TP2 : SIMULATIONS D'EXPÉRIENCES ALÉATOIRES

Exercice 1 : une première simulation

1. Écrire une fonction `tirage_de` qui simule le lancer d'un dé cubique bien équilibré et renvoie le numéro de la face obtenue.
2. Écrire une fonction `moyenne` :
   - prenant un entier N > 0 en argument
   - réalisant N lancers consécutifs
   - qui renvoie la moyenne des résultats obtenus.
3. a) Écrire une fonction `frequence :`
   - prenant un entier N > 0 en argument
   - réalisant N lancers consécutifs
   - qui retourne la fréquence de sortie chaque face

   b) Tracer le diagramme en bâtons des fréquences correspondant à 1000 lancers. Est-ce que cela vous paraît cohérent ?

Exercice 2 :Simulation d'un sondage

Dans une ville, la probabilité qu'un citoyen pris au hasard vote oui à un référendum est de 0,49.

1. a)Simuler l'organisation de 500 sondages sur un échantillon de 1000 personnes. On retournera la fréquence du oui pour chacun des sondages.

   b)Simuler l'organisation de 500 sondages sur un échantillon de 5000 personnes
2. a) Représenter dans une même fenêtre les boîtes à moustaches décrivant chacune la répartition des 500 fréquences obtenues.

   b) Vous paraissent-elles cohérentes avec :
   - la probabilité de 0,49 et
   - le fait qu'il y a 5 fois plus de personnes dans les échantillons des 2ème sondages ?

Exercice 3 : Un système numérique transmet des données sous forme d'un message de n bits . Afin de repérer les erreurs de transmission, un $(n + 1)^{ème}$ bit appelé **bit de parité** est ajouté à la fin du message avant la transmission :

- si le nombre de 1 dans les n premiers bits est pair, le bit de parité est mis à zéro
- sinon il est mis à 1.

Lors de la transmission, chacun des n + 1 bits peut être altéré (sa valeur passe de 0 à 1 ou inversement), avec une probabilité p et de façon indépendante des autres bits.
Enfin en réception, la système signale une erreur lorsque le nombre de bits à 1 parmi les n premiers bits est en accord avec la valeur du bit de parité.

1. Ecrire une fonction AjoutBitParite :
   - prenant en entrée un vecteur message supposé ne contenir que des 0 et des 1
   - renvoyant un vecteur paquet de taille n + 1 (où n est la taille de message) composé du même vecteur et du bit de parité en dernière position.
2. Ecrire une fonction SimulTransmission :
   - prenant en entrée un vecteur paquet et un nombre réel p
   - renvoyant le paquet où chacun des n + 1 bits peut avoir été altéré avec une probabilité de p.

3. Ecrire une fonction Controle :
   - prenant en entrée un vecteur paquet
   - qui vérifie le paquet en réception en comparant la parité du nombre de valeurs à 1 dans les n premiers bits avec la valeur du bit de parité
   - renvoie TRUE si le paquet semble correct, FALSE sinon.

Remarque : Le bit de parité ne situe pas l'erreur et n'est pas fiable non plus car s'il y a deux erreurs dans le même mot, le bit de parité reste valide, mais l'information est fausse.

<u>Exercice 4:</u>
Une marche aléatoire

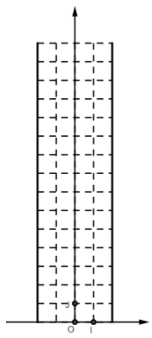
M. Risque doit traverser une rivière, il décide d' emprunter un pont sans garde-corps de 15 pas de long et 4 pas de large. Sa démarche est particulière :

- soit il avance d'un pas en avant ;
- soit il se déplace en diagonale vers la gauche (déplacement équivalent à un pas vers la gauche et un pas en avant) ;
- soit il se déplace en diagonale vers la droite (déplacement équivalent à un pas vers la droite et un pas en avant).

On suppose de plus que ces trois déplacements possibles sont aléatoires et équiprobables. On suppose également que M.Risque se trouve <u>au milieu du pont au début de la traversée</u>.
On veut estimer la probabilité de l'événement « M.Risque réussit à traverser le pont ».

1. Ecrire une fonction qui simule 10000 tentatives de traversée et renvoie une estimation de la probabilité p qu'il réussisse à traverser le pont.

2. <u>Un peu de théorie</u> :
   On munit la figure représentant le pont d'un repère orthonormal.
   Pour n entier naturel compris entre 0 et 15, on note :
   A_n :« Après n déplacements, M.Risque se trouve sur un point d'abscisse −2 »
   B_n : « Après n déplacements, M.Risque se trouve sur un point d'abscisse −1 »
   C_n : « Après n déplacements, M.Risque se trouve sur un point d'abscisse 0 »
   D_n : « Après n déplacements, M.Risque se trouve sur un point d'abscisse 1 »
   E_n : « Après n déplacements, M.Risque se trouve sur un point d'abscisse 2 »
   On note a_n, b_n, c_n, d_n et e_n les probabilités respectives de A_n, B_n, C_n, D_n et E_n.



   a) Déterminer a_0, b_0, c_0, d_0 et e_0.

   b) Montrer que pour tout entier n compris entre 0 et 15 :

$$\begin{cases} a_{n+1} = \dfrac{a_n + b_n}{3} \\ b_{n+1} = \dfrac{a_n + b_n + c_n}{3} \\ c_{n+1} = \dfrac{b_n + c_n + d_n}{3} \\ d_{n+1} = \dfrac{c_n + d_n + e_n}{3} \\ e_{n+1} = \dfrac{d_n + e_n}{3} \end{cases}$$

c) Ecrire une fonction qui renvoie des valeurs approchées de a_{15}, b_{15}, c_{15}, d_{15} et e_{15}.

d) Déduisez-en une valeur approchée de la probabilité que M.Risque réussisse à traverser le pont.

e) Comparer la valeur trouvée au d) avec celle du 1.