

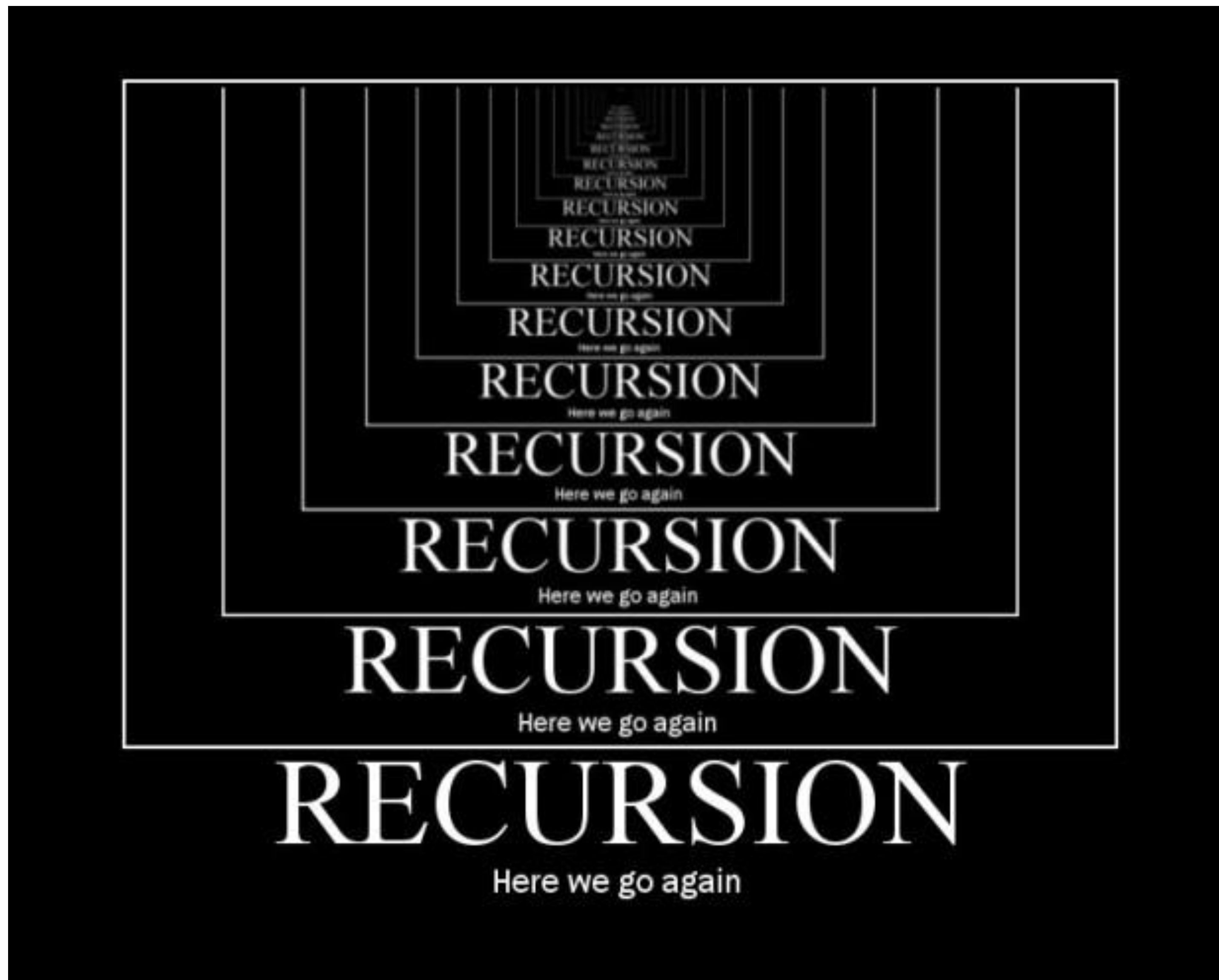


Recursão

Algoritmos



Recursão



Recursividade



RECURSIVIDADE

- É quando uma função envoca si mesmo para resolver um problema em uma instância menor!!!
- Programas recursivos são, em geral, mais simples de se escrever, analisar e entender!

RECURSIVIDADE

- Para usar a recursividade temos que aprender como o computador se comporta durante a recursão!
- Para isto entenderemos a recursão!!

RECURSIVIDADE

- Exemplo:
 - Os pais de uma pessoa são seus ancestrais (caso base);
 - Os pais de qualquer ancestral são também ancestrais da pessoa inicialmente considerada (passo recursivo).

RECURSIVIDADE

- Dividir: Divida o problema em subproblemas menores, até encontrar o caso base;
- Conquiste os subproblemas: resolva cada problema menor de forma isolada;
- Recombine a resolução dos subproblemas: por meio das resoluções dos problemas menores, resolva o maior.

RECURSIVIDADE

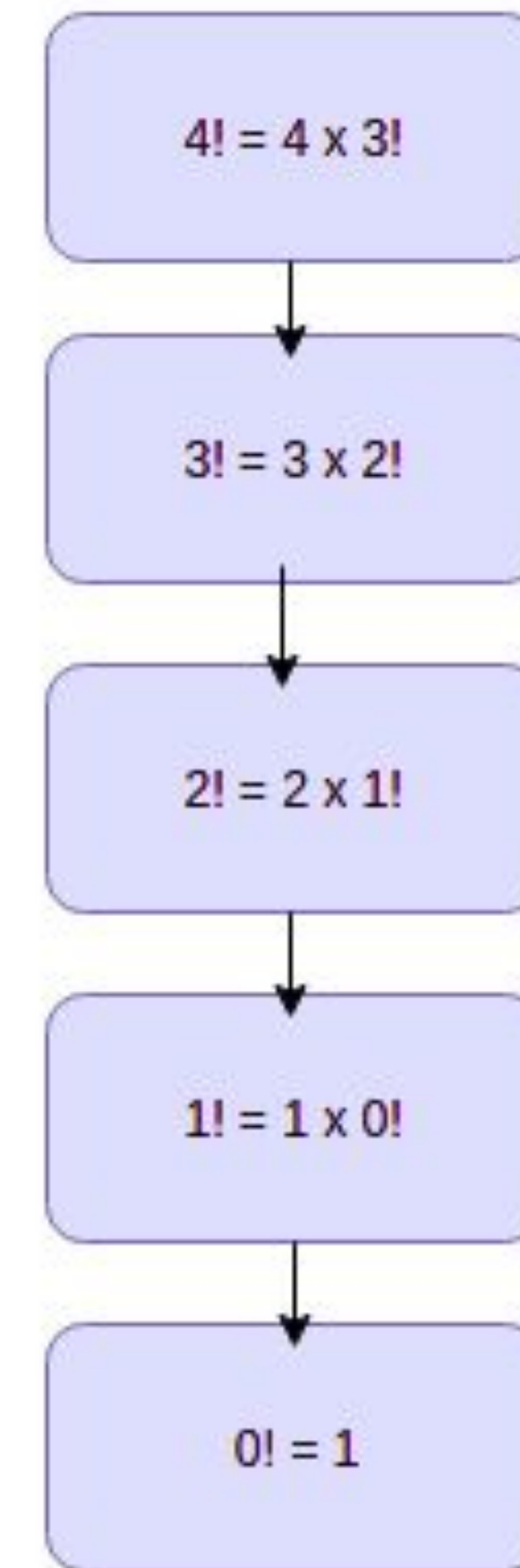
- Os algoritmos recursivos chamam a si mesmos , porém passando parâmetros diferentes (que em tese são a “instância menor” do que algoritmo irá resolver).
- Ao chamar a própria função com parâmetros diferentes podemos considerar que é um subproblema a ser resolvido.

EXEMPLO FATORIAL

- $4! = 4 \times (4-1) \times (4-2) \times (4-3) = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.
- Um fatorial de um número é o próprio número menos o fatorial do número menos um.
- $4! = 4 \times 3!$ (o fatorial de 4, é 4 vezes o fatorial de 3)
- $3! = 3 \times 2!$ (o fatorial de 3 é 3 vezes o fatorial de 2)
- $2! = 2 \times 1!$ (o fatorial de 2 é 2 vezes o fatorial de 1)
- $1! = 1 \times 0!$ (o fatorial de 1 é 1 vez o fatorial de 0) $0! =$ o fatorial de zero é 1

COMO FICA NOSSA RECURSÃO?

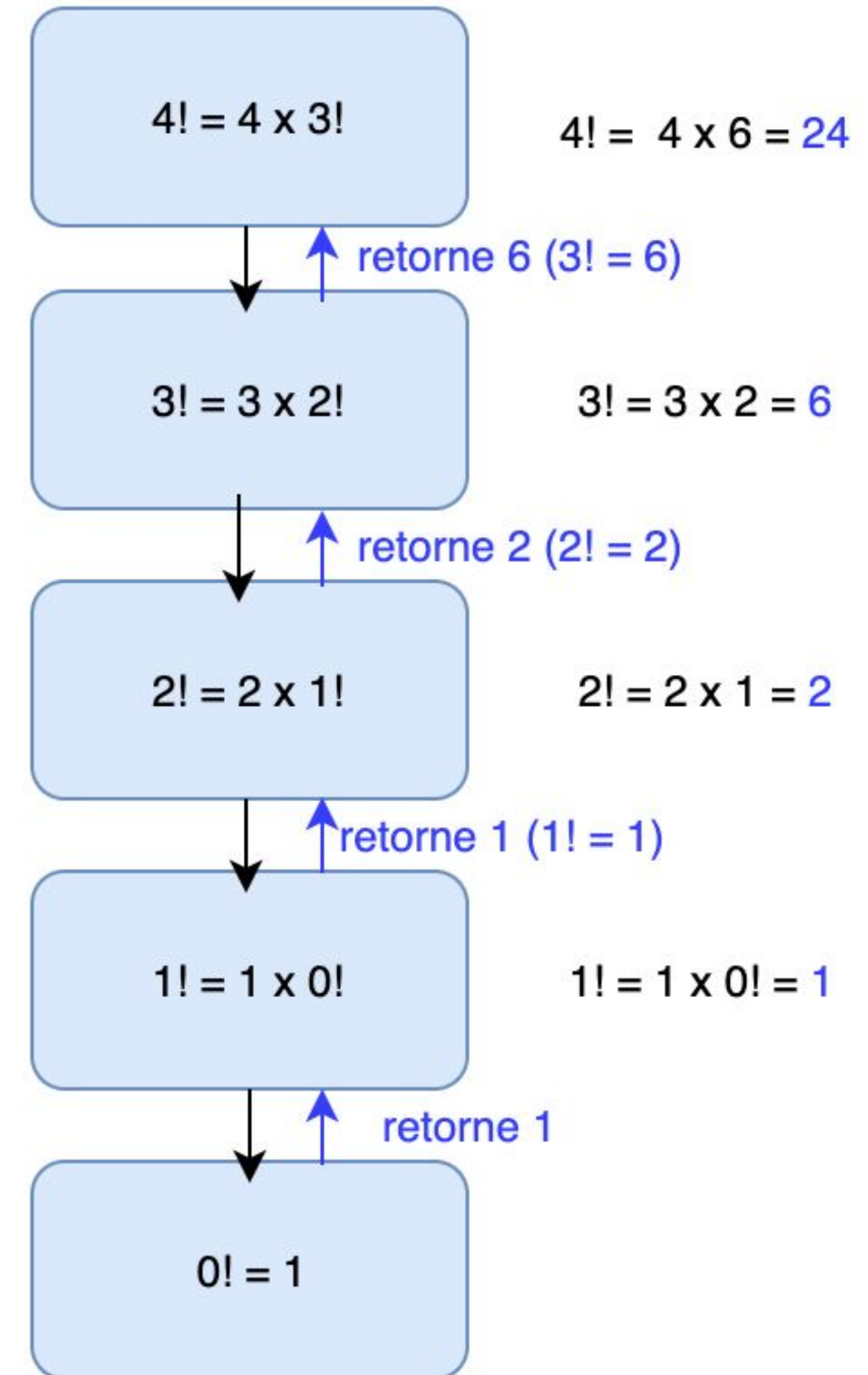
- Dividimos o problema em fatoriais menores até chegar no fatorial de zero.



Caso base

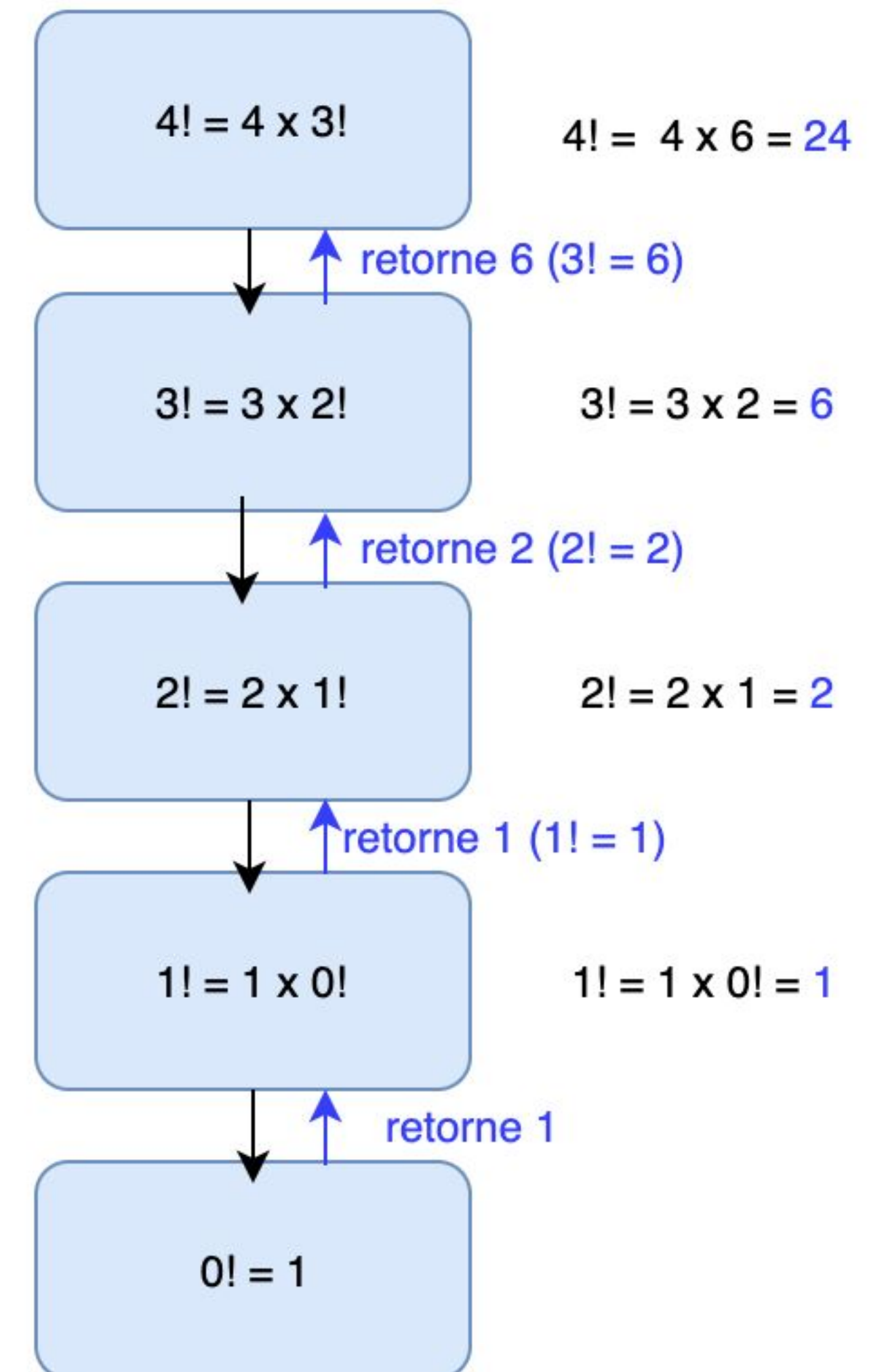
COMO FICA NOSSA RECURSÃO?

- E o que acontece quando chegarmos ao zero?
- Podemos retornar 1, pois $0!$ equivale a 1 e é o menor fatorial possível.



COMO FICA NOSSA RECURSÃO?

- Quebre o problema maior em subproblemas, até chegar ao caso base;
- Identifique o caso base (o caso base nesse caso é o fatorial de 0 que é igual a 1)
- A partir do caso base, comece a resolver os subproblemas um a um;
- Por fim, resolva o problema maior.



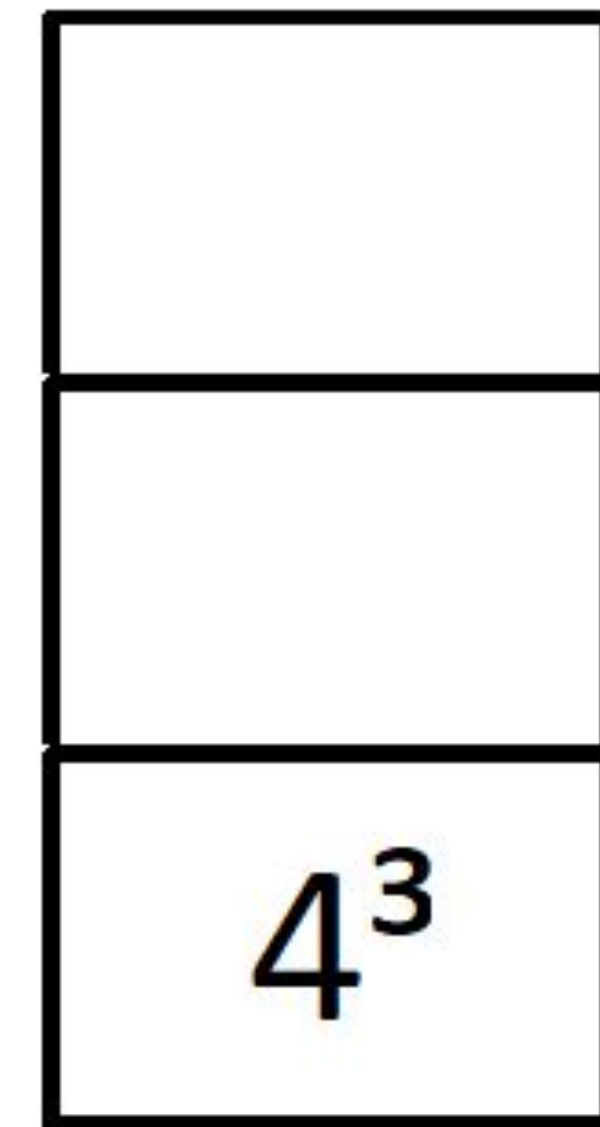
COMO O COMPUTADOR FAZ?

- Pilha de execução:
 - Toda vez que fazemos uma chamada de função dentro do programa, o SO reserva memória para as variáveis e parâmetros desta função.
 - A função no topo da pilha é função sendo executada no momento.
 - Quando uma função termina de ser executada ela é removida da pilha.
 - Quando ocorre uma nova chamada de função, a função chamada é colocada imediatamente no topo da pilha e começa a ser executada.

COMO O COMPUTADOR FAZ? (EXPONENCIAÇÃO)

pow(4,3)

STACK



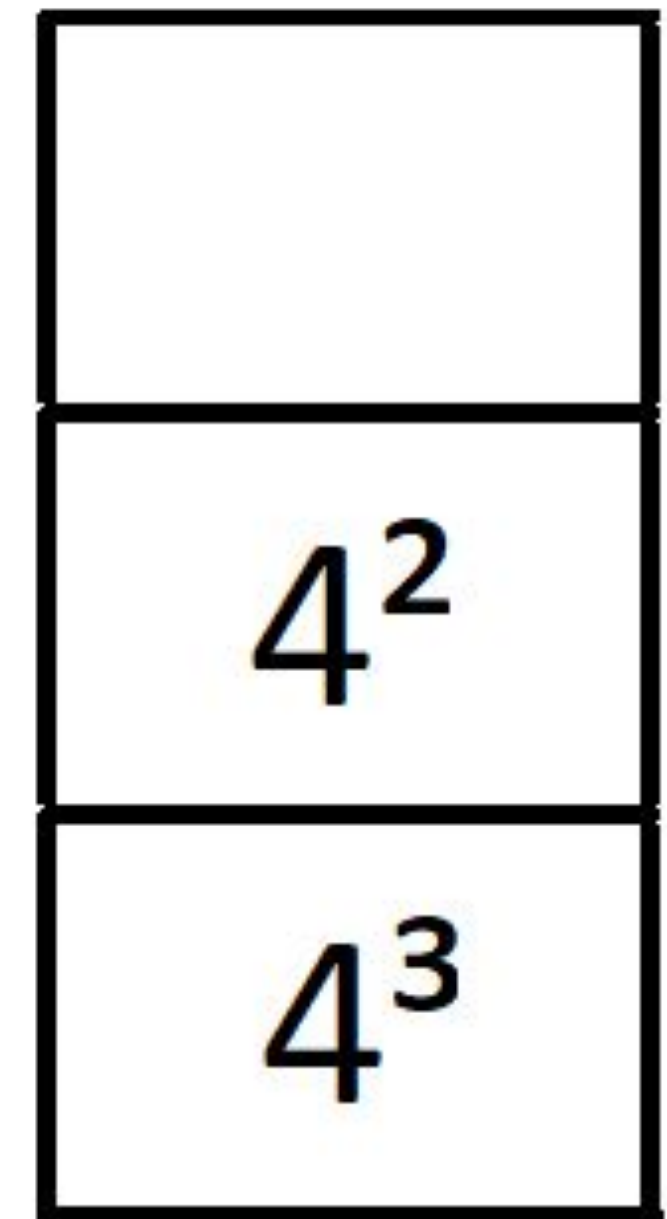
COMO O COMPUTADOR FAZ?

pow(4,3)



$4 * \text{pow}(4,2)$

STACK



COMO O COMPUTADOR FAZ?

pow(4,3)



$4 * \text{pow}(4,2)$



$4 * \text{pow}(4,1)$

STACK

| |
|-------|
| 4^1 |
| 4^2 |
| 4^3 |

COMO O COMPUTADOR FAZ?

pow(4,3)



4 * pow(4,2)



4 * pow(4,1)



4

STACK

| |
|-------|
| 4^1 |
| 4^2 |
| 4^3 |

COMO O COMPUTADOR FAZ?

$\text{pow}(4,3)$



$4 * \text{pow}(4,2)$

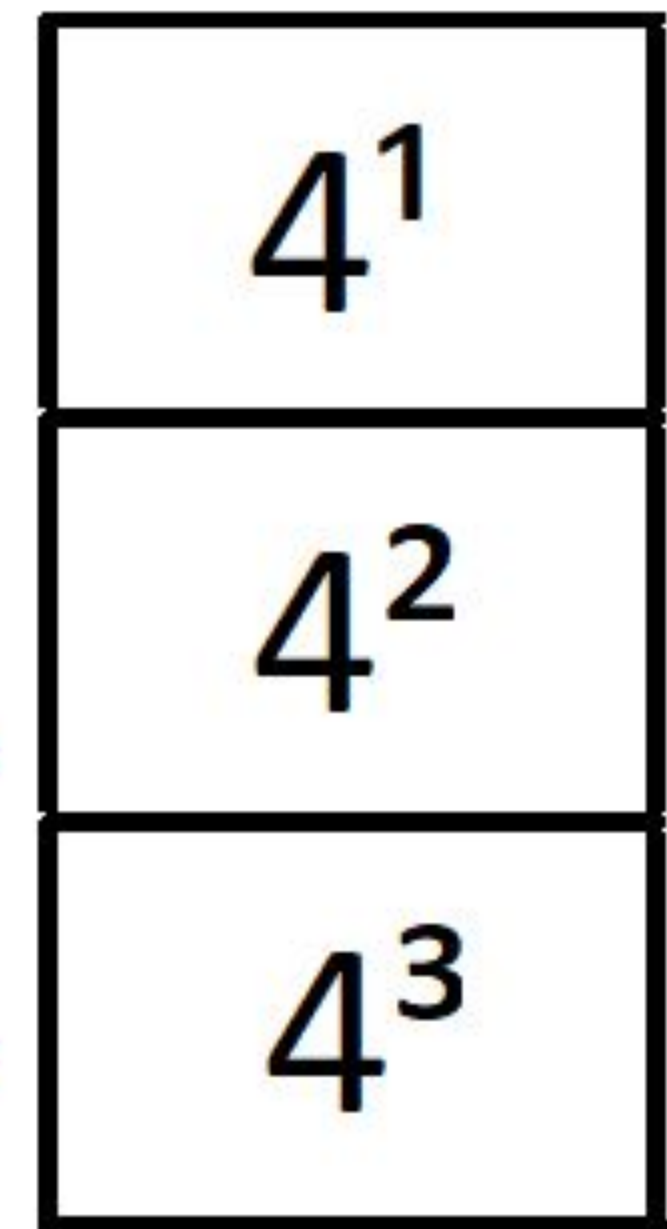


$4 * \text{pow}(4,1)$



4

STACK



COMO O COMPUTADOR FAZ?

pow(4,3)



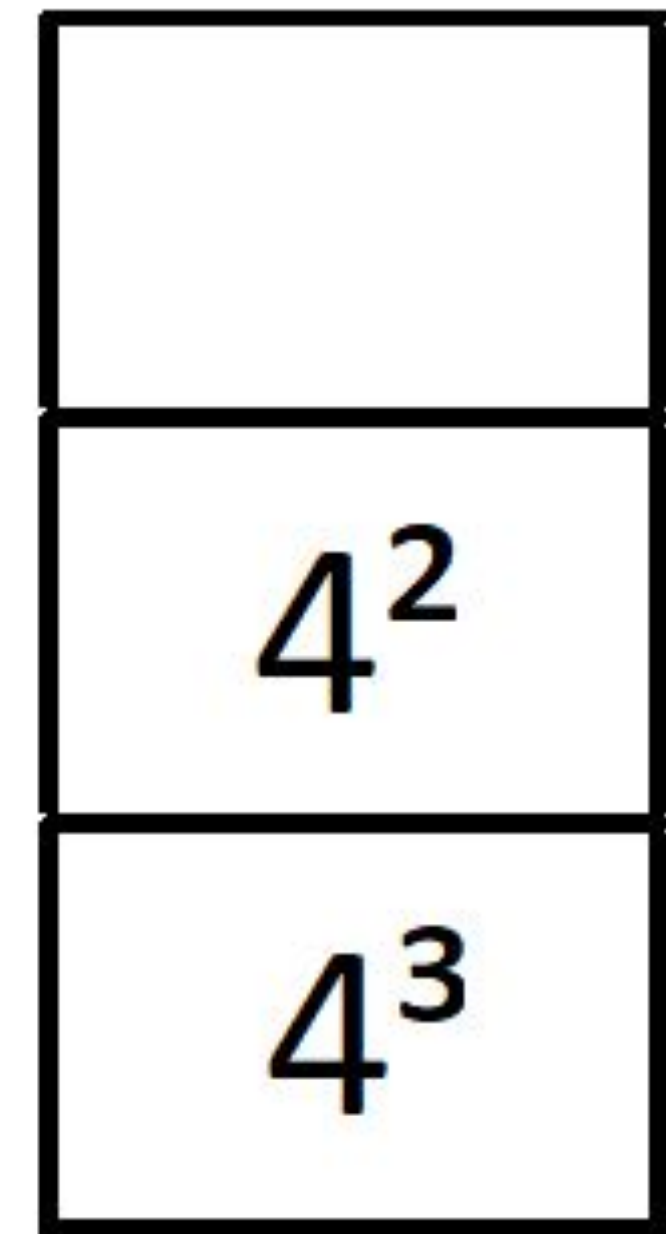
4 * pow(4,2)



4 * 4



STACK



COMO O COMPUTADOR FAZ?

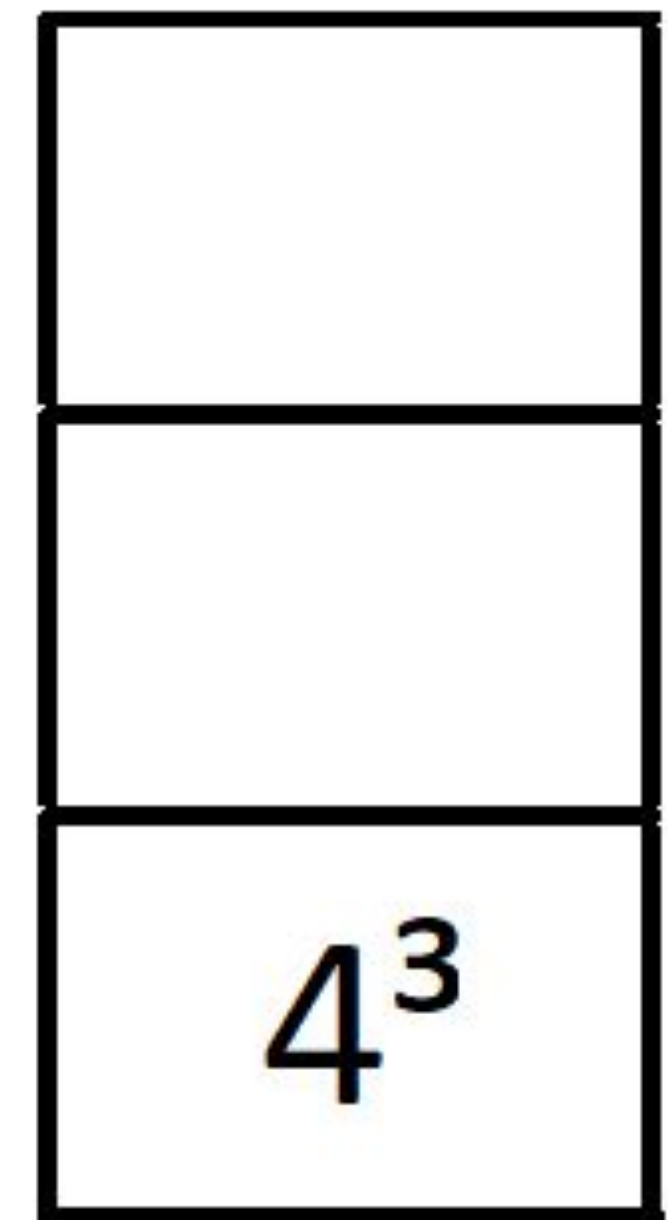
pow(4,3)



4 * 16



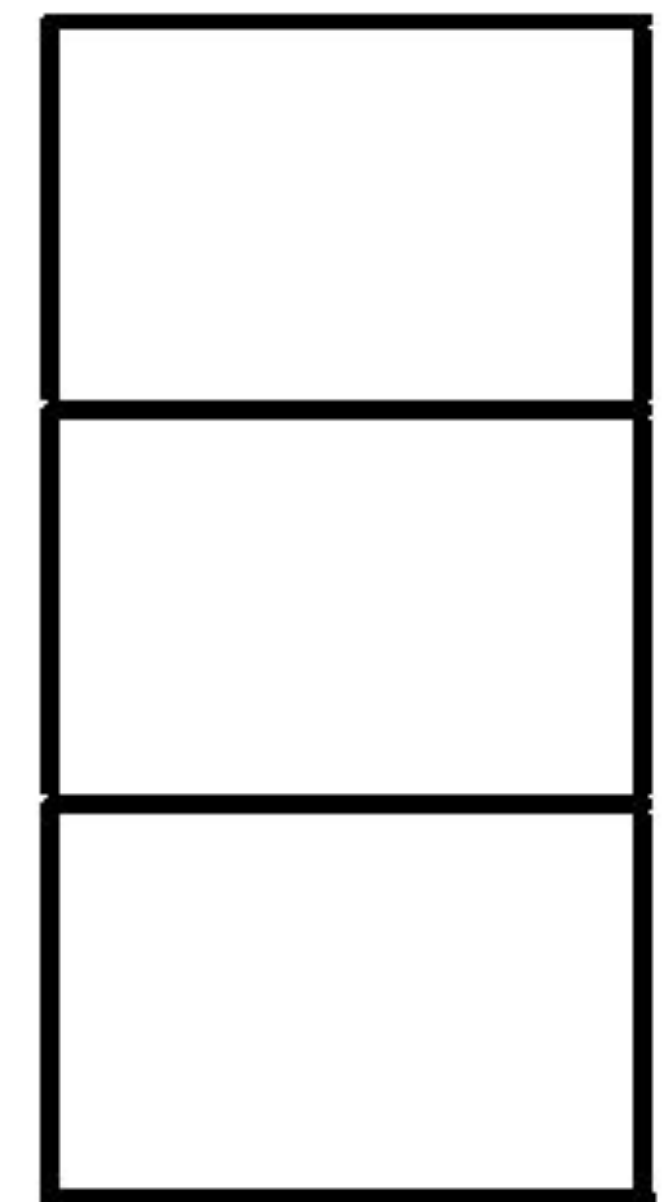
STACK



COMO O COMPUTADOR FAZ?

64

STACK



COMO O COMPUTADOR FAZ?

- Uma chamada recursiva nada mais é que uma simples chamada de função.
- Tudo que acontece é que várias instâncias da mesma função ficam empilhadas.
- Cada instância da função na pilha tem suas próprias variáveis locais, por isso o que acontece em uma instância de uma função recursiva não influencia o que acontece em outras instâncias.

EXEMPLO EXPONENCIAÇÃO

```
int pow_recursivo(int x, int n){  
    if(n == 1)  
        return x;  
    return x * pow_recursivo(x,n-1);  
}
```

COMO FICA O FATORIAL?

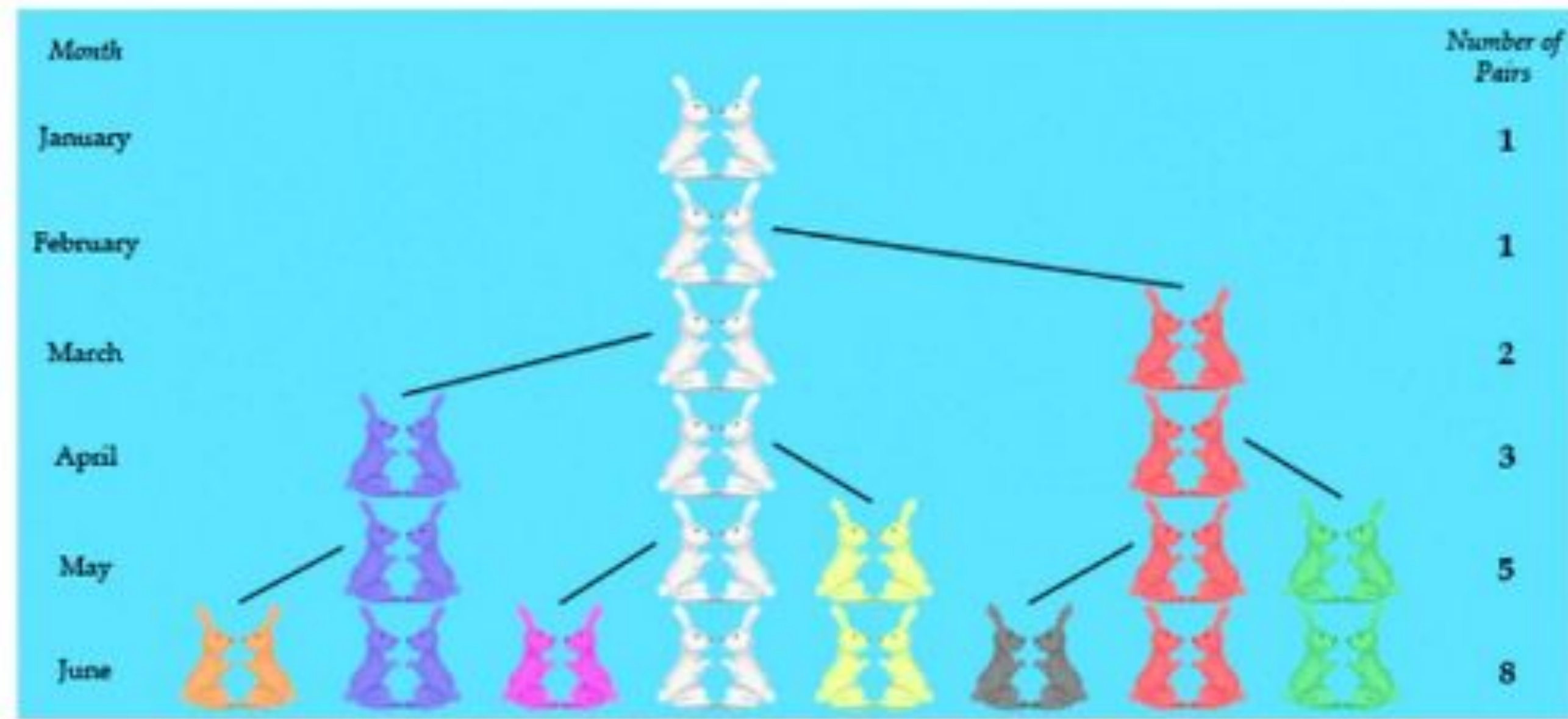
```
1 #include <stdio.h>
2
3 int F(int n) {
4     if (n==0)
5         return 1;
6     else
7         return F(n-1)*n;
8 }
9
10
11 int main() {
12     int num;
13
14     scanf("%d", &num);
15     printf("%d\n", F(num));
16 }
```


FIBONACCI

| F_0 | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | F_5 | F_6 | F_7 | F_8 | F_9 | F_{10} | F_{11} | F_{12} | F_{13} | F_{14} | F_{15} | F_{16} | F_{17} | F_{18} | F_{19} | F_{20} |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 | 233 | 377 | 610 | 987 | 1597 | 2584 | 4181 | 6765 |

FIBONACCI

- Os números de Fibonacci foram propostos por Leonardo di Pisa (Fibonacci), em 1202, como uma solução para o problema de determinar o tamanho da população de coelhos
- (*) fonte <http://www.oxfordmathcenter.com/drupal7/node/487>.



FIBONACCI

