

## Caracterización geométrica

En la sección *Lugares Geométricos* se muestra cómo caracterizar una circunferencia geométricamente, a través de la solución de un ejemplo.

En esta sección vamos a resolver el mismo problema para el caso más general y vamos a detallar un poco más esa solución.

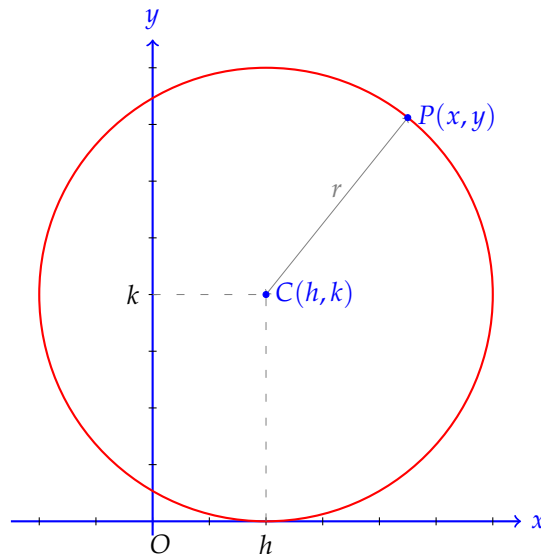
Un punto  $P(x, y)$  se mueve de tal manera que su distancia al punto  $C(h, k)$  siempre es igual a  $r$  unidades. Encuentra la ecuación de este lugar geométrico.

**Ejemplo 1**

- La distancia desde el punto  $P(x, y)$  hasta el punto  $C(h, k)$  siempre es  $r$ .
- Utilizamos la fórmula para encontrar la distancia entre dos puntos.

$$\begin{aligned}\overline{PC} &= r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} \\ r^2 &= (x-h)^2 + (y-k)^2 \\ r^2 &= x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 \\ 0 &= x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2\end{aligned}$$

- Esta ecuación corresponde a una circunferencia de radio  $r$  y centro en el punto  $C(h, k)$ .



Entonces, la ecuación:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

corresponde a una circunferencia de radio  $r$  con centro en el punto  $C(h, k)$ .

Esta misma ecuación puede desarrollarse y obtenemos:

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

la cual podemos reescribir como:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

donde  $D = -2h$ ,  $E = -2k$  y  $F = h^2 + k^2 - r^2$ .

Esta forma de escribir la ecuación de la recta nos permitirá resolver más problemas aún.

El caso particular más sencillo para esta ecuación se obtiene cuando el centro de la circunferencia está en el origen de coordenadas.

Entonces,  $C(h, k)$  es  $C(0, 0)$  y la ecuación de la circunferencia se reduce a:

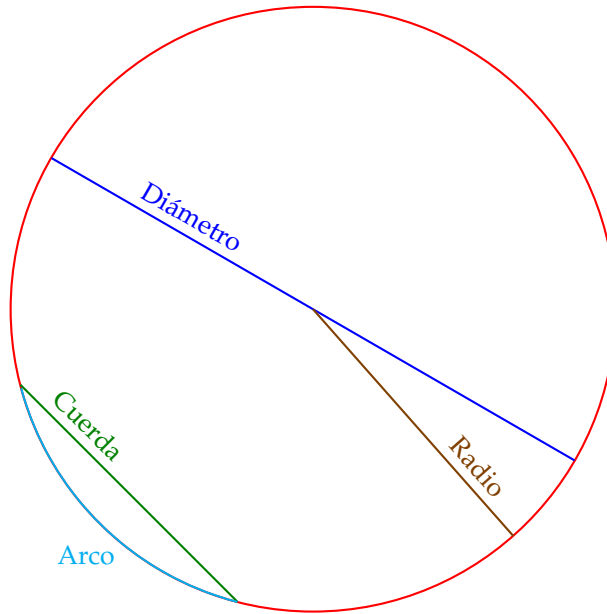
$$\begin{aligned}(x - 0)^2 + (y - 0)^2 &= r^2 \\ x^2 + y^2 &= r^2\end{aligned}$$

Esta es la ecuación que vamos a estudiar para iniciar el estudio de la circunferencia.

### Elementos de la circunferencia

Ahora vamos a definir algunos elementos que son importantes para el estudio de la circunferencia.

En la siguiente figura se muestran los elementos de la circunferencia.



A continuación se dan las definiciones de cada uno de los elementos mostrados en la figura anterior.

**Definición  
1**

**Radio**

*El radio de una circunferencia es el segmento de recta que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera sobre ésta.*

**Definición  
2**

**Cuerda**

*Es un segmento de recta que une dos puntos cualesquiera que pertenecen a la circunferencia.*

**Definición  
3**

**Diámetro**

*Es una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia. Todo diámetro de una circunferencia es el eje de simetría de la misma. El diámetro es la mayor cuerda que se puede trazar a una circunferencia.*

**Arco**

*Es una parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos de la misma que se llaman extremos del arco.*

**Definición  
4**

**Círculo**

*Es la superficie plana limitada por una circunferencia.*

**Definición  
5**

El círculo es el área encerrada por la circunferencia. Desde el punto de vista algebraico corresponde a todos los puntos que satisfacen la desigualdad:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 < r^2$$

Es decir, el círculo son todos los puntos internos a la circunferencia.

**Tangente**

*Es una recta que toca a la circunferencia en uno de sus puntos. El punto donde toca a la circunferencia se llama punto de tangencia.*

*Una tangente siempre es perpendicular al radio que va desde el punto de tangencia hasta el centro de la circunferencia.*

**Definición  
6**

**Secante**

*Una recta secante a una circunferencia es una recta que corta a la circunferencia en dos puntos.*

**Definición  
7**

Es muy fácil observar que una recta toca a una circunferencia en dos puntos cuando su distancia al centro de la circunferencia es menor al radio, en un solo punto cuando su distancia es igual al radio, o en ningún punto cuando su distancia al centro de la circunferencia es mayor al radio.

**Punto interno**

*Un punto es interno o interior a una circunferencia cuando su distancia al centro de la misma es menor al radio.*

**Definición  
8**

**Punto externo**

*Un punto es externo o exterior a una circunferencia cuando su distancia al centro de la misma es mayor al radio.*

**Definición  
9**

## Créditos

Todo debe hacerse tan simple como sea posible, pero no más.

**Albert  
Einstein**

Este material se extrajo del libro *Matemáticas I* escrito por Efraín Soto Apolinar. La idea es compartir estos trucos para que más gente se enamore de las matemáticas, de ser posible, mucho más que el autor.

**Autor:** Efraín Soto Apolinar.

**Edición:** Efraín Soto Apolinar.

Profr. Efraín Soto Apolinar.

**Composición tipográfica:** Efraín Soto Apolinar.

**Diseño de figuras:** Efraín Soto Apolinar.

**Productor general:** Efraín Soto Apolinar.

**Año de edición:** 2010

**Año de publicación:** Pendiente.

**Última revisión:** 31 de julio de 2010.

**Derechos de autor:** Todos los derechos reservados a favor de Efraín Soto Apolinar. México. 2010.

Espero que estos trucos se distribuyan entre profesores de matemáticas de todos los niveles y sean divulgados entre otros profesores y sus alumnos.

Este material es de distribución gratuita.

Profesor, agradezco sus comentarios y sugerencias a la cuenta de correo electrónico:

[efrain@aprendematematicas.org.mx](mailto:efrain@aprendematematicas.org.mx)