# Opciones, derivados y futuros Aplicaciones con R

Gabriel E. Cabrera

Universidad de Chile Facultad de Economía y Negocios

2 de Junio del 2019

#### Información de contacto



- ◀ gcabrerag@fen.uchile.cl
  - **%** gcabrerag.rbind.io
    - **৺** GaboC\_g
    - **○** GaboCg
- ♥ Facultad de Economía & Negocios, Universidad de Chile

#### Tabla de contenido



- 1 Call & Put
- 2 Estrategias
- 3 Black & Scholes
- 4 Black & Scholes con Datos Reales
- 5 Árbol Binomial

#### Call & Put



#### Comencemos



A modo de resumen, existen cuatro tipos de posiciones en las opciones:

- 1. Posición larga en una opción de compra (call)
- 2. Posición larga en una opción de venta (put)
- 3. Posición corta en una opción de compra (call)
- 4. Posición corta en una opción de venta (put)

#### Cargamos nuestras librerias:

```
library("tidyverse")
library("quantmod")
```



#### Simulamos nuestro $S_t$ :

```
# Valores para el ejemplo
s <- seq(0,130,by=10) # Precio</pre>
```

- Para la call usamos: v (precio de la call) = \$5, precio de ejercicio (k) = 100.
- Para la put usamos: v (precio de la put) = \$7, precio de ejercicio (k) = 70.



# Posición Larga en Call: Payoff & Profit



EL rendimiento proveniente de una opción larga en una opción de compra europea es:

#### Payoff opción call larga

$$\mathsf{payoff} = \mathsf{max}(S_t - k, 0)$$

#### Profit opción call larga

profit = payoff 
$$-v * e^{-r*t}$$

#### Construimos la función:

```
long.callpayoff <- function(s,k,v,r,t) {
    data.frame("payoff" = pmax(0,s-k), "periodo" = s) %>%
    mutate("profit" = payoff - v*exp(-r*t))
}
payoff.longcall <- long.callpayoff(s,100,5,0,0)</pre>
```

### Posición Larga en Call: Gráfico Payoff Código

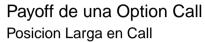


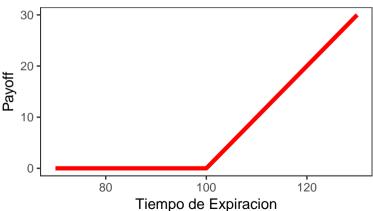
#### Recordar que todo ggplot2 plot tiene tres componentes:

- a. Datos
- b. Un conjunto de aesthetic mappings entre variables y propiedades de visualización.
- c. Al menos una layer que describe la observación, son usualmente creadas con la función geom\_\*.

### Posición Larga en Call: Gráfico Payoff







# Posición Larga en Call: Gráfico Profit Código



10 / 66

Para corroborar el gráfico ver la figura 9.1 (capítulo 9) del libro Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones (octava edición) (Hull 2003).

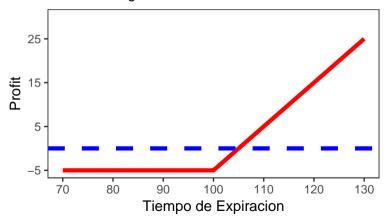
Para efecto de académicos restringimos la escala del eje x e y (dimensión).



### Posición Larga en Call: Gráfico Profit



#### Profit de una Option Call Posicion Larga en Call



# Posición larga en put: Payoff & Profit



EL rendimiento para el tenedor de una opción larga en una opción de venta europea:

#### Payoff opción put larga

$$\mathsf{payoff} = \mathsf{max}(k - S_t, 0)$$

#### Profit opción put larga

profit = payoff 
$$-v * e^{-r*t}$$

#### Construimos la función:

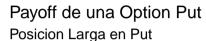
```
long.putpayoff <- function(s,k,v,r,t) {
    data.frame("payoff" = pmax(k-s,0), "periodo" = s) %>%
    mutate("profit" = payoff - v*exp(-r*t))
}
payoff.longput <- long.putpayoff(s,70,7,0,0)</pre>
```

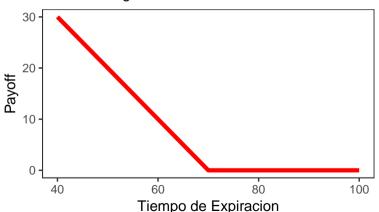
### Posición larga en put: Gráfico Payoff Código



### Posición larga en put: Gráfico Payoff







# Posición larga en put: Gráfico Profit Código



Para corroborar el gráfico ver la figura 9.2 (capítulo 9) del libro Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones (octava edición).

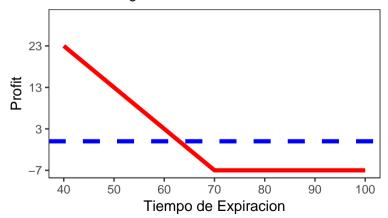
Para efecto de académicos restringimos la escala del eje x e y (dimensión).



# Posición larga en put: Gráfico Profit



#### Profit de una Option Put Posicion Larga en Put



# Posición corta en call: Payoff & Profit



EL rendimiento para el tenedor de una posición corta en una opción de compra europea es:

#### Payoff opción call corta

$$payoff = -max(S_t - k, 0) = min(k - S_t, 0)$$

#### Profit opción call corta

profit = payoff + 
$$v * e^{-r*t}$$

#### Construimos la función:

```
short.callpayoff <- function(s,k,v,r,t){
  data.frame("payoff" = pmin(k-s,0), "periodo" = s) %>%
   mutate("profit" = payoff + v*exp(-r*t))
}
payoff.shortcall <- short.callpayoff(s,100,5,0,0)</pre>
```

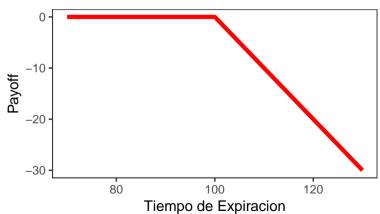
### Posición corta en call: Gráfico Payoff Código



### Posición corta en call: Gráfico Payoff









# Posición corta en call: Gráfico Profit Código



20 / 66

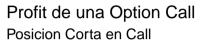
Para corroborar el gráfico ver la figura 9.3 (capítulo 9) del libro Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones (octava edición).

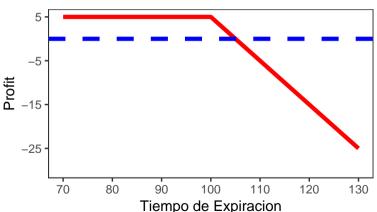
Para efecto de académicos restringimos la escala del eje x e y (dimensión).



#### Posición corta en call: Gráfico Profit







# Posición corta en put: Pavoff & Profit



EL rendimiento para el tenedor de una posición corta en una opción de venta europea es:

#### Pavoff opción put corta

$$payoff = -max(k - S_t, 0) = min(S_t - k, 0)$$

#### Profit opción put corta

profit = payoff + 
$$v * e^{-r*t}$$

#### Construimos la función:

```
short.putpayoff <- function(s,k,v,r,t){
    data.frame("payoff" = pmin(s-k,0), "periodo" = s) %>%
    mutate("profit" = payoff + v*exp(-r*t))
payoff.shortput <- short.putpayoff(s,70,7,0,0)
```

### Posición corta en put: Gráfico Payoff Código

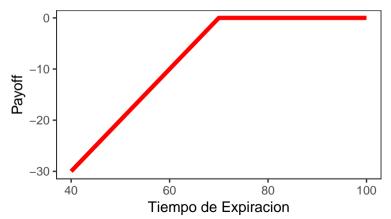




### Posición corta en call: Gráfico Payoff



### Payoff de una Option Put Posicion Corta en Put



# Posición corta en call: Gráfico Profit Código



25 / 66

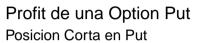
Para corroborar el gráfico ver la figura 9.4 (capítulo 9) del libro Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones (octava edición).

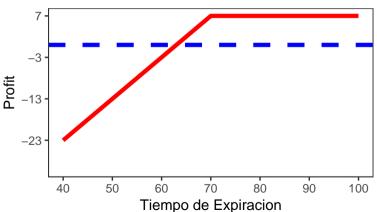
Para efecto de académicos restringimos la escala del eje x e v (dimensión).



#### Posición corta en call: Gráfico Profit







### **Estrategias**



#### Estrategia: Bull Spread



Una estrategia de negociación de diferenciales implica tomar una posición en dos o más opciones del mismo tipo (dos o más opciones de compra o dos o más opciones de venta). Las más conocidas son:

- Diferenciales Alcistas (bull spreads)
- Diferenciales bajistas (bear spreads)
- Estrategias con opciones de tipo mariposa (butterfly spread)

#### Diferenciales Alcistas (bull spreads)

Este se crea mediante la adquisición de una opción de compra europea sobre una acción, con cierto precio de ejercicio, y la venta de una opción de compra europea sobre la misma acción con un precio de ejercicio más alto. Ambas opciones tienen la misma fecha de expiración.



### Estrategia: Bull Spread Utilidades



Intervalo variación precio acción	Beneficio derivado de call larga	Beneficio derivado de call corta	Beneficio total
$S_t \leq \mathcal{K}_1$	0	0	0
$\mathcal{K}_1 < \mathcal{S}_t < \mathcal{K}_2$	$\mathcal{S}_t - \mathcal{K}_1$	0	$S_t - K_1$
$\mathcal{S}_t \geq \mathcal{K}_2$	$\mathcal{S}_t - \mathcal{K}_1$	$\mathcal{K}_2 - \mathcal{S}_t$	$\mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_1$



#### Estrategia: Bull Spread Ejemplo



#### Ejemplo Bull Spread

Un inversionista adquiere en 3 una opción de compra a tres meses con un precio de ejercicio de 30, y vende en 1 un opción de compra a tres meses con un precio de ejercicio de 35. El beneficio derivado de esta estrategia de diferencial alcista es de 5 si el precio de la acción está por arriba de 35, y de cero si está por debajo de 30. Si el precio de la acción se encuentra entre 30 y 35, el beneficio es la cantidad en la cual el precio de ejercicio excede de 30. El costo de la estrategia es 3 - 1 = 2. Por lo tanto, la utilidad es:

Intervalo variación precio acción	Utilidad
$S_t \leq 30$	-2
$30 < S_t < 35$	$S_t - 32$
$S_t \geq 35$	+3



### Estrategia: Función Bull Spread I



#### Comenzamos contruyendo la estructura de la estrategia:

```
bullspread.call <- function(S,K1,K2,precio1,precio2){</pre>
  if(K1>=S) stop("K1 debe ser menor a S.")
  if(S>=K2) stop("K2 debe ser mayor a S.")
  #larga
  callP1 = precio1
  #corto
  callP2 = precio2
  stock=unique(round(seq(0,K1,length.out=6)))
  stock=c(stock, round(seq(K1, K2, length.out=4)))
  stock=c(stock, round(seq(K2, K2+K1, length.out=6)))
  stock=unique(stock)
 payoff=rep(0,length(stock))
  profit=rep(0,length(stock))
```

#### Estrategia: Función Bull Spread II



```
for(i in 1:length(stock)) {
   if(stock[i]<=K1) payoff[i]=0
   if(stock[i]>=K2) payoff[i]=K2-K1
   if(stock[i]<K2 & stock[i]>K1) payoff[i]=stock[i]-K1
   profit[i]=payoff[i]+(callP2-callP1)
}
data <- data.frame(stock,payoff,profit)
return(data)</pre>
```

# Estrategia: Posición call Larga & Corta Para el Bull Spread Call



Para ilustrar calculamos las dos call (larga y corta):

Es la misma función vista anteriormente, solo que en vez de tener una columna llamada "periodo" ahora será "stock", conceptualmente es lo mismo, pero facilita para graficar:

```
# Posición larga en call
long.callpayoff <- function(s,k,v,r,t) {
   data.frame("payoff" = pmax(0,s-k), "stock" = s) %>%
      mutate("profit" = payoff - v*exp(-r*t))
}

# Posición corta en call
short.callpayoff <- function(s,k,v,r,t) {
   data.frame("payoff" = pmin(k-s,0), "stock" = s) %>%
      mutate("profit" = payoff + v*exp(-r*t))
}
```

# Estrategia: Construcción de la Bull Spread Call



En el Global Environment vemos el objeto 'bull.spread'', que tiene los stock  $(S_t)$ , payoff y profit.

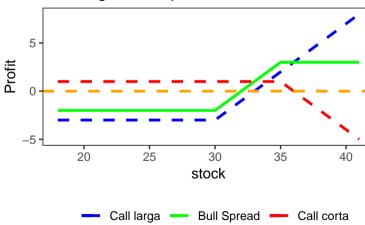
```
# Extraemos la St
s <- bull.spread$stock

# Call larga
long.call <- long.callpayoff(s, 30, 3, 0, 0)
# Call corta
short.call <- short.callpayoff(s, 35, 1, 0, 0)</pre>
```

### Estratégia: Gráfico Bull Spread Call



#### Estrategia Bull Spreads





## Estrategía: Con librería la Bull Spread Call



Una librería útil para construir estratégias es la librería FinancialMath, recuerden install.packages("FinancialMath") y luego library("FinancialMath"):

```
# Con librería
# bull.call(S,K1,K2,r,t,price1,price2,plot=FALSE)
library("FinancialMath")
bull.call <- bull.call(31,30,35,0.0000001,3,3,1,plot=TRUE)</pre>
```

Otras funciones son, bear.call(),straddle(),strangle(),butterfly.spread().

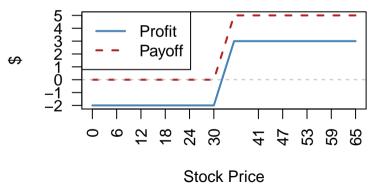
NB: Es importante que el  $S_t$  debe estar entre  $k_1$  y  $k_2$ . Deben incluir una tasa de interés y un T, pero si no se especifica, agreguen una cerca a cero.



## Estrategia: Con librería El gráfico Bull Spread Call



# **Bull Call Spread Payoff and Profit**



## Estrategia: Payoff inferior Bull Spread Call de la Librería



Los payoff inferiores deberían ser igual a -2:

head (bull.call \$Payoff, 4)

Table 3: Bull Spread Call

Stock Price	Payoff	Profit
0	0	-2.000001
6	0	-2.000001
12	0	-2.000001
18	0	-2.000001

## Estrategia: Payoff superior Bull Spread Call de la Librería



Los payoff inferiores deberían ser igual a 3:

```
tail (bull.call $Payoff, 4)
```

Table 4: Bull Spread Call

	Stock Price	Payoff	Profit
11	47	5	2.999999
12	53	5	2.999999
13	59	5	2.999999
14	65	5	2.999999

#### Black & Scholes



#### Black & Scholes: de la formula a una función



Las Formulas de Black Scholes y Merton para los precios de las opciones de compra y de venta europeas sobre acciones que **no pagan dividendos** son:

#### Formulas de Valuación Black, Scholes & Merton

• 
$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2)$$

• 
$$p = Ke^{-rt}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$$

donde:

• 
$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

• 
$$d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$



## Black & Scholes: Ejercicio



#### Uso de la formula en R

El precio de las acciones después de seis meses a partir de la expiración de una opción es de 42, el precio de ejercicio de la opción es de 40, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual y la volatilidad es de 20% anual. Esto Significa:

```
# Parámetros
S0 <- 42
K <- 40
r <- 0.1
T <- 1/2
sigma <- 0.2
```



#### Black & Scholes: Función



#### Construimos la función basándonos en la formula:

```
bs.opm <- function(S,K,T,riskfree,sigma,type){
  d1 < -(log(S/K) + (riskfree + 0.5 * sigma^2) * T) / (sigma * sqrt(T))
  d2 < -d1 - sigma * sqrt(T)
  if(type=="Call") {
    opt.val<-S * pnorm(d1)-K * exp(-riskfree * T) * pnorm(d2)
  if(type=="Put"){
    opt.val<-K * exp(-riskfree * T) * pnorm(-d2)-S * pnorm(-d1)
  opt.val
```

```
# Para la call
C <- bs.opm(S = S0, K = K, T = T, riskfree = r, sigma = sigma, type = "Call")
C</pre>
```

#### ## [1] 4.759422

```
# Para la put
C <- bs.opm(S = S0, K = K, T = T, riskfree = r, sigma = sigma, type = "Put" )
C</pre>
```

## [1] 0.8085994



#### Black & Scholes: Ahora con librerías



La librería que se utilizará para usa BS es fOptions, recordar el install.packages("fOptions") y posterior library("fOptions").

```
library("fOptions")
```

La función de la librería es GBSOption():

```
GBSOption(TypeFlag = " ", S = S0, X = K, Time = T, r = r, b = r, sigma = sigma)
```

En TypeFlag, va "c" para call y "p" para put, tener presente que deberán seleccionar un b que es el *annualized cost-of-carry rate*, si no se especifica, debe ser igual a r.

```
# Con libreria call

GBSOption(TypeFlag = "c", S = S0, X = K, Time = T, r = r, b = r, sigma = sigma)@price
```

## [1] 4.759423

```
# Con libreria put

GBSOption(TypeFlag = "p", S = S0, X = K, Time = T, r = r, b = r, sigma = sigma)@price
```

## [1] 0.8086



#### Black & Scholes con Datos Reales

## Black & Scholes con Datos Reales: Pasos



Una manera de trabajar con datos reales directo usando R, es:

- a. Usar las funcion getOptionChain de la librería quantmod. Seleccionar las call y put para la fecha de valuación (recomiendo en objetos separados).
- b. Usar la función getSymbols de la librería quantmod para elegir el ticker correspondiente, calcular el retorno y extraer el precio a la fecha que se está haciendo la valuación.
- c. "Construimos" la fecha de expiración y valuación, esto nos permite calcular el T a través de:  $\frac{\text{expiración valuación}}{365}$ . La tasa libre de riesgo se puede obtener de FRED usando la 3-Month Constant Maturity Treasury yield (debe ser la fecha de valuación, un único valor).
- d. Para la volatilidad se puede usar la desviación estándar de los últimos 3 años multiplicado por 252, esto se hace para anualizarlo.
- e. Finalmente seleccionamos las que están cerca al *at the money* y usamos Black & Scholes, por librería o bien la función que creamos.

#### Black & Scholes con Datos Reales: Parte a



Imaginemos que es 31 de mayo del 2019 y queremos valorar las opciones call y put de Oracle con vencimiento al 20 de Septiembre del 2019. Para comenzar usamos la función getOptionChain() de la librería quantmod:

```
opciones <- getOptionChain("ORCL", Exp="2019-09-20")

# Nos quedamos con las columnas del 1 al 2 y del 4 al 6.
calls <- opciones$calls[,c(1:2,4:6)]
# Nos quedamos con las columnas del 1 al 2 y del 4 al 6.
puts <- opciones$puts[,c(1:2,4:6)]</pre>
```

#### Black & Scholes con Datos Reales: Parte b



Como debemos obtener el precio de cierre para el 31 de mayo del 2019 y a su vez el histórico de tres años para la volatilidad usamos:

```
getSymbols("ORCL", from = "2016-06-30", to = "2019-06-01", periodicity = "daily")
```

## [1] "ORCL"

## Black & Scholes con Datos Reales: Parte c y d



Con la función getSymbols usamos la fuente de la FRED y extraemos la rf con subset.

```
getSymbols("DGS3MO",src ="FRED", to = "2019-06-01", periodicity = "daily")
```

## [1] "DGS3MO"

```
rf <- as.numeric(subset(DGS3MO["2019-05-30"]))*0.01
expiracion.date <- as.Date("2019-09-20")
valuacion.date <- as.Date("2019-05-31")
TTM <- as.numeric((expiracion.date-valuacion.date)/365)</pre>
```

Extraemos del objeto orcl y calculamos su desviación estándar, luego se multiplica por 252.

```
vol.hist <- sd(orcl$ret)*sqrt(252)
```

## Black & Scholes con Datos Reales: Parte e



Vemos el precio a la fecha la valuación y seleccionamos aquellas cercana a estar at the money, tanto put como call.

## [1] 5.464154

## [1] 2.254104



## [1] 0.5294408

## [1] 2.283009



## **Árbol Binomial**



## Árbol Binomial: Generalización



Una generalización cuando queremos realizar un árbol con dos pasos:

- $p = \frac{e^{r\Delta t} d}{u d}$
- $f_u = e^{-r\Delta t}[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}]$
- $f_d = e^{-r\Delta t}[pf_{ud} + (1-p)f_{dd}]$
- $f = e^{-r\Delta t}[pf_u + (1-p)f_d] = e^{-2r\Delta t}[p^2f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2f_{dd}]$  esto último solo cuando es una opción europea.
- No obstante, en términos del modelo,  $u=e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$  y  $d=e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}=\frac{1}{u}$ .



## Árbol Binomial: Ejercicio



Considere una call europea a dos años con precio de strike de 52 en una acción cuyo precio es 50. Suponga que existen *two time steps* en un año, y en cada *time steps* el precio se mueve 30%. La tasa de interes libre de riesgo es 5%.

La librería a usar será de nuevo fOptions.

```
library("fOptions")
```

## Árbol Binomial: Con call europea



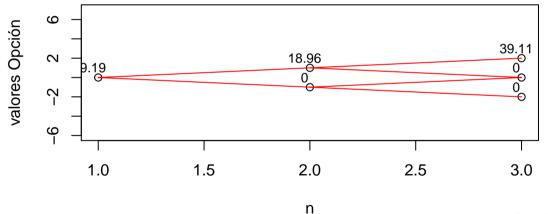
```
BinomialTreePlot(CRRTree, dy = 1, cex = 0.8, ylim = c(-6, 7), xlab = "n", ylab = "valores Opción")

title(main = "Arbol Binomial Opción")
```

# Árbol Binomial: Con call europea gráfico



## **Arbol Binomial Opción**



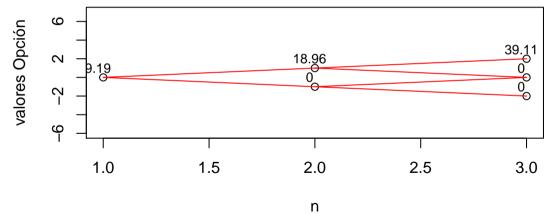
### Árbol Binomial: Con call americana



# Árbol Binomial: Con call americana gráfico



## **Arbol Binomial Opción**







- 1. Black & Sholes
- 2. D Black & Sholes: Con datos reales
- 3. Arbol Binomial

## Apunte del curso



• Apunte curso Finanzas I: https://finance-r.netlify.com/

#### Referencia I



John C Hull. Options futures and other derivatives. Pearson Education India, 2003.

# Opciones, derivados y futuros Aplicaciones con R

Gabriel E. Cabrera

Universidad de Chile Facultad de Economía y Negocios

2 de Junio del 2019

