6. Esercizi sulle matrici e operazioni base

Uguaglianza

$$A = \begin{bmatrix} \sin(\beta t) & e^{\alpha(t-1)} \\ 1 & \log((\alpha+\beta)t) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \sin(\alpha t) & e^{\beta t - \alpha} \\ 1 & \log|t| \end{bmatrix}$$

2.

$$e^{\gamma - 1} + \gamma^3 = 2$$

$$\gamma = 1 \rightarrow e^0 + 1^3 = 2$$

$$\rightarrow 2 = 2 \quad \checkmark \qquad \boxed{\gamma = 1}$$

$t^2 + \delta - 1 = t^2 - 1 + 8$

$$\gamma t^2 + \delta - 1 = t^2 - 1 + \frac{8}{\pi}$$

$$\Rightarrow \cancel{t^2} + \delta - \cancel{1} = \cancel{t^2} - \cancel{1} + \frac{8}{\pi}$$

$$\delta = \frac{8}{\pi}$$

$$\boxed{\gamma = 1} \qquad \boxed{\delta = \frac{8}{\pi}}$$

Matrici Notevoli

1) capire per quali valori la matrice è simmetrica e anti asimmetrica

Simmetrica

$$\begin{cases} {}^{1}\; y + z = x - 2y \\ {}^{2}\; z = 0 \\ {}^{3}\; z + 2x = 1 \end{cases}$$

3) $0 + 2x = 1 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$

1) $y = \frac{1}{2} - 2y$

$\rightarrow 3y = \frac{1}{2} \quad \xrightarrow{/3} \quad y = \frac{1}{6}$

Anti asimmetrica

$$\begin{cases} {}^{1}\ y + z = -(x - 2y) \\ {}^{2}\ z = -(0) \\ {}^{3}\ z + 2x = -(1) \end{cases}$$

3) $0 + 2x = -1 \qquad x = -\frac{1}{2}$

1) $y = -\left(-\frac{1}{2} - 2y\right)$

$y = \frac{1}{2} + 2y \rightarrow -y = \frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}$

Funzioni a Valori matriciali

caselle delle matrici composte da $f(t)$

$$F(t) = \begin{bmatrix} t^2 & \sin(t) \\ e^t & 5 \end{bmatrix}$$

Dominio

calcoliamo il dominio di ogni singola casella

l'insieme finale è l'intersezione di ognuna di esse $\cap$

se anche solo 1 casella rompe (divisione per 0) allora la matrice <u>NON</u> è valida

Derivata

$F'(t) = ?$ devo calcolare la derivata di ogni cella

$$\begin{bmatrix} t^2 & \sin t \\ e^t & 5 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2t & \cos t \\ e^t & 0 \end{bmatrix}$$

⚠ $(F \cdot G)' = F' \cdot G + F \cdot G'$

Esercizi:

Dominio di $F(t)$

$$F(t) = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{\frac{1}{t^2-1}} & \arctan(t^4-1) \\ \sqrt{\log(t^4-3)} & -1 \end{bmatrix}$$

arctan accetta tutto $\to \mathbb{R}$

-1 ok $\rightarrow$ $\mathbb{R}$

$\sqrt[3]{}$ accetta anche <0 ma $\dfrac{1}{t^2-1}$ se $t=1$

allora $\dfrac{1}{0}$

$t \neq \pm 1$

$\log\left(t^4-3\right)$ t^4-3 deve essere >0

ma in generale $\sqrt{\cdots}$ $\cdots \geq 0$

$t^4-3 \geq 1 \rightarrow t^4 \geq 4$

$-\sqrt[4]{} \rightarrow \sqrt[\cancel{4}]{t^{\cancel{4}}} \geq \sqrt[\cancel{4}^{\,2}]{\cancel{4}^{\,2}} \rightarrow |t| \geq \sqrt[2]{2}$

$|t| \geq 1{,}41 \rightarrow -1{,}41 \leq t \geq 1{,}41$