Ec. rectas notables en un triángulo

Como recordarás del curso de geometría plana (segundo semestre), las rectas notables de un triángulo son:

Medianas: Una mediana es la recta que pasa por el punto medio de un lado del triángulo y el vértice opuesto.

Alturas: Una altura es la recta que es perpendicular a un lado y pasa por el vértice opuesto.

Mediatrices: Una mediatriz es la recta que pasa por el punto medio de un lado y es perpendicular al mismo.

Bisectrices: Una bisectriz es la recta que divide a un ángulo en dos partes iguales.

En esta sección encontraremos las ecuaciones de las rectas notables de triángulos.

De manera analítica verificaremos algunas cosas que ya estudiamos en geometría plana.

Medianas

Como ya se dió la definición de mediana, vamos directamente a un ejemplo.

El triángulo $\triangle ABC$ tiene sus vértices en los puntos $A(-3,-2)$, $B(3,0)$ y $C(-1,2)$. Encuentra la ecuación de la mediana que pasa por el punto medio del lado $\overline{AB}$. **Ejemplo 1**

- Empezamos calculando las coordenadas del punto medio del lado $\overline{AB}$:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \bar{x} &= \frac{-3+3}{2} \\ \bar{x} &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \bar{y} &= \frac{-2+0}{2} \\ \bar{y} &= -1 \end{aligned}$$

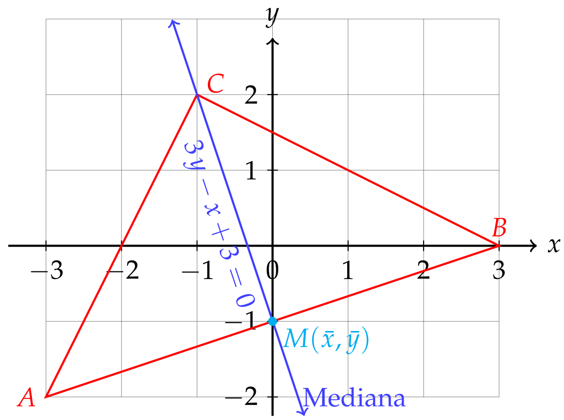
- Ahora sabemos que esa mediana pasa por los puntos $M(0,-1)$ y el vértice opuesto al lado $\overline{AB}$, es decir, por el punto $C(-1,2)$.
- Ya tenemos dos puntos, podemos encontrar la ecuación de la recta.
- Calculamos la pendiente de la mediana:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0+2}{3+3} = \frac{1}{3}$$

- Ahora encontramos la ecuación de la recta usando la forma punto-pendiente:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - (-1) &= \left(\frac{1}{3}\right)(x-0) \\ y + 1 &= \frac{1}{3}\,x \\ 3\,(y+1) &= x \\ 3\,y + 3 - x &= 0 \end{aligned}$$

- Entonces, la ecuación de esa mediana es: $x - 3y - 3 = 0$.
- La siguiente figura muestra la situación del problema:



Reto 1

Simplemente observando la figura del ejemplo anterior y sin utilizar álgebra, encuentra la ecuación de la mediana que pasa por el punto medio del lado $\overline{AC}$.

Podemos generalizar este problema un poco más si en lugar de encontrar la ecuación de una mediatriz solamente, nos avocamos a calcular las ecuaciones de las tres mediatrices del triángulo.

Podemos generalizar todavía más este problema si nos decidimos calcular la mediatriz de un triángulo que pasa por el punto medio de un lado dadas las coordenadas de sus vértices: $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ y $C(x_c, y_c)$.

Siempre que tengas que calcular una ecuación, particularmente en estos problemas, se sugiere que siempre dibujes primero un gráfico que ilustre la situación.

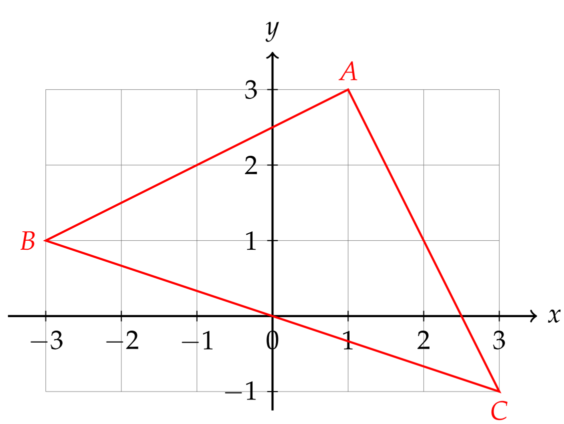
Así tendrás acceso a información que no es evidente del texto del problema.

La gráfica siempre te ayudará de guia para tener orden en tus procedimientos y cálculos.

Ejemplo 2

Calcula las ecuaciones de las tres medianas del triángulo que tiene sus vértices en los puntos $A(1, 3)$, $B(-3, 1)$ y $C(3, -1)$.

- Vamos a dibujar un gráfico para ordenar ideas:

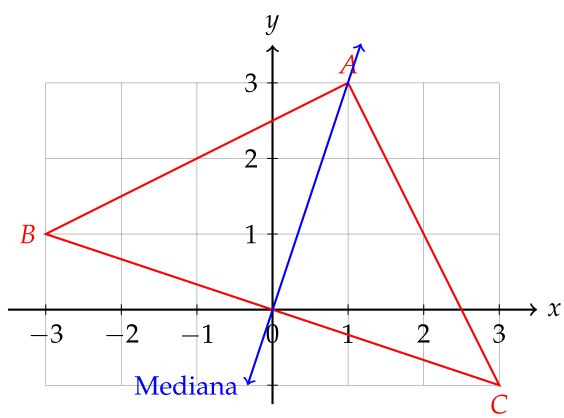


- Para tener un orden, primero vamos a calcular la mediana que pasa por el vértice A, después la mediana que pasa por el punto B y finalmente la que pasa por el punto C.

- **Mediana que pasa por $A(1,3)$**
- Calculamos las coordenadas del punto medio del lado $\overline{BC}$:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \bar{x} &= \frac{-3+3}{2} \\ \bar{x} &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \bar{y} &= \frac{1-1}{2} \\ \bar{y} &= 0 \end{aligned}$$

- El punto medio del lado $\overline{BC}$ es el origen del sistema de coordenadas.



- Ahora encontramos la pendiente de la mediana que pasa por los puntos $M_{BC}(0,0)$ y $A(1,3)$:

$$m = \frac{3-0}{1-0} = 3$$

- Ahora sustituimos los datos conocidos en la ecuación de la recta en la forma punto-pendiente:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - 0 &= 3\,(x - 0) \\ y &= 3\,x \end{aligned}$$

- Entonces, la ecuación de la mediana que pasa por el punto medio del lado $\overline{BC}$ y por el vértice $A(1,3)$ es:

$$3\,x - y = 0$$

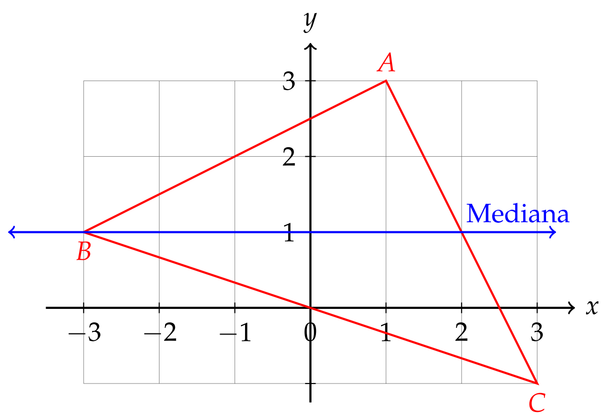
- **Mediana que pasa por $B(-3,1)$**
- Calculamos el punto medio del lado $\overline{AC}$:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \bar{x} &= \frac{1+3}{2} \\ \bar{x} &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \bar{y} &= \frac{3-1}{2} \\ \bar{y} &= 1 \end{aligned}$$

- El punto medio del segmento es: $M_{AC}(2, 1)$.
- Calculamos la pendiente de la mediana que pasa por los puntos: $M_{AC}(2, 1)$ y $B(-3, 1)$

$$m = \frac{1-1}{-3-2} = 0$$

- La pendiente de esta recta es cero.
- Esto nos indica que la recta es horizontal.



- Calculamos la ecuación con la ecuación en su forma punto-pendiente:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - 1 &= 0\,(x - (-3)) \\ y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

- Esta es la ecuación de la mediana.

- **Mediana que pasa por** $C(3, -1)$
- Calculamos el punto medio del lado $\overline{AB}$:

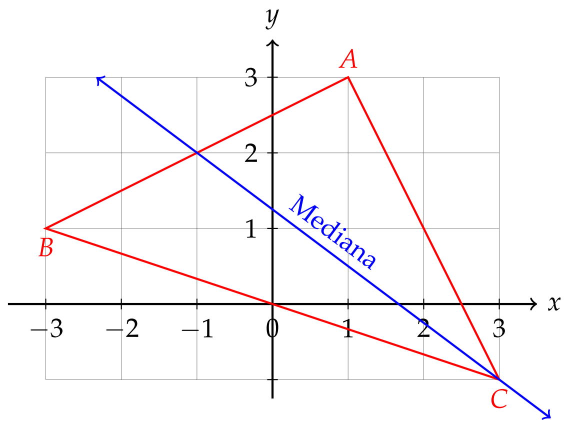
$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \bar{x} &= \frac{1-3}{2} \\ \bar{x} &= -1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \bar{y} &= \frac{3+1}{2} \\ \bar{y} &= 2 \end{aligned}$$

- Es decir, $M_{AB}(-1, 2)$.
- Ahora calculamos la pendiente de la mediana, sabiendo que pasa por los puntos $M_{AB}(-1, 2)$ y $C(3, -1)$:

$$m = \frac{-1-2}{3-(-1)} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

- Ahora calculamos la ecuación de la mediana usando los datos que ya conocemos:

$$\begin{aligned} y - (-1) &= \left(-\frac{3}{4}\right)(x - 3) \\ 4\,(y + 1) &= -3\,(x - 3) \\ 4\,y + 4 &= -3\,x + 9 \\ 3\,x + 4\,y - 5 &= 0 \end{aligned}$$



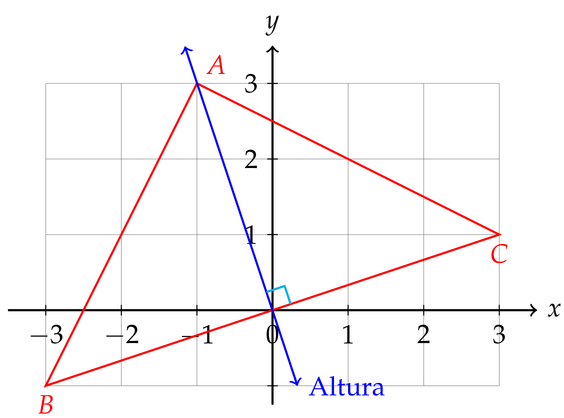
Verifica que las tres medianas del triángulo del ejemplo anterior se cortan en un solo punto. **Reto 2**

Alturas

Debes recordar que una altura es la recta que es perpendicular a un lado del triángulo y que pasa por el vértice opuesto al lado considerado.

Un triángulo tiene sus vértices en los puntos $A(-1,3)$, $B(-3,-1)$ y $C(3,1)$. Calcula la ecuación de la altura del triángulo que pasa por el vértice A. **Ejemplo 3**

- Dado que la altura es perpendicular a la base, tenemos que encontrar la pendiente de la base y podremos entonces calcular la pendiente de la altura con la condición de perpendicularidad.



- En este caso, las base es el lado $\overline{BC}$.
- Calculamos su pendiente:

$$m_{BC} = \frac{1-(-1)}{3-(-3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- La pendiente de la altura es igual al recíproco de signo cambiado de la pendiente del lado $\overline{BC}$:

$$m_{\perp BC} = -\frac{1}{m_{BC}} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)} = -3$$

- Ahora podemos calcular la ecuación de la recta, porque sabemos que pasa por el punto $A(-1, 3)$ y tiene pendiente $m = 3$.

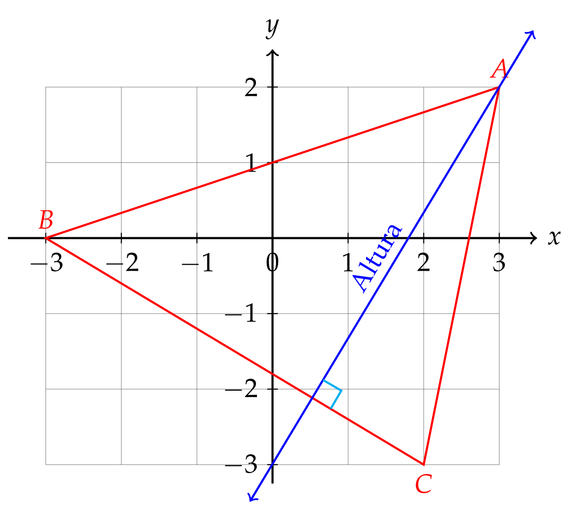
$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - 3 &= -3\,(x - (-1)) \\ y - 3 &= -3\,x - 3 \\ 3\,x + y &= 0 \end{aligned}$$

Ahora vamos a calcular las ecuaciones de las tres alturas de un triángulo.

Ejemplo 4 Un triángulo tiene sus vértices en los puntos $A(3, 2)$, $B(-3, 0)$ y $C(2, -3)$. Calcula las ecuaciones de cada una de sus alturas.

- Iniciamos calculando en el orden alfabético.
- Primero calculamos la ecuación de la altura que pasa por el punto $A(3, 2)$ y es perpendicular al lado $\overline{BC}$.

- **Altura que pasa por el punto $A(3, 2)$**



- Calculamos la pendiente del lado $\overline{BC}$

$$m_{BC} = \frac{-3 - 0}{2 - (-3)} = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$$

- La pendiente de la altura es el recíproco de signo cambiado, porque es perpendicular al lado $\overline{BC}$:

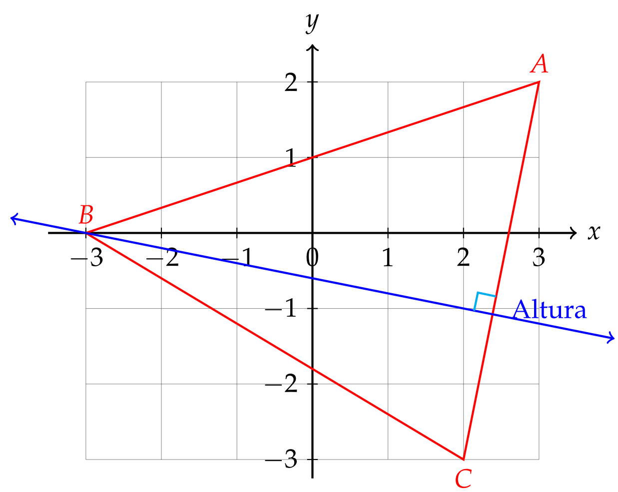
$$m_{h_A} = -\frac{1}{m_{BC}} = -\frac{1}{\left(-\frac{3}{5}\right)} = \frac{5}{3}$$

- Ahora podemos calcular la ecuación de esa altura, porque ya conocemos su pendiente y un punto por el cual pasa:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - 2 &= \left(\frac{5}{3}\right)(x-3) \\ 3\,(y-2) &= 5\,(x-3) \\ 3\,y - 6 &= 5\,x - 15 \\ -5\,x + 3\,y + 9 &= 0 \end{aligned}$$

- Entonces, la ecuación de la altura es: $5\,x - 3\,y - 9 = 0$.
- Vamos con el siguiente caso.

- **Altura que pasa por el punto** $B(-3,0)$



- Calculamos la pendiente del lado AC:

$$m_{AC} = \frac{-3-2}{2-3} = \frac{-5}{-1} = 5$$

- La pendiente de esta altura es:

$$m_{h_B} = -\frac{1}{m_{AC}} = -\frac{1}{5}$$

- Y la ecuación de esta altura es:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - 0 &= -\frac{1}{5}\,(x - (-3)) \\ 5\,y &= -x - 3 \\ x + 5\,y + 3 &= 0 \end{aligned}$$

- Vamos con el último caso

- **Altura que pasa por el punto $C(2,-3)$**
- Calculamos la pendiente del lado $\overline{AB}$:

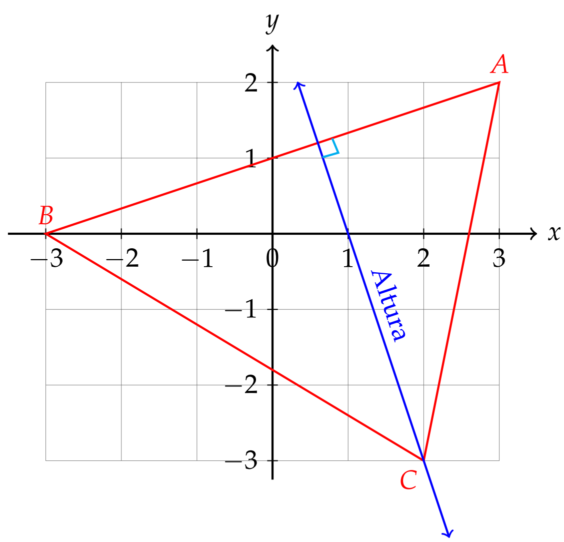
$$m_{AB} = \frac{2-0}{3-(-3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- Ahora podemos conocer la pendiente de esta altura:

$$m_{h_C} = -\frac{1}{m_{AB}} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)} = -3$$

- Finalmente, calculamos la ecuación de esta altura:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - (-3) &= -3\,(x-2) \\ y + 3 &= -3\,x + 6 \\ 3\,x + y - 3 &= 0 \end{aligned}$$



Mediatrices

Ya sabemos que la mediatriz de un segmento es la recta que pasa por su punto medio y además es perpendicular al mismo.

Ejemplo 5 Un triángulo tiene sus vértices en los puntos $A(0,-3)$, $B(3,2)$ y $C(-1,1)$. Encuentra la mediatriz del lado $\overline{AB}$.

- Sabemos que la mediatriz pasa por el punto medio del lado $\overline{AB}$.
- Por eso necesitamos conocer la pendiente de ese lado:

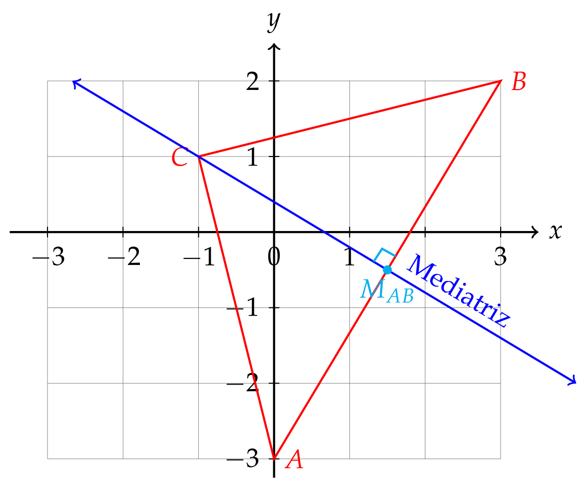
$$m_{AB} = \frac{2-(-3)}{3-0} = \frac{5}{3}$$

- La pendiente de la mediatriz, por ser perpendicular al lado $\overline{AB}$ es:

$$m_{\perp AB} = -\frac{1}{m_{AB}} = -\frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)} = -\frac{3}{5}$$

- Ya conocemos la pendiente de la mediatriz, pero necesitamos conocer, además, un punto por el cual pase.
- Ese punto es el punto medio del lado $\overline{AB}$:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \bar{x} &= \frac{0+3}{2} \\ \bar{x} &= \frac{3}{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \bar{y} &= \frac{-3+2}{2} \\ \bar{y} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



- Ahora podemos calcular la ecuación de esta mediatriz:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - \frac{1}{2} &= \left(-\frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) \\ 5\left(y - \frac{1}{2}\right) &= -3,\left(x - \frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

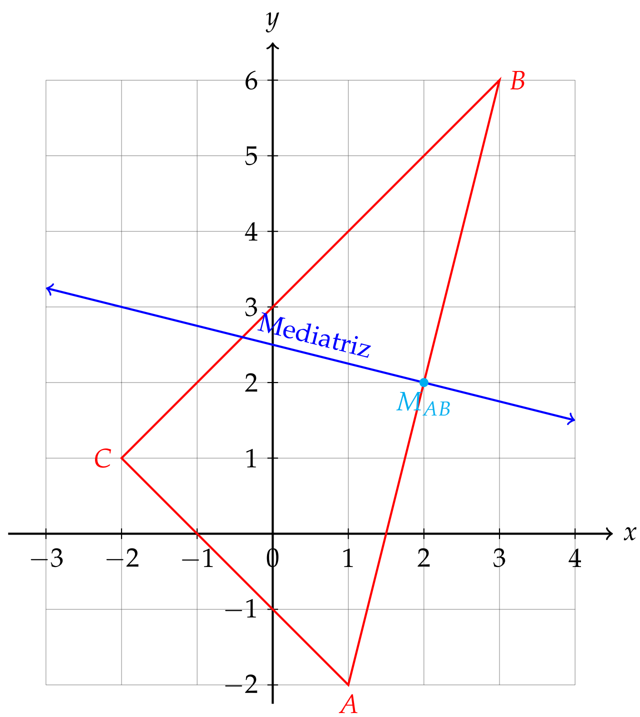
$$\begin{aligned} 5\,y - \frac{5}{2} &= -3\,x + \frac{9}{2} \\ 3\,x + 5\,y - 7 &= 0 \end{aligned}$$

- Esta es la ecuación de la mediatriz del lado $\overline{AB}$.

Un triángulo tiene sus vértices en los puntos $A(1,-2)$, $B(3,6)$ y $C(-2,1)$. Encuentra las ecuaciones de las mediatrices de todos sus lados. **Ejemplo 6**

- De nuevo, iniciamos en orden alfabético.

- **Mediatriz del lado $\overline{AB}$**



- Calculamos la pendiente del lado $\overline{AB}$:

$$m = \frac{6-(-2)}{3-1} = \frac{8}{2} = 4$$

- La pendiente de la mediatriz la calculamos con la condición de perpendicularidad:

$$m_{\perp AB} = -\frac{1}{m_{AB}} = -\frac{1}{4}$$

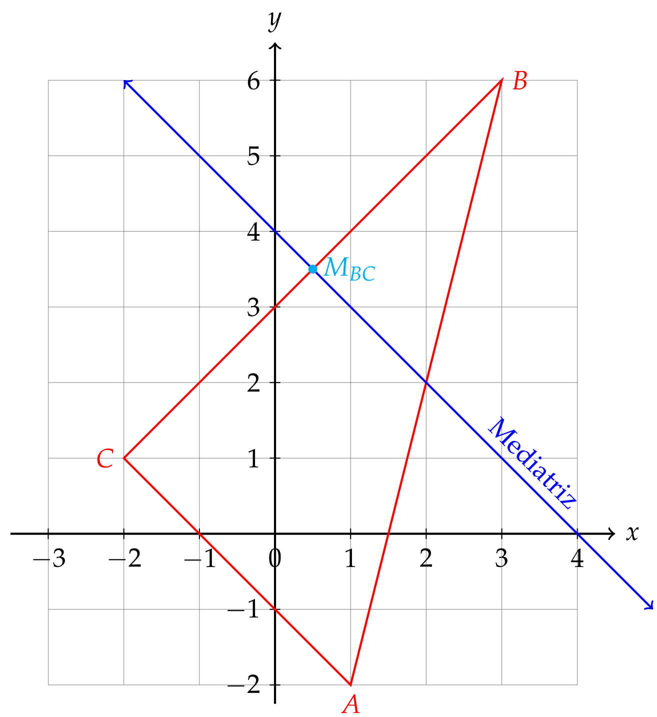
- Conocemos una condición. (La pendiente de la mediatriz)
- Falta la segunda: un punto por donde debe pasar la mediatriz.
- Calculamos el punto medio de ese mismo lado:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1+x_2}{2} \\ \bar{x} &= \frac{1+3}{2} \\ \bar{x} &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y_1+y_2}{2} \\ \bar{y} &= \frac{-2+6}{2} \\ \bar{y} &= 2 \end{aligned}$$

- Ahora calculamos la ecuación de la recta con la forma punto-pendiente:

$$\begin{aligned}
y - y_1 &= m\,(x - x_1)\\
y - 2 &= \left(-\frac{1}{4}\right)(x - 2)\\
4\,(y - 2) &= -(x - 2)\\
4\,y - 8 &= -x + 2\\
x + 4\,y - 10 &= 0
\end{aligned}$$

- **Mediatriz del lado $\overline{BC}$**



- Encontramos el valor de la pendiente del lado $\overline{BC}$:

$$m = \frac{1-6}{-2-3} = \frac{-5}{-5} = 1$$

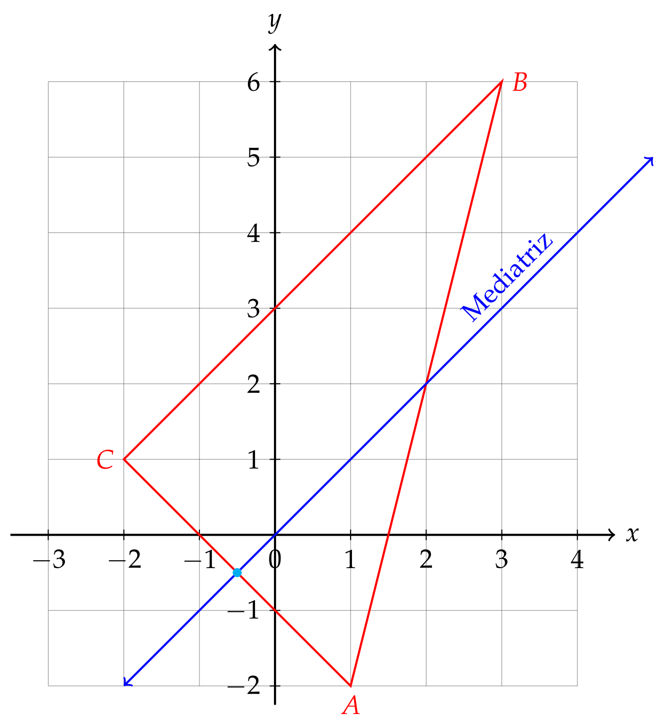
- La pendiente de la mediatriz de este lado debe ser -1.
- Ahora calculamos las coordenadas del punto medio de ese lado.

$$\begin{aligned}
\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\
\bar{x} &= \frac{3-2}{2} \\
\bar{x} &= \frac{1}{2}
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\
\bar{y} &= \frac{6+1}{2} \\
\bar{y} &= \frac{7}{2}
\end{aligned}$$

- Ahora podemos calcular la ecuación de la mediatriz de ese lado:

$$\begin{aligned}
y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\
y - \frac{7}{2} &= (-1)\left(x - \frac{1}{2}\right) \\
y - \frac{7}{2} &= -x + \frac{1}{2} \\
2\,y - 7 &= -2\,x + 1 \\
2\,x + 2\,y - 8 &= 0 \\
x + y - 4 &= 0
\end{aligned}$$

- **Mediatriz del lado $\overline{AC}$**



- Empezamos calculando la pendiente de este lado:

$$m = \frac{1 - (-2)}{-2 - 1} = \frac{3}{-3} = -1$$

- La pendiente de la mediatriz de este lado es: 1
- Ahora calculamos el punto medio de este lado:

$$\begin{aligned}
\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} & \bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\
\bar{x} &= \frac{-2 + 1}{2} & \bar{y} &= \frac{-2 + 1}{2} \\
\bar{x} &= -\frac{1}{2} & \bar{y} &= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

- Finalmente, calculamos la ecuación de la mediatriz con los datos que acabamos de encontrar:

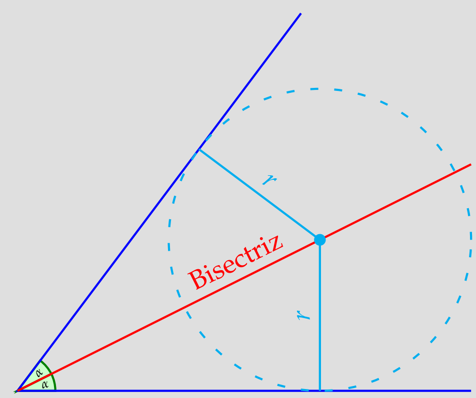
$$\begin{aligned}
y - y_1 &= m\,(x - x_1)\\
y - \left(-\frac{1}{2}\right) &= (1)\,\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\\
y + \frac{1}{2} &= x + \frac{1}{2}\\
y &= x
\end{aligned}$$

Verifica que las tres mediatrices del triángulo del ejemplo anterior se cortan en un solo punto. **Reto 3**

Bisectrices

Una bisectriz es la recta que divide a un ángulo en dos partes iguales. Podemos decir que la bisectriz es el eje de simetría del ángulo. Vamos a encontrar bisectrices de los ángulos de triángulos. Para eso, primero tenemos que recordar la siguiente propiedad de la bisectriz de un ángulo:

Cada punto de la bisectriz equidista de los lados del ángulo:



También vamos a necesitar la siguiente propiedad del valor absoluto:

$$\text{Si } |x| = a \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} \text{bien } x = a,\\ \text{bien } x = -a \end{cases}$$

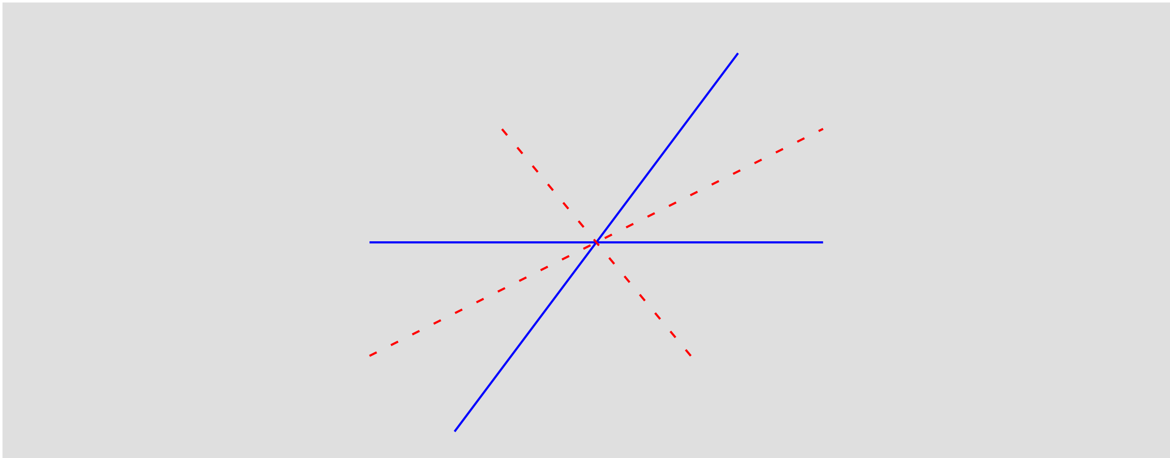
Para verificar que esto se cumple, puedes dar valores al número a y sustituir en la propiedad.

Por ejemplo, supongamos que $a = 5$. Entonces, $|x| = 5$ se cumple para $x = 5$ y para $a = -5$ también porque $|-5| = 5$.

Vamos a utilizar esta propiedad en la fórmula para calcular la distancia de un punto a una recta. En esta fórmula está incluida la función valor absoluto (en el numerador).

Entonces, tendremos dos soluciones, una cuando el argumento de esa función sea positivo y otra cuando el argumento sea negativo.

Y esto tiene sentido geométricamente, porque para dos rectas que se cortan, podemos encontrar dos bisectrices:

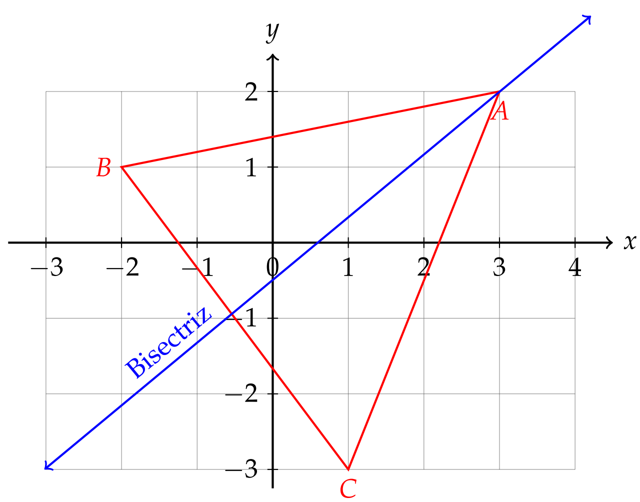


Nosotros solamente nos preocuparemos en que la bisectriz realmente esté dentro del triángulo. Para esto, vamos a necesitar graficar la ecuación de la bisectriz que hayamos obtenido de nuestros cálculos y verificar que es así.

Otra forma de verificar consiste en calcular la distancia a un punto y ver gráficamente que la medida tiene sentido con respecto a la bisectriz que calculamos y que no tendría sentido con respecto a la otra bisectriz.

Ejemplo 7 Calcula la ecuación de la bisectriz que pasa por el vértice A del triángulo que tiene sus vértices en los puntos $A(3,2)$, $B(-2,1)$ y $C(1,-3)$

- Empezamos graficando el triángulo y vemos de qué lados equidistan los puntos de esa bisectriz:



- De la figura es evidente que la bisectriz equidista de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$.
- Entonces, primero debemos encontrar las ecuaciones de esos lados del triángulo.

- **Ecuación del lado $\overline{AB}$**
- Primero calculamos su pendiente:

$$m_{AB} = \frac{2-1}{3+2} = \frac{1}{5}$$

- Ahora podemos calcular su ecuación:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m\,(x - x_1) \\ y - 2 &= \left(\frac{1}{5}\right)(x-3) \\ 5\,(y-2) &= x - 3 \\ 5\,y - 10 &= x - 3 \\ x - 5\,y + 7 &= 0 \end{aligned}$$

- Ya encontramos la ecuación del lado $\overline{AB}$.

- **Ecuación del lado $\overline{AC}$**
- Calculamos su pendiente:

$$m_{AC} = \frac{-3-2}{1-3} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

- Ahora calculamos su ecuación:

$$\begin{aligned} y - 2 &= \left(\frac{5}{2}\right)(x-3) \\ 2\,(y-2) &= 5\,(x-3) \\ 2\,y - 4 &= 5\,x - 15 \\ 5\,x - 2\,y - 11 &= 0 \end{aligned}$$

- **Ecuación de la bisectriz**
- Sabemos que todo punto $P(x, y)$ sobre la bisectriz, equidista de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$.
- Algebraicamente, esto se representa como:

$$\frac{|5\,x - 2\,y - 11|}{\sqrt{25+4}} = \frac{|x - 5\,y + 7|}{\sqrt{1+25}}$$

- Vamos a resolver esta ecuación.
- Observa que tenemos dos valores absolutos.
- **Caso I**
- Primero vamos a considerar los argumentos de ambos valores absolutos positivos.

$$\begin{aligned} \frac{5\,x - 2\,y - 11}{\sqrt{29}} &= \frac{x - 5\,y + 7}{\sqrt{26}} \\ \sqrt{26}\,(5\,x - 2\,y - 11) &= \sqrt{29}\,(x - 5\,y + 7) \\ 5\sqrt{26}\,x - 2\sqrt{26}\,y - 11\sqrt{26} &= \sqrt{29}\,x - 5\sqrt{29}\,y + 7\sqrt{29} \end{aligned}$$

- Ahora podemos simplificar esta ecuación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \left(5\sqrt{26} - \sqrt{29}\right)x + \left(5\sqrt{29} - 2\sqrt{26}\right)y - \left(11\sqrt{26} + 7\sqrt{29}\right) &= 0 \\ 20.1099\,x + 16.7278\,y - 93.7854 &= 0 \end{aligned}$$

- Ahora debemos verificar que esta ecuación es la de la mediatriz que corta al ángulo interno del triángulo.
- Para eso, despejamos y y obtenemos:
$$y = \frac{-20.1099\,x + 93.7854}{16.7278} = -1.2\,x + 5.6$$
- En esta ecuación la pendiente es negativa, lo que nos indica que la recta es decreciente.
- Es decir, cuando incrementamos en x hay una disminución en y.
- Pero la gráfica de la bisectriz es creciente, por lo que tenemos que ir al siguiente caso.

- **Caso II**
- Ahora vamos a intentar resolver con un argumento de la función valor absoluto positivo y el otro negativo.
$$\begin{aligned}
\frac{-(5\,x - 2\,y - 11)}{\sqrt{29}} &= \frac{x - 5\,y + 7}{\sqrt{26}}\\
\frac{-5\,x + 2\,y + 11}{\sqrt{29}} &= \frac{x - 5\,y + 7}{\sqrt{26}}\\
\sqrt{26}\,(-5\,x + 2\,y + 11) &= \sqrt{29}\,(x - 5\,y + 7)\\
-5\sqrt{26}\,x + 2\sqrt{26}\,y + 11\sqrt{26} &= \sqrt{29}\,x - 5\sqrt{29}\,y + 7\sqrt{29}
\end{aligned}$$
- Simplificando, obtenemos:
$$\begin{aligned}
-\left(5\sqrt{26} + \sqrt{29}\right)\,x + \left(2\sqrt{26} + 5\sqrt{29}\right)\,y + \left(11\sqrt{26} - 7\sqrt{29}\right) &= 0\\
-30.8803\,x + 37.1239\,y + 18.3931 &= 0
\end{aligned}$$
- Al despejar y para conocer la pendiente y ordenada al origen de esta ecuación obtenemos:
$$y = \frac{30.8803\,x - 18.3931}{37.1239} = 0.8318\,x - 0.4955$$
- Esta es la ecuación de la mediatriz del ángulo $\angle A$.

En cualquier ejercicio, siempre bastará con probar los dos casos. Pues en estos dos casos están contenidos los 4 posibles casos de la igualdad:
$$\begin{aligned}
\frac{|A_1\,x + B_1\,y + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} &= \frac{|A_2\,x + B_2\,y + C_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}\\
\frac{|\ell_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} &= \frac{|\ell_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}
\end{aligned}$$

Los cuatro casos posibles consisten en que el argumento de las funciones valor absoluto sean, bien positivo, bien negativo.

Créditos

Albert Einstein	Todo debe hacerse tan simple como sea posible, pero no más.

Este material se extrajo del libro *Matemáticas I* escrito por Efraín Soto Apolinar. La idea es compartir estos trucos para que más gente se enamore de las matemáticas, de ser posible, mucho más que el autor.

Autor: Efraín Soto Apolinar.

Edición: Efraín Soto Apolinar.

Composición tipográfica: Efraín Soto Apolinar.

Diseño de figuras: Efraín Soto Apolinar.

Productor general: Efraín Soto Apolinar.

Año de edición: 2010

Año de publicación: Pendiente.

Última revisión: 31 de julio de 2010.

Espero que estos trucos se distribuyan entre profesores de matemáticas de todos los niveles y sean divulgados entre otros profesores y sus alumnos.

Este material es de distribución gratuita.

Profesor, agradezco sus comentarios y sugerencias a la cuenta de correo electrónico:

efrain@aprendematematicas.org.mx