SSTlab – *Signals and Systems for Telecommunications Lab*
DEI – Department of Electric and Information Engineering
Politecnico di Bari, Via Edoardo Orabona, 4
70125 – Bari – Italy

ITT Panetti Pitagora Bari – PCTO – Modulo n. 31
A.S. 2021-22

Esperienza teorico pratica:
prof. Cataldo Guaragnella, prof. Francesco Martellotta – PoliBa
prof. Graziano De Scisciolo – PoliBa / ITT Panetti Pitagora
Ricercatori: PhD. Matteo Palieri, j. eng. Antonello Longo

Coordinamento attività PCTO:
prof. Vito Puliafito – PoliBa,
prof.ssa Annalisa Chironi – ITT Panetti Pitagora

Localizzazione indoor basata su beacon acustici

La localizzazione indoor non può generalmente avvalersi del GPS così è necessario prevedere sistemi differenti per poter localizzare, con una certa precisione, un utente dotato di una opportuna applicazione sul suo smartphone all'interno di un ambiente opportunamente strutturato.
In questa esperienza ci concentriamo sulla possibilità di implementare semplicemente un sistema di localizzazione indoor basato sulla trasmissione di segnali acustici a bassa potenza nella banda non udibile e useremo il microfono dello smartphone per ricevere le informazioni acustiche e da queste stimare la posizione in un preassegnato sistema di riferimento.
Per poter affrontare questo studio è necessario ricorrere allo studio dei singoli aspetti teorici che riguardano l'implementazione che si intende realizzare in due fasi:
– una fase di implementazione in linguaggio Python su laptop PC
– una fase successiva di realizzazione di una App Android di localizzazione indoor

La generazione di segnale e la propagazione nello spazio

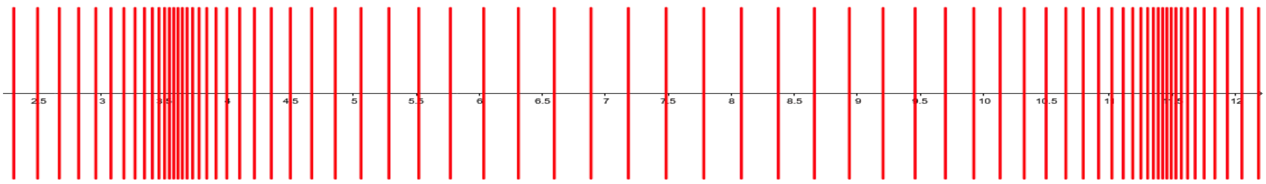
Il suono è la sensazione data dalla vibrazione di un corpo in oscillazione. Tale vibrazione viene generata da una sorgente acustica e si propaga nell'aria o in un qualunque altro mezzo elastico con una velocità di propagazione differente da mezzo a mezzo.
La velocità di propagazione delle onde sonore dipende dalla temperatura e pressione del mezzo attraverso il quale si propagano. Ad esempio, nell'aria secca alla pressione atmosferica di 1 atmosfera, la velocità del suono è di circa 340 m/s (circa 1200 km/h).
L'onda acustica è un'onda di pressione longitudinale, intendendo con ciò che le oscillazioni del mezzo in cui l'onda si propaga sono allineate con la direzione di propagazione creano zone di compressione del mezzo alternate a zone di dilatazione del mezzo. Le oscillazioni, quindi, sono spostamenti delle particelle del mezzo intorno alla loro posizione di riposo, dovute all'aumento o diminuzione della pressione acustica; gli spostamenti sono provocati da movimenti vibratori, provenienti da un determinato oggetto, chiamato sorgente del suono, il quale trasmette il proprio movimento alle particelle adiacenti grazie alle proprietà meccaniche del mezzo; le particelle a loro volta, iniziando ad oscillare, trasmettono il movimento alle altre particelle vicine e queste a loro volta ad altre ancora, provocando una variazione locale della pressione. In questo modo, un semplice movimento vibratorio si propaga meccanicamente originando un'onda sonora (o onda acustica), che è pertanto onda longitudinale.

Si parla di onda longitudinale quando le particelle del mezzo in cui si propaga l'onda, oscillano lungo la direzione di propagazione.

Se consideriamo una vibrazione acustica di tipo sinusoidale, la distanza tra due zone di compressione (ad un certo istante) è pari alla lunghezza d'onda della vibrazione in esame.
La relazione tra la frequenza e la lunghezza d'onda è data dalla legge del moto uniforme:

spazio = velocità x tempo

In figura si riporta un esempio di onda di propagazione longitudinale.



Indicando con λ la lunghezza d'onda, con c la velocità del suono nel mezzo considerato e con T il periodo della sinusoide considerata, si ha:

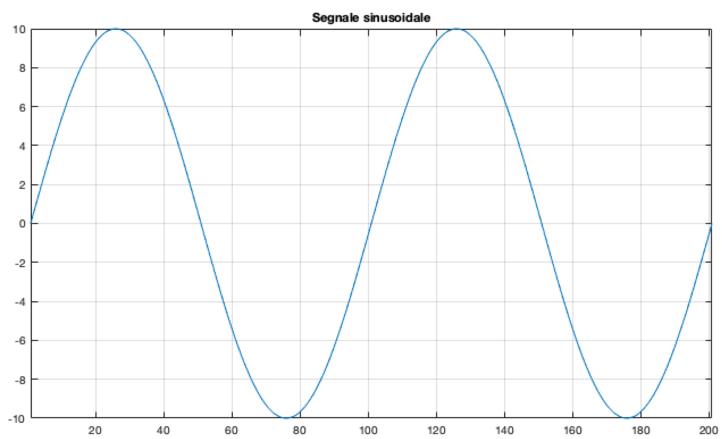
$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f_o} \qquad (1)$$

in cui nella (1) la quantità f_o corrisponde alla frequenza della sinusoide scelta e risulta data dall'inverso del periodo, T.

Un'onda sinusoidale possiamo rappresentarla come una funzione del tempo, intendendo che la pressione istantanea generata dalla sorgente acustica dipende dall'istante di tempo e varia come definito dalla funzione. Indicando quindi con $x(t)$ la funzione del tempo che determina la pressione acustica, nel caso di segnale sinusoidale si ha:

$$x(t) = A_o \cdot \sin(2\pi f_o t + \phi) \qquad (2)$$

in cui A_o rappresenta l'ampiezza del segnale, f_o la sua frequenza e ϕ la sua fase.



L'andamento del segnale $x(t)$ è riportato nella figura.
Dove il segnale raggiunge il suo valore massimo si ha un massimo di compressione del mezzo elastico in cui il segnale si propaga, viceversa nel punto di minimo si ha una massima dilatazione del mezzo. La distanza tra due massimi (o tra due minimi) si chiama periodo, T della forma d'onda, come riportato nella (1).

Caratteristiche di udibilità del suono

Il campo uditivo dell'uomo si estende da una frequenza di circa 20 Hz fino a 20 kHz. In particolare, la sensibilità acustica dell'orecchio umano risulta molto bassa al di sopra dei 15 kHz di frequenza, per cui il suono alle frequenze superiori a 15 kHz è normalmente poco udibile.

Volendo realizzare un sistema di localizzazione acustica una delle necessità sarà quindi generare suoni non facilmente udibili dall'uomo ma percepibili chiaramente da un ricevitore acustico che quindi potrà avvalersi dei segnali ricevuto per stimare la propria posizione in un preassegnato sistema di riferimento.

Propagazione del suono e fenomeno di attenuazione con la distanza

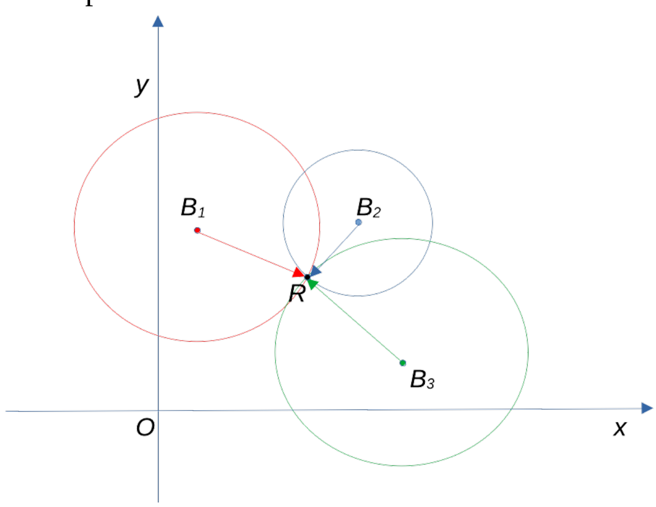
Immaginiamo di disporre di una sorgente acustica puntiforme in una data posizione dello spazio. Immaginiamo che questa sorgente emetta il suono con una potenza *P* e che questo suono possa distribuirsi uniformemente in tutte le direzioni.
Poiché la potenza acustica del suono è *P* e poiché questa a una distanza *R* si sarà distribuita su una superficie sferica di raggio *R*, possiamo dire che l'intensità di pressione acustica sul microfono del ricevitore sarà:

$$p_R = \frac{P}{4\pi R^2} \tag{3}$$

La (3) non rappresenta una vera pressione acustica ma esprime il concetto di "densità di potenza acustica" a distanza *R* dalla sorgente puntiforme isotropa.
Il microfono del ricevitore avrà una certa superficie della membrana vibrante e sarà in grado di raccogliere una potenza complessiva proporzionale alla sua area, quindi al ricevitore avremo una potenza ricevuta data da:

$$P_R = p_R \cdot A_R = \frac{A_R}{4\pi \cdot R^2} \cdot P \tag{4}$$

Dalla (4) è possibile rendersi conto di come varia la potenza ricevuta in funzione della distanza.
Sulla base di questa informazione, quindi, usando più sorgenti puntiformi di generazione di segnale potremo provare a determinare la posizione del ricevitore in base alla misura della potenza ricevuta da ciascun trasmettitore (beacon) e dalla conoscenza della posizione di ciascuno di essi.
Approfondiremo questo aspetto nel seguito.



Beacon

Indichiamo con il termine *beacon* un sistema (in questo caso acustico) che generi un suono, con preassegnate caratteristiche, riconoscibile da parte del ricevitore che quindi potrà utilizzarlo opportunamente.

Avendo a disposizione più beacons (B_i) è possibile progettare un sistema di localizzazione. Immaginiamo di assegnare un sistema di riferimento *Oxy* per rappresentare la posizione del ricevitore su una mappa. Definiamo tre beacons (numero minimo) e posizioniamoli opportunamente sulla mappa in punti estremi, in modo che la generica posizione del ricevitore sia (quasi) sempre interna al triangolo definito dalle tre posizioni, come in figura.

Se il ricevitore, ad un dato istante di tempo, deve essere in grado di stimare la sua posizione è necessario che conosca, istante per istante, la distanza tra la sua posizione e ciascuno dei beacons considerati. In questo modo la sua posizione potrà essere calcolata come intersezione di tre circonferenze con centri nelle posizioni dei beacons e raggi pari alle distanze del ricevitore da ciascuno dei beacons.

Le equazioni delle tre circonferenze, supponendo noti i raggi R_i ($i=1,2,3$) e i centri $C_i=(x_i,y_i)$ si scrivono facilmente come segue:

$$(x-x_i)^2+(y-y_i)^2=R_i^2 \quad \text{con} \quad i=1,2,3 \tag{5}$$

Determinare la posizione del ricevitore coincide con il problema matematico di determinare l'intersezione delle tre circonferenze, ossia risolvere il problema di determinare le coordinate (x,y) dell'unico punto del piano che verifica le tre equazioni contemporaneamente.
Il problema è non lineare e quindi andrà definito un opportuno algoritmo di calcolo.

Si tenga presente che la misura di distanza viene effettuata dai segnali dei tre beacons ricevuti dal ricevitore, quindi saranno affetti da rumore.
La soluzione dovrà quindi essere calcolata tenendo presente della non idealità della situazione sperimentale.

Stima delle distanze dei trasmettitori

La stima della distanza del trasmettitore può essere fatta sulla base della conoscenza della potenza trasmessa e dalla misura della potenza ricevuta.
Infatti, dalla (4) è possibile scrivere:

$$R=\sqrt{\frac{A_R}{4\pi}\cdot\frac{P}{P_R}}=k\cdot\sqrt{\frac{P}{P_R}} \tag{6}$$

Per cui, conoscendo P e misurando P_R è facile risalire al raggio della circonferenza con centro nel beacon considerato.

Il problema della localizzazione perciò si traduce nella stima della potenza ricevuta dal ricevitore per ciascun beacon.
I segnali dei singoli beacons dovranno essere sempre presenti perché si possa misurare contemporaneamente la potenza ricevuta da ciascun beacon e quindi risalire alle distanze del ricevitore da ciascuno di essi.

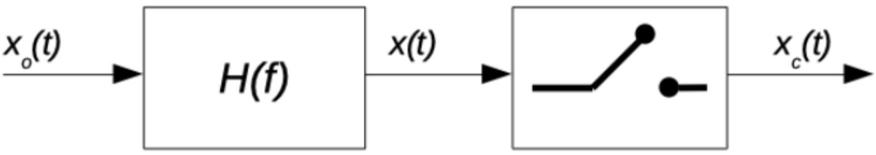
Poiché dovranno essere presenti contemporaneamente, i segnali dovranno essere necessariamente separabili, aspetto che può essere perseguito usando segnali trasmessi con frequenze differenti.
Nel seguito, quindi, si affronta lo studio di come generare i segnali di ciascun beacon.

Generazione del segnale di beacon

Allo scopo di localizzare il segnale è possibile immaginare che ciascun beacon emetta una componente di frequenza nota e fissa. Il segnale di beacon, nella sua più semplice realizzazione, può quindi essere rappresentato da sinusoidi pure, di frequenza diversa, come definiti nella (2):

Beacon B_i => $x_i(t) = A \cdot \sin(2\pi f_i t)$ con i=1,2,3. (7)

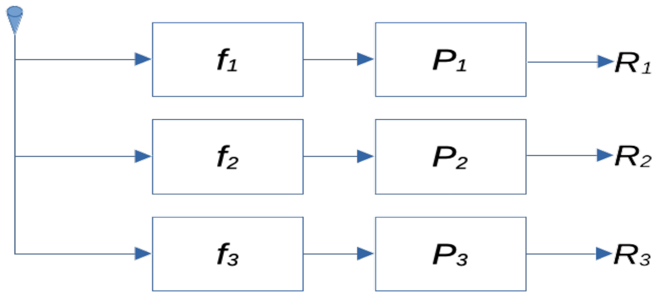
Generare segnali di questo tipo è immediato, vedremo come ricorrendo all'uso di Matlab. Le frequenze da utilizzare dovranno essere poste nella banda non udibile, diciamo quindi al di sopra dei 15 kHz. In questa banda l'orecchio è in grado di percepire suoni, sebbene la sensibilità dell'orecchio sia piuttosto bassa. Si è fatta questa scelta in quanto i microfoni da utilizzare nel ricevitore, pensati per il campo acustico delle frequenze udibili dall'uomo, limitano la banda a circa 20 kHz mediante un filtro che precede il sistema di campionamento per la trasformazione in numerico (ADC – Analogue to Digital Converter).



Lo schema a blocchi del sistema di acquisizione al ricevitore è riportato in figura.
Il segnale di ingresso contiene tutte le componenti di segnale acustico eventualmente presenti nella registrazione digitale che viene eseguita fino alla frequenza massima di 20 kHz. Il primo blocco, nello schema, rappresenta un filtro passa basso che limita le componenti allo spettro acustico di 20 kHz, per evitare il fenomeno dell'aliasing. A questo blocco segue un campionatore che preleva campioni del segnale alla frequenza f_c = 44.1 kHz, rispettando così il teorema del campionamento, secondo cui la frequenza di campionamento da utilizzare non può mai essere inferiore al doppio della banda del segnale all'ingresso del campionatore. I campioni sono poi rappresentati normalmente con 16 bit.

Le frequenze definite nella (7) pertanto, possono essere scelte in qualunque modo nella banda tra 15 e 20 kHz.
Tenerle separate implica la capacità di realizzare filtri digitali in grado di far passare, ciascuno, la frequenza di interesse di ciascun beacon.

Poiché lo spettro in frequenza del segnale ricevuto, nel caso generale assomiglierà a quello riportato in figura, i filtri dovranno essere progettati in modo da selezionare la frequenza di ciascun beacon, azzerando, teoricamente, in pratica attenuando in modo drastico, i segnali degli altri, secondo lo schema in figura.



Nel diagramma a blocchi, all'uscita del microfono (a valle della digitalizzazione, qui non riportata) il segnale viene inviato in parallelo su tre filtri selettivi, di banda stretta e centrati sulle frequenze scelte per i beacons. I segnali in uscita da ciascun filtro conterranno ciascuno la frequenza del beacon corrispondente. Il blocco successivo nella catena di elaborazione consentirà di stimare la potenza ricevuta da ciascun beacon e quindi di stimare la distanza del ricevitore dal Beacon.

Lo schema quindi richiede:
– il progetto di un insieme di tre filtri con banda opportunamente stretta centrati alle frequenza dei beacons;
– l'implementazione della procedura di filtraggio sui campioni di segnale in uscita da ciascun filtro
– la misura di potenza in una finestra mobile di lunghezza fissa ma parametrica.
– la misura di distanza dall'informazione di potenza.

Le tre misure di potenza saranno poi inviate alla routine di calcolo della localizzazione delle coordinate del ricevitore nel preassegnato sistema di riferimento.
Questa seconda parte sarà affrontata nel seguito.

Calibrazione del sistema

Il sistema così implementato non potrà funzionare a dovere senza una opportuna procedura di calibrazione che consisterà nella misura, effettuata in prossimità di ciascun beacon, della potenza trasmessa. Approfondiremo questo aspetto nel seguito anche per tener conto del fattore *k* della relazione (6).

Progetto del filtro di canale

Indichiamo con Δf la distanza scelta tra le frequenze da utilizzare nei beacons. Le tre frequenze da individuare si dovranno trovare nell'intervallo tra 15 e 20 kHz. Si sceglierà di renderle equispaziate in frequenza, per semplicità, e distanti il più possibile, in modo che sia semplice la realizzazione del filtro.
Non volendo prendere in considerazione le frequenze minima e massima della banda e per semplicità di calcolo, si potrà scegliere di dividere l'intervallo tra 17 e 20 kHz in tre parti e di allocare le frequenza al centro di ciascun intervallo. Questo impone una distanza Δf pari a 3/3 kHz = 1 kHz.
Le tre frequenze scelte quindi saranno date da:

$$f_i = \Delta f/2 + (i-1)\cdot\Delta f + 17\,kHz \quad \text{con } i=1,2,3 \text{ e con } \Delta f = 1\,kHz \tag{8}$$

Da cui $f_1 = 17.5\ kHz$, $f_2 = 18.5\ kHz$, $f_3 = 19.5\ kHz$.

Con questa scelta si ha:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A_o \cdot \sin(2\pi f_1 t) \\ x_2(t) &= A_o \cdot \sin(2\pi f_2 t) \\ x_3(t) &= A_o \cdot \sin(2\pi f_3 t) \end{aligned} \tag{9}$$

Resta da definire il filtro.

Avendo una distanza tra le componenti di frequenza di 1 kHz, i filtri da progettare dovranno essere passa banda con banda di 1 kHz, centrati ciascuno alla frequenza del beacon che si intende ricevere.

Il progetto del filtro si può ottenere per semplice modulazione di portanti sinusoidali centrate alle frequenza f_i ($i=1,2,3$) della stessa risposta all'impulso di un passa basso di banda 0.5 kHz.

Il progetto del filtro passa basso esorbita gli obiettivi dell'esperienza. Ci limitiamo a dire che questo filtro avrà l'espressione di un *seno cardinale* moltiplicato per una funzione di peso, centrata su $t=0$.

$$h(t)=k\cdot\frac{\sin(2\pi Bt)}{2\pi Bt}\cdot w(t) \qquad (10)$$

Nella (10) B rappresenta la banda del filtro, pari in questo caso a 500 Hz. Questo filtro, analogico, potrà essere implementato in numerico campionando la (10) in $t = n\,T_c$ in cui T_c è il reciproco della frequenza di campionamento f_c, ottenendo:

$$h(t)=h(n\cdot T_c)=k\cdot\frac{\sin(2\pi Bn\cdot T_c)}{2\pi Bn\cdot T_c}\cdot w(n\cdot T_c) \qquad (11)$$

Ciascuno dei filtri passa banda si ottiene infine moltiplicando la (11) per ciascuna sinusoide campionata:

$$h_i(n\cdot T_c)=k\cdot\frac{\sin(2\pi Bn\cdot T_c)}{2\pi Bn\cdot T_c}\cdot w(n\cdot T_c)\cdot\cos(2\pi f_i n\cdot T_c) \quad \text{con i=1,2,3} \qquad (12)$$

Il filtraggio si implementa mediante l'operazione di convoluzione:

$$y_i(nT_c)=\sum_{k=0}^{N-1} h_i(k\cdot T_c)\cdot x((n-k)\cdot T_c) \qquad (13)$$

Misura di potenza

Per ciascuno dei segnali in uscita dal filtro di canale, $y_i(n\,Tc)$, la potenza viene misurata sommando i quadrati dei valori del segnale $y_i(n\,Tc)$ su un certo numero L di punti:

$$P_i=\frac{1}{L}\cdot\sum_{n=0}^{L-1} y_i(n\cdot T_c)^2 \qquad (14)$$

La distanza R_i risulterà, dalla (6), proporzionale alla radice del rapporto ($P0_i\ /P_i$), in cui $P0_i$ rappresenta la misura della potenza emessa dal beacon i-esimo (in prossimità del beacon) e P_i la potenza stimata mediante la (14).

Stima della posizione del ricevitore

A partire dalla informazione di potenza misurata al ricevitore, corrispondente a una quantità legata al quadrato della distanza da ciascun beacon, secondo la relazione (6) è necessario calcolare la posizione stimata del ricevitore nell'assegnato sistema di riferimento scelto. Assumiamo dunque di conoscere le distanze R_i ($i=1,2,3$) del ricevitore da ciascun beacon.

Allo scopo, consideriamo il problema del calcolo delle intersezioni di due circonferenze. La figura rappresenta il caso generale di intersezione. Le soluzioni possibili sono 2, eventualmente coincidenti nel caso in cui le due circonferenze siano tangenti. Escludiamo il caso di assenza di intersezioni.

L'equazione della circonferenza di centro $C_1 = (x_1,y_1)$ e raggio R_1 si può scrivere:

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=R_1^2 \tag{15}$$

Esplicitando questa relazione si ha:

$$x^2-2x_1\cdot x+x_1^2+y^2-2y_1\cdot y+y_1^2=R_1^2$$

da cui:

$$x^2+y^2-2x_1\cdot x-2y_1\cdot y+x_1^2+y_1^2=R_1^2$$

e quindi:

$$x^2+y^2-2x_1\cdot x-2y_1\cdot y=R_1^2-(x_1^2+y_1^2) \tag{16}$$

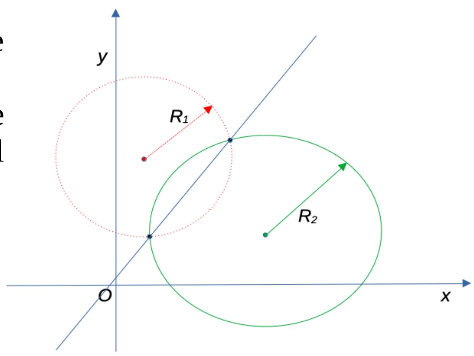
Considerando quindi due circonferenze possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} x^2+y^2-2x_1\cdot x-2y_1\cdot y&=R_1^2-(x_1^2+y_1^2)\\ x^2+y^2-2x_2\cdot x-2y_2\cdot y&=R_2^2-(x_2^2+y_2^2) \end{aligned} \tag{17}$$

Risolvere il sistema (non lineare) dalle due equazioni non è immediato. Se però sottraiamo – termine a termine – la seconda equazione dalla prima otteniamo:

$$-2(x_1-x_2)\cdot x-2(y_1-y_2)\cdot y=R_1^2-R_2^2-(x_1^2+y_1^2)+(x_2^2+y_2^2) \tag{18}$$

L'equazione (18) non contiene i termini di secondo grado e pertanto rappresenta una retta del piano.
Calcolando l'intersezione di questa retta con una delle circonferenze è possibile calcolare la coppia di soluzioni del problema dell'intersezione.
Nella figura seguente si riporta in forma grafica quanto detto.

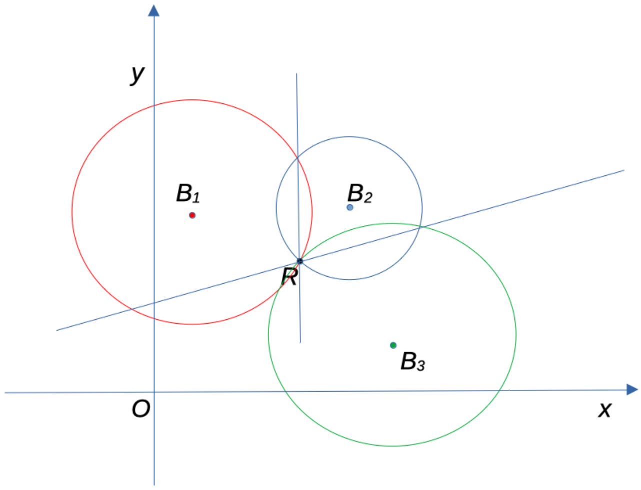


Nel caso di determinazione della posizione dovremo calcolare l'unica intersezione comune tra tre circonferenze. Il problema può quindi essere risolto calcolando l'intersezione di due delle tre rette che determinano le intersezioni tra coppie di circonferenze.
Questa possibilità ci permette dunque di scrivere un sistema di due equazioni in due incognite, scegliendo ad esempio le prime due delle tre equazioni:

$$\begin{aligned} -2(x_1-x_2)\cdot x-2(y_1-y_2)\cdot y &= R_1^2-R_2^2-(x_1^2+y_1^2)+(x_2^2+y_2^2) \\ -2(x_1-x_3)\cdot x-2(y_1-y_3)\cdot y &= R_1^2-R_3^2-(x_1^2+y_1^2)+(x_3^2+y_3^2) \\ -2(x_2-x_3)\cdot x-2(y_2-y_3)\cdot y &= R_2^2-R_3^2-(x_2^2+y_2^2)+(x_3^2+y_3^2) \end{aligned} \tag{19}$$

Questo insieme di relazioni rappresenta un sistema di 3 equazioni nelle incognite *x* e *y*.

In questa fase ci accontentiamo di scegliere una sola delle possibili soluzioni del problema che si ottiene scegliendo una coppia di equazioni e determinando l'intersezione.
Esiste però la possibilità di implementare una procedura più robusta che calcoli la soluzione ai minimi quadrati che quindi riduce l'approssimazione di calcolo della posizione.



Nel caso di soluzione di intersezione di due rette, il problema può essere formulato ricorrendo alle matrici.

$$\begin{bmatrix} -2(x_1-x_2) & -2(y_1-y_2) \\ -2(x_1-x_3) & -2(y_1-y_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1^2-R_2^2-(x_1^2+y_1^2)+(x_2^2+y_2^2) \\ R_1^2-R_3^2-(x_1^2+y_3^2)+(x_1^2+y_3^2) \end{bmatrix} \tag{20}$$

In forma matriciale si può scrivere quindi:

$$A\cdot\bar{x}=\bar{b}$$

La cui soluzione può essere calcolata come:

$$\bar{x}=A^{-1}\cdot\bar{b} \tag{21}$$

Il vettore $\bar{x}$ contiene quindi le coordinate del punto cercato.
Questa informazione può essere utilizzata per posizionare un punto su un display che rappresenti l'ambiente in cui ci si trova e in cui si sia fissato un sistema di riferimento opportuno.

E' necessario pertanto predisporre le procedure automatiche sul ricevitore che permettano il calcolo delle coordinate del punto secondo la formulazione precedente. Il sistema, inoltre, deve essere in grado di presentare il risultato in forma grafica su una mappa per poter fornire all'utente informazioni utili di localizzazione.