ENGIN 604 Introducción a Python para las Finanzas — Otoño 2021

Tarea 3 - Pauta

Entrega: 11:59pm, Sábado, Abril 10
Enviar a: engin604assignments@gmail.com
Límite máximo de páginas: 5 páginas

Ver políticas de tareas en `https://docenciaweb.fen.uchile.cl`

Open in Colab

1. Importe los archivos `stocks.pkl`, `sp500.pkl` y `rfree.pkl`.
   - `stocks.pkl`: índices de Facebook, Apple, Amazon, Netflix y Google desde 2014:12 hasta 2020:12.
   - `sp500.pkl`: Precio al cierre del índice del S&P 500 desde 2014:12 hasta 2020:12.
   - `rfree.pkl`: Tasa libre de riesgo desde 2015:01 hasta 2020:12.

```
import numpy as np # carga numpy
import pandas as pd # carga pandas

# lee índices
stocks = pd.read_pickle('stocks.pkl')

# lee s&p 500
sp500 = pd.read_pickle('sp500.pkl')

# lee tasa libre de riesgo
Rf = pd.read_pickle('rfree.pkl')
```

2. Repita el ejercicio de la guía **Aplicación: Capital Asset Pricing Model** (hasta la pregunta 6) utilizando retornos logarítmicos y no aritméticos.

$$R_{i,t} = ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad i = 1, .., 5 \quad t = 1, .., 73$$

Hint: NumPy tiene la función `np.log()` para calcular el logaritmo natural.

```
# se define la función que calcula los retornos logarítmicos
def returns(x):

    log_return = np.log(x[1:] / x[:-1])
    return(log_return)
```

```
# diccionario vacío
dict_return = {}

# calcula retorno logarítmico y los guarda en un diccionario
for ticker, close in stocks.items():
    print('Calculando retorno de ticker: ', ticker)
    dict_return[ticker] = returns(close)
```

```
## Calculando retorno de ticker:  AAPL
## Calculando retorno de ticker:  AMZN
## Calculando retorno de ticker:  FB
## Calculando retorno de ticker:  GOOG
## Calculando retorno de ticker:  NFLX
```

```
# retorno de mercado
Rm = returns(sp500)

# risk premium
Rm_Rf = Rm - Rf
```

```
# pesos
w = np.array([0.25, 0.25, 0.20, 0.20, 0.10]).reshape((-1,1))

# portafolio balanceado mensualmente
def portfolio(x, w, rf):

    ret_list = []

    for name, r_i in x.items():
        ret_list.append(r_i)

    ret_mat = np.concatenate(ret_list, axis=1)
    rp = ret_mat.dot(w) - rf

    return(rp)

Rp_Rf = portfolio(dict_return, w, Rf)
```

```
# ordinary least square (MCO)
def ols(x,y):

    m,n = x.shape

    x_with_ones = np.hstack((np.ones((m,1)),x))

    x_t_x = x_with_ones.T.dot(x_with_ones)
    inv_x_t_x = np.linalg.inv(x_t_x)

    betas = inv_x_t_x.dot(x_with_ones.T.dot(y))

    return(betas)
```

```
# se aplica la función
ols(Rm_Rf,Rp_Rf)
```

```
## array([[0.01500113],
##        [1.10008131]])
```

3. Muestre que el $\hat{\beta}$ de CAPM es igual a:

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n=5} w_i * \hat{\beta}_i$$

Donde w_i es el peso del activo i en el portafolio creado en (2) y $\hat{\beta}_i$ el segundo coeficiente estimado de la siguiente regresión lineal simple:

$$R_{i,t} - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_{m,t} - R_f) + \varepsilon_{i,t}$$

Donde $R_{i,t}$ es el retorno logarítmico del activo i.

Hint: Recuerde que en la guía está la función para obtener el $\hat{\beta}$ a partir de su forma matricial.

```
# lista vacía
Ri_list = []

# genera exceso de retorno
for name, r_i in dict_return.items():
    Ri_list.append(r_i - Rf)

# matriz de ceros
coef_mat = np.zeros((1,len(dict_return.items())))
coef_mat.fill(np.nan)

# regresión y extrae el beta
for j, Ri in enumerate(Ri_list):
     coef = ols(Rm_Rf,Ri)
     coef_mat[0,j] = coef[1]
```

```
# betas ponderados
coef_mat.dot(w)
```

```
## array([[1.10008131]])
```

4. Considerando solo el retorno logarítmico (sin restar R_f) de los activos en (2):

   a. Guarde en un *array* el retorno promedio de cada uno.

```
Er_list = [] # lista vacía

# agrega promedio de cada retorno
for name, r_i in dict_return.items():
    Er_list.append(r_i.mean())

# matriz con retornos esperados
Er_mat = np.array(Er_list).reshape((1,len(Er_list)))
```

b. Calcule la matriz de varianzas-covarianzas.

```
Ri_without_Rf_list = [] # lista vacía

# agrega a la lista los retorno
for name, r_i in dict_return.items():
    Ri_without_Rf_list.append(r_i)

# concatena la lista en una matriz
Ri_mat = np.concatenate(Ri_without_Rf_list, axis=1)
```

```
Cov_mat = np.cov(Ri_mat, rowvar=False) # calcula matriz de varianza-covarianza
Cov_mat # se verifica la matriz de varianza-covarianza
```

```
## array([[0.00683221, 0.00314471, 0.00316614, 0.00249939, 0.00325511],
##        [0.00314471, 0.00674721, 0.00334641, 0.00314951, 0.00549686],
##        [0.00316614, 0.00334641, 0.00551225, 0.0028489 , 0.0032019 ],
##        [0.00249939, 0.00314951, 0.0028489 , 0.00386681, 0.00243238],
##        [0.00325511, 0.00549686, 0.0032019 , 0.00243238, 0.01190223]])
```

5. El portafolio de mínima varianza global es aquel que tiene el mínimo riesgo posible para un determinado nivel rentabilidad, en otras palabras, no existe otro portafolio para ese determinado nivel de rentabilidad que pueda tener una riesgo menor. El problema de optimización expresado es su forma matricial es:

$$\min_{\mathbf{m}} \sigma^2_{p,m} = \mathbf{m}'\Sigma\mathbf{m} \quad s.t \quad \mathbf{m}'\mathbf{1} = 1$$

Cuya solución (también matricial) es:

$$\mathbf{m} = \frac{\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}'\Sigma^{-1}\mathbf{1}}$$

Donde $\mathbf{m}$ es el vector de pesos óptimos del portafolio de mínima varianza, $\mathbf{1}$ un vector de unos cuya dimensión es $n \times 1$ siendo n el total de activos y Σ^{-1} el inverso de la matriz de varianza-covarianza $(n \times n)$.

Utilizando la solución matricial para $\mathbf{m}$, genere una función cuyos *inputs* sean: el vector de retornos promedio y la matriz de varianza-covarianza de los activos que conformarían el portafolio de mínima varianza.

El *output* de la función debe ser los pesos $\mathbf{m}$, el retorno esperado y desviación estandar del portafolio de mínima varianza.

- Retorno esperado del portafolio de mínima varianza es:

$$R_p = \mathbf{m}' \cdot \mu$$

Donde μ es el vector de retornos promedio de dimensión $n \times 1$.

- La desviación estandar del portafolio de mínima varianza es:

$$\sigma_{p,m} = \sqrt{\mathbf{m}'\Sigma\mathbf{m}}$$

Pruebe la función utilizando el vector de retornos creados en (4.a) y la matriz de varianza-covarianza creados en (4.b). Explique linea por linea su función.

```
# se define la función para calcular portafolio mínima varianza
def min_var_port(mu, cov):

    m,n = mu.shape

    one_vec = np.ones((n,1))
    sigma_inv_mat = np.linalg.inv(cov)
    top_mat = sigma_inv_mat.dot(one_vec)
    bottom_escalar = one_vec.T.dot(sigma_inv_mat).dot(one_vec)

    wi = top_mat / bottom_escalar
    er = mu.dot(wi)
    sigma2 = (wi.T.dot(cov).dot(wi)) ** (1/2)

    return([wi, er, sigma2])
```

```
# se aplica la función
min_var_port(Er_mat, Cov_mat)
```

```
## [array([[0.16243381],
##         [0.00766798],
##         [0.16612873],
##         [0.59473828],
##         [0.0690312 ]]), array([[0.01915554]]), array([[0.05806092]])]
```