Autômatos Celulares

Gabriela Salvador Thumé
gabithume@gmail.com

Universidade do Estado de Santa Catarina

25 de Maio de 2011

Estrutura da apresentação

Áreas de estudo

- Vida Artificial
- Sistemas Complexos
- Teoria do Caos
- Fractais
- Máquinas de Estados

Histórico

✓Necessidade de um modelo matemático para **sistemas complexos**.
✓Projeto Manhattan: sistemas auto-generativos.
✓Sistemas Complexos:

- Propriedades que não são consequências dos elementos isolados
- Emergência, seleção e evolução de padrões auto-organizados
- Organização de padrões formados pelas interações locais de seus indivíduos

Histórico

1940 Stanislaw Ulam: modelo de cristais arranjados em uma *"lattice"* (estrutura com dimensão e formato) de células.

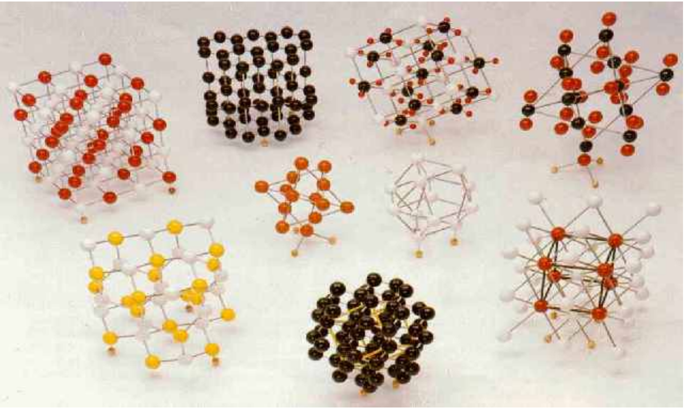


Figura: Lattices de cristais [COLLAÇO, 2010]

Modelo de formação de cristais

$\sigma_{t+1}(x_i)$ = uma célula torna-se negra se possui somente uma célula vizinha negra

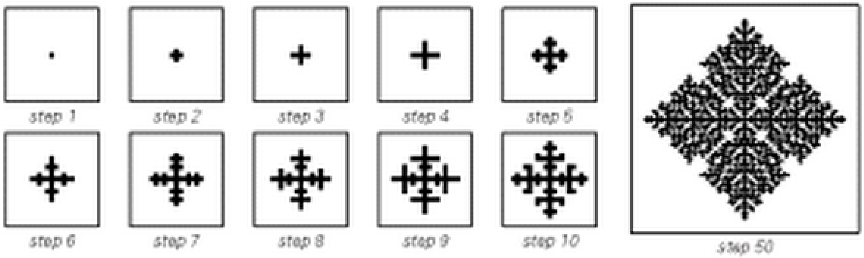


Figura: Cristais de Ulam [WOLFRAM, 2002]

Histórico

1940 Jon Von Neumann: estudo de auto-replicação de sistemas biológicos e robóticos.

✓Construtor universal 2D, com 29 estados possíveis para cada célula e regras que simulam operações da eletrônica e mecânica computacionais com o objetivo de auto-replicar.

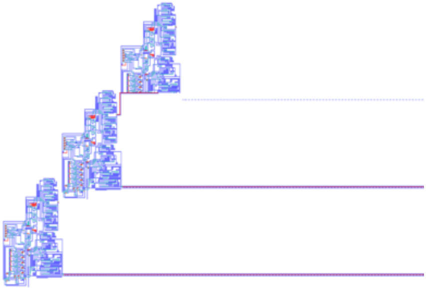


Figura: Construtor Universal [WOLFRAM, 1982]

Histórico

1969 Konrad Zuse: propôs a idéia de que o universo seria um autômata celular gigante regido por regras.

1970 John Conway: Game of Life.

1983 Stephen Wolfram: descreveu um estudo massivo sobre o comportamento de autômatos celulares e suas classificações.

2002 Em A New Kind of Science, Wolfram mostra um estudo empírico de sistemas gerais simulados em autômatos celulares. [WOLFRAM, 2002]

Modelo Teórico

Autômatos Celulares são formados por uma **matriz/lattice/rede** de **células** que possuem **estados** alterados de acordo com o seu estado anterior e o estado das **células vizinhas** em um **tempo discreto** (iterações) [WOLFRAM, 1982]

Modelo Teórico

Para $x_i \in E$, com $1 \leq i \leq n-1$, sendo n a quantidade de colunas (células) de uma *lattice* de fila de 1 dimensão, e x_i o estado de suas células na iteração $1 \leq t \leq m$, sendo m o número máximo de iterações do AC.

A transição dos estados x_i do instante t para $t+1$ é dada pela função de transição $\sigma_{t+1}(x_i)$ definida com base na regra que modela o comportamento desejado.

Ex: $\sigma_{t+1}(x_i) = \begin{cases} x_{i_t}, & \text{se } x_{i-1_t} = 0 \wedge x_{i+1_t} = 0 \\ 1, & \text{se } x_{i-1_t} = 0 \vee x_{i+1_t} = 1 \end{cases}$

Características

Um autômato celular possui uma estrutura discreta de células que tem características de [ILabs, 2009]:

✓**Homogeneidade**: regras iguais para todas as células;
✓**Estados discretos**: cada célula pode estar em um dos finitos estados possíveis;
✓**Interações locais**: o estado de uma célula depende só do seu estado anterior e dos estados das células vizinhas;
✓**Dinâmicas deterministas**: a cada instante de tempo a célula sofreu uma atualização no seu estado;
✓**Paralelismo**: as células evoluem de forma autônoma e independente.

Atributos

✓ **Geometria** da rede

- Dimensão:

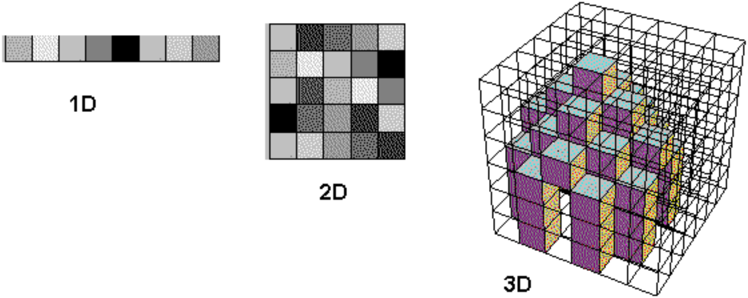


Figura: Dimensão da Rede [CERQUEIRA, 2011]

Atributos

- Formato: retangular, triangular, quadrada ou hexagonal.

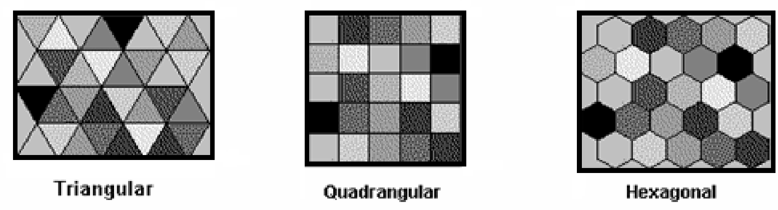


Figura: Formato da Rede [CERQUEIRA, 2011]

✓**Estados** de uma célula: cada célula possui um estado alterado de acordo com regras.

Se todas as células estiverem em seu estado inicial, uma regra pode definir um estado especial para uma célula desencadear a evolução;

É chamado de **binário** o autômato celular que suportar apenas 2 estados para cada célula.

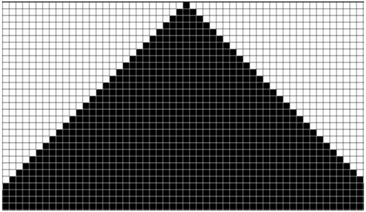


Figura: Binário

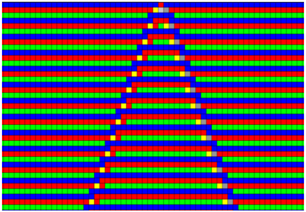


Figura: Seis estados possíveis

✓**Regras**: determinam a atualização dos estados das células

- Determinísticas: possível saber com exatidão o próximo estado sabendo o estado das células vizinhas;
- Não-determinísticas: se baseiam em probabilidades.

✓Tipos de **vizinhança**: em unidimensional = direita e esquerda, em bidimensional:

- células na vertical, horizontalmente a adjacentes à célula;

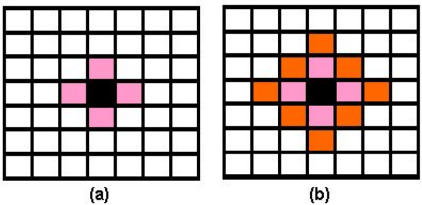


Figura: Neumann

- células na vertical, horizontal e diagonalmente adjacentes à célula;

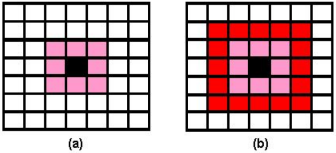


Figura: Moore

- vizinhança aleatória e arbitrária.

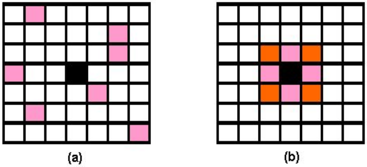


Figura: Aleatória

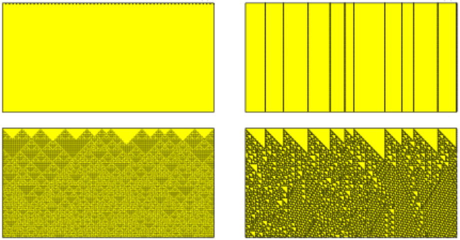
Classificação

✓Classe I: estado homogêneo. Todas as células chegarão a um mesmo estado após um número finito de interações.

✓Classe II: estável simples ou limite periódico. As células não possuirão todas o mesmo valor e criarão imagens que se repetem com a evolução temporal.

✓Classe III: padrão irregular. Não possui padrão reconhecível.

✓Classe IV: estrutura complexa. Geração de estruturas complexas que evoluem imprevisivelmente. [COLLAÇO, 2010]



Autômato Celular Unidimensional

✓Unidimensional: uma linha de células

✓Partindo de uma **linha** inicial de **células**, evolui-se em **passos** de tempo de acordo com **regras** criando novas linhas abaixo da anterior.

✓Binário: Estados 0 (branco) ou 1 (preto).

✓Uma célula e as suas duas vizinhas (da direita e esquerda) formam uma vizinhança de 3 células, por isso existem $2^3 = 8$ padrões possíveis para uma vizinhança. Há então $2^8 = 256$ regras diferentes possíveis.

✓Classe II: padrões que se repetem.

Regra:

$$\sigma_{t+1}(x_i) = \begin{cases} x_i, & \text{se } x_{i-1} = 0 \wedge x_{i+1} = 0 \\ 1, & \text{se } x_{i-1} = 0 \vee x_{i+1} = 1 \end{cases}$$

Configuração	000	001	100	101	010	011	110	111
Retorno	0	1	1	1	1	1	1	1

0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	t = 1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	t = 2
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	t = 3
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	t = 4
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	t = 5
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	t = 6
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	t = 7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	t = 8

Algoritmo

Para t = 1 até t = T, *sendo t o tempo corrente e T o número máximo de passos*, **faça:**

Para i = 0 até i = N, *sendo i o número da célula corrente e N o número total de células*, **faça:**

$$(x_i) \longleftarrow \sigma_{t-1}(x_i)$$

Demonstração

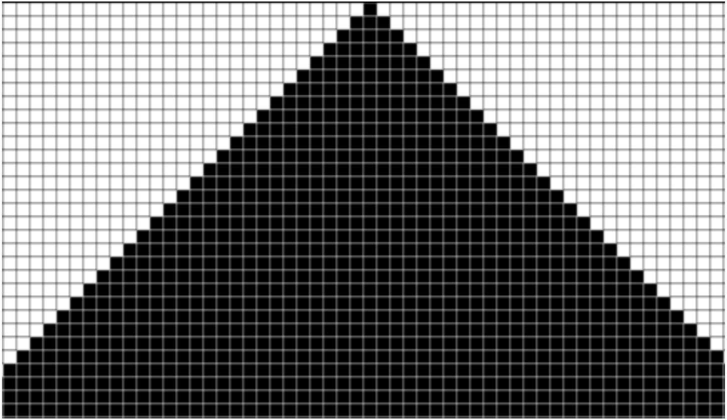


Figura: Unidimensional

Código em `http://tecendobits.cc/ac/`

Autômato Celular Bidimensional

Game of Life (Conway): Simular a vida e a morte utilizando regras básicas de sobrevivência:

- *A idéia básica é que um ser vivo necessita de outros seres vivos para sobreviver e procriar, mas um excesso de densidade populacional provoca a morte do ser vivo devido à escassez de comida* [Gremonini e Vicentini 2008].

Autômato Celular Bidimensional

✓O número de configurações possíveis para uma célula e seus 8 vizinhos (grade bidimensional de Moore), com 2 estados possíveis para cada célula (0 ou 1) é de $2^9 = 512$.

✓Atualizam-se os estados de todas as células da grid a cada iteração.

✓Utilizando dois estados possíveis - binário.

✓Classe IV: formam-se estruturas complexas.

Autômato Celular Bidimensional

Leis genéricas de Conway:

1. Uma célula viva com 2 ou 3 vizinhos vivos, permanece viva;
2. Uma célula viva com 1 ou 0 vizinhos vivos, morre de solidão;
3. Uma célula viva com 4 ou mais vizinhos, morre sufocada;
4. Uma célula morta com exatamente 3 vizinhos vivo, renasce;

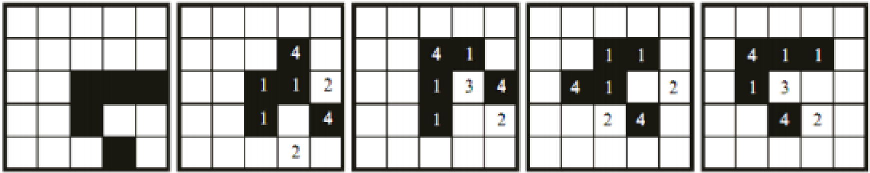


Figura: Jogo da Vida

Demonstração

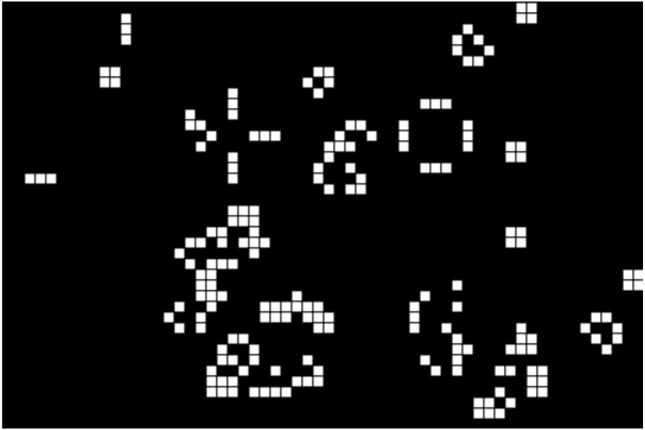
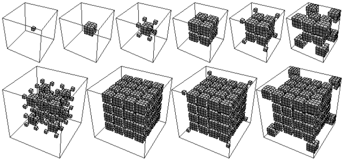


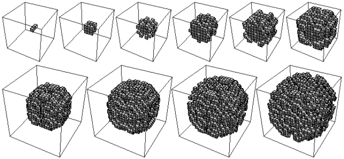
Figura: Jogo da Vida

Código em http://tecendobits.cc/ac/

Autômato Celular Tridimensional

Permitem simulações mais complexas. (Exemplos: na biologia, comportamento de cardumes face à ameaça de predador; na física, simulação de explosão de partículas, cristalização de gelo, etc).





Aplicações

Autômatos celulares são usados na prática para simular e prever eventos e comportamentos de sistemas que evoluem com o tempo

- Propagação de Epidemias
- Simulação de Tráfego Urbano
- Incêncios florestais
- Criptografia
- Sistemas Sociais
- Criatividade Musical
- Fractais
- Formação de cristais

Propagação de Epidemias

✓Modelagem de um autômata celular bidimensional para propagação de um vírus;

✓Baseado em probabilidades de infecção e recuperação [CERQUEIRA, 2011];

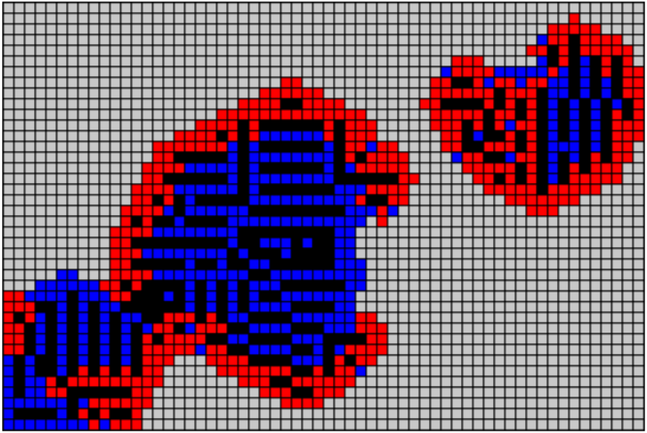
✓A vizinhança considerada foi a Vizinhança de Moore (oito vizinhos);

✓População de indivíduos Sucetíveis (S), Infectados (I), Recuperados (R) e Mortos (M) - Quatros estados possíveis;

✓Os indivíduos S têm uma probabilidade, P_i, de serem infectados de acordo com $P_i(v) = \frac{v}{V}$. Onde v é a quantidade de vizinhos infectados e V é o número total de vizinhos;

✓De acordo com a vizinhança, indivíduos infectados podem se recuperar e sucetíveis se infectar.

Demonstração



Código em http://tecendobits.cc/ac/

Teoria de Tudo

Por que a própria realidade não poderia ser um grande autômato celular?

Nesta perspectiva, a teoria unificadora do comportamento de qualquer objeto e evento seria "apenas"a especificação da estrutura e da regra que rege um autômato celular. E se o nosso universo é um autômato celular, qualquer coisa pode ser decomposta em muitas células elementares, cuja evolução no tempo é estritamente determinada por regras simples e determinísticas. Exatamente como acontece na vida, a complexidade do nosso mundo é a conseqüência de quatro elementos: espaço, tempo, estados e regras. [ILabs, 2009]

Conclusão

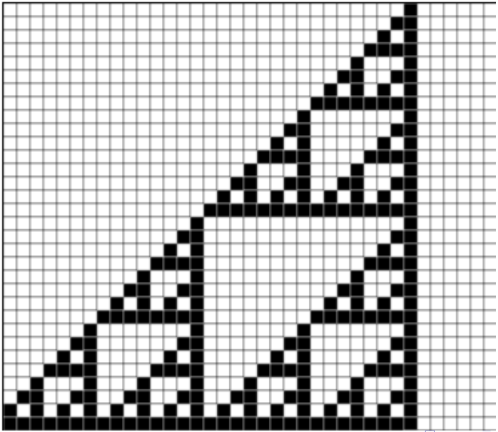
Autômatos Celulares permitem simular sistemas complexos com regras significativamente simples.

Seu estudo proporcionou uma visão de um algoritmo evolutivo aplicável às mais diversas áreas de conhecimento.

O programa desenvolvido possibilitou a experimentação de autômatos unidimensionais e bidimensionais, inclusive a simulação de uma aplicação prática com a modelagem da propagação de epidemias virais.

Exercícios

1. Dadas as gerações demonstradas na figura do AC unidimensional seguinte, deduza as 8 regras de sua função de transição.



Exercícios

1 Regras da função de transição

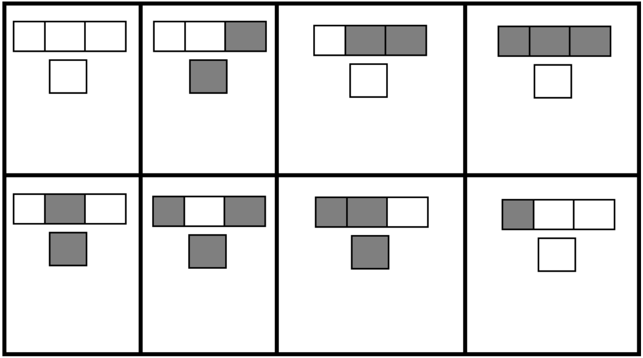
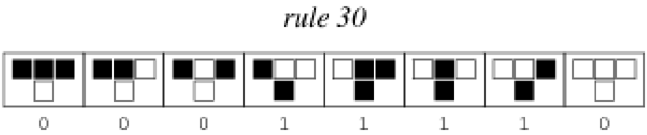


Figura: Resposta de Guilherme Parmezani

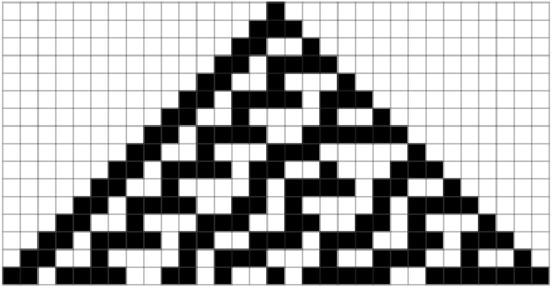
Exercícios

2 Dadas as 8 regras da função de transição seguinte, desenhe as primeiras 5 gerações do AC 1D resultante.



Exercícios

2 Autômato Resultante



Exercícios

3. Crie 8 novas regras para a função de transição de um AC unidimensional e aplique-as em 5 gerações, desenhando o AC resultante em cada geração.

4. Sugira uma aplicação para um modelo de AC. Como seria a função de transição? Que comportamento demonstrariam as gerações? Justifique sua resposta.

Referências

WOLFRAM, S. (1982).
Cellular Automata as Simple Self-Organizing Systems.
Disponível em: http://www.stephenwolfram.com/publications/articles/ca/82-cellular/2/text.html.
Acesso em: 22 de maio de 2011.

WOLFRAM, S. (2002).
A New Kind of Science.
Disponível em: <http://www.wolframscience.com/nksonline/toc.html>.
Acesso em: 22 de maio de 2011.

COLLAÇO, Caroline (2010).
Pós Graduação: Autômato Celular aplicado ao crescimento do câncer.
Universidade Federal de Ponta Grossa.

Referências

CERQUEIRA, M., G., C.
Autômatos Celulares.
Disponível em: <http://www.di.ufpe.br/~iobl/monografia/especificacoes.htm>. Acesso em: 24 de maio de 2011.

ILabs (2009).
The Mathematics of Models of Reference.
Disponível em: <http://www.mmdr.it/provaEN.asp>. Acesso em: 24 de maio de 2011.