



# Cálculo Numérico Computacional

## Unidade I

**.Introdução**

**.Técnicas do Cálculo Numérico e**

**.Erros**

Livro Texto:

RUGGIERO, M.A.G.; LOPES, V.L.R. Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais, Makron Books, 2ª. Edição, 1997.

# Roteiro

- 1. Objetivos e Aplicações
- 2. Métodos Numéricos
- 3. Algoritmos
- 4. Solução Numérica
- 5. Técnicas de Cálculo
- 6. Erros
- 7. Representação em Ponto Flutuante
- 8. Algoritmos Significativos

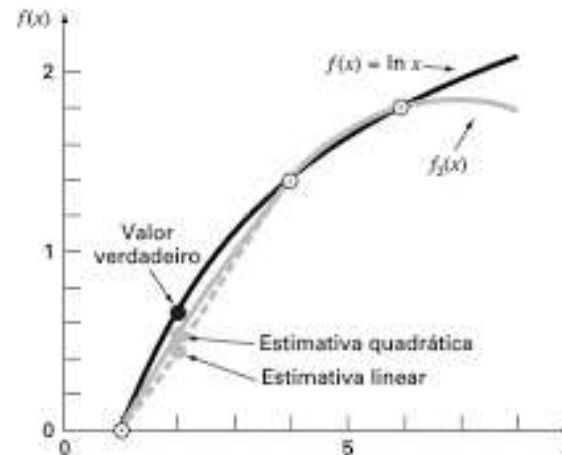
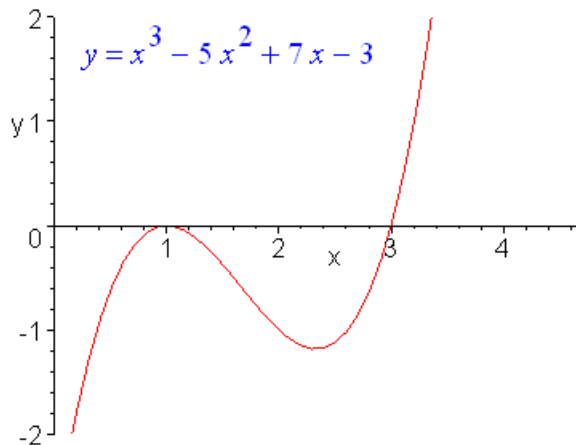
Ótimo estudo!

# I.1. Objetivos do Cálculo Numérico

- Conhecer e aplicar métodos numéricos na solução de problemas de engenharia.
- Analisar em que condições os resultados encontrados estão próximos dos exatos, baseados nos conhecimentos sobre o método utilizado e a análise do erro.

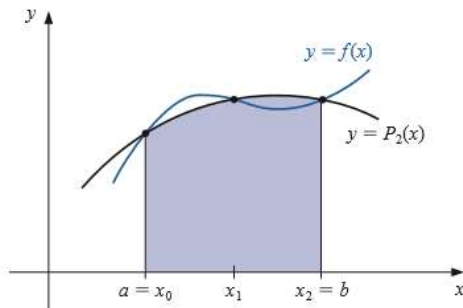
## I.2. Aplicações do Cálculo Numérico

- Determinação de raízes de equações
- Interpolação de valores tabelados
- Resolução de Sistemas de Equações
- Integração numérica
- ...



## 2. Métodos Numéricos

- **Métodos Numéricos** são utilizados para obtenção de uma solução **aproximada** para um problema.
  - O Problema pode **não apresentar** uma solução analítica ou algébrica.
    - Exemplos:
      - Cálculo de Raízes de Polinômios de grau elevado
      - Integrais [uma primitiva pode ser difícil de ser encontrada]
      - A solução algébrica existe mas é trabalhosa: grandes sistemas, interpolação polinomial para **muitos** pontos, etc..

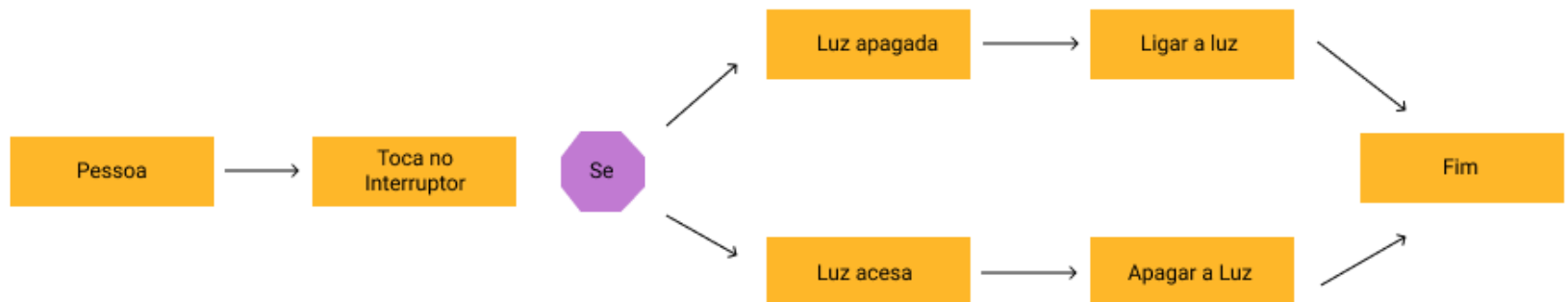


## 2. Métodos Numéricos

- **O Problema possui uma solução numérica ou computacional**
  - Existe um algoritmo/método para a solução numérica do problema.
- **Solução numérica**
  - é um conjunto de dados numéricos que fornecem uma **aproximação** para a solução **exata** do problema.
  - uma **aproximação** pode ser obtida em **grau crescente de exatidão**.

### 3. Algoritmo

- Um algoritmo é uma seqüência finita de instruções bem definidas, cada uma das quais devendo ser executadas em um intervalo de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita.
- Um algoritmo não representa, necessariamente, um programa de computador, e sim os passos necessários para realizar uma tarefa.



## 3.1 Seleção do Algoritmo

**A escolha do algoritmo/método pode envolver:**

- Precisão desejada para os resultados
- Capacidade do método em conduzir para os resultados em um tempo desejado (velocidade de convergência)
- Esforço/custo computacional (tempo de processamento, memória necessária, ...) para a resolução.





## 4. Solução Numérica

- Elaboração de um algoritmo (roteiro/método de cálculo):
  - **descrição seqüencial dos passos que caracterizam o algoritmo (método) para solução numérica do problema;**
- Uma **solução numérica**, por vezes, pode ser encontrada/implementada *manualmente* utilizando uma simples calculadora e um roteiro/método de cálculo.
- Uma **solução numérica** pode ser encontrada/implementada utilizando um computador e um roteiro/método de cálculo escrito em uma linguagem de programação.

# 5. Técnicas do Cálculo Numérico

## 5.1 Processamento Iterativo \*

Um método iterativo se caracteriza por envolver os seguintes elementos de **iteração**:

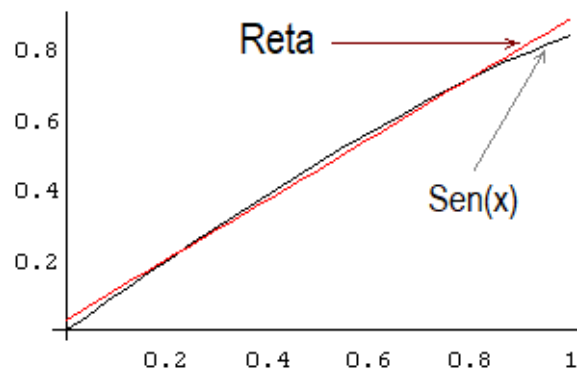
- **Aproximação inicial:** uma primeira aproximação/solução do problema numérico.
- **Teste de parada:** sinaliza quando o procedimento iterativo pode ser finalizado (a “solução” foi encontrada .... ou não!).

\*Iteração: é a repetição sucessiva de um processo.

# 5. Técnicas do Cálculo Numérico

## 5.2 Aproximação Local

- Aproximar uma função por outra que seja de manuseio mais simples.
- **Por exemplo:**
- Aproximar uma função não linear por uma função linear em um determinado intervalo do domínio das funções.



## 6. Erros numéricos e consequências

### Lançamento de mísseis:

(25/02/1991 – Guerra do Golfo – míssil *Patriot*)



## 6. Erros numéricos e consequências

### **Explosão de foguetes:**

**(04/06/1996 – Guiana Francesa – foguete *Ariane 5*)**



## 6.1 Definição de Erros

- **Erro Absoluto (Ea).**
  - **Ea** = valor\_real – valor\_aproximado
    - *Exemplo 1:*
      - **Ea** = 2123544.5 – 2123542.7 = 1.8
    - *Exemplo 2:*
      - **Ea** = 0.234 – 0.128 = 0.106

**Notação: separador decimal → “.”**

## 6.1 Definição de Erros

- **Erro Relativo (Er)**

- $Er = Ea / \text{valor\_real}$

- **Exemplo 1:**

- $Er = 1.8/2123544.5 = 0.0000008 = 0.00008\%$  !

- **Exemplo 2:**

- $Er = 0.106/0.234 = 0.45299 = 45.299\%$  !

- **Conclusão:** O erro relativo (**Er**) pode avaliar melhor a precisão de um cálculo efetuado!

## 6.2 Tipos de Erros

- **Erro Inicial**

- Medida mal feita ou mal expressa, etc...

- **Erro de Truncamento**

- **734.68 >> 734**

- **Erro de Arredondamento:**

- se o dígito abandonado for  $\geq 5$  então soma-se +1 ao dígito vizinho que ficou.

- **734.68 >> 734.7 >> 735**



## 6.3. Erro na Representação Computacional

- $(0.1)_{10} = (0,0001100110011\dots)_2$

na representação computacional (binária).

- **Exemplo:** Faça um programa para calcular:

$$\sum_{i=1}^{1000} 0.1$$

o resultado é diferente de 100!

## 6.4 Erro: Propagação e Condicionamento

- **Propagação do erro**

Ex:  $\sqrt{2} + \sqrt{2}$

- A soma de 2 termos imprecisos gera um resultado muito mais impreciso!

- **Condicionamento**

- Operação mal-condicionada:

- **pequeno** erro no dado inicial implica em **GRANDE** erro final

- Operação bem-condicionada

- **pequeno** erro no dado inicial implica em **pequeno** erro final

## 7. Representação em Ponto Flutuante

Exemplos de escritas em ponto flutuante e notação da mantissa, base e expoente:

<i>número na base decimal</i>	<i>representação em ponto flutuante</i>	<i>mantissa</i>	<i>base</i>	<i>exp</i>
1532	$0.1532 \times 10^4$	0.1532	10	4
15.32	$0.1532 \times 10^2$	0.1532	10	2
0.00255	$0.255 \times 10^{-2}$	0.2550	10	-2
10	$0.10 \times 10^2$	0.1000	10	1

## 7. Representação em Ponto Flutuante

### Exemplo:

O número  $0.1532 \times 10^4$  em notação de Ponto Flutuante **poderia** ser representado em máquina no seguinte formato:

Sinal	Expoente	Mantissa (Digitos da Fração)
+	4	1552

## 7.1 Aritmética em Ponto Flutuante e Erro

- **Exemplo**

- Seja um computador hipotético:
  - Base 10 (representação decimal)
  - Mantissa = 4 dígito (fixo!)
- Escreva o número 734.68 na memória do computador hipotético.

## 7.1 Aritmética em Ponto Flutuante e Erro

- Solução

<i>Número na base decimal</i>	<i>Representação em ponto flutuante</i>	<i>mantissa</i>	<i>base</i>	<i>Expoente</i>
734.68	$0.73468 \times 10^3$	0.73468	10	3

**representação em máquina**

Sinal	valor de $e$	mantissa = 4 dígitos
-------	--------------	----------------------

**por truncamento**

+	3	7346
---	---	------

**ou por arredondamento**

+	3	7347
---	---	------

## 8. Algarismos Significativos

- São todos aqueles, contados **da esquerda para a direita**, a partir do primeiro algarismo diferente de zero.

- Exemplos:

- |                          |                                     |
|--------------------------|-------------------------------------|
| • 45.30                  | >> tem 4 algarismos significativos. |
| • 0.0595                 | >> tem 3 algarismos significativos. |
| • 0.0450                 | >> tem 3 algarismos significativos. |
| • $0.6 \times 10^2$      | >> tem 1 algarismo significativo.   |
| • $5.79 \times 10^1$     | >> tem 3 algarismo significativo.   |
| • $5.789600 \times 10^1$ | >> tem 7 algarismo significativo.   |

## 8. Algarismos Significativos

:

- **1) A posição da vírgula não influi no número de algarismos significativos.**

- Exemplo:

- $0.0240 \text{ m} = 3$

- $0.240 \times 10^{-1} \text{ m} = 3$

- $0.240 \text{ dm} = 3$

- $2.40 \text{ cm} = 3$

- >> todas as notações têm 3 algarismo significativo!

- **2) Zeros à direita são significativos!**

Exemplo:

- $0.024\underline{0} \text{ m}$



## 8. Algarismos Significativos

### 3) Operação com Algarismos Significativos

Sejam 5202g, 5202g e 5203g três pesagens do mesmo objeto aferidas em um depósitos.

Como expressar a média aritmética (ma)?

- $ma = (p_1 + p_2 + p_3)g / 3 = (15607g) / 3 = 5202.333g$
- Porém como os dados iniciais estão dados com 4 algarismos significativos, o correto é dar o resultado com a mesma quantidade de algarismo significativos!
- Portanto  $ma = 5202g$  !

## 8.1 Algarismos Corretos e Duvidoso

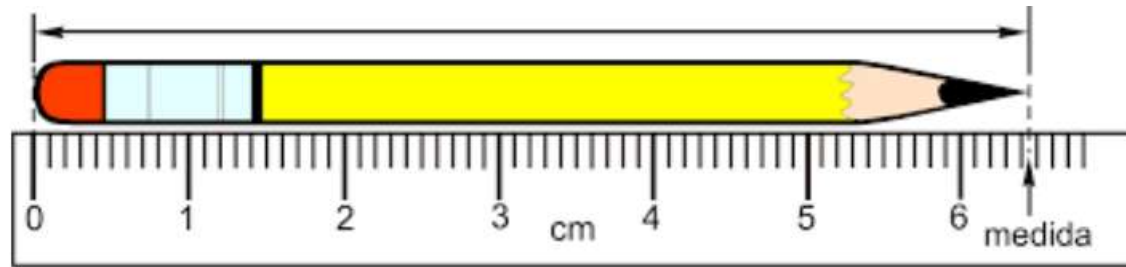
- Os **Algarismos significativos** de um número são aqueles que podem ser usados com confiança. Correspondem ao número de algarismos corretos de uma medida **mais um** algarismo estimado (ou duvidoso).

## 8.1 Algarismos Corretos e Duvidoso

- **Exemplo:**
- Seja **3.56m** a medida do pé direito(altura do piso ao teto) de uma sala de aula. Portanto a medida possui **três** algarismos significativos.

Podemos avaliar na prática que 3 e 5 são algarismos **corretos**, pela “facilidade” de obtenção da medida **3.5**. Porém o **6** é um algarismo **duvidoso**, pois está sujeito a variação conforme a habilidade de quem fez a medida, a precisão do instrumento utilizado, as condições de acesso na medição e o arredondamento ou truncamento final.

# Obrigado pela Atenção!



Fique atento e focado! Vem aí a lista de atividades dessa unidade!