



Cálculo Numérico Computacional

Unidade I

- .Introdução**
- .Técnicas do Cálculo Numérico e**
- .Erros**

Livro Texto:

RUGGIERO,M.A.G.; LOPES,V.L.R. Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais, Makron Books, 2^a. Edição, 1997.

Roteiro

- I. Objetivos e Aplicações
- 2. Métodos Numéricos
- 3. Algoritmos
- 4. Solução Numérica
- 5. Técnicas de Cálculo
- 6. Erros
- 7. Representação em Ponto Flutuante
- 8. Algarismos Significativos

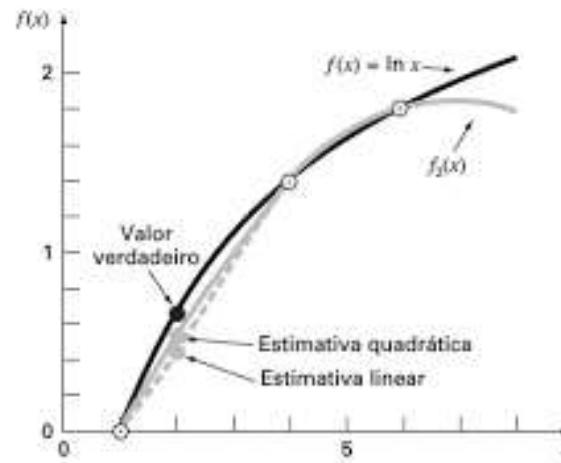
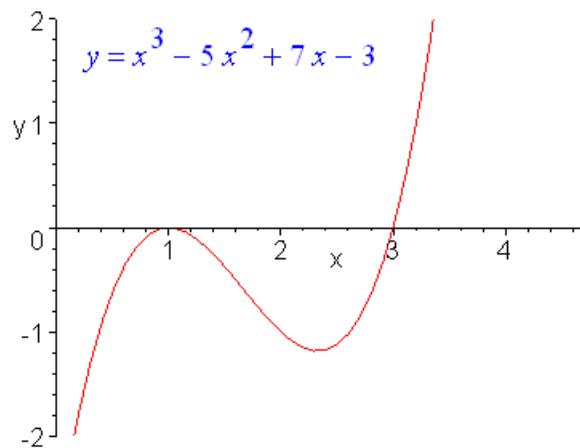
Ótimo estudo!

I.I. Objetivos do Cálculo Numérico

- Conhecer e aplicar métodos numéricos na solução de problemas de engenharia.
- Analisar em que condições os resultados encontrados estão próximos dos exatos, baseados nos conhecimentos sobre o método utilizado e a análise do erro.

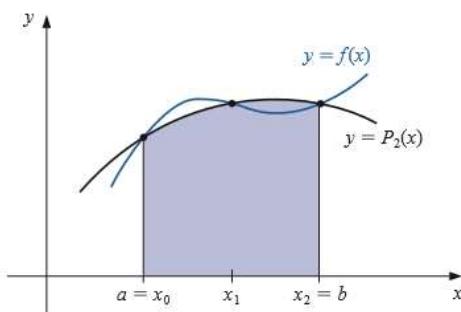
I.2. Aplicações do Cálculo Numérico

- Determinação de raízes de equações
- Interpolação de valores tabelados
- Resolução de Sistemas de Equações
- Integração numérica
- ...



2. Métodos Numéricos

- **Métodos Numéricos** são utilizados para obtenção de uma solução **aproximada** para um problema.
 - O Problema pode **não apresentar** uma solução analítica ou algébrica.
 - Exemplos:
 - Cálculo de Raízes de Polinômios de grau elevado
 - Integrais [uma primitiva pode ser difícil de ser encontrada]
 - A solução algébrica existe mas é trabalhosa: grandes sistemas, interpolação polinomial para **muitos** pontos, etc..

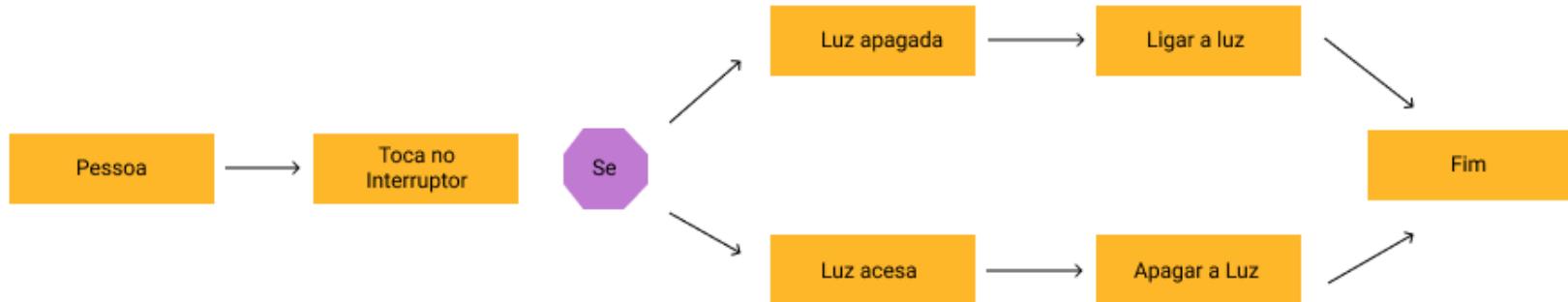


2. Métodos Numéricos

- **O Problema possui uma solução numérica ou computacional**
 - Existe um algoritmo/método para a solução numérica do problema.
- **Solução numérica**
 - é um conjunto de dados numéricos que fornecem uma **aproximação** para a solução **exata** do problema.
 - uma **aproximação** pode ser obtida em **grau crescente de exatidão**.

3. Algoritmo

- Um algoritmo é uma seqüência finita de instruções bem definidas, cada uma das quais devendo ser executadas em um intervalo de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita.
- Um algoritmo não representa, necessariamente, um programa de computador, e sim os passos necessários para realizar uma tarefa.



3. I Seleção do Algoritmo

A escolha do algoritmo/método pode envolver:

- Precisão desejada para os resultados
- Capacidade do método em conduzir para os resultados em um tempo desejado (velocidade de convergência)
- Esforço/custo computacional (tempo de processamento, memória necessária, ...) para a resolução.



4. Solução Numérica

- Elaboração de um algoritmo (roteiro/método de cálculo):
 - descrição seqüencial dos passos que caracterizam o algoritmo (método) para solução numérica do problema;
- Uma **solução numérica**, por vezes, pode ser encontrada/implementada *manualmente* utilizando uma simples calculadora e um roteiro/método de cálculo.
- Uma **solução numérica** pode ser encontrada/implementada utilizando um computador e um roteiro/método de cálculo escrito em uma linguagem de programação.

5. Técnicas do Cálculo Numérico

5.1 Processamento Iterativo *

Um método iterativo se caracteriza por envolver os seguintes elementos de **iteração**:

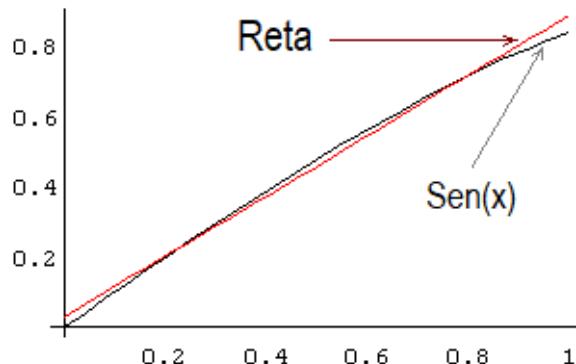
- **Aproximação inicial:** uma primeira aproximação/solução do problema numérico.
- **Teste de parada:** sinaliza quando o procedimento iterativo pode ser finalizado (a “solução” foi encontrada ou não!).

*Iteração: é a repetição sucessiva de um processo.

5. Técnicas do Cálculo Numérico

5.2 Aproximação Local

- Aproximar uma função por outra que seja de manuseio mais simples.
 - **Por exemplo:**
 - Aproximar uma função não linear por uma função linear em um determinado intervalo do domínio das funções.



6. Erros numéricos e consequências

Lançamento de mísseis:
(25/02/1991 – Guerra do Golfo – míssil Patriot)



6. Erros numéricos e consequências

Explosão de foguetes:
(04/06/1996 – Guiana Francesa – foguete Ariane 5)



6. I Definição de Erros

- **Erro Absoluto (Ea).**
 - $Ea = \text{valor_real} - \text{valor_aproximado}$
 - *Exemplo 1:*
$$Ea = 2123544.5 - 2123542.7 = 1.8$$
 - *Exemplo 2:*
$$Ea = 0.234 - 0.128 = 0.106$$

Notação: separador decimal → “.”

6.1 Definição de Erros

- **Erro Relativo (Er)**

- $Er = Ea / \text{valor_real}$

- ***Exemplo 1:***

- $Er = 1.8/2123544.5 = 0.0000008 = 0.00008\% !$

- ***Exemplo 2:***

- $Er = 0.106/0.234 = 0.45299 = 45.299\% !$

- **Conclusão:** O erro relativo (**Er**) pode avaliar melhor a precisão de um cálculo efetuado!

6.2 Tipos de Erros

- **Erro Inicial**
 - Medida mal feita ou mal expressa, etc...
- **Erro de Truncamento**
 - $734.68 \gg 734$
- **Erro de Arredondamento:**
 - se o digito abandonado for ≥ 5 então soma se +1 ao digito vizinho que ficou.
 - $734.68 \gg 734.7 \gg 735$

6.3. Erro na Representação Computacional

- $(0.1)_{10} = (0,0001100110011\dots)_2$
na representação computacional (binária).
- **Exemplo:** Faça um programa para calcular:

$$\sum_{i=1}^{1000} 0.1$$

o resultado é diferente de 100!

6.4 Erro: Propagação e Condicionamento

- Propagação do erro

Ex: $\sqrt{2} + \sqrt{2}$

- A soma de 2 termos imprecisos gera um resultado muito mais impreciso!

- Condicionamento

- Operação mal-condicionada:
 - **pequeno** erro no dado inicial implica em **GRANDE** erro final
- Operação bem-condicionada
 - **pequeno** erro no dado inicial implica em **pequeno** erro final

7. Representação em Ponto Flutuante

Exemplos de escritas em ponto flutuante e notação da mantissa, base e expoente:

<i>número na base decimal</i>	<i>representação em ponto flutuante</i>	<i>mantissa</i>	<i>base</i>	<i>exp</i>
1532	0.1532×10^4	0.1532	10	4
15.32	0.1532×10^2	0.1532	10	2
0.00255	0.255×10^{-2}	0.2550	10	-2
10	0.10×10^2	0.1000	10	1

7. Representação em Ponto Flutuante

Exemplo:

O número **0.1532x10⁴** em notação de Ponto Flutuante **poderia** ser representado em máquina no seguinte formato:

Sinal	Expoente	Mantissa (Digitos da Fração)
+	4	1552

7.1 Aritmética em Ponto Flutuante e Erro

- **Exemplo**

- Seja um computador hipotético:
 - Base 10 (representação decimal)
 - Mantissa = 4 dígito (fixo!)
- Escreva o número 734.68 na memória do computador hipotético.

7.1 Aritmética em Ponto Flutuante e Erro

- Solução

<i>Número na base decimal</i>	<i>Representação em ponto flutuante</i>	<i>mantissa</i>	<i>base</i>	<i>Expoente</i>
734.68	0.73468×10^3	0.73468	10	3

representação em máquina

Sinal	valor de e	$\text{mantissa} = 4 \text{ dígitos}$
-------	--------------	---------------------------------------

por truncamento

+	3	7346
---	---	------

ou por arredondamento

+	3	7347
---	---	------

8. Algarismos Significativos

- São todos aqueles, contados **da esquerda para a direita**, a partir do primeiro algarismo diferente de zero.
 - Exemplos:
 - 45.30 >> tem 4 algarismos significativos.
 - 0.0595 >> tem 3 algarismos significativos.
 - 0.0450 >> tem 3 algarismos significativos.
 - 0.6×10^2 >> tem 1 algarismo significativo.
 - 5.79×10^1 >> tem 3 algarismos significativos.
 - 5.789600×10^1 >> tem 7 algarismos significativos.

8. Algarismos Significativos

:

- 1) A posição da vírgula não influi no número de algarismos significativos.

- Exemplo:
- 0.0240 m = 3
- $0.240 \times 10^{-1}\text{ m}$ = 3
- 0.240 dm = 3
- 2.40 cm = 3
- >> todas as notações têm 3 algarismo significativo!

- 2) Zeros à direita são significativos!

Exemplo:

- $0.024\underline{0}\text{ m}$

8. Algarismos Significativos

3) Operação com Algarismos Significativos

Sejam 5202g, 5202g e 5203g três pesagens do mesmo objeto aferidas em um depósitos.

Como expressar a média aritmética (ma)?

$$\bullet ma = (p_1 + p_2 + p_3)g / 3 = (15607g) / 3 = 5202.333g$$

• Porém como os dados iniciais estão dados com 4 algarismos significativos, o correto é dar o resultado com a mesma quantidade de algarismo significativos!

• Portanto $ma = 5202g$!

8. I Algarismos Corretos e Duvidoso

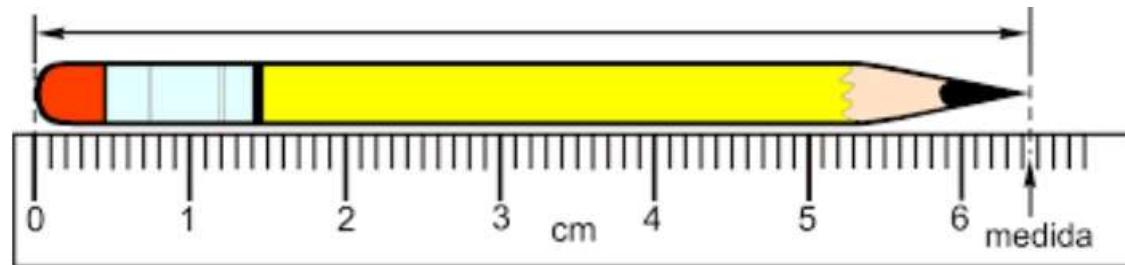
- Os **Algarismos significativos** de um número são aqueles que podem ser usados com confiança. Correspondem ao número de algarismos corretos de uma medida **mais um** algarismo estimado (ou duvidoso).

8. I Algarismos Corretos e Duvidoso

- **Exemplo:**
- Seja **3.56m** a medida do pé direito(altura do piso ao teto) de uma sala de aula. Portanto a medida possui **três** algarismos significativos.

Podemos avaliar na prática que 3 e 5 são algarismos **corretos**, pela “facilidade” de obtenção da medida **3.5**. Porém o **6** é um algarismo **duvidoso**, pois está sujeito a variação conforme a habilidade de quem fez a medida, a precisão do instrumento utilizado, as condições de acesso na medição e o arredondamento ou truncamento final.

Obrigado pela Atenção!



Fique atento e focado! Vem ai a lista de atividades dessa unidade!