

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

Curso de Ciência da Computação - Instituto de Ciências Exatas

**Disciplina:** DCE 119 - Lógica Digital

**Professor:** Eliseu César Miguel

**2ª Lista de Exercícios**



## Bibliografia

1-TOCCI, R.J.; WIDMER, N.S.; MOSS, G.L.; e MARTINS, C.S.A. **Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações**. 10º e 11º Edição. Brasil: Editora Pearson Education, 2011

-

2-SERATES, JONOFON. **Raciocínio Lógico I**. 11ª Ed. Volume 1.: Brasília: Editora Jonofon, Sérates, 2007.

-

3-LOURENCO, ANTONIO C. DE.; CRUZ, EDUARDO C. A.; FERREIRA, SABRINA R.; JUNIOR, SALOMAO C. **Circuitos Digitais: Estude e Use**. 6ª Ed.:São Paulo: Editora Erica, 1996.

-

1. Neste exercício, você deverá relacionar cada item a apenas um dos diagramas propostos. Inicialmente, você poderá escolher um diagrama da Figura 1 para os itens que a seguem, imediatamente, bem como repetir para a Figura 2 e os itens que a seguem.

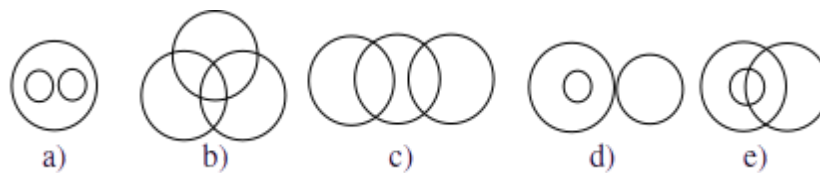


Figura 1: Diagrama de conjunto

- ( ) doutores, graduados, políticos;
- ( ) louros, morenos, ateus;
- ( ) dentistas, dançarinos, angolanos;
- ( ) cigarros, drogas, cervejas;
- ( ) viciados, estudantes, estelionatários;
- ( ) recipientes, panelas, comidas;
- ( ) artistas, atores, pernambucanos;
- ( ) padres, mulheres, doentes mentais;

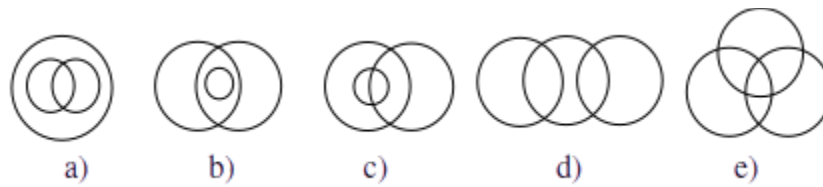


Figura 2: Diagrama de conjunto

- ( ) lutadores de box, frades, homens;
- ( ) plantas, raízes, remédios;
- ( ) livros, discos, obras primas;
- ( ) rock, som, arte;
- ( ) platéia, pessoas, crianças;
- ( ) analfabetos, ricos, pessoas ignorantes;
- ( ) metalúrgicos, operários, cantores;

2. Para as frases abaixo, descubra as formas atômicas possíveis e, em seguida, descreva as fórmulas originadas, como no exemplo que se segue.

**Exemplo .:** Se Felipe Massa for poli e se não faltar energia elétrica eu assistirei à corrida.

**Solução .:** Usaremos os símbolos proposicionais:  $p$ ,  $q$  e  $r$  com as seguintes definições:

$p \equiv$  Felipe Massa é Poli

$q \equiv$  Falta de energia elétrica

$r \equiv$  assisto à corrida

**Fórmula resultante.:**  $p \cdot \bar{q} \rightarrow r$

- (a) O jogo não foi agradável, o juiz roubou e, as meninas o assistiram ou estudaram.
- (b) O policial é mal pago e marginalizado
- (c) Se o governo não fosse corrupto nós pagaríamos as contas com mais prazer e teríamos melhores condições de vida
- (d) Para o homem ser feliz é necessário: Saúde, amor, casa própria e, muito dinheiro ou uma ilha deserta.
- (e) A fermentação ocorre à temperatura mínima de  $23^\circ \text{C}$   
A mistura de cevada e lúpulo possibilita a fermentação caso a temperatura seja adequada  
Se eu alcançar a Fermentação então consigo produzir cerveja  
A temperatura agora é  $34^\circ \text{C}$

3. Para as questões que se seguem, assinale a resposta correta:

- (a) *Todo professor é graduado.*  
*Alguns professores são pós-graduados.*
- i. Alguns pós-graduados são graduados.
  - ii. Alguns pós-graduados não são graduados
  - iii. Todos pós-graduados são graduados.
  - iv. Todos pós-graduados não são graduados.
  - v. Nenhum pós-graduado é graduado.
- (b) *Todo cristão é teísta*  
*Algum cristão é luterano*
- i. Todo teísta é luterano.
  - ii. Algum luterano é teísta.
  - iii. Algum luterano não é cristão.
  - iv. Nenhum teísta é cristão.
  - v. Nenhum luterano é teísta.
- (c) *Nenhum M é K*  
*Algum R é K*
- i. algum R não é M.
  - ii. todo R é M.
  - iii. nenhum R é M.
  - iv. algum R é M.
  - v. todo R não é M.

4. Para cada uma das afirmativas abaixo forneça sua negação lógica: Para esta questão o símbolo  $\vee$  significa o *ou* lógico e o símbolo  $\wedge$  significa o *e* lógico.

- (a)  $x > y$  ;  $x \neq y$  ;  $p \rightarrow q$  ;
- (b)  $x \in (A \cup B)$  ;  $x \in (A \cap B)$  ;
- (c)  $(\forall x)(p(x))$  ;  $(\exists x)(q(x))$  ;
- (d)  $p(x) \rightarrow q(x)$  ;  $p(x) \leftrightarrow q(x)$  ;
- (e) Viajarei de ônibus ou de avião ;
- (f) Ela cria cachorros e gatos ;
- (g) Se o polígono P é um paralelogramo, então é um quadrado ;
- (h) Existe ao menos um aluno estudioso ;

- (i) Nenhum aluno foi reprovado ;
- (j) Todos alunos são maiores de idade ;
- (k) Existe pescador que não é mentiroso ;
- (l) Não quero nada ;
- (m)  $(4 \in A) \vee (4 \in B)$  ;
- (n)  $(4 \in A) \wedge (4 \in B)$  ;
- (o) Todo nordestino é trabalhador ;
- (p) Existe galinha com pescoço pelado ;
- (q) Alguma música é erudita ;
- (r) Nenhum peixe vive fora da água ;
- (s) Marta gosta de ler ou de ouvir música ;
- (t) Se Marta estudou, então foi aprovada ;
- (u) Thábata é magra e loura. ;
- (v) Nenhum gato gosta de tomar banho ;
- (w) Wilson não é paciente ou Lídia não é faladeira ;
- (x) O gato mia e o rato chia ;

5. Determine o valor lógico das seguintes proposições:

- (a) é falso que  $(3 + 4 = 7 \text{ e } 2 + 2 = 5)$
- (b) não é verdade que 1998 é um número ímpar
- (c)  $2 + 2 = 4 \rightarrow (3 + 3 = 7 \leftrightarrow 1 + 1 = 3)$

6. Sejam as proposições:

$p \equiv$  Jô Soares é gordo.

$q \equiv$  Jô soares é artista.

Escreva, na forma algébrica, cada uma das proposições seguintes:

- (a) Jô Soares não é gordo
- (b) Jô soares não é artista.
- (c) Não é verdade que Jô Soares não é gordo
- (d) Jô Soares é gordo ou artista.
- (e) Jô Soares não é gordo e é artista.

7. Mostre que as Fórmulas Lógicas abaixo são tautologias.

- (a)  $\overline{P}.\overline{Q} \rightarrow \overline{P+Q}$
- (b)  $\overline{P}.\overline{Q} \leftrightarrow \overline{P+Q}$
- (c)  $\overline{P \rightarrow Q} \rightarrow P.\overline{Q}$
- (d)  $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
- (e)  $(Q \rightarrow (K \rightarrow N)) \rightarrow ((Q \rightarrow K) \rightarrow (Q \rightarrow N))$
- (f)  $(\overline{P} \rightarrow \overline{Q} \rightarrow ((\overline{P} \rightarrow Q) \rightarrow P)$
- (g)  $\overline{P} + Q \leftrightarrow P \rightarrow Q$

8. Simplifique, ao máximo, e deixando claro em cada passo qual lei lógica você utilizou, as expressões abaixo.

- (a)  $F(a, b, c) \equiv (a.b.\overline{c} + a.b + \overline{a}.b.\overline{c})$
- (b)  $X(a, b, c) \equiv a.b.c + a.b.\overline{c} + \overline{c},$
- (c)  $P(a, b, c, d) \equiv ((d + a) + (\overline{d}.\overline{a})) \rightarrow d + \overline{a} + c.d(\overline{a + d}).d.c$
- (d)  $M(a, b, c, d) \equiv (\overline{a + b + c}).a \rightarrow (\overline{c}.\overline{d}).d$

9. Para os diagramas de Venn da Figura 3 faça o que se pede:

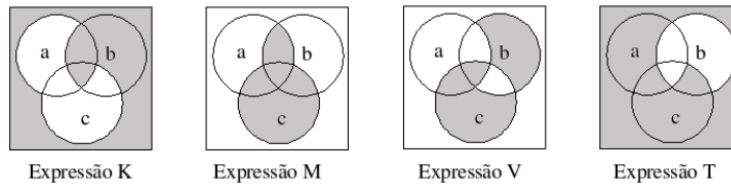


Figura 3: Expressões lógicas em Diagramas de Venn

- (a) Forneça as expressões lógicas no formato algébrico;
- (b) Forneça as expressões no formato de circuitos;
- (c) Forneça as expressões no formato de portas lógicas;
- (d) Simplifique as expressões lógicas;
- (e) Represente, utilizando Diagramas de Venn, as expressões:
  - i.  $Z \equiv K + M$
  - ii.  $W \equiv K \cdot M$
  - iii.  $P \equiv (K + V) \cdot T$

10. Minimize as expressões a seguir, utilizando o mapa de Karnaugh:

(a)  $\overline{A}.B + \overline{A}.\overline{B}$

(b)  $\overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.C$

(c)  $\overline{A}.\overline{B}.C.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.B.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.D$

(d)  $A.B.C.\overline{D}.\overline{E} + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D}.E + A.B.C.D.E + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D}.\overline{E}$

## Projeto

A Figura 4 ilustra a automação na captação de água pluvial por uma empresa.

O sistema é composto por um reservatório de água alimentado pela bomba  $BR$  e uma caixa de água alimentada pela bomba  $BC$ . Sempre que o sensor de nível alto  $SNAR$  do reservatório estiver desativado ( $SNAR = 0$ ), a bomba  $BR$  (do rio) deve manter-se ligada ( $BR = 1$ ) para encher o reservatório. A bomba mantém-se desligada quando o reservatório está cheio, indicado pelo sensor de nível alto  $SNAR = 1$ .

A empresa está em uma região de baixo índice pluviométrico e o rio, às vezes, fica tão baixo que não é possível captar a água. Então, se o sensor de nível crítico do rio estiver desacionado ( $SNCR = 0$ ), um alarme sonoro ( $AS=1$ ) deve avisar o operador do sistema e, também, a bomba do rio ( $BR$ ) deve ser desligada automaticamente pelo sistema.

Em um segundo estágio do sistema, a caixa de água da indústria deve manter o nível sobre o sensor  $SC$ . Se o nível da caixa de água da indústria ficar abaixo de  $SC$  ( $SC = 0$ ) a bomba da caixa deve ser ligada ( $BC = 1$ ), mas somente se o sensor de reservatório indicar que há água para ser bombeada,  $SNBR = 1$ .

Analisando este processo, identifique as variáveis de entrada e saída, monte as tabelas-verdades e obtenha as expressões lógicas que permitem implementar o funcionamento deste sistema.

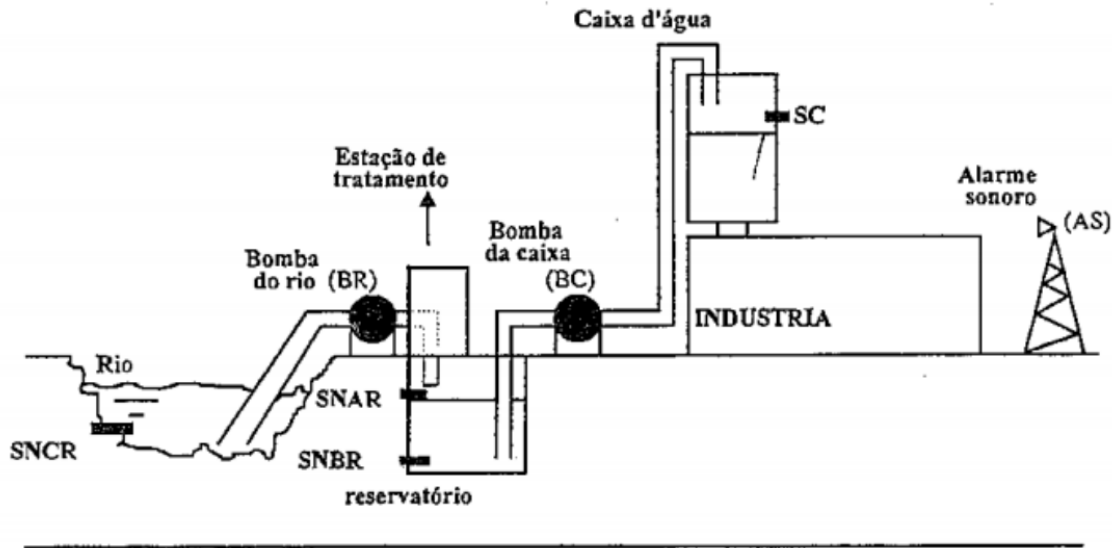


Figura 4: Diagrama da empresa

## Parte 2

1. Simplifique, de forma algébrica, cada uma das seguintes expressões. Apresente as leis e postulados utilizados a cada passo. Aplique, o quanto possível, a Lei de De Morgan para diminuir a incidência de negações.

(a)  $\overline{\overline{ABC}}$

(f)  $\overline{\overline{A + B + C}}$

(b)  $\overline{\overline{A + BC}}$

(g)  $\overline{\overline{A(A + C)D}}$

(c)  $\overline{\overline{AB\overline{BC}}}$

(h)  $\overline{(M + \overline{N})(\overline{M} + N)}$

(d)  $\overline{\overline{A + B}}$

(i)  $\overline{\overline{\overline{ABCD}}}$

(e)  $\overline{\overline{AB}}$

2. Mostre como uma porta NAND de duas entradas pode ser construída a partir de portas NOR de duas entradas.
3. Mostre como uma porta NOR de duas entradas pode ser construída a partir de portas NAND de duas entradas.
4. Um avião a jato emprega um sistema de monitoração dos valores de rpm, pressão e temperatura dos seus motores usando sensores que operam, conforme descrito a seguir:

saída do sensor RPM = 0 apenas quando a velocidade for  $< 4.800$  rpm

saída do sensor P = 0 apenas quando a pressão for  $< 1,33$  N/m<sup>2</sup>

saída do sensor T = 0 apenas quando a temperatura for  $< 93,3^\circ\text{C}$

A Figura 5 mostra o circuito lógico que controla uma lâmpada de advertência dentro da cabine para certas combinações de condições da máquina. Admita que um nível ALTO na saída W ative a luz de advertência.

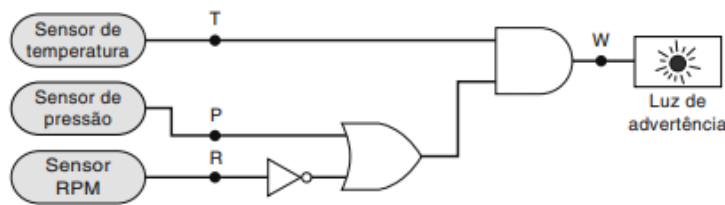


FIGURA 3.56

Figura 5: Circuito lógico de monitoração de sensores de um avião a jato

Determine quais condições do motor indicam sinal de advertência ao piloto.



5. Determine a tabela-verdade completa para o circuito da figura 6 encontrando os níveis lógicos presentes na saída de cada porta para as 32 combinações possíveis de entrada.

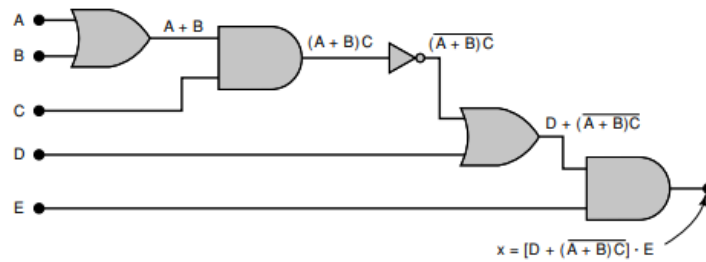


Figura 6: Circuito com inversores

Troque cada OR por AND e cada AND por OR na figura. Em seguida, escreva a expressão para a saída e determine a tabela-verdade completa.

6. A figura 7 mostra uma aplicação de portas lógicas que simula um circuito two-way como o usado em nossas casas para ligar ou desligar uma lâmpada a partir de interruptores diferentes. Nesse caso, é usado um LED que estará LIGADO (conduzindo) quando a saída da porta NOR for nível BAIXO. Observe que essa saída foi nomeada LIGHT para indicar que é ativa-em-baixo. Determine as condições de entrada necessárias para ligar o LED. Em seguida, verifique se o circuito funciona como um interruptor two-way (interruptores A e B). No Capítulo 4, você aprenderá a projetar circuitos como esse para produzir uma relação entre entradas e saídas.

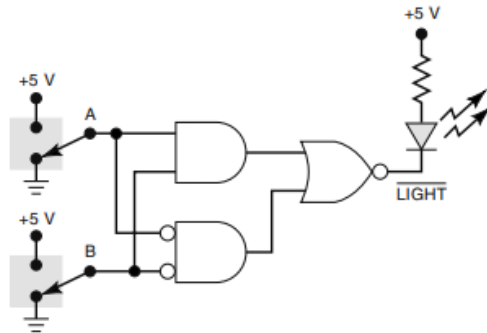
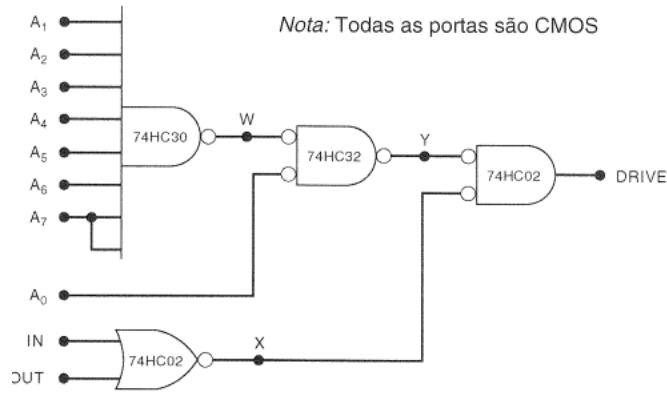


Figura 7: Circuito two-way

### Parte 3

1. Consulte a Fig. 8 Modifique o circuito de modo que o alarme seja ativado somente quando a pressão e a temperatura excederem os seus limites máximos ao mesmo tempo.



**Fig. 3-40** Exemplo 3-23.

Figura 8: Circuito de monitoração de alarme

2. Monte a tabela-verdade completa para o circuito da Fig. 9 determinando os níveis lógicos presentes em cada saída de porta para cada uma das 16 combinações possíveis de níveis de entrada.

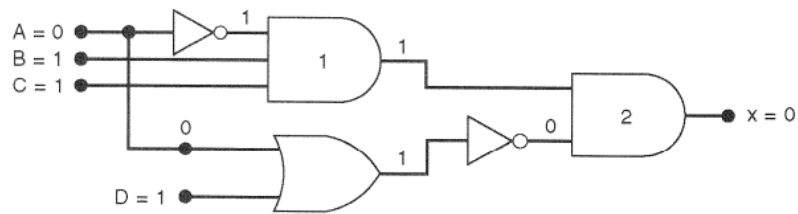


Figura 9: Circuito com 16 combinações de entrada

3. Para cada uma das seguintes expressões, construa o circuito lógico correspondente, usando portas AND, OR e inversores.

(a)  $X \equiv \overline{AB(C + D)}$

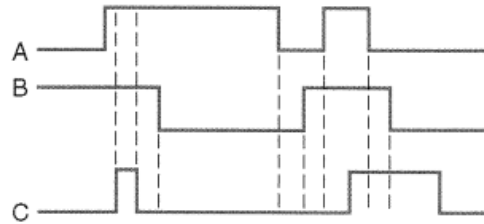
(b)  $Y \equiv \overline{(A + B + \overline{CDE})} + \overline{BCD}$

(c)  $Z \equiv (\overline{M + N + \overline{PQ}})$

(d)  $T \equiv \overline{W + \overline{PQ}}$

(e)  $U \equiv MN(P + \overline{N})$

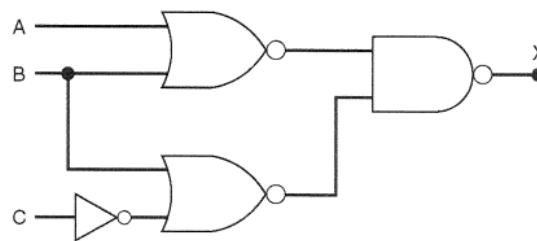
4. (a) Aplique as formas de onda de entrada da Fig. 10 numa porta NOR e desenhe a forma de onda de saída. (b) Repita com C mantido permanentemente em BAIXO. (c) Repita com C mantido ALTO.



**Fig. 3-47**

Figura 10: Formas de onda de entrada

5. Repita o Problema 3-17 para uma porta NAND.
6. Escreva a expressão de saída para o circuito da Fig. 11. Monte uma tabela-verdade completa.



**Fig. 3-48**

Figura 11: Circuito lógico para expressão de saída

7. Modifique os circuitos que foram construídos no Problema 3-16 de modo que portas NAND e portas NOR sejam usadas sempre que for apropriado.
8. Use os teoremas de DeMorgan para simplificar a expressão para a saída da Fig. 11.
9. Converta o circuito da Fig. 12 para outro que use apenas portas NOR. Depois escreva a expressão para o novo circuito, simplifique-a usando os teoremas de DeMorgan e compare-a com a expressão para o circuito original.

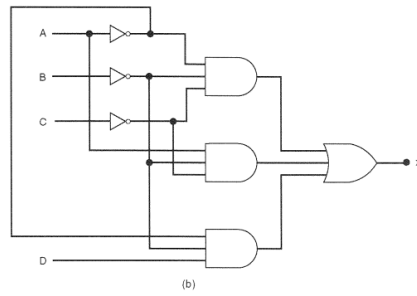


Fig. 3-46

Figura 12: Circuito com portas NOR

## Parte 4

- Para os circuitos abaixo, obtenha a tabela verdade e as expressões canônicas e as simplificadas:

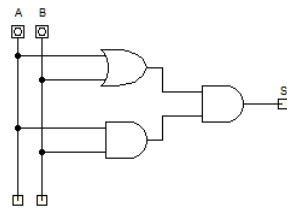


Figura 13: Circuito  
(a)

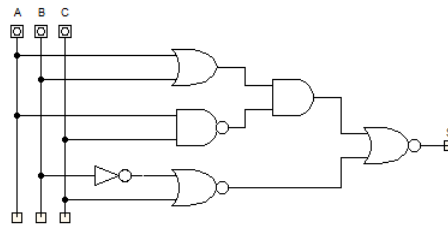


Figura 14: Circuito (b)

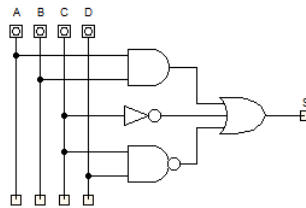


Figura 15: Circuito (c)

- Desenhe o circuito que executa as expressões lógicas citadas abaixo:

(a)  $A.B.C + [(A + B).C]$

(b)  $(\overline{A + B}) + [(\overline{C.D}).\overline{D}]$

(c)  $[(\overline{A + B}).\overline{C}] + [\overline{D.(B + C)}]$

(d)  $A + [(B \oplus C).(\overline{\overline{A.B.C}})] + (\overline{\overline{A.C + B}})$

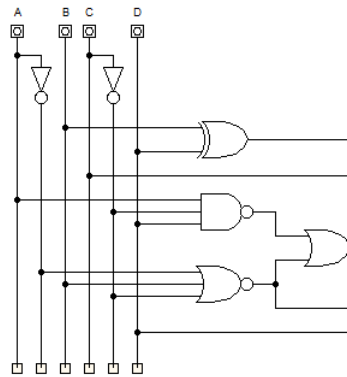


Figura 16: Circuito  
(d)

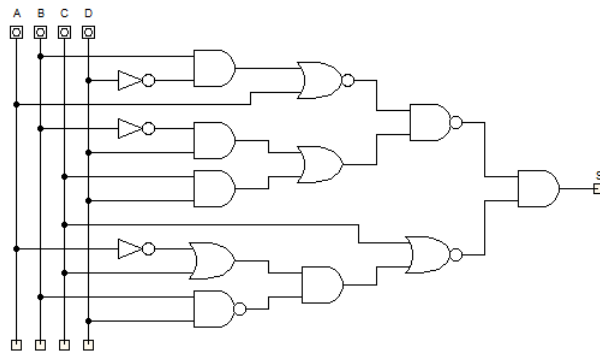


Figura 17: Circuito (e)

(e)  $\overline{C} \cdot [A \cdot \overline{B} + B \cdot (\overline{A} + C)]$

(f)  $A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + C$

3. Encontre a expressão lógica e monte seu circuito para  $T(a, b, c) \equiv a \neq (b \neq c)$ .
4. Encontre os circuitos  $S$  e  $Z$ . Em seguida, desenhe os circuitos que representam  $S$  e  $Z$ :

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Tabela 1:

A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
C	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
D	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Z	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1

Tabela 2:

5. Simplifique as expressões utilizando os *Mapas de Veitch-Karnaugh*:
  - (a) Expressões  $U$  e  $W$  da Tabela 3.
  - (b) Expressão  $S$  da Tabela 1.
  - (c) Expressão  $Z$  da Tabela 2.
6. Como vimos as possíveis equivalências no exercício anterior, faça o que se pede:

A	B	C	U	W
0	0	0	0	X
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	X
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0

Tabela 3: Expressões  $U$  e  $W$

- (a) Desenhe o circuito do Exercício 1 item a), utilizando somente portas NOR.
- (b) Desenhe o circuito do Exercício 1 item a), utilizando somente portas NAND.
7. Represente em *Diagrama de Venn* os seguintes itens abaixo:
- (a) Desenhe o *Diagrama de Venn* da *Figura 13*.
- (b) Desenhe o *Diagrama de Venn* da *Figura 14*.
- (c) Desenhe o *Diagrama de Venn* da expressão no item (a) do Exercício 1.
- (d)  $\overline{A}.B + A.\overline{B} + A.B$
- (e)  $A.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + A.B.\overline{C} + A.\overline{B}.\overline{C} + \overline{B} + A + A.C$
8. As portas lógicas possuem entre si equivalência, como podemos obter portas NOT a partir de NAND e NOR, como forma de otimização e redução de componentes na construção de sistemas.
- (a) Demonstre como podemos obter uma porta NOT a partir de uma porta NOR.
- (b) Demonstre como podemos obter uma porta OR a partir de uma porta NAND e NOT.
- (c) Demonstre como podemos obter uma porta NAND a partir de uma porta OR e NOT.
- (d) Demonstre como podemos obter uma porta AND a partir de uma porta NOR e NOT.
- (e) Demonstre como podemos obter uma porta EXCLUSIVE OR a partir de uma porta AND, OR e NOT.
9. Minimize as expressões a seguir, utilizando os *Diagramas de Veitch-Karnaugh*:
- (a)  $\overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.C$
- (b)  $\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.C.D + A.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + A.\overline{B}.\overline{C}.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.\overline{B}.C.D + A.B.C.\overline{D} + A.B.C.D$

(c)  $\overline{B}.\overline{D} + A + A.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.\overline{B}.C.D + \overline{A}.\overline{C}$

(d)  $A.B.C + A.B + \overline{A}.B.C.D + B.D + C.D + \overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D}$

10. Simplifique por *Karnaugh* o que se pede:

(a) Simplifique  $T(a, b, c, d)$  sendo:

$$K \equiv 1 \quad \text{se} \quad \begin{cases} a \equiv b \\ a \equiv \overline{c} \\ a \equiv \overline{b}.\overline{c}.d \end{cases}$$

ou  $K \equiv 0 \quad \text{se} \quad a \not\equiv b \text{ e } a \equiv c \text{ e } a \equiv \overline{d} \text{ (caso não contrarie as anteriores)}$

(b) Simplifique  $K(a, b, c, d)$  sendo:

$$K \equiv 1 \quad \text{se} \quad \begin{cases} a \not\equiv b \\ b \equiv c \\ c \equiv d \end{cases}$$

ou  $K \equiv 0 \quad \text{se} \quad c \not\equiv d \text{ e } c \equiv a \text{ (caso não contrarie as anteriores)}$

11. Simplifique, utilizando os *Mapas de Veitch-Karnaugh*, as expressões representadas pelos circuitos em portas lógicas das Figuras [18], [19] e [20]:

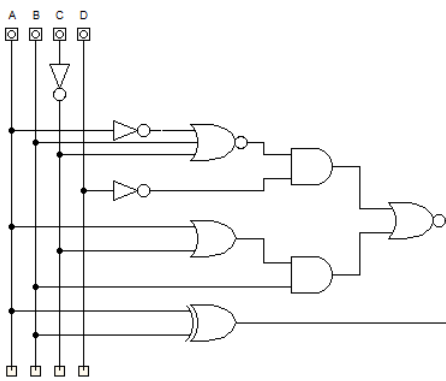


Figura 18:

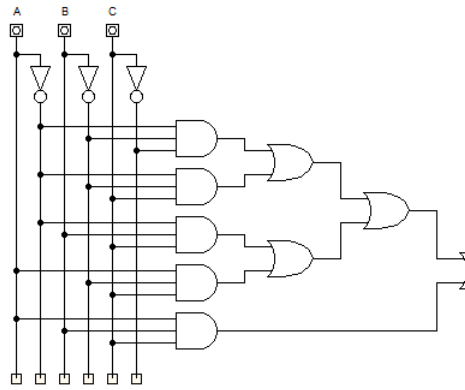


Figura 19:

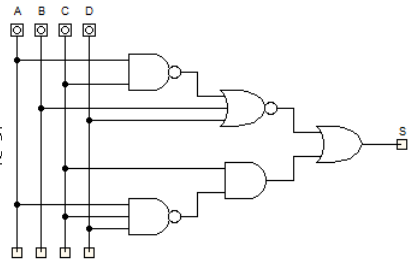


Figura 20:

**Bom Trabalho!**

*Professor Eliseu César Miguel*

*Revisado por Leonardo Magnani e Pedro Henrique de Almeida*

*Esta lista de exercícios foi elaborada utilizando-se L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X*