4. Somma e Combinazioni lineari matrici

Somma

siano A, B $m \times n$

$$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]$$

Esempio

$V_1 = [0, 5, 7]$ $V_2 = [-1, 2, 3]$

$$V_1 + V_2 = [-1, 7, 10]$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad U_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

. . . . .

Teorema: siano A, B, C $m \times n$

1. $A + B = B + A$

1. $A + B = B + A$ commutativa

2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ associativa

3. $A + O_{m \times n} = A$

4. $A + (-A) = O_{m \times n}$

5. $(A + B)^t = A^t + B^t$

Prodotto di un numero per una matrice

$\alpha \in \mathbb{R}$ e A $m \times n$

la matrice prodotto $\rightarrow$ αA

$$\alpha A = [\alpha a_{ij}]$$

Teorema

A, B $m \times n$ $\qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

1. $0A = 0 \qquad \alpha 0 = 0$
2. $1A = A \qquad \alpha I_n = \mathrm{diag}(\alpha, \alpha, \alpha \dots)$
3. $(\alpha \beta) A = \alpha (\beta A) = \beta (\alpha A)$
4. $(\alpha + \beta) A = \alpha A + \beta A \qquad \alpha (A + B) = \alpha A + \alpha B$

Combinazione Lineare di Matrici

moltiplichi e sommi

$$\alpha_1 \cdot A_1 + \alpha_2 \cdot A_1 + \dots + \alpha_n A_n$$

Esempio

A, B e $2, 3$ come coefficienti

combinazione lineare $= 2 \cdot A + 3 \cdot B$

dipendenti: una o più matrici si possono ottenere dalle altre

es:

giallo (A) blu (B) verde (C)

il verde C è inutile perchè si ottiene da giallo e blu $\rightarrow A + B = C$

indipendenti: ogni matrice è unica e insostituibile

l'unico modo per ottenere $O_{m \times n}$ è moltiplicare tutto per 0.