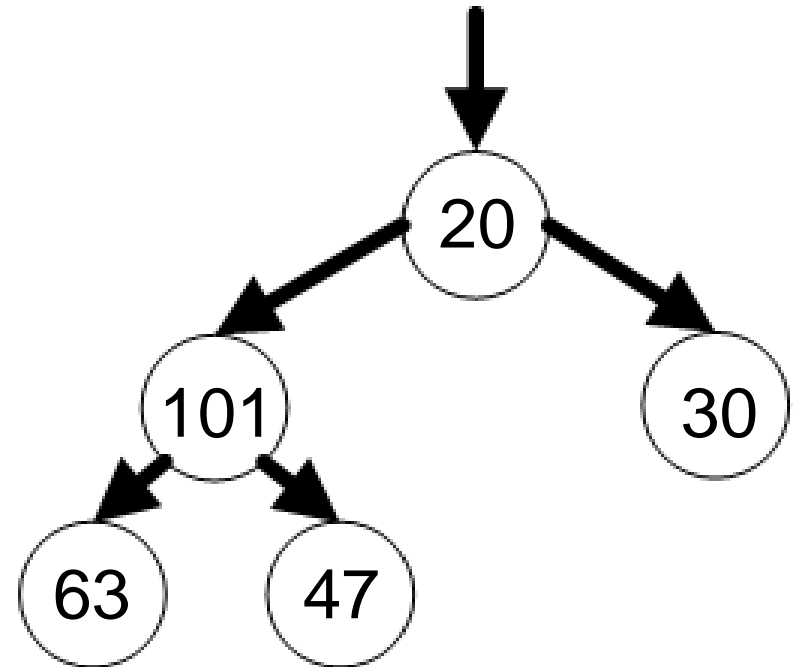
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



20	101	30	63	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

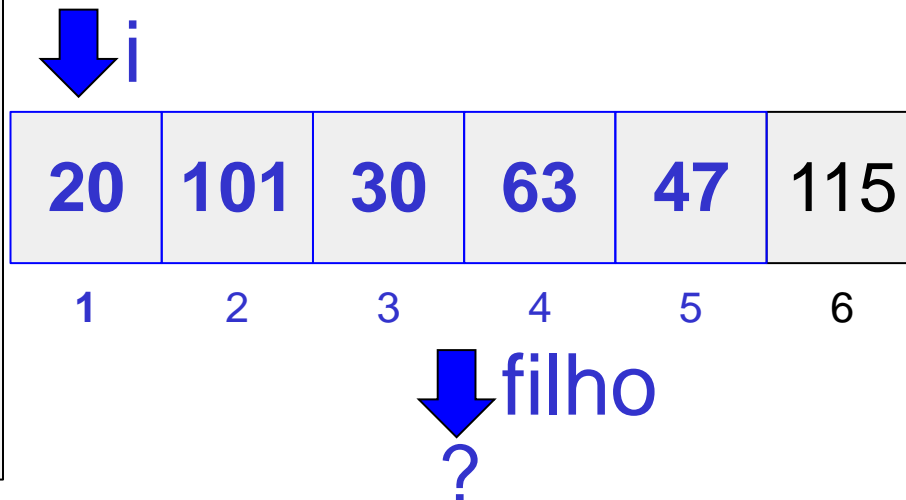
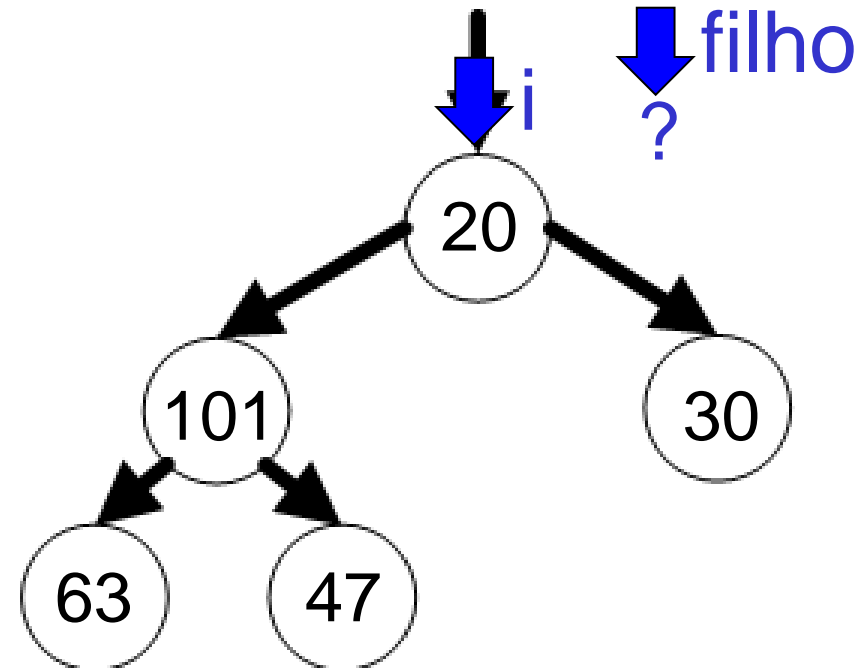
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



Algoritmo em C like

...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

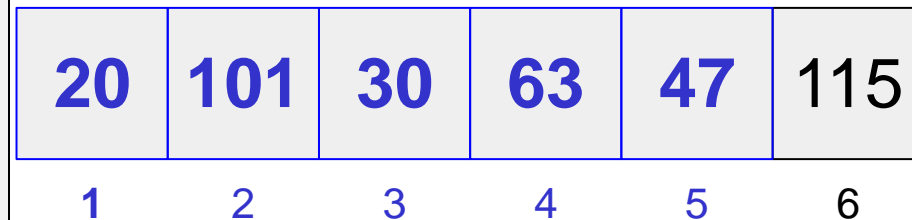
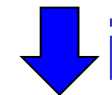
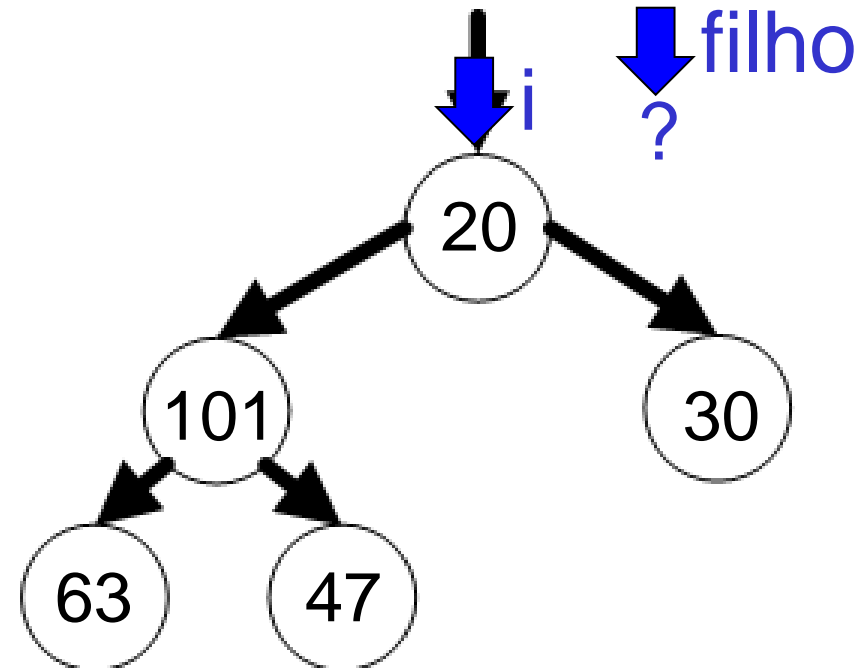
tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
```

true: $1 \leq 2$

```
while (i <= (tam/2)){
    if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
        filho = 2*i;
    else
        filho = 2*i + 1;
    if (array[i] < array[filho]) {
        swap(i, filho);
        i = filho;
    } else {
        i = tam;
    }
}
```



Algoritmo em C like

...

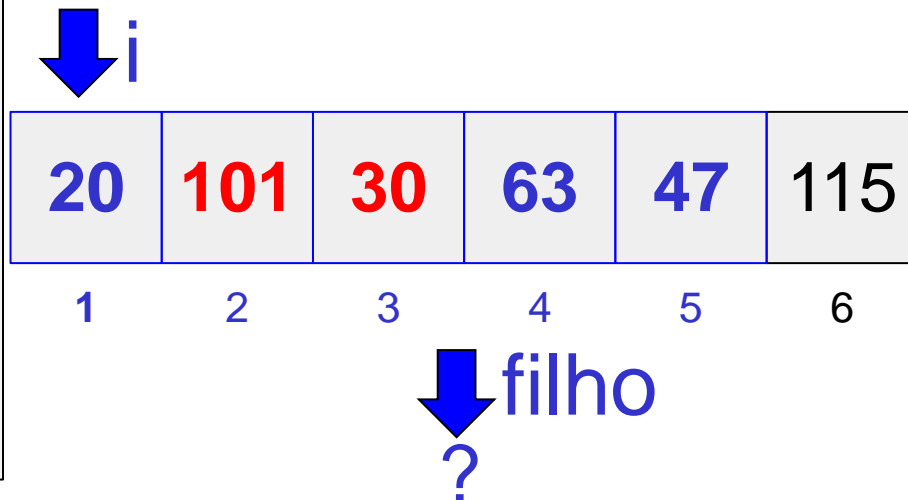
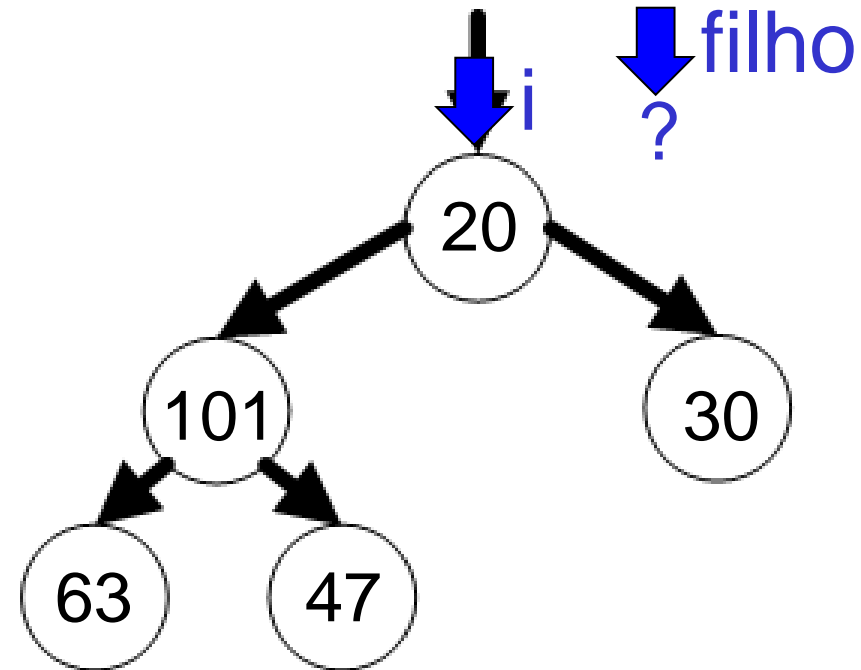
```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```

true: 101 > 30 && ...



Algoritmo em C like

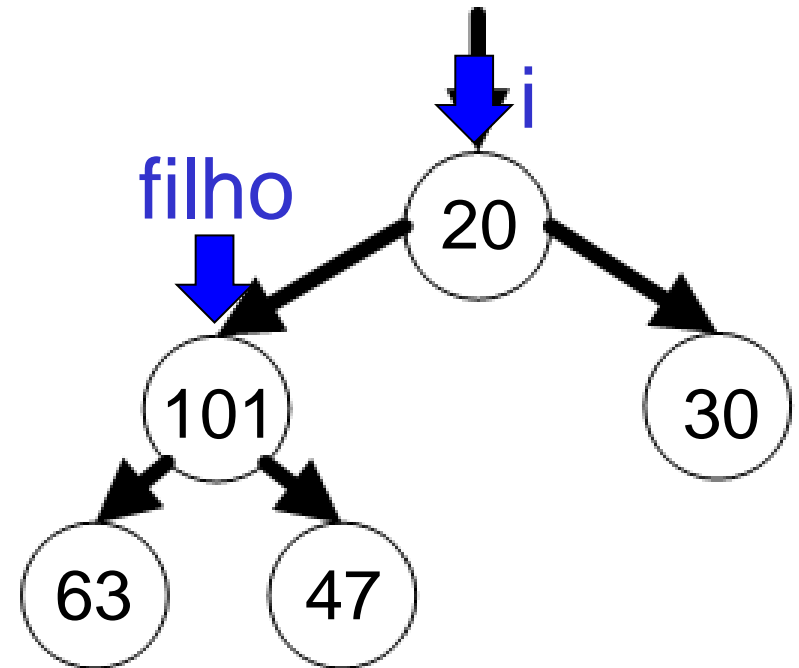
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



↓ i ↓ filho

20	101	30	63	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

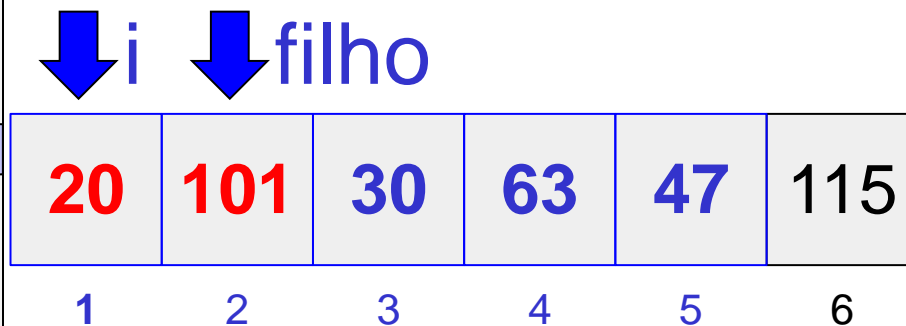
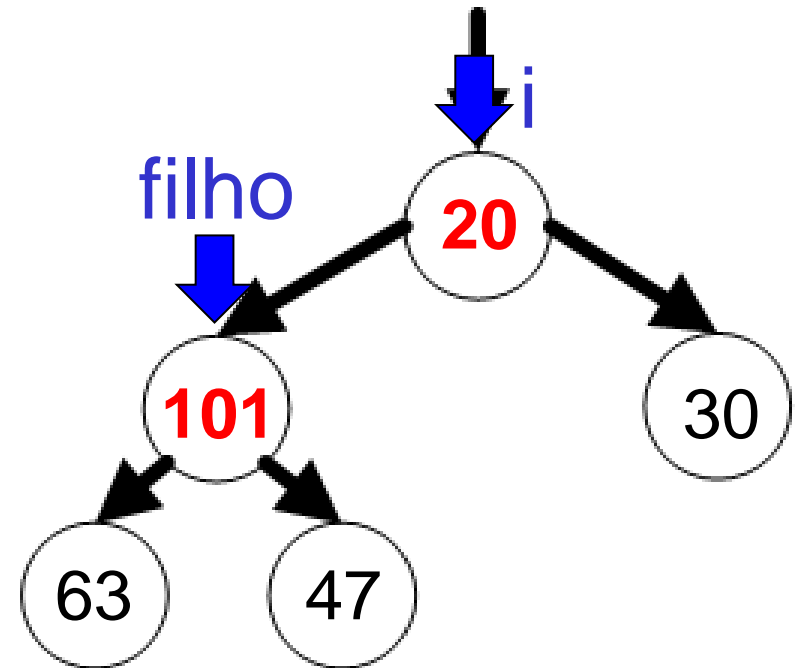
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam 5

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```

true: 20 < 101



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

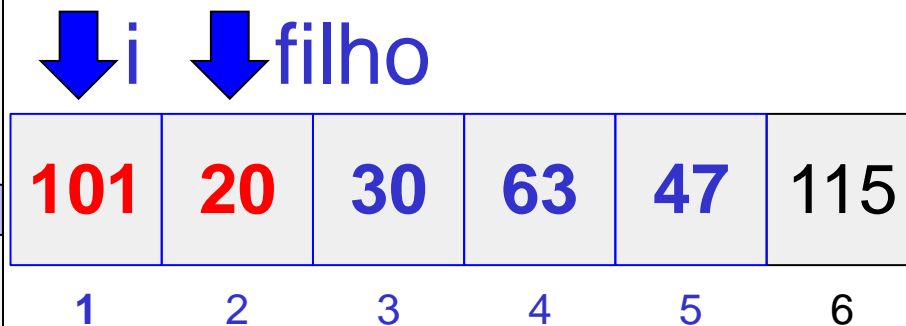
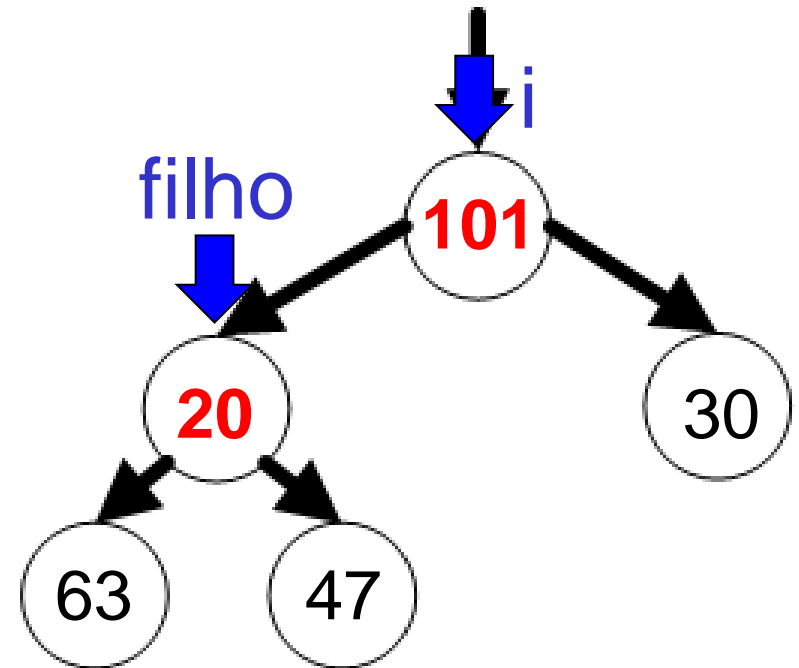
```

tam 5

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

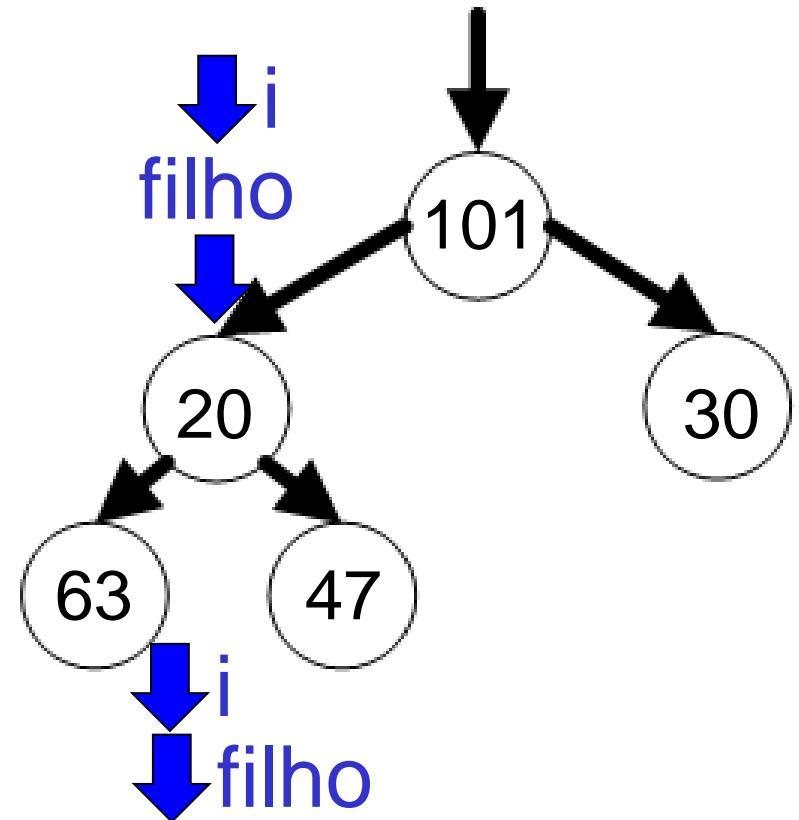
```

tam 5

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



101	20	30	63	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

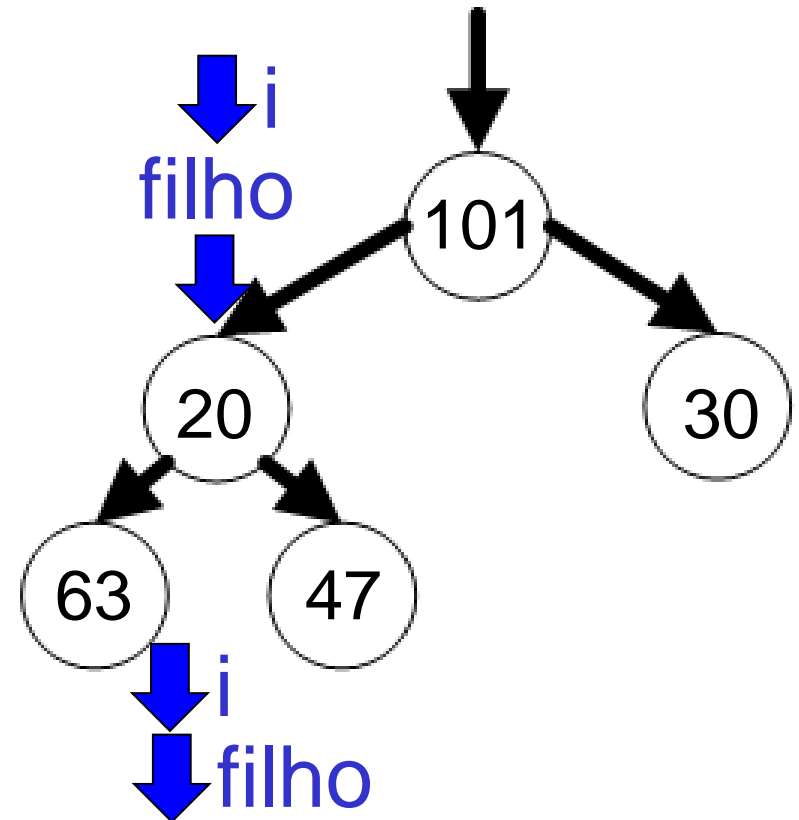
tam 5

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

true: $2 \leq 2$



101	20	30	63	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

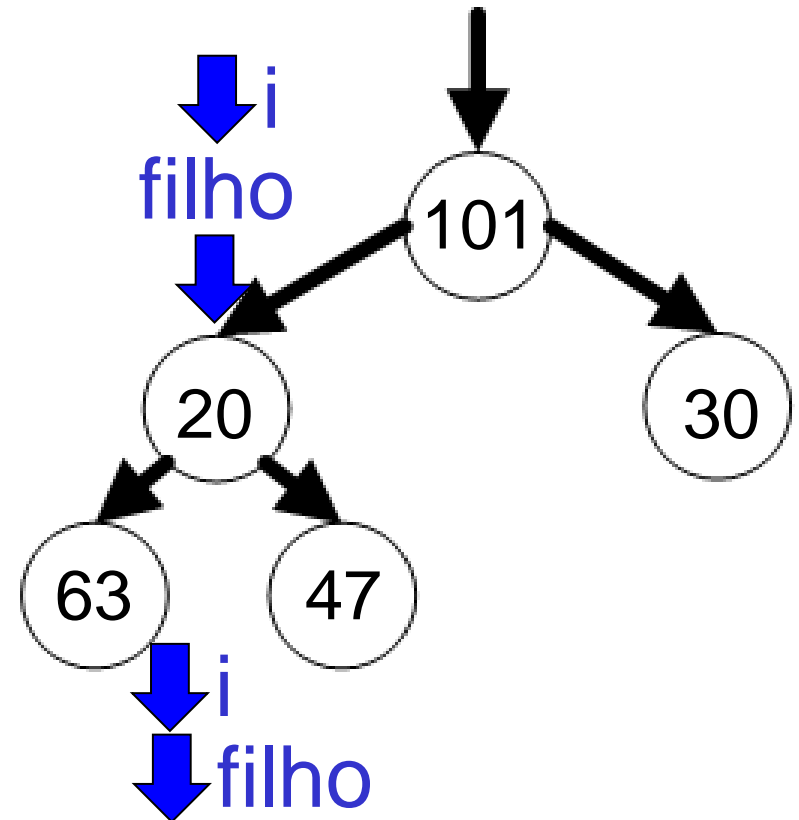
tam 5

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

true: 63 > 47 && ...



101	20	30	63	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

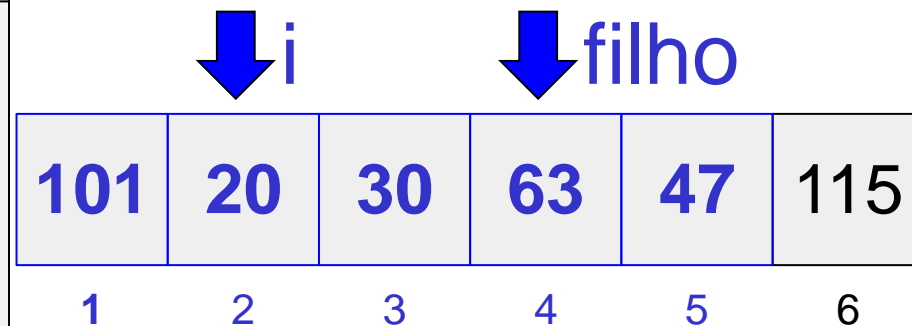
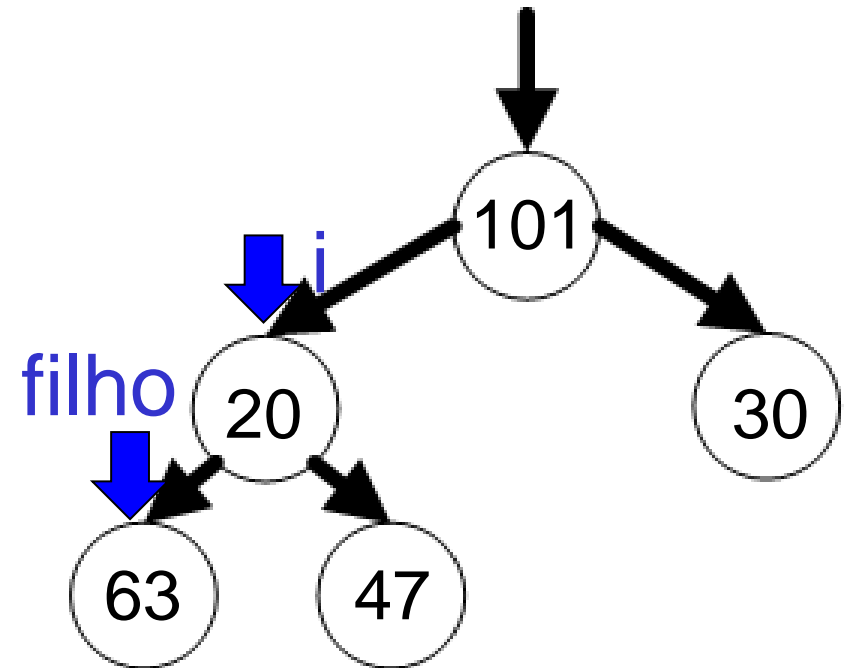
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



Algoritmo em C like

...

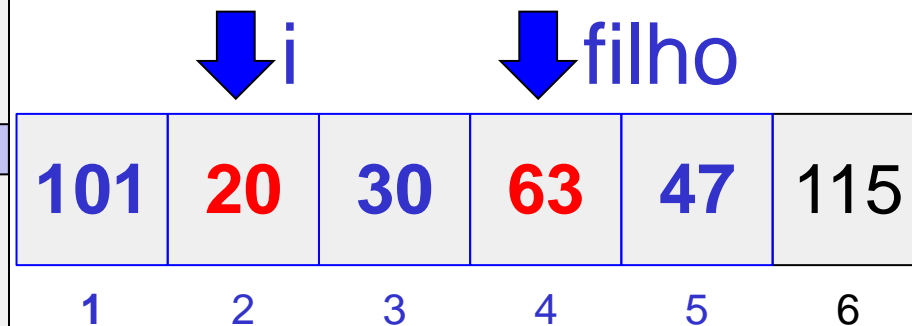
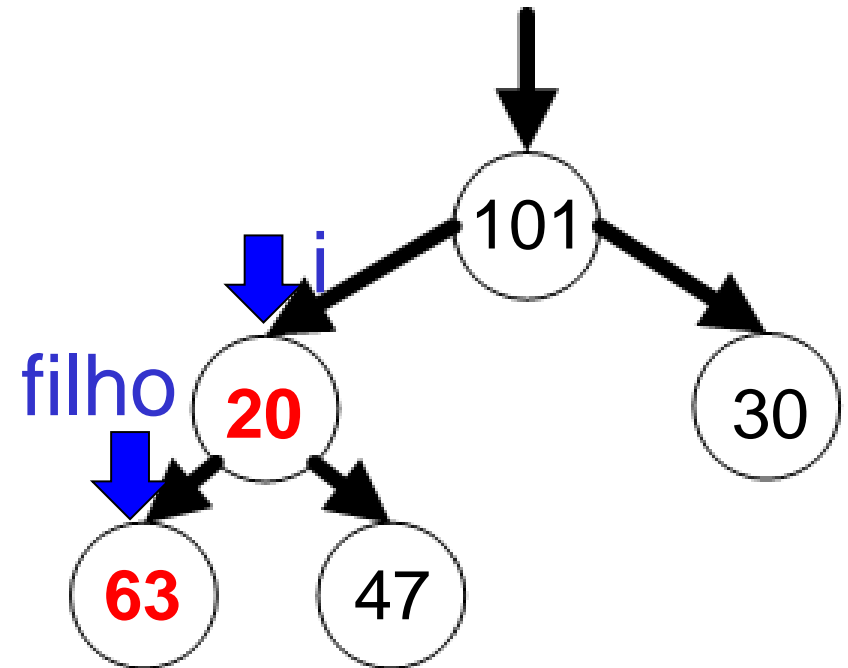
```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```

true: 20 < 63



Algoritmo em C like

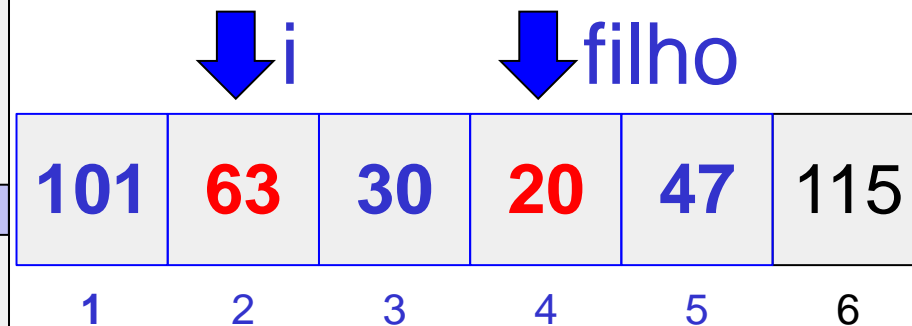
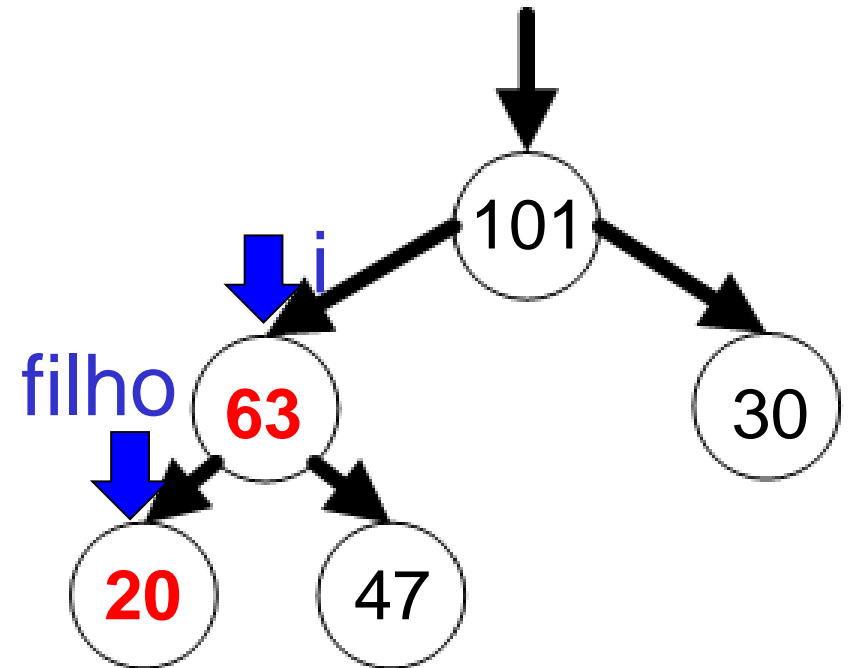
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

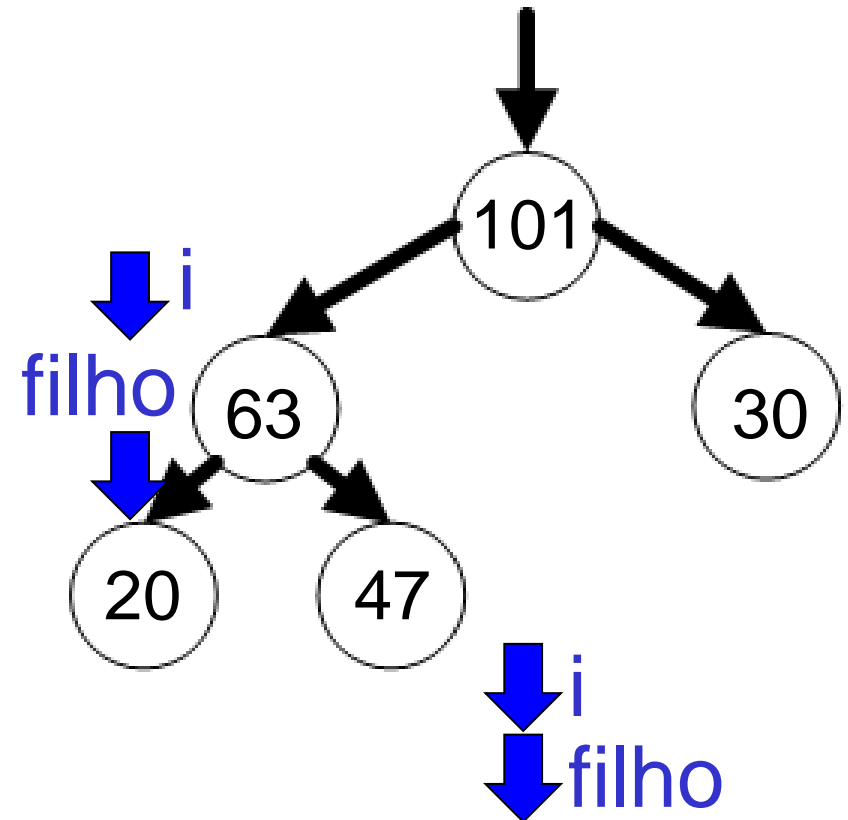
```

tam 5

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



101	63	30	20	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam

5

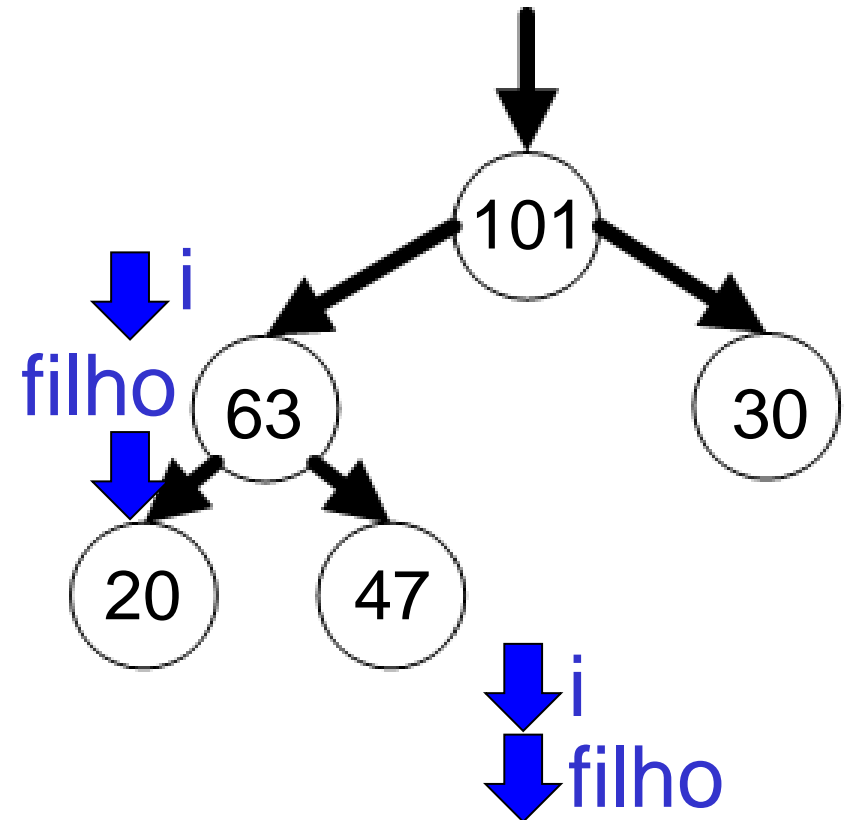
```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    
```

false: $4 \leq 2$

```

while (i <= (tam/2)){
    if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
        filho = 2*i;
    else
        filho = 2*i + 1;
    if (array[i] < array[filho]) {
        swap(i, filho);
        i = filho;
    } else {
        i = tam;
    }
} } }
    
```



101	63	30	20	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

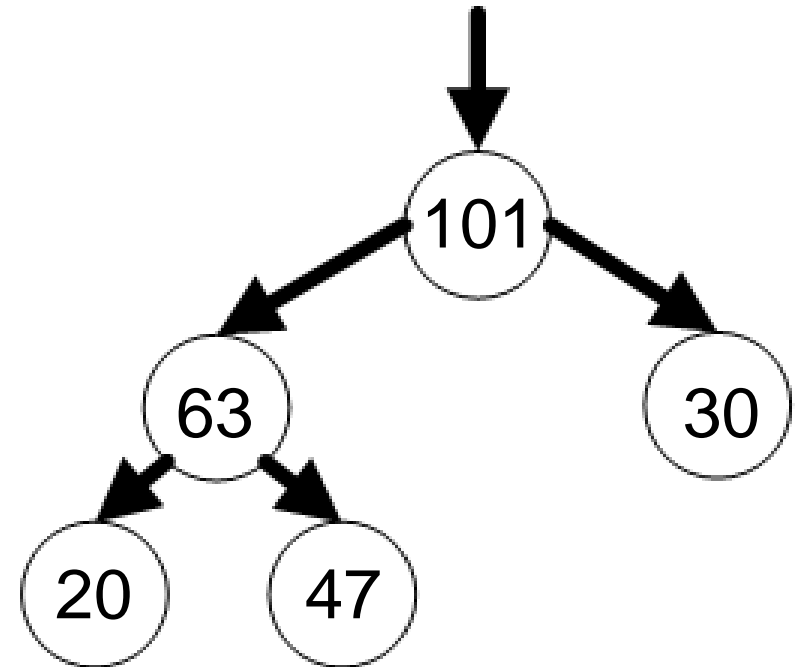
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

5

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



101	63	30	20	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```
int tam = n;
```

...

tam

5

```
while (tam > 1){
```

```
    swap(1, tam--);
```

```
    reconstoi(tam);
```

```
}
```

```
}
```

true: $5 > 1$

```
void reconstoi(int tam){
```

```
    int i = 1, filho;
```

```
    while (i <= (tam/2)){
```

```
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
```

```
            filho = 2*i;
```

```
        else
```

```
            filho = 2*i + 1;
```

```
        if (array[i] < array[filho]) {
```

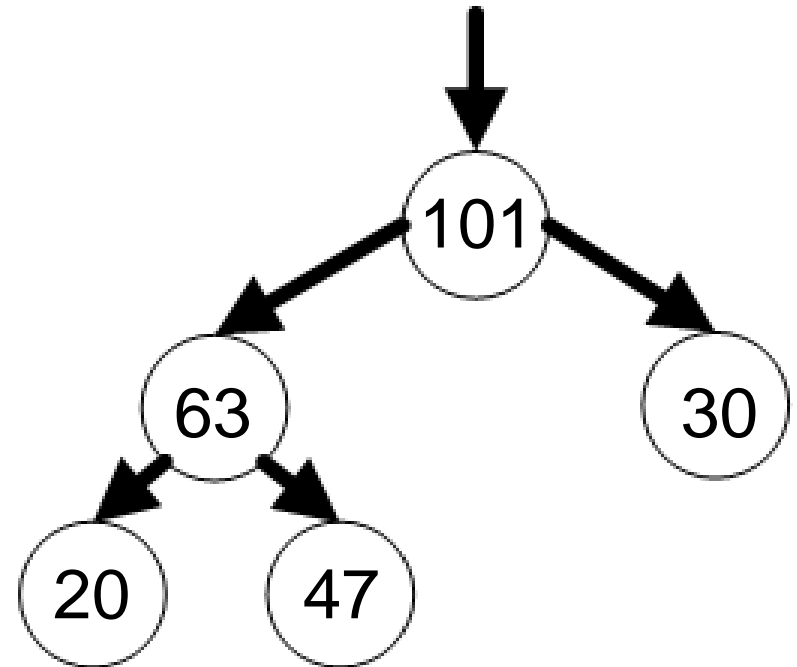
```
            swap(i, filho);
```

```
            i = filho;
```

```
        } else {
```

```
            i = tam;
```

```
    } } }
```



101	63	30	20	47	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

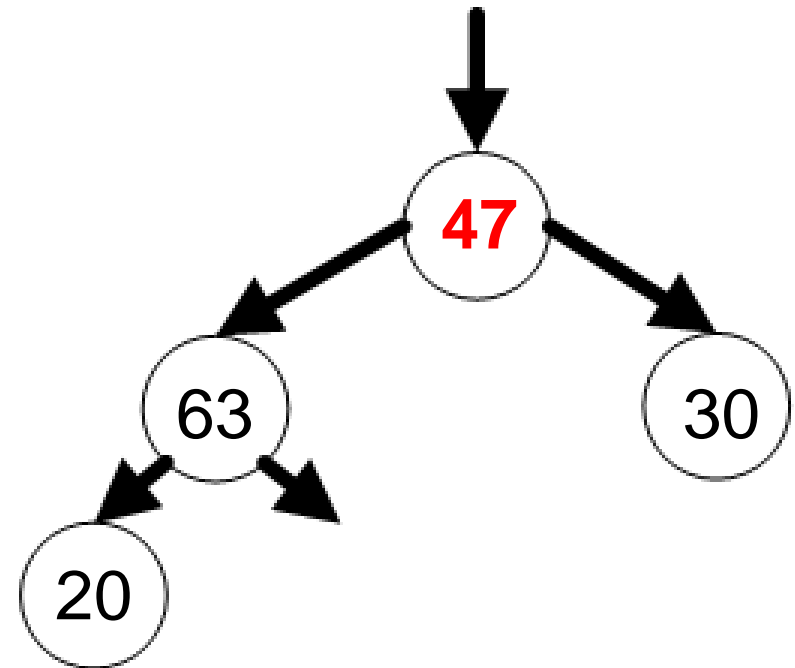
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstroi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstroi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



47	63	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

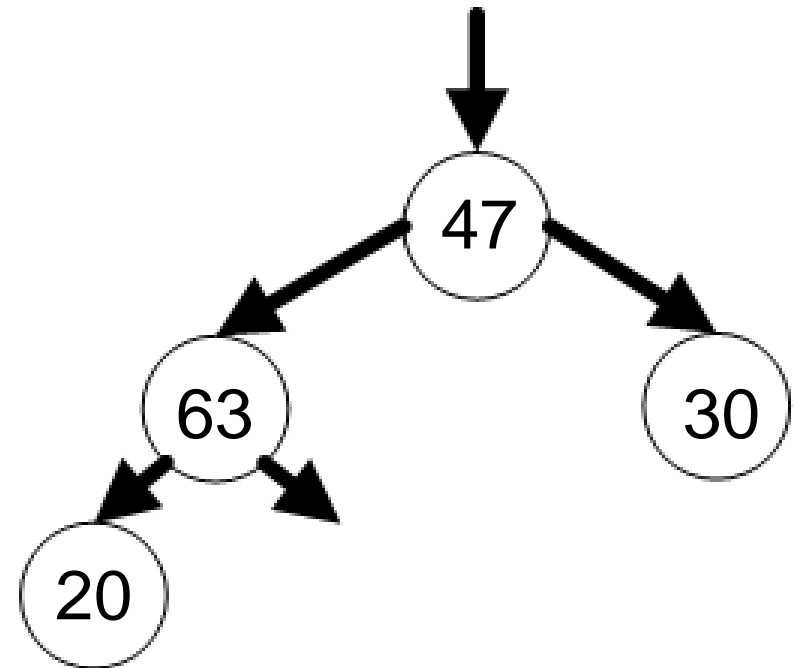
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



47	63	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

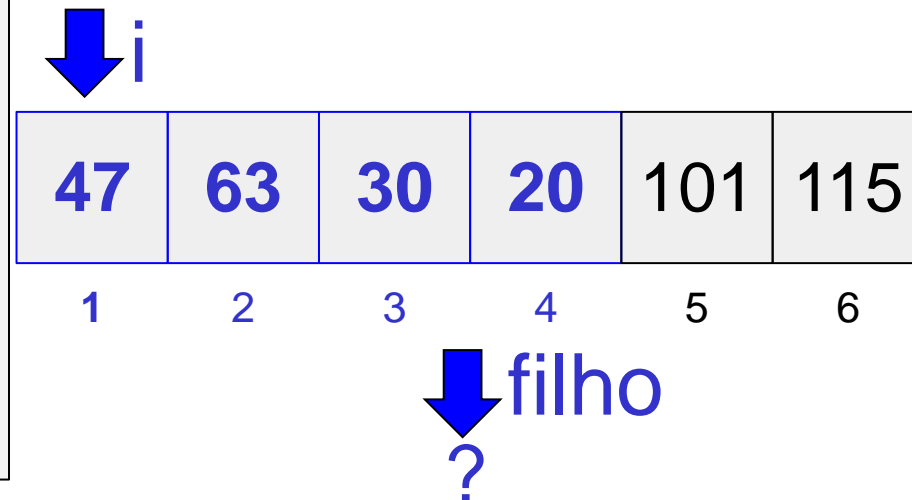
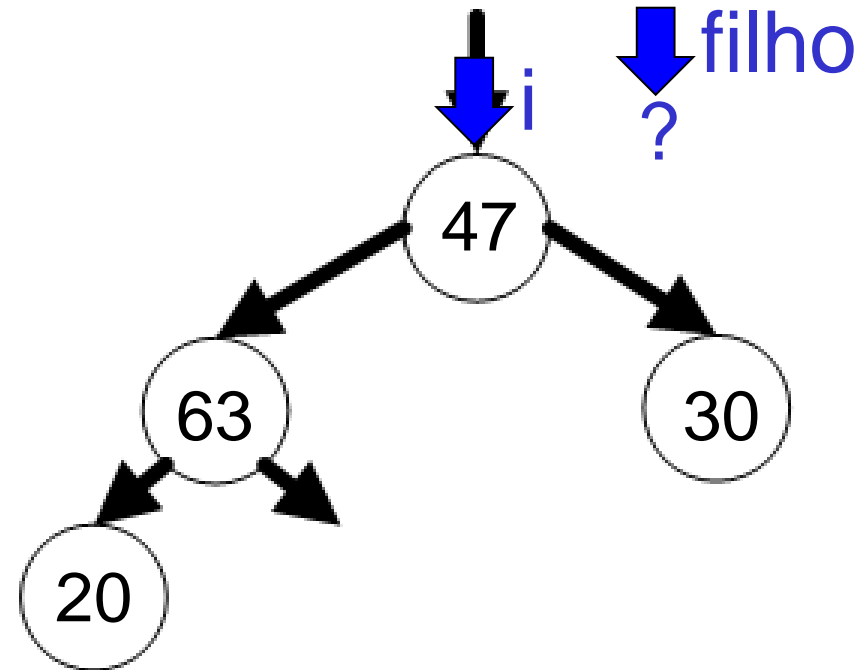
```

tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



Algoritmo em C *like*

```

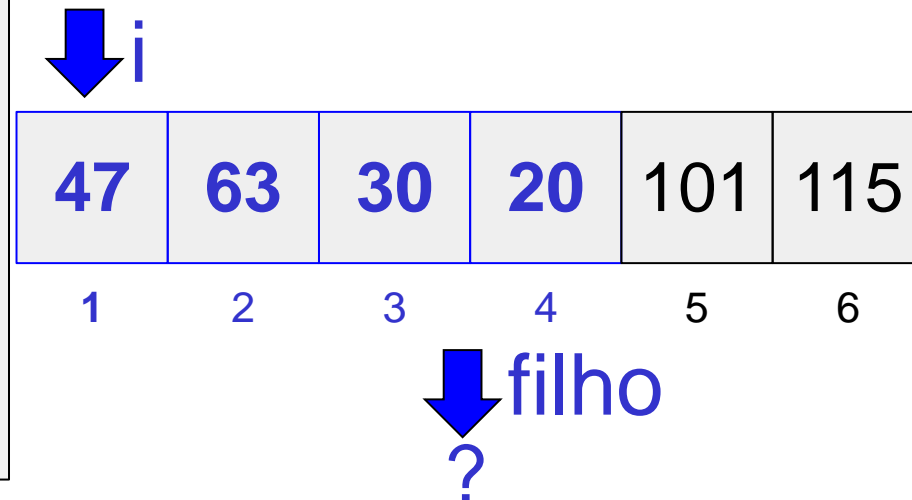
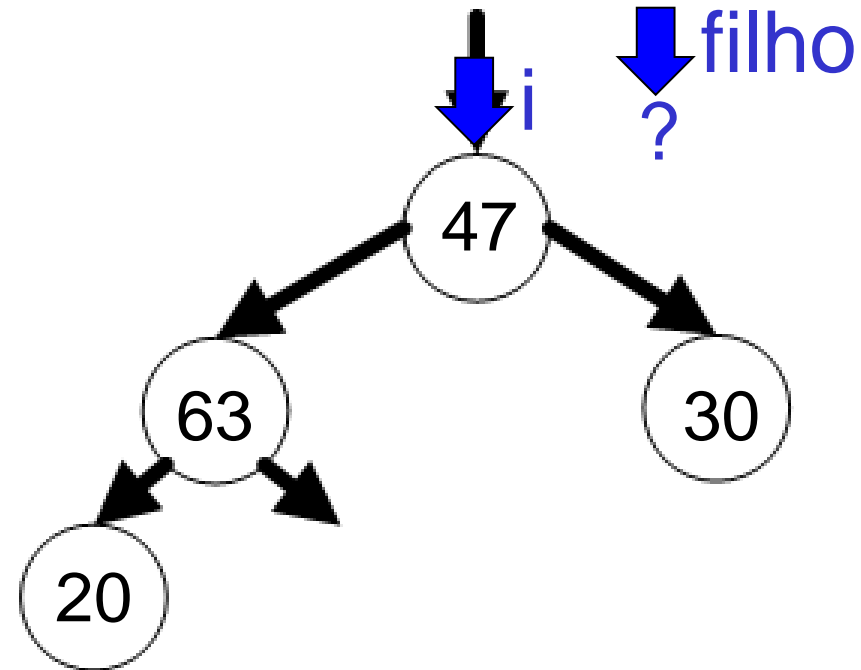
...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```

true: $1 \leq 2$



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

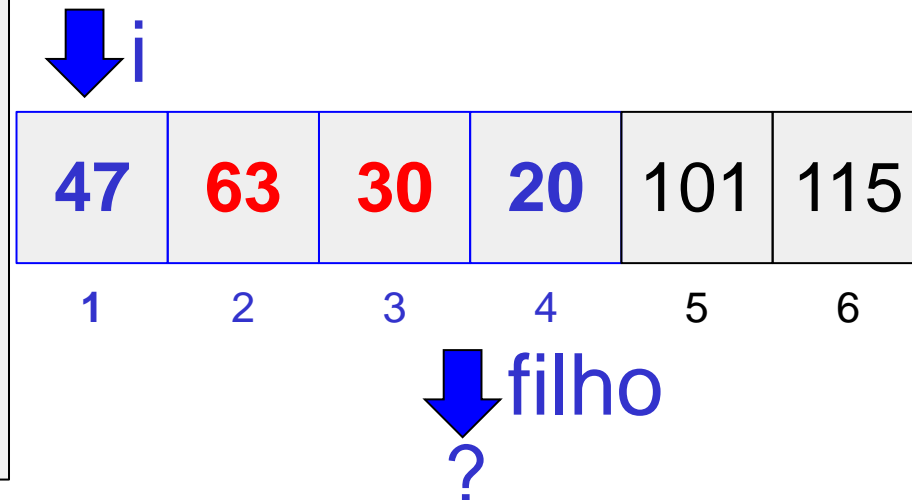
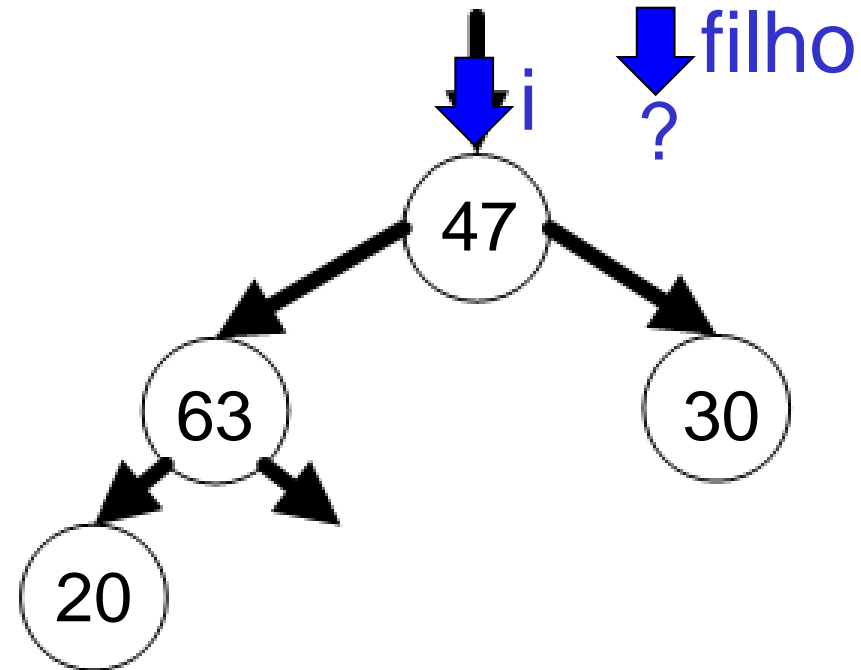
tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

true: 63 > 30 && ...



Algoritmo em C like

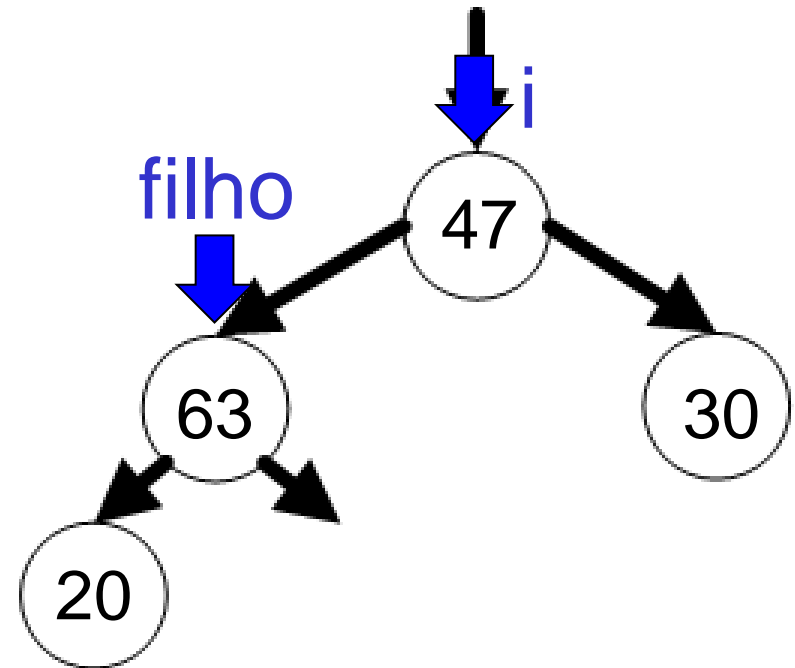
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



↓ i ↓ filho

47	63	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

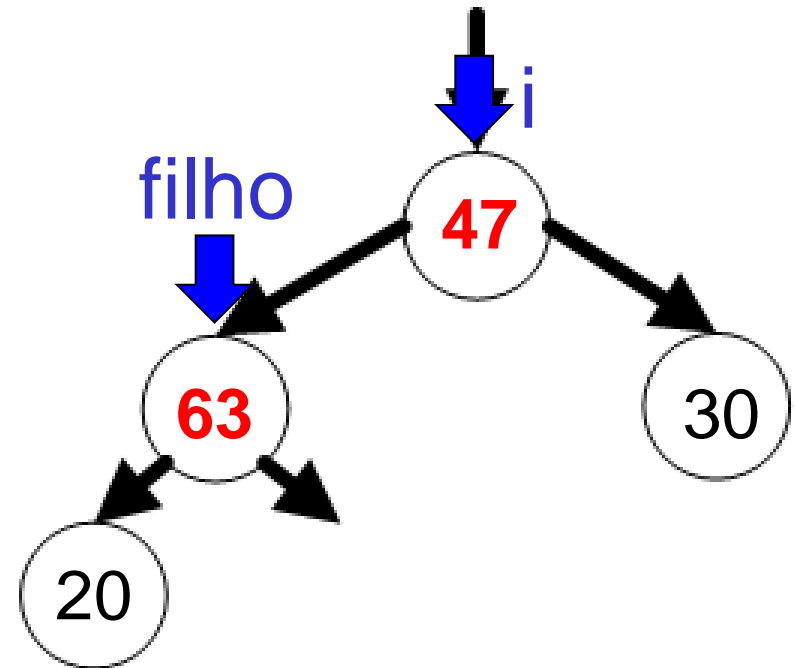
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```

true: 47 < 63



↓ i	↓ filho				
47	63	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

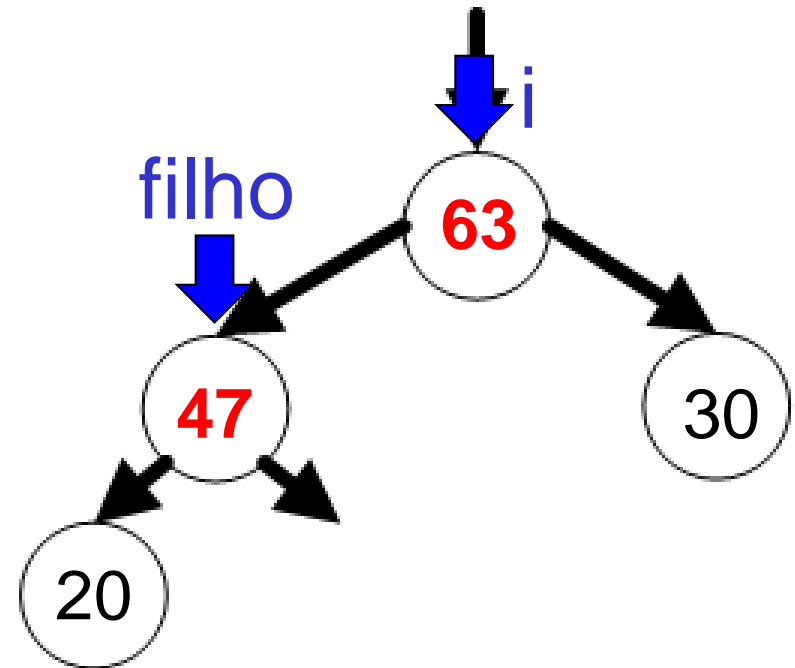
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam

4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



↓ i ↓ filho

63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

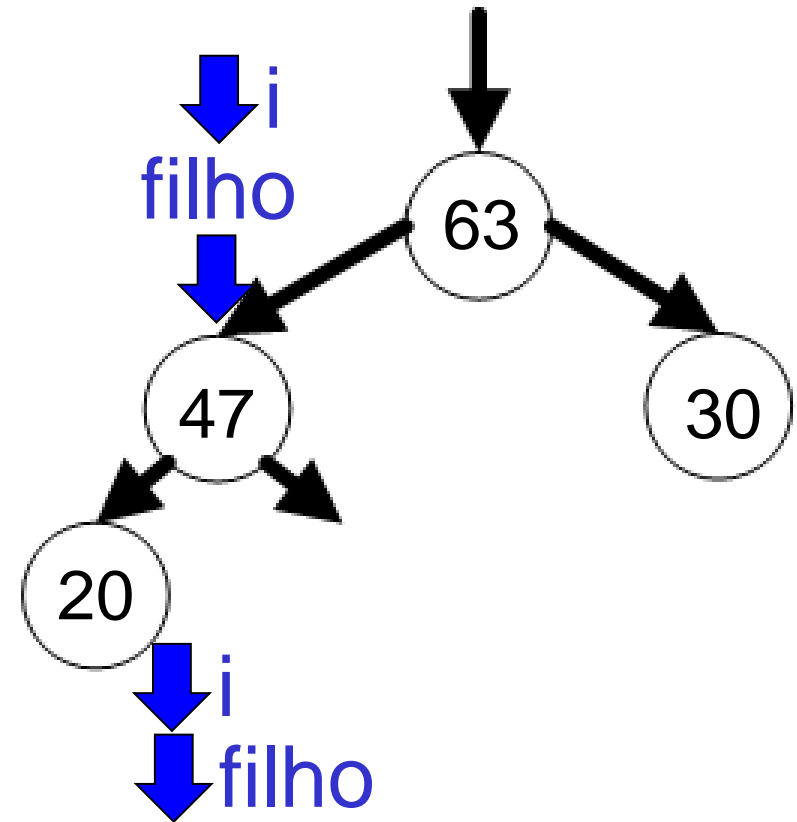
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

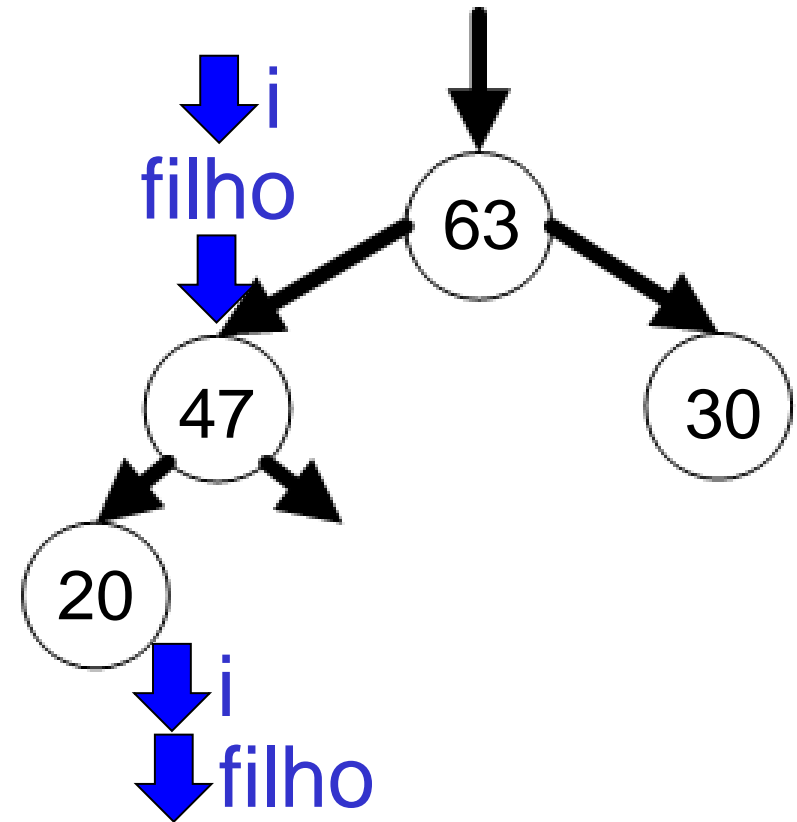
...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```

true: $2 \leq 2$



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

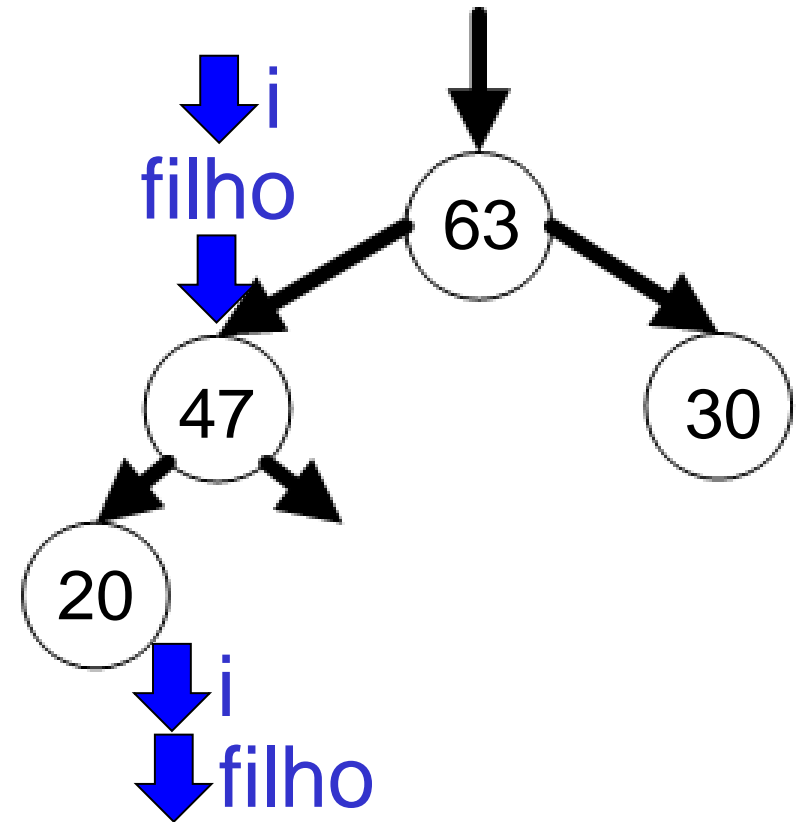
...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```

true: 20 > ☠️ && 2*2 == 4



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
swap(1, tam--);  
reconstroi(tam);
```

```
if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
```

No código destacado, o $2*i + 1$ pode ser igual a *array.length* gerando uma exceção de *IndexOutOfBoundsException*?

Resposta: Não. Porque, antes de chamar o *reconstroi()*, o método *heapsort()* faz *tam--*

Algoritmo em C like

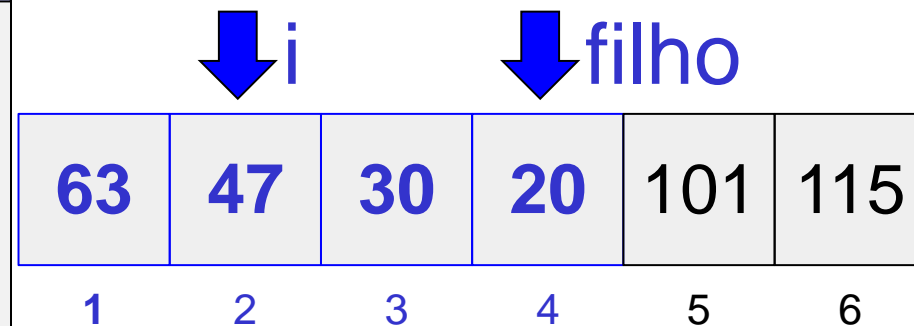
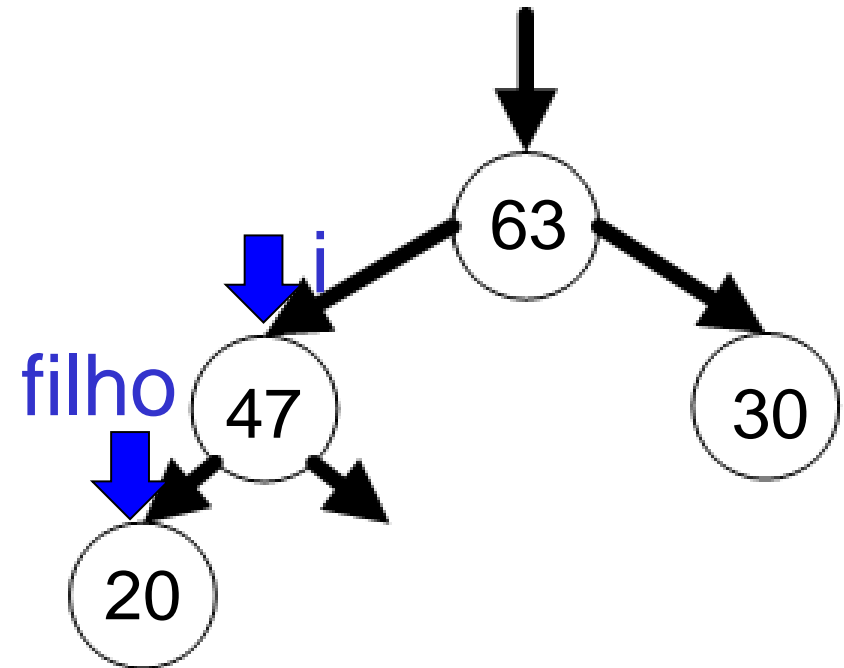
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

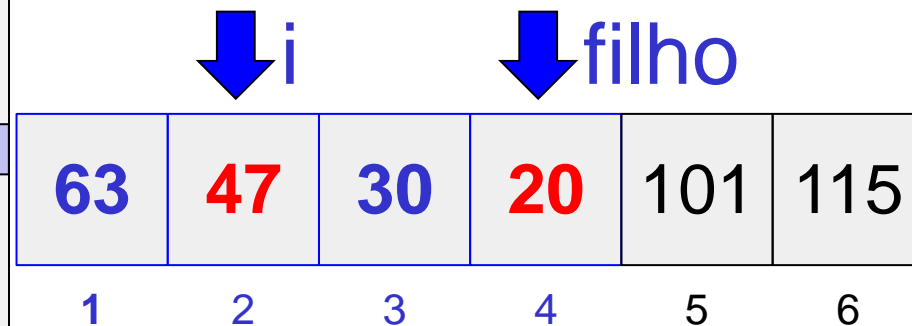
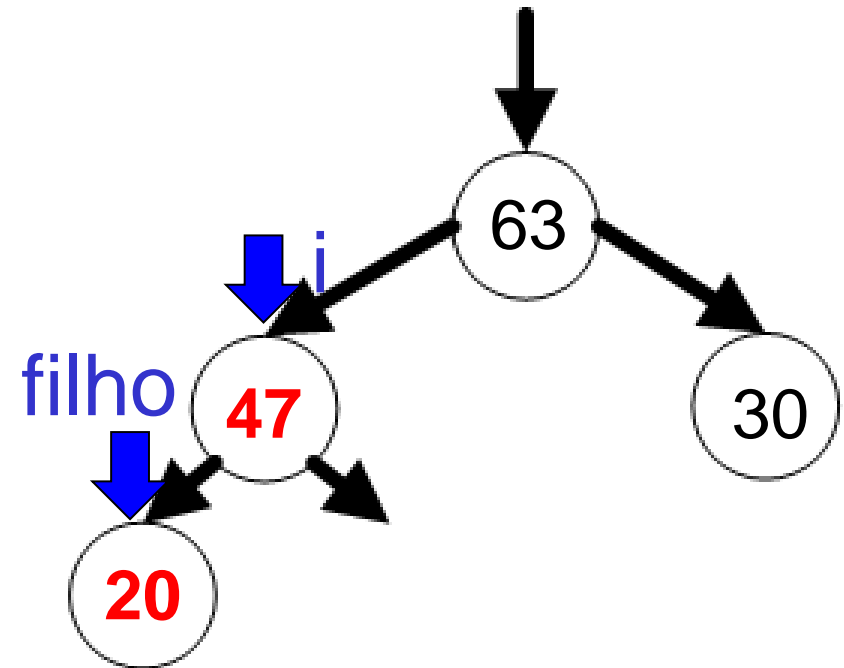
tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

false: 47 < 20



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

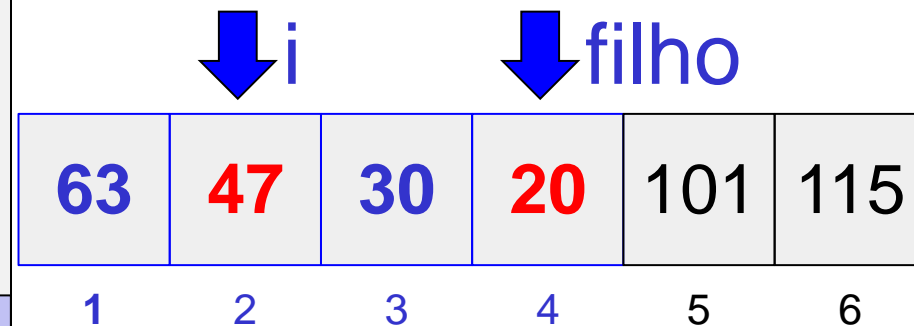
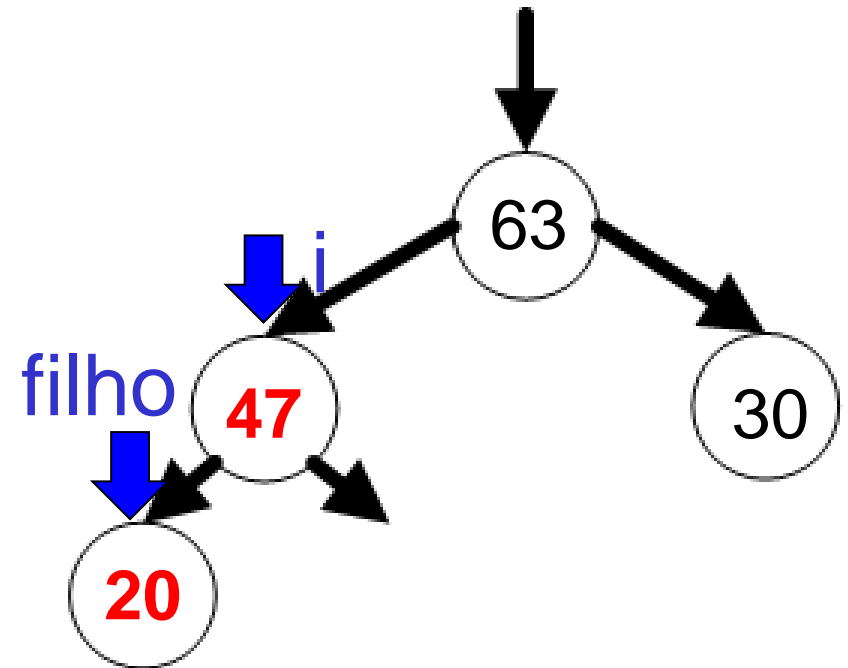
tam 4

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

false: 47 < 20



Algoritmo em C like

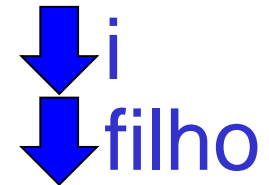
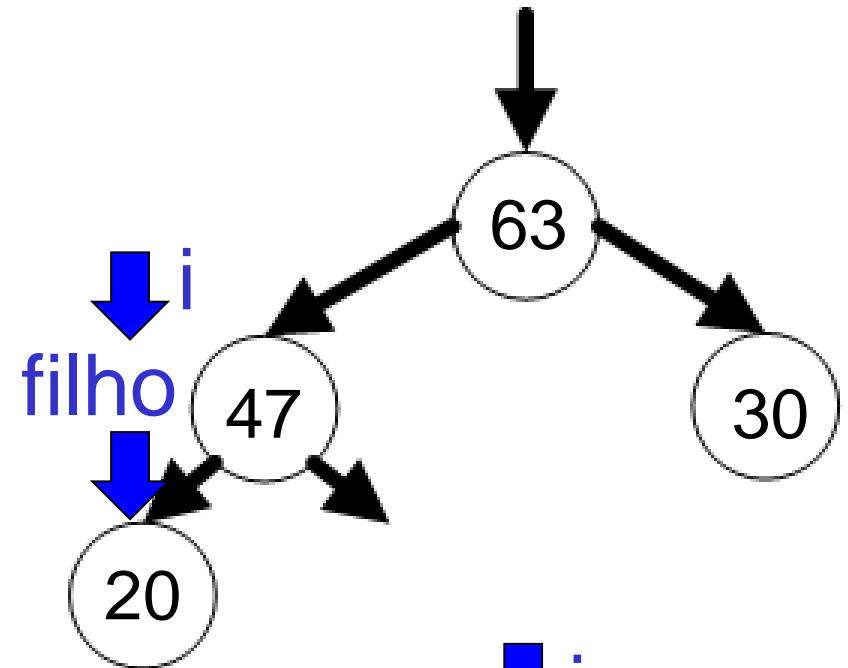
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

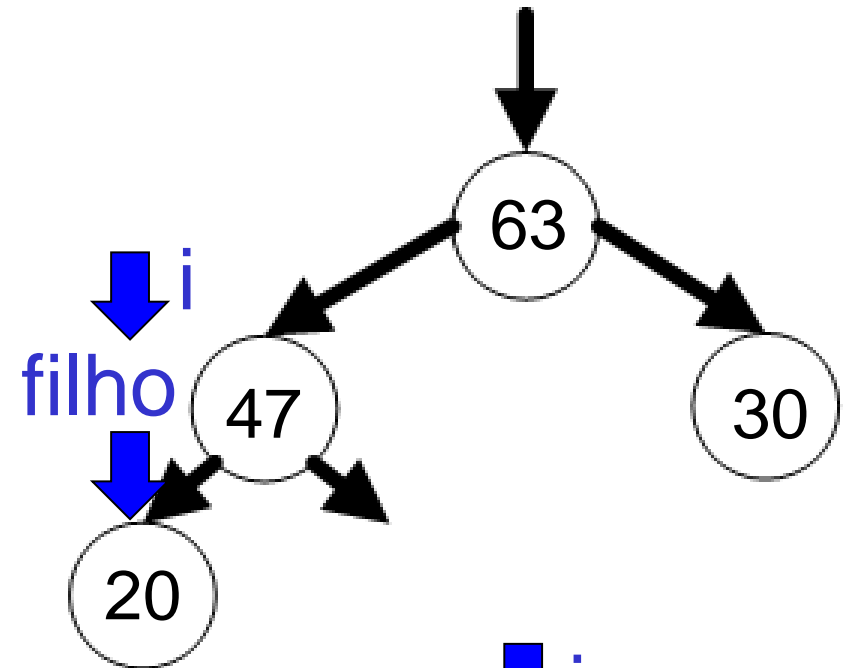
tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
```

false: $4 \leq 2$

```
while (i <= (tam/2)){
    if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
        filho = 2*i;
    else
        filho = 2*i + 1;
    if (array[i] < array[filho]) {
        swap(i, filho);
        i = filho;
    } else {
        i = tam;
    }
}
```



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

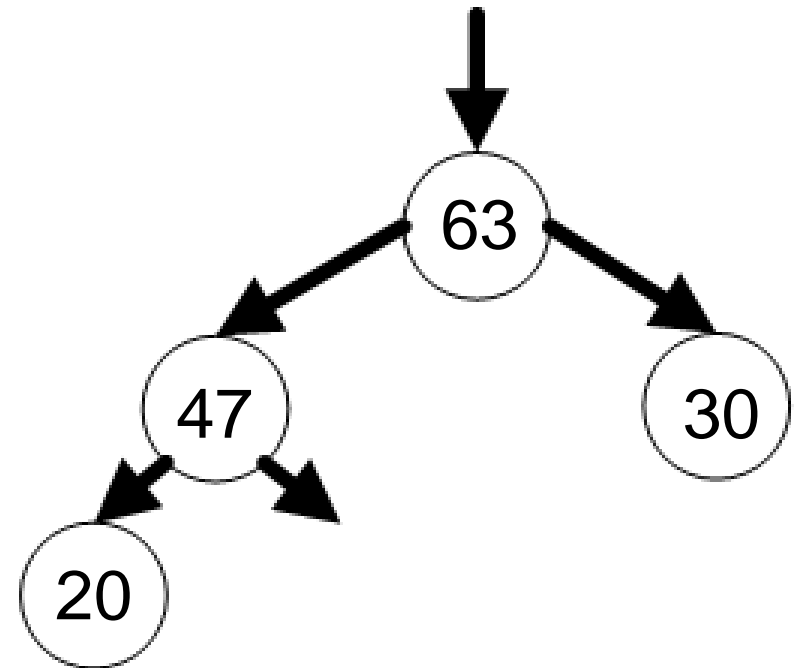
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

4

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

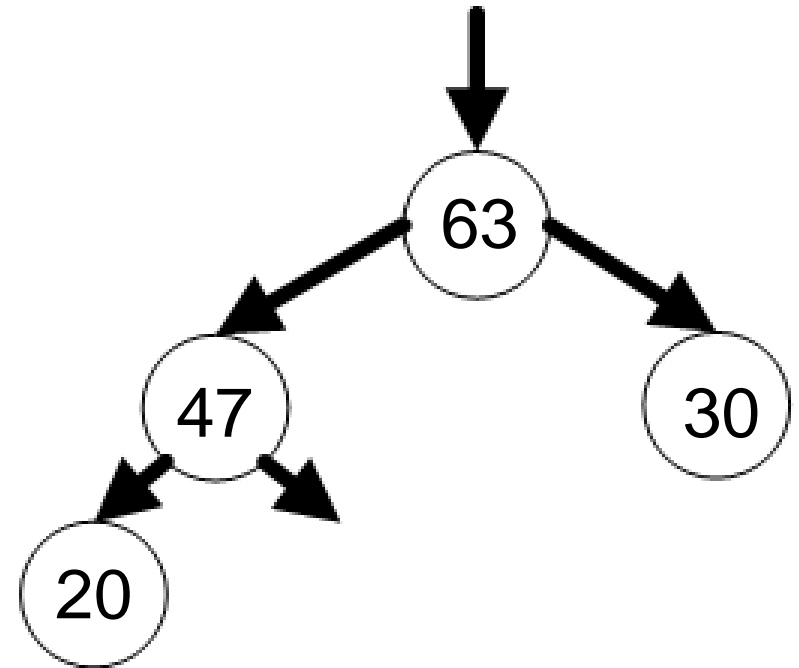
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam 4

true: 4 > 1

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



63	47	30	20	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

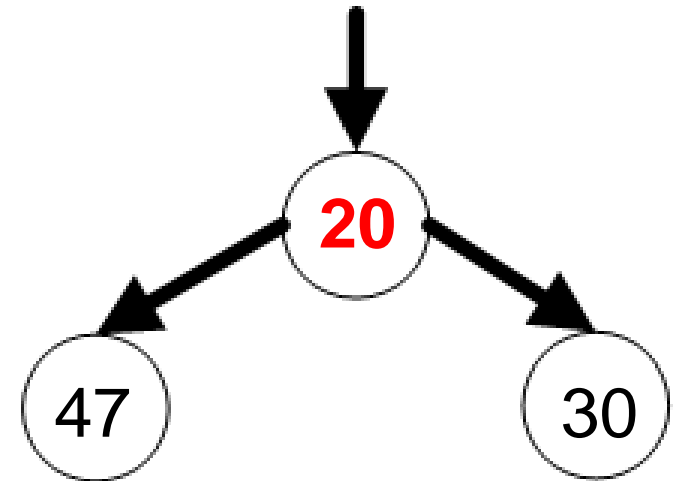
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstroi(tam);
}
```

tam

3

```
void reconstroi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



20	47	30	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

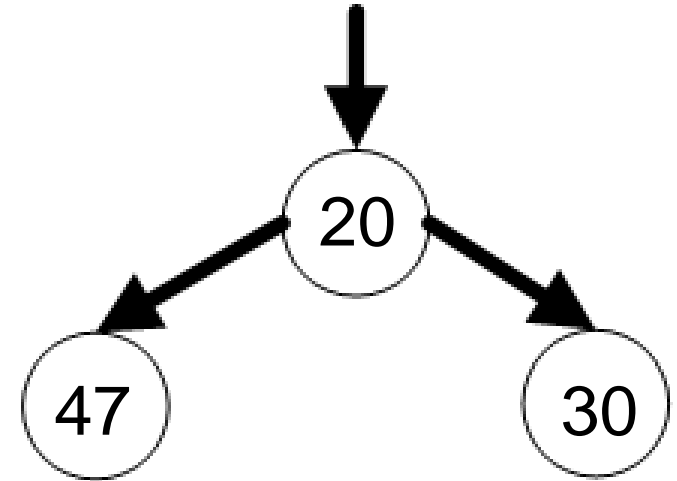
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

3

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



20	47	30	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

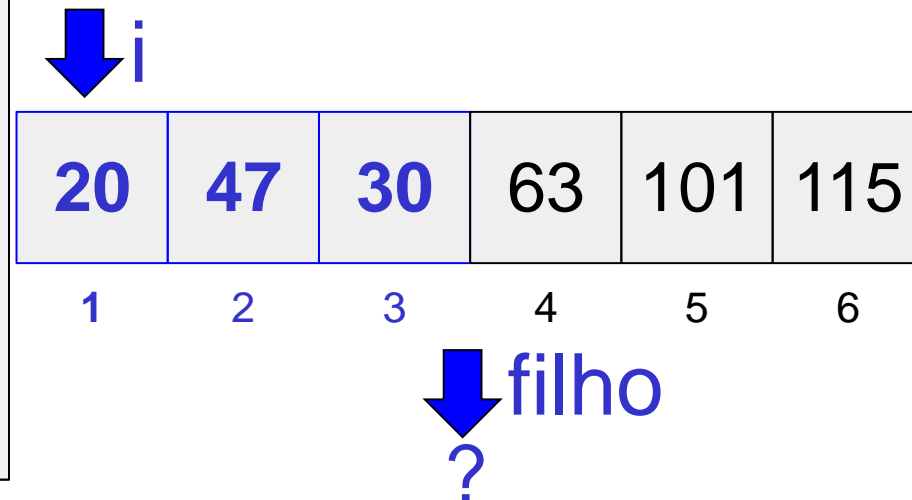
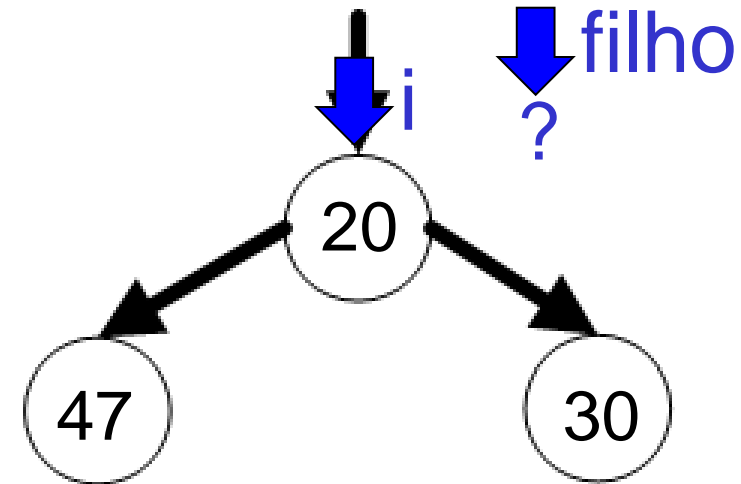
```

tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



Algoritmo em C *like*

```

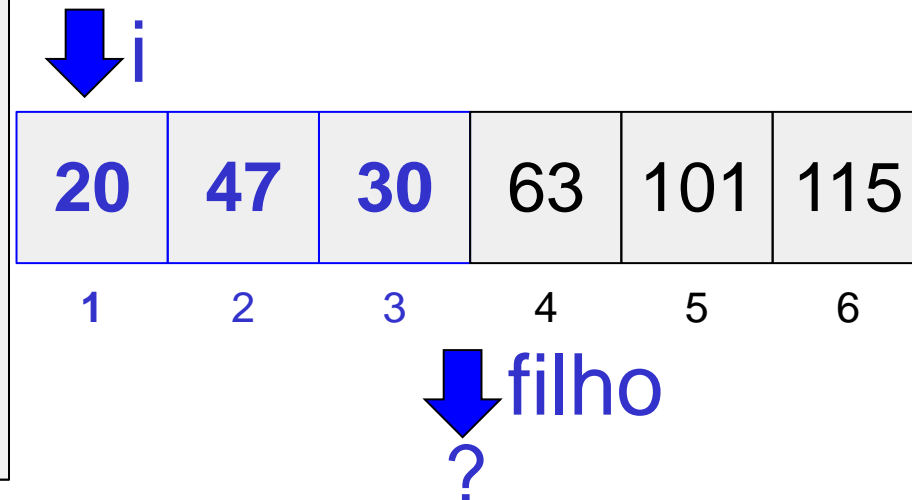
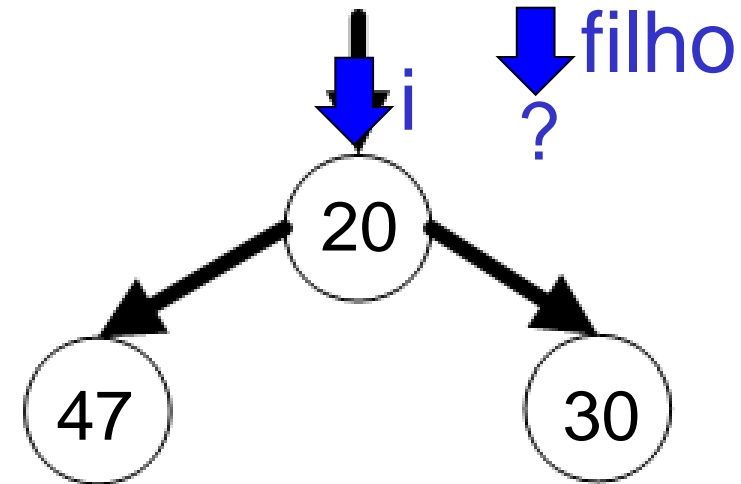
...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```

true: $1 \leq 1$



Algoritmo em C like

```

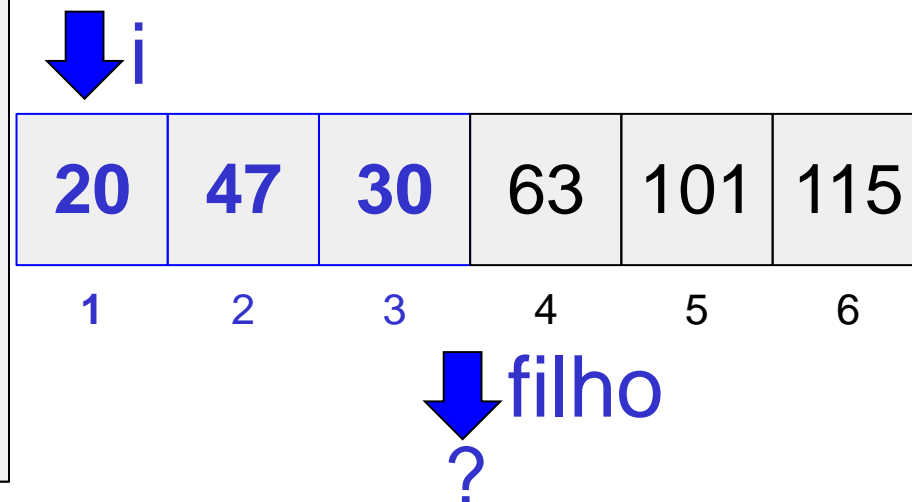
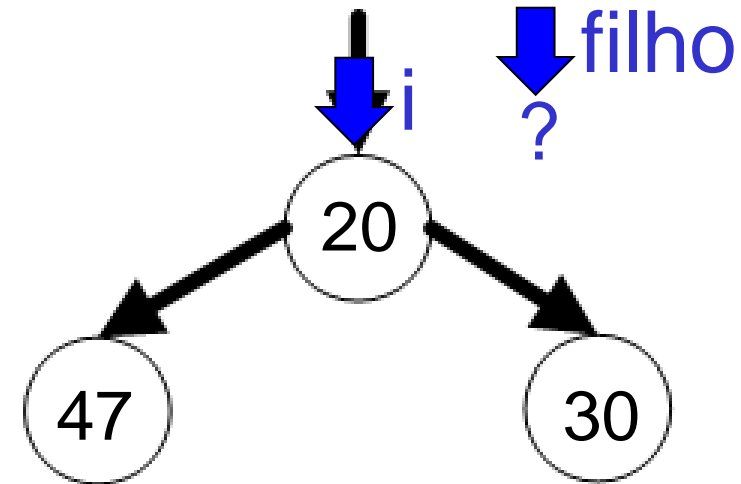
...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```

true: 47 > 30 && ...



Algoritmo em C like

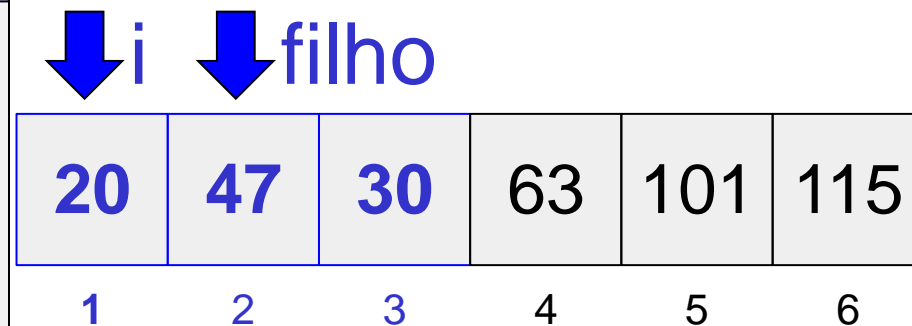
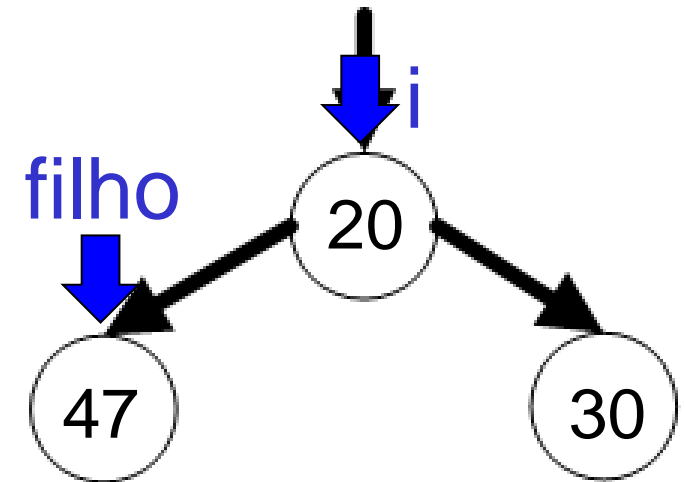
```

    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

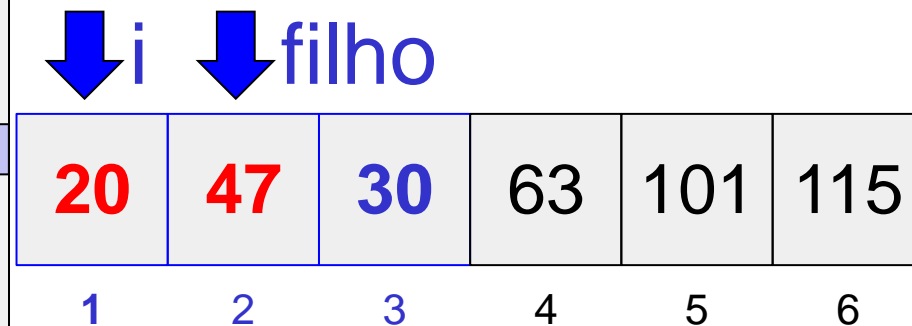
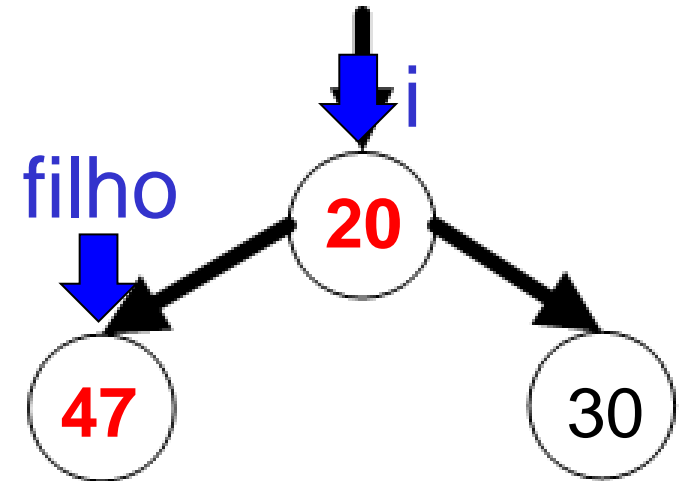
tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

true: 20 < 47



Algoritmo em C like

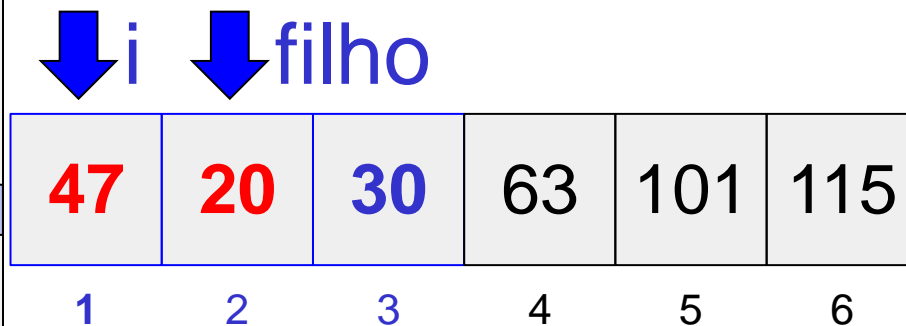
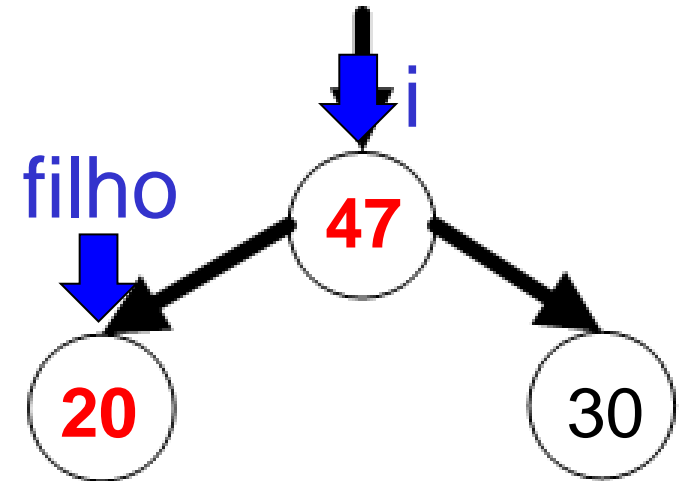
```

    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam **3**

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

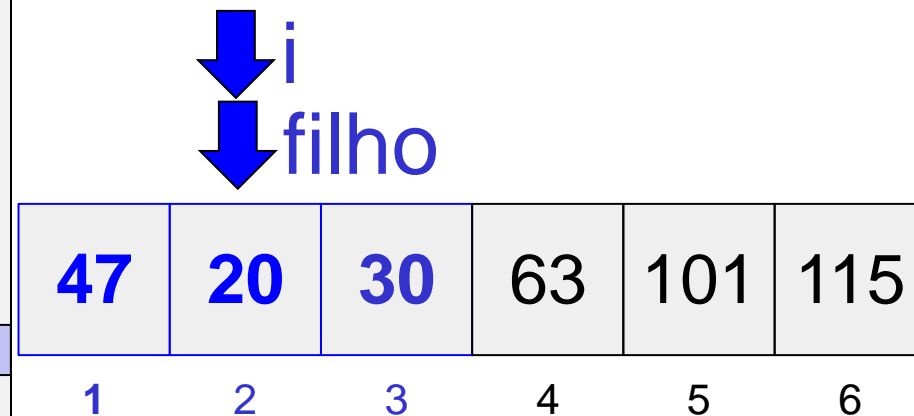
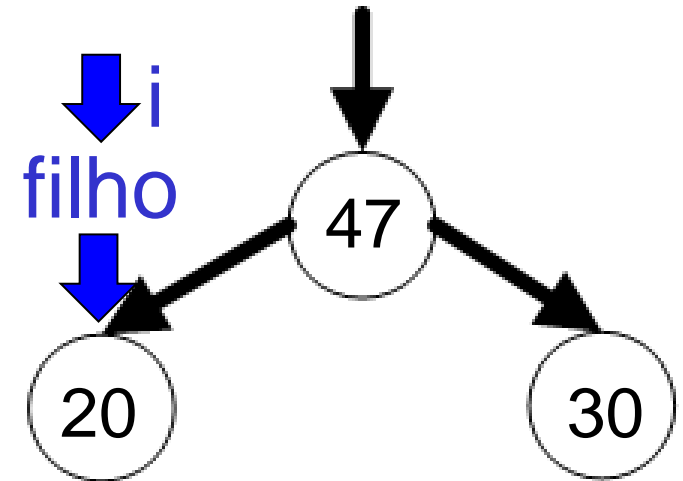
```

tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



Algoritmo em C like

```

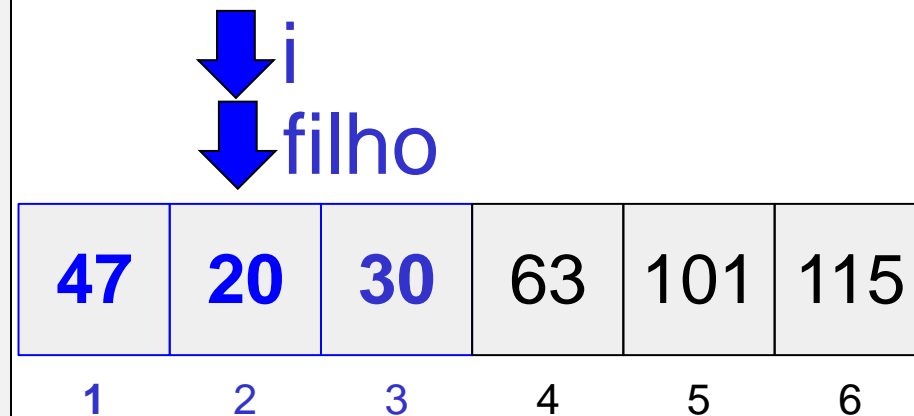
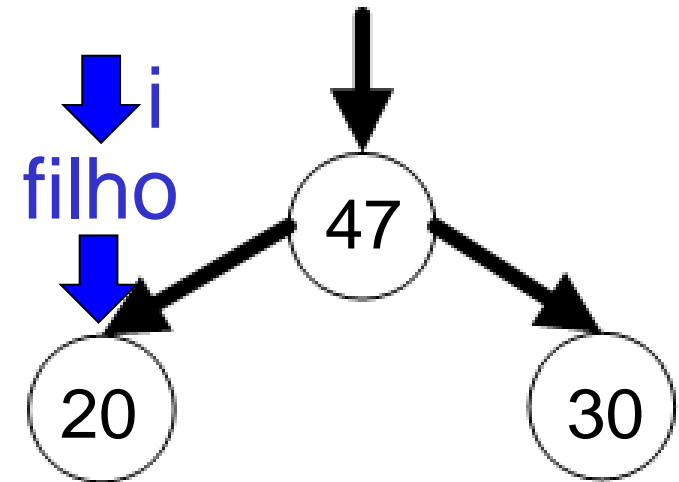
...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam 3

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```

false: $2 \leq 1$



Algoritmo em C like

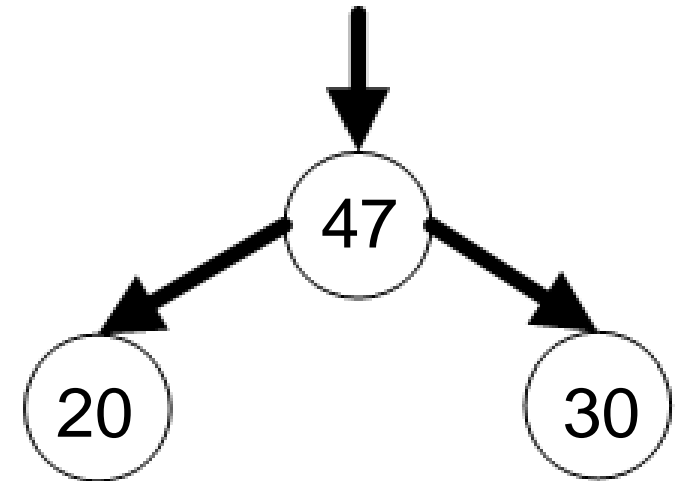
```

    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam **3**

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



47	20	30	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

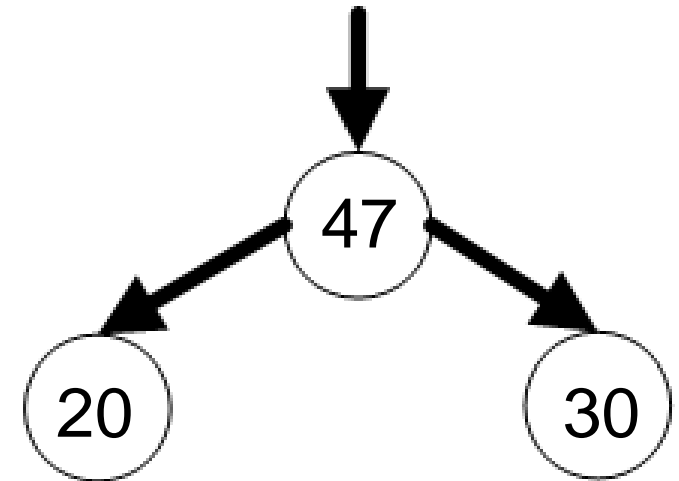
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam **3**

true: $3 > 1$

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



47	20	30	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

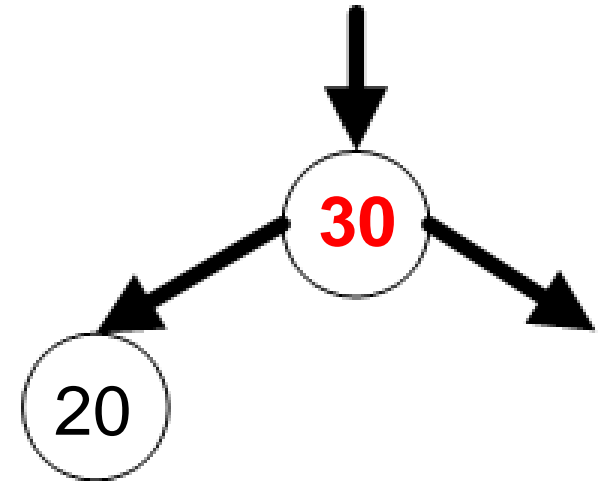
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstroi(tam);
}
```

tam

2

```
void reconstroi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



30	20	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

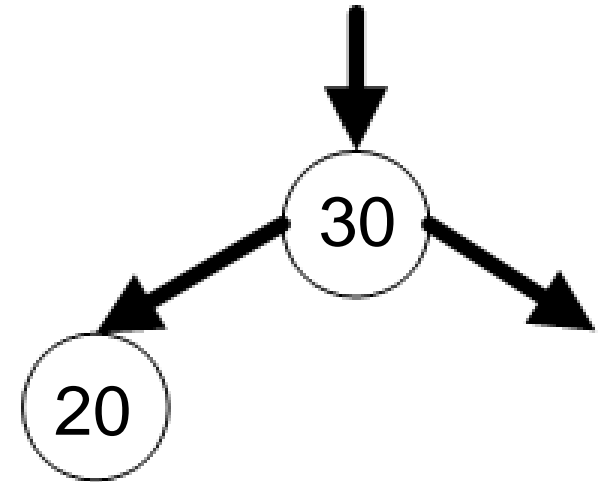
Algoritmo em C like

...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam **2**

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



30	20	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

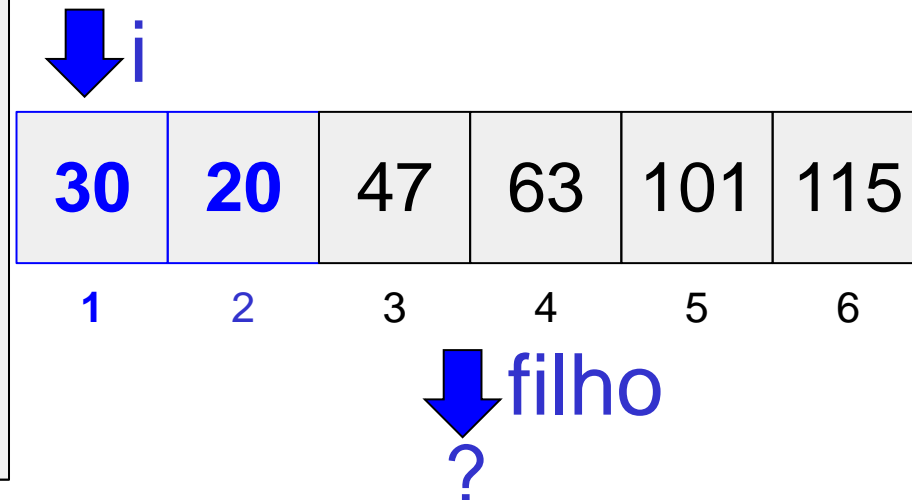
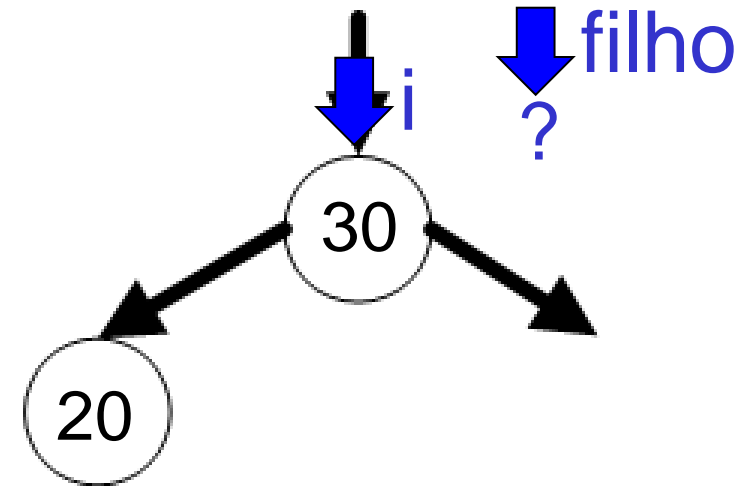
```

tam **2**

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



Algoritmo em C *like*

```

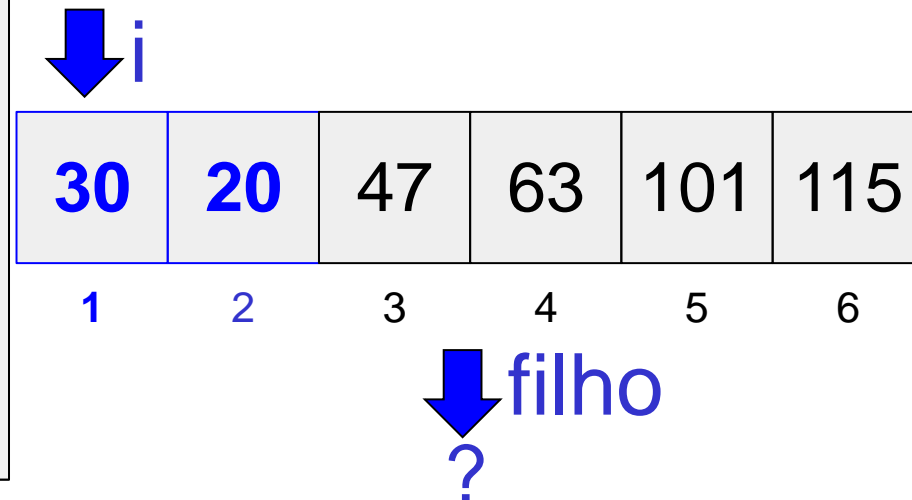
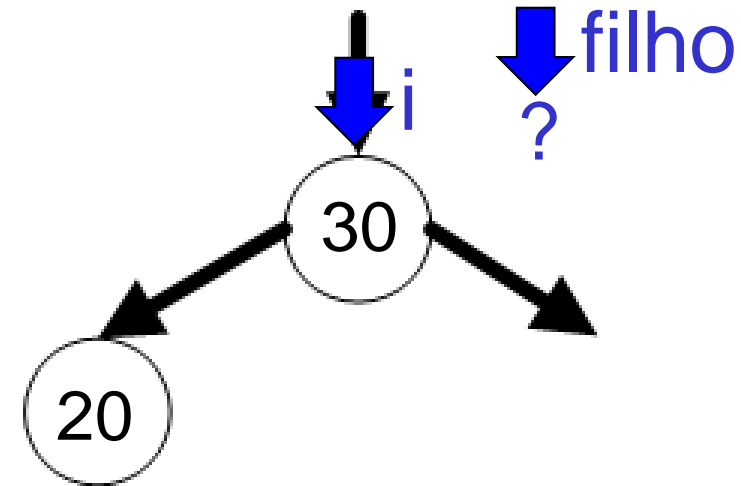
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam 2

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```

true: $1 \leq 1$



Algoritmo em C like

...

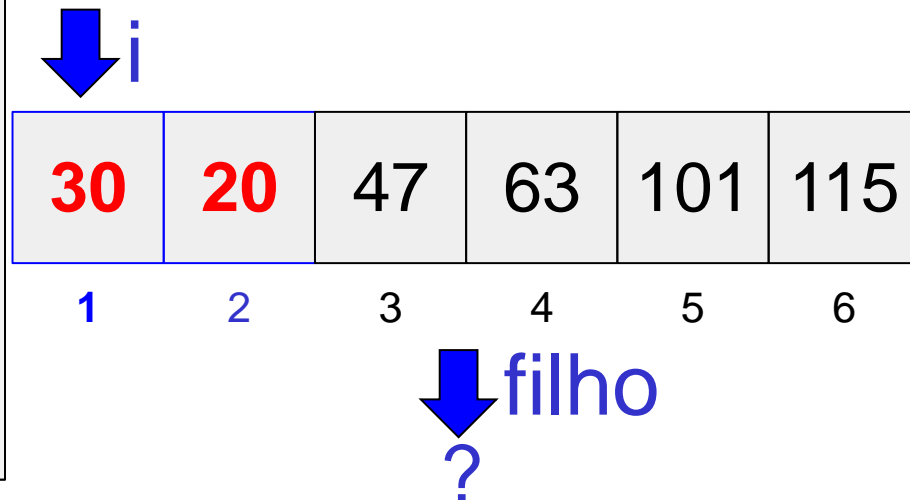
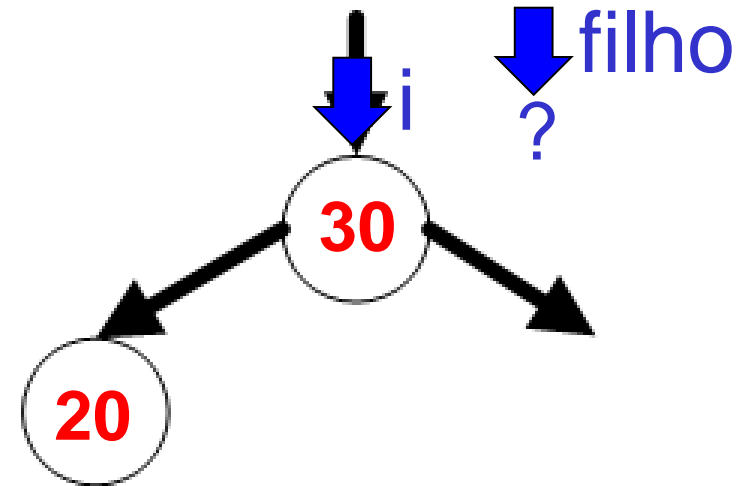
```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

2

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```

true: 20 > ☠️ && 1*2 == 2



Algoritmo em C like

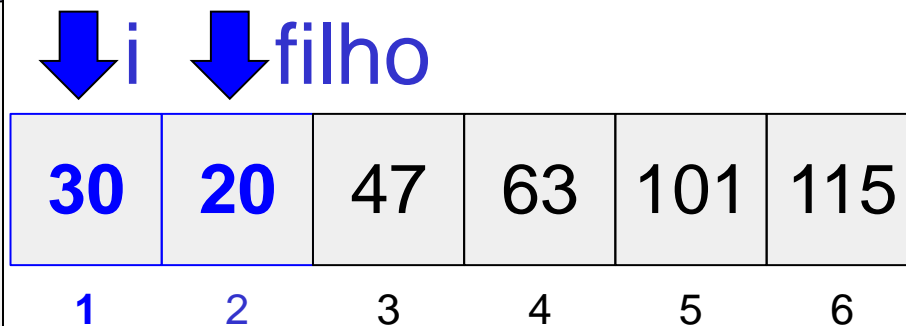
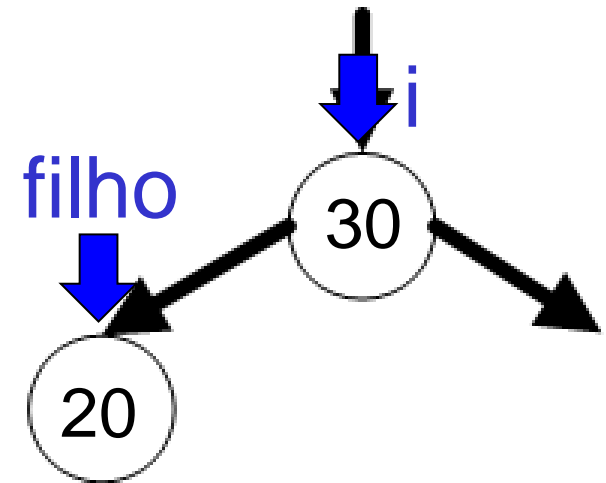
```

    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam **2**

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

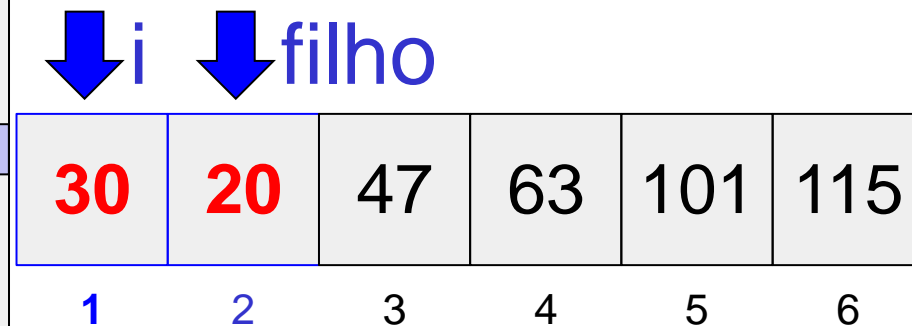
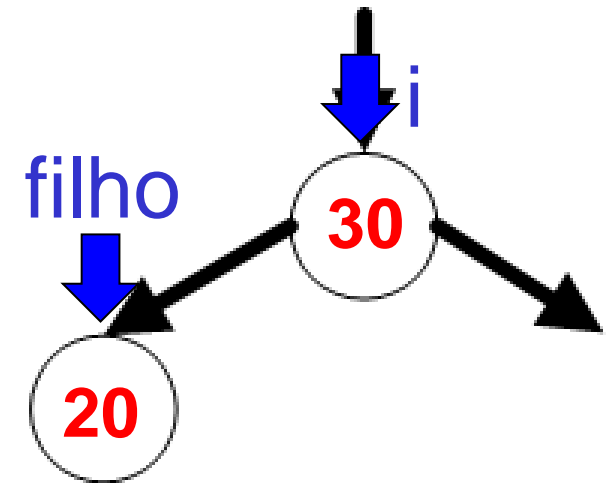
tam 2

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

false: 30 < 20



Algoritmo em C like

```

...
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

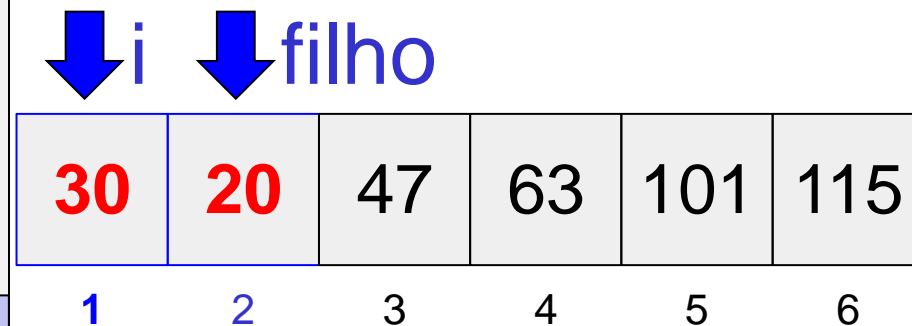
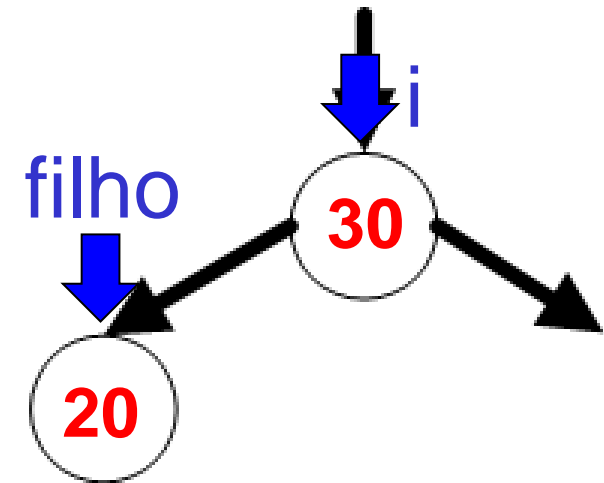
tam 2

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```

false: 30 < 20



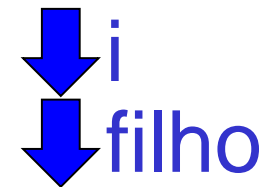
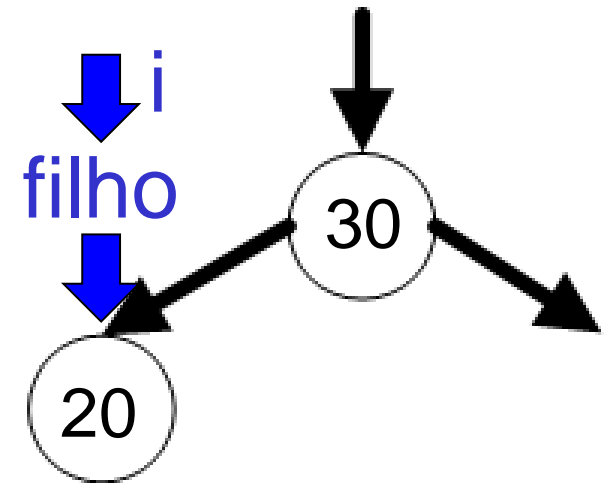
Algoritmo em C like

...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam **2**

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



30	20	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

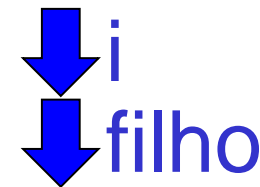
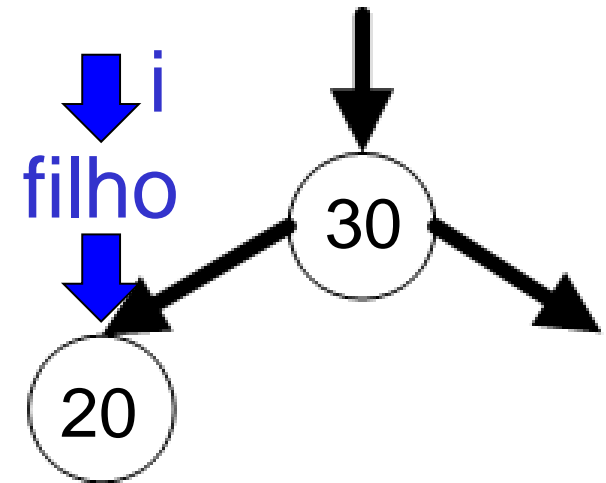
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam **2**

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```

false: $2 \leq 1$



30	20	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

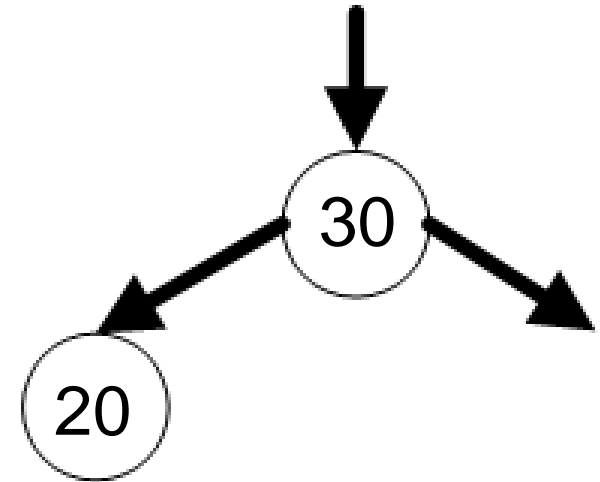
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

2

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



30	20	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C like

```

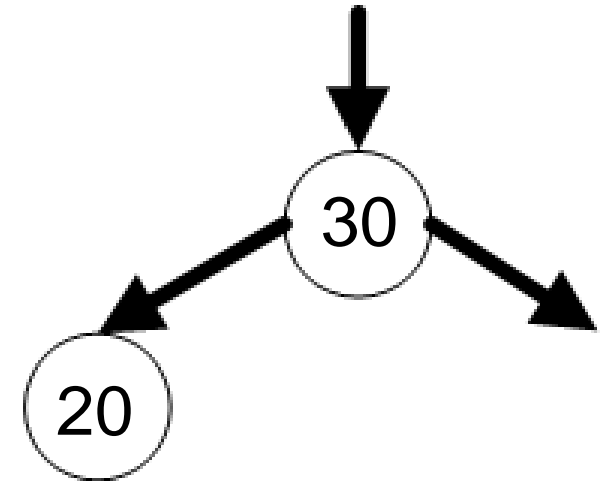
    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstoi(tam);
    }
  
```

tam **2**

true: $2 > 1$

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
  
```



30	20	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```

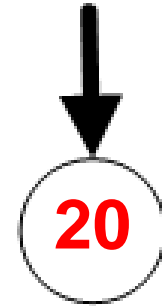
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstroi(tam);
}
    
```

tam

1

```

void reconstroi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```



20	30	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```

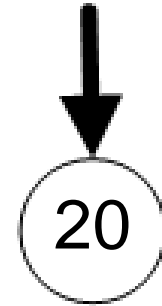
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
    
```

tam

1

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
    
```



20	30	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

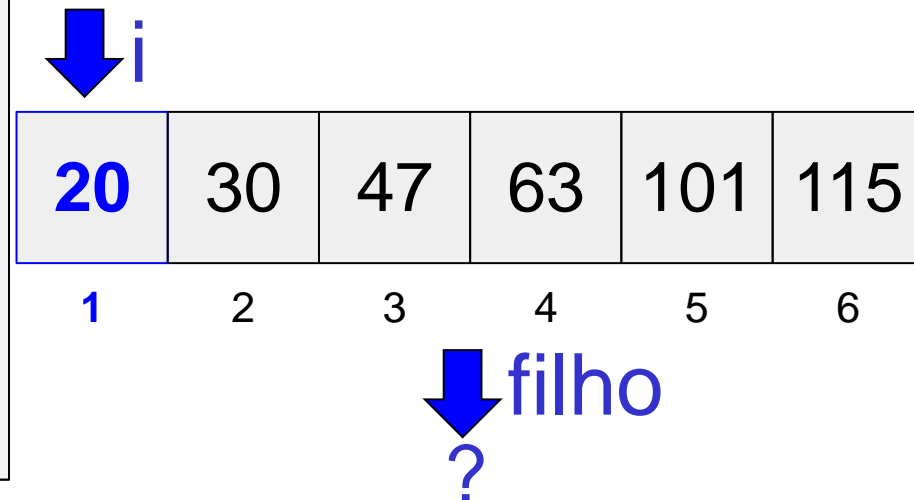
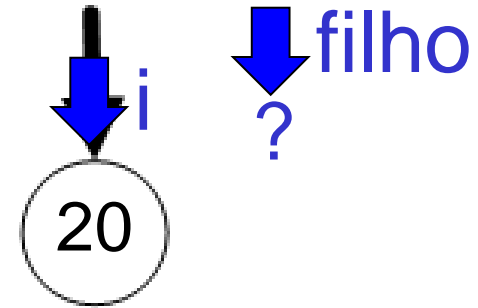
...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

1

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}
```



Algoritmo em C like

...

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

tam

1

```
void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
```

false: $1 \leq 0$

```
while (i <= (tam/2)){
```

```
    if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
        filho = 2*i;
```

```
    else
```

```
        filho = 2*i + 1;
```

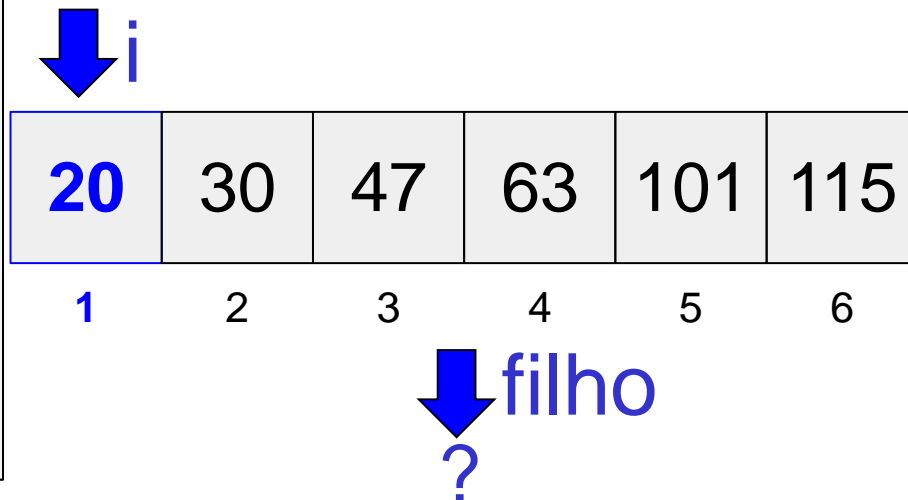
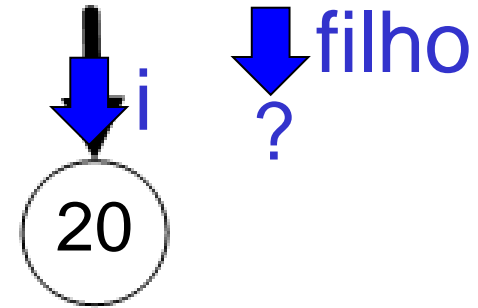
```
    if (array[i] < array[filho]) {
        swap(i, filho);
```

```
        i = filho;
```

```
    } else {
```

```
        i = tam;
```

```
    } } }
```



Algoritmo em C *like*

```

int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}

```

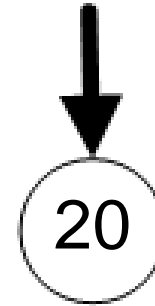
tam

1

```

void reconstoi(int tam){
    int i = 1, filho;
    while (i <= (tam/2)){
        if (array[2*i] > array[2*i+ 1] || 2*i == tam)
            filho = 2*i;
        else
            filho = 2*i + 1;
        if (array[i] < array[filho]) {
            swap(i, filho);
            i = filho;
        } else {
            i = tam;
        }
    }
}

```



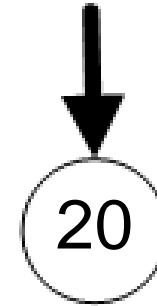
20	30	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```

    ...
    int tam = n;
    while (tam > 1){
        swap(1, tam--);
        reconstroi(tam);
    }
  
```

false: $1 > 1$



20	30	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Algoritmo em C *like*

```
int tam = n;
while (tam > 1){
    swap(1, tam--);
    reconstoi(tam);
}
```

20	30	47	63	101	115
1	2	3	4	5	6

Análise do Número de Comparações

- Criamos o heap com n inserções e efetuamos $(n-1)$ remoções para ordenar o *array*, assim, para todos os casos, temos:

$$n * \Theta(\lg(n)) + (n-1) * \Theta(\lg(n))$$

- Logo:

$$\Theta(n \lg(n))$$

Análise do Número de Movimentações

- O número de movimentações é três vezes o de trocas mais as $(n-1)$ movimentações correspondentes às remoções
- Como o número de trocas tem seu limite superior dado pelo de comparações, a complexidade, no pior caso, é $\Theta(n \lg(n))$

Exercício

- Mostre todas as comparações e movimentações do algoritmo anterior para o *array* abaixo:

12	4	8	2	14	17	6	18	10	16	15	5	13	9	1	11	7	3
----	---	---	---	----	----	---	----	----	----	----	---	----	---	---	----	---	---