

## 5. Prodotto e Potenze di Matrici

### Prodotto tra Matrici

compatibilità:  $\text{colonne}_A = \text{righe}_B$

indici:  $A_{m \times p}$   $B_{p \times n}$  allora puoi moltiplicare

$$- A_{2 \times 3} \cdot B_{3 \times 4} \rightarrow 2 \times 4$$

$$- A_{2 \times 3} \cdot B_{2 \times 3} \rightarrow \text{impossibile}$$

metodo: moltiplichi righe  $\times$  colonne

$$c_{ij} = \sum a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Trappole:

NO commutativa:  $A \cdot B \neq B \cdot A$

$$- AB - BA \rightarrow \text{...}$$

NO legge annullamento: puoi ottenere  $O_{m \times n}$   
anche da matrici piene di valori  $\neq 0$

Trasposta:  $(\underbrace{A}_1 \cdot \underbrace{B}_2)^t = \underbrace{B^t}_1 \cdot \underbrace{A^t}_2$

Potenze:

valide solo per matrici quadrate

$$A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n \text{ volte}} \quad \text{con } n \geq 1$$

$$A^0 = I_n \quad \text{matrice identità}$$

Polinomi

$$P(t) = t^2 - 2t + 3$$

$$t^2 \rightarrow A^2$$

$$-2I \rightarrow -2A$$

$$+3 \rightarrow 3I \quad 3 \text{ volte matrice identità}$$

Esercizi

$$A \quad 3 \times 3$$

$$B \quad 2 \times 3$$

$$C \quad 3 \times 2$$

sapendo che  $A \cdot B$  solo se  $m \times p \quad p \times n$

$$A B \quad \text{no} \quad 3 \times 3 \quad \cdot \quad 2 \times 3$$

$\searrow \quad \swarrow$   
 $\neq$

$$A C \quad \text{si} \quad 3 \times 3 \quad \cdot \quad 3 \times 2$$

$\searrow \quad \swarrow$   
 $=$

$$B A \quad \text{si} \quad B C \quad \text{si}$$

$$C A \quad \text{no} \quad C B \quad \text{si}$$

$$(A + B)(A - B)$$

$$= AA - AB + BA - BB$$

$$= A(A - B) + B(A - B)$$

$$= A^2 - AB + BA - B^2 \quad \text{risposta c.}$$

---

$$P = A(B + C)D$$

$$P^t = ?$$

$$P^t = D^t(B^t + C^t)A^t$$