

# Algoritmica grafurilor. Laborator 12

## PROGRAME OBLIGATORII:

1. Algoritmul Ford-Fulkerson.

## PROGRAME SUPLIMENTARE:

1. Algoritmul Edmonds-Karp.

## PROBLEME:

1. Pentru rețeaua din Figura 1, având intrarea  $s = 1$  și ieșirea  $t = 8$ , determinați un flux de valoare maximă și o secțiune de capacitate minimă, aplicând:
  - Algoritmul Ford-Fulkerson;
  - Algoritmul Edmonds-Karp.

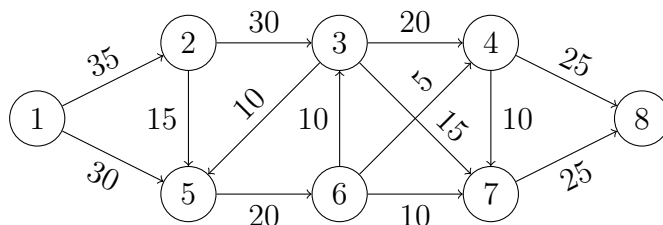


Figura 1:

2. Pentru rețeaua din Figura 2, având intrarea  $s = 1$  și ieșirea  $t = 7$ , determinați un flux de valoare maximă și o secțiune de capacitate minimă.

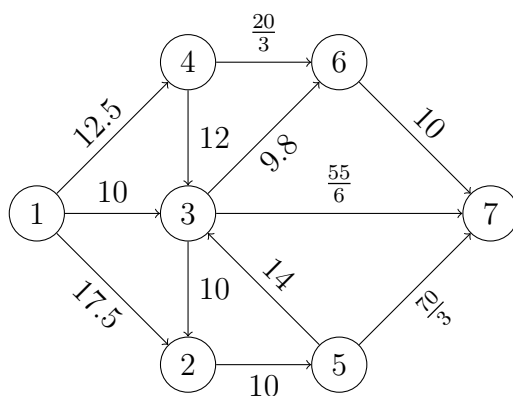
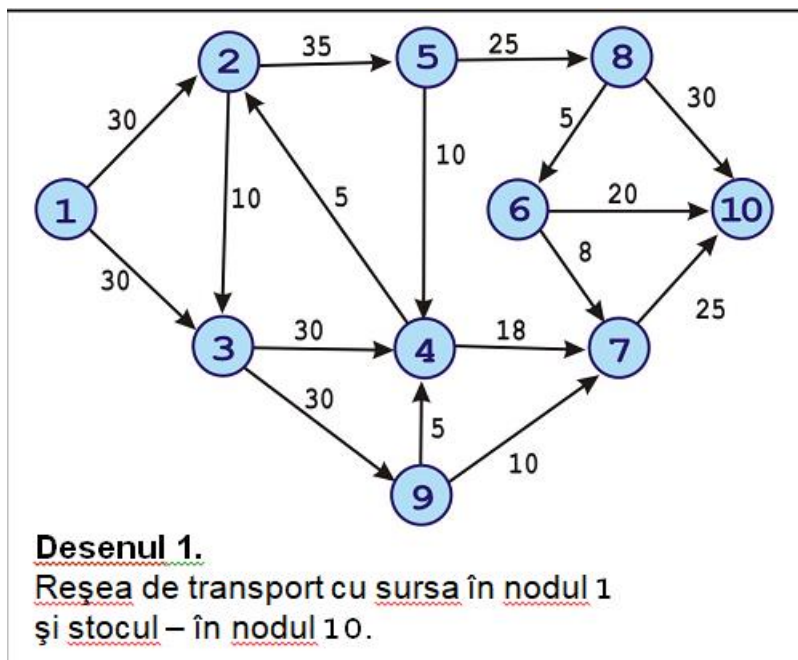


Figura 2:

APLICATIE:

Este dat un graf orientat  $G = (V, E)$ , cu ponderi anexate arcurilor: pentru arcul  $(i, j)$  ponderea este  $q_{i,j}$ . Pentru două noduri date  $s, t \in V$  se cere să se afle fluxul maxim care poate trece din  $s$  (sursă) în  $t$  (stoc).(Desenul 1)



SOLUTIE:

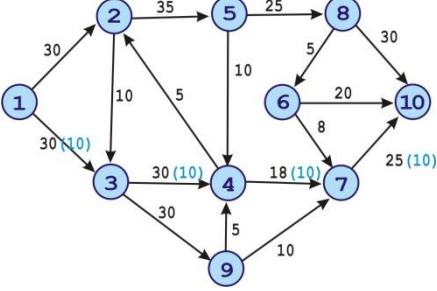
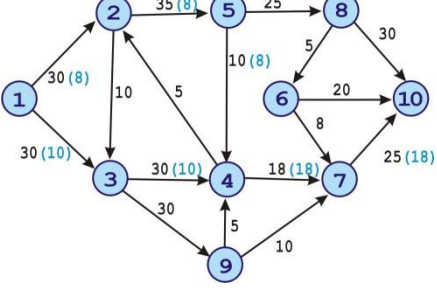
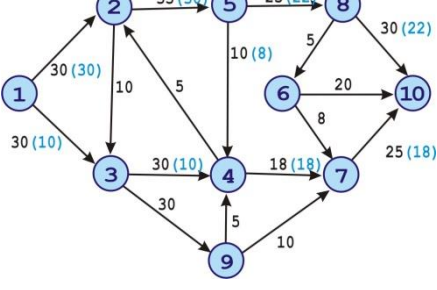
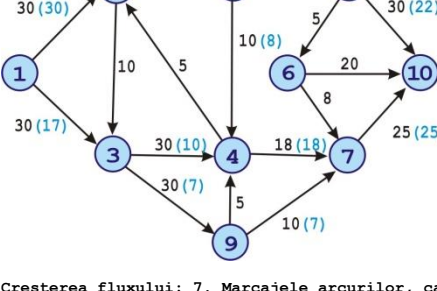
Algoritmul Ford-Fulkerson se bazează pe determinarea iterativă a unor drumuri de creștere a fluxului și acumularea acestora într-un flux total, până la apariția în rețea a unei tăieturi, care separă sursa de stoc.

**Notații:** Pentru implementarea algoritmului vor fi folosite atât *marcaje pentru arcuri* cât și *marcaje pentru nodurile grafului*. Marcajul unui nod  $x$  este format din trei componente: *precedent*, *flux*, *stare*, care au semnificația:

*precedent* – nodul care îl precede pe  $x$  în drumul de creștere curent

*flux* – mărimea fluxului, care ajunge în nodul  $x$  pe drumul de creștere curent

*stare* – starea curentă a nodului  $x$  (nodul poate fi în una din trei stări: *necercetat* [marcaj nul, valoarea - 0], *atins*[vecin al unui nod cercetat, valoarea - 1], *cercetat*[toți vecinii – atinși, valoarea - 2]).

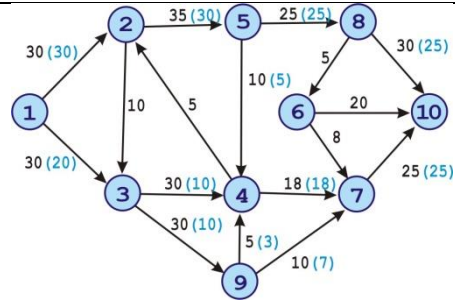
<div>ITERAȚIA 1</div> <div><div>inițializare sursa 1: 1-(1, ∞,1 )</div><div><div>cercetare 1 : 2-(1,30,1); 3-(1,30,1);</div><div>1-(1,∞,2 )</div></div><div><div>cercetare 2 : 5-(2,30,1);</div><div>2-(1,30,2)</div></div><div><div>cercetare 3 : 4-(3,10,1); 9(3,10,1)</div><div>3-(1,30,2)</div></div><div><div>cercetare 4 : 7-(4,10,1);</div><div>4-(3,10,2)</div></div><div><div>cercetare 5 : 8-(5,25,1);</div><div>5-(2,30,2)</div></div><div><div>cercetare 7 : 10 -(7,10,1);</div><div>7-(4,10,2)</div></div></div> <div><div><div>nod</div><div>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</div><div>precedent</div><div>1 1 1 3 2 0 4 5 3 7</div><div>flux</div><div>∞ 30 30 10 30 0 10 25 10 10</div><div>stare</div><div>2 2 2 2 2 0 2 1 1 1</div></div></div> <div><div></div><div>În stoc se ajunge cu un flux de valoare 10. Marcajele arcurilor, care formează drumul de creștere a fluxului (7,10) (4,7) (3,4) (1,3) se modifică.</div></div>	<div>ITERAȚIA 2</div> <div><div>inițializare sursa 1: 1-(1, ∞,1 )</div><div><div>cercetare 1 : 2-(1,30,1); 3-(1,20,1);</div><div>1-(1,∞,2 )</div></div><div><div>cercetare 2 : 5-(2,30,1);</div><div>2-(1,30,2)</div></div><div><div>cercetare 3 : 9(3,10,1)</div><div>3-(1,20,2)</div></div><div><div>cercetare 5 : 4-(5,10,1); 8-(5,25,1);</div><div>5-(2,30,2)</div></div><div><div>cercetare 4 : 7-(4,8,1);</div><div>4-(5,10,2)</div></div><div><div>cercetare 7 : 10 -(7,8,1);</div><div>7-(4,8,2)</div></div></div> <div><div><div>nod</div><div>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</div><div>precedent</div><div>1 1 1 5 2 0 4 5 3 7</div><div>flux</div><div>∞ 30 20 10 30 0 8 25 10 8</div><div>stare</div><div>2 2 2 2 2 0 2 1 1 1</div></div></div> <div><div></div><div>În stoc se ajunge cu o creștere a fluxului de valoare 8. Marcajele arcurilor, care formează drumul de creștere (7,10) (4,7) (5,4) (2,5) (1,2) se modifică.</div></div>
<div>ITERAȚIA 3</div> <div><div>inițializare sursa 1: 1-(1, ∞,1 )</div><div><div>cercetare 1 : 2-(1,22,1); 3-(1,20,1);</div><div>1-(1,∞,2 )</div></div><div><div>cercetare 2 : 5-(2,22,1);</div><div>2-(1,22,2)</div></div><div><div>cercetare 3 : 9(3,10,1)</div><div>3-(1,20,2)</div></div><div><div>cercetare 5 : 4-(5,2,1); 8-(5,22,1);</div><div>5-(2,22,2)</div></div><div><div>cercetare 4 : </div><div>4-(5,2,2)</div></div><div><div>cercetare 8 : 6-(8,5,1); 10 -(8,22,1);</div><div>8-(5,22,2)</div></div></div> <div><div><div>nod</div><div>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</div><div>precedent</div><div>1 1 1 5 2 8 0 5 3 8</div><div>flux</div><div>∞ 22 20 2 22 5 0 22 10 22</div><div>stare</div><div>2 2 2 2 2 1 0 2 1 1</div></div></div> <div><div></div><div>Creșterea fluxului: 22. Marcajele arcurilor, care formează drumul de creștere (8,10) (5,8) (2,5) (1,2) se modifică.</div></div>	<div>ITERAȚIA 4</div> <div><div>inițializare sursa 1: 1-(1, ∞,1 )</div><div><div>cercetare 1 : 3-(1,20,1);</div><div>1-(1,∞,2 )</div></div><div><div>cercetare 3 : 9(3,10,1)</div><div>3-(1,20,2)</div></div><div><div>cercetare 9 : 4-(9,5,1); 7-(9,10,1);</div><div>9-(3,10,2)</div></div><div><div>cercetare 4 : 2-(4,5,1); 5-(4,5,1)</div><div>4-(9,5,2)</div></div><div><div>cercetare 2 : </div><div>2-(4,5,2)</div></div><div><div>cercetare 5 : 8-(5,3,1)</div><div>5-(4,5,2)</div></div><div><div>cercetare 7 : 10-(7,7,1)</div><div>7-(9,10,2)</div></div></div> <div><div><div>nod</div><div>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</div><div>precedent</div><div>1 4 1 9 -4 0 9 5 3 7</div><div>flux</div><div>∞ 5 20 5 5 0 10 3 10 7</div><div>stare</div><div>2 2 2 2 2 0 2 1 2 1</div></div></div> <div><div></div><div>Creșterea fluxului: 7. Marcajele arcurilor, care formează drumul de creștere (7,10) (9,7) (3,9) (1,3) se modifică.</div></div>

# ITERAȚIA 5

inițializare sursa 1: 1-(1, ∞, 1 )

cercetare 1 : 3-(1,13,1); 1-(1,∞,2 )  
 cercetare 3 : 9(3,3,1) 3-(1,13,2)  
 cercetare 9 : 4-(9,3,1); 7-(9,3,1); 9-(3,3,2)  
 cercetare 4 : 2-(4,3,1); 5-(-4,3,1) 4-(9,3,2)  
 cercetare 2 : 2-(4,3,2)  
 cercetare 5 : 8-(5,3,1) 5-(-4,3,2)  
 cercetare 7 : 7-(9,3,2)  
 cercetare 8 : 10-(8,3,1) 8-(5,3,2)

nod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
precedent	1	4	1	9	-4	8	9	5	3	8
flux	∞	3	13	3	3	3	3	3	3	3
stare	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1



Creșterea fluxului: 3. Marcajele arcurilor, care formează drumul de creștere (8,10) (5,8) (5,4) (9,4) (3,9) (1,3) se modifică. Se observă micșorarea fluxului pe arcul (5,4) cu compensarea pe arcurile (3,9) (9,4). Tot odată poate fi observată și tăietura, formată de flux(5,8) (7,10). Prin urmare fluxul maxim între nodurile 1 și 10 are valoarea 50. Următoarea iterație nu va mai realiza o creștere a fluxului.