Filtrage

#chapitre15 #electricite

$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ $G(\omega) = |\underline{H}(\omega)|$ $\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega))$

Diagramme de Bode (cas filtre RC, sortie sur le condensateur)

$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ $G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$ $\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$

- $G_dB(\omega) = -10\log(1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2)$

Gain

C'est le rapport des amplitudes en tension entre sortie et entrée.

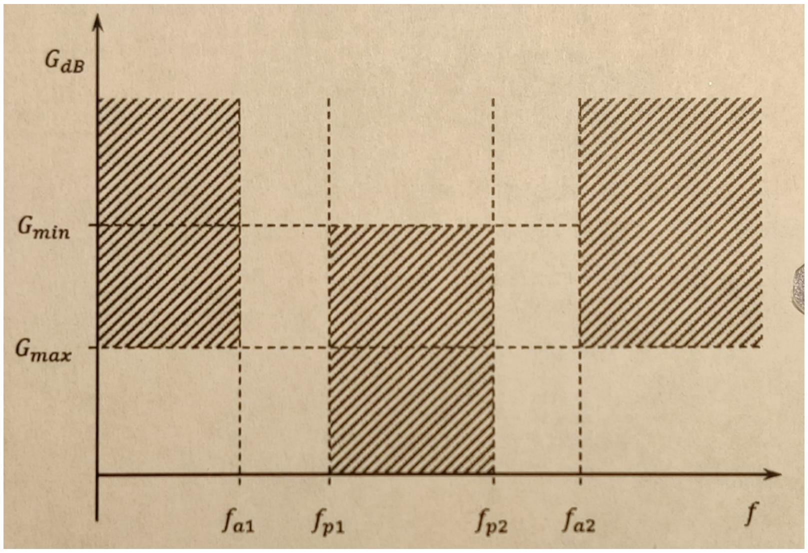
- $\omega \to 0 : \lim_{\omega \to 0} G_{dB}(\omega) = 0$ asymptote horizontale
- $\omega \to +\infty : G_{dB}(\omega) \approx -20\log(\frac{\omega}{\omega_0})$ pente de $-20dB/deca$
- $\omega = \omega_0 : G_{dB}(\omega_0) = -10\log(2) \approx -3dB$

Phase

C'est l'avance du signal de sortie sur celui d'entrée.

- $\omega \to 0 : \lim_{\omega \to 0} \varphi(\omega) = 0$
- $\omega \to +\infty : \lim_{\omega \to +\infty} \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$
- $\omega = \omega_0 : \varphi(\omega_0) = -\frac{\pi}{4}$

Diagramme de Gabarit



Bande passante

$G_{dB} > G_{min}$, $[f_{p1}, f_{p2}]$

Bande atténue

$G_{dB} < G_{min}$, $[0, f_{p1}]$ et $[f_{p2}, +\infty]$

Diagramme de Bode

Pulsation coupure

C'est la pulsation pour laquelle le gain est égal au gain maximal diminué de $3dB$

- Il peut avoir plusieurs pulsations de coupure.
- $|H(\omega_c| = \dfrac{G_{max}}{\sqrt{2}}$
- $\omega_c = \omega_0$ pour ordre 1

Passage de fonction de transfert à équation différentielle

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{P_e(j\omega)}{P_s(j\omega)} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$$

donc $\underline{u_s} P_s(j\omega) = \underline{u_e} P_e(j\omega)$

Stabilité d'un montage

Pour qu'une équation différentielle d'ordre un ou deux décrive un système stable (qui revienne à l'équilibre si on le perturbe momentanément), il faut que les signes des différentes termes de l'équation soient identiques.

Filtres d'ordre 1

Passe-bas

Coupe les hautes fréquences.

- $\underline{H}(\omega) = \dfrac{G_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ pente de $-20dB/deca$

Passe-haut

Coupe les bas fréquences.

- $\underline{H}(\omega) = \dfrac{G_0}{1 - j\frac{\omega_0}{\omega}}$ pente de $20dB/deca$

Filtre dérivateur

En complexe, dériver revient à multiplier par $j\omega$

- $\underline{H}(j\omega) = j\omega$
- Possède une phase constante $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et pente de $+20dB/deca$
- Ce filtre amplifie le bruit à haut fréquences il faut donc l'utiliser que pour un domaine spécifique de fréquences.

Filtre intégrateur

En complexe, intégrer revient à multiplier par $\dfrac{1}{j\omega}$

- $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega}$
- Possède une phase constante $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ et pente de $-20dB/deca$

- Ce filtre amplifie le bruit en basse fréquences il faut donc l'utiliser que pour un domaine spécifique de fréquences.

Déphaseur

Permet de déphaser les signaux sans les atténuer ou les amplifier.

- $\underline{H}(j\omega) = H_0 \dfrac{1 - j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$
- Gain : $G = H_0$
- Déphasage : $\varphi = -2\arctan\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$

Filtres d'ordre 2

Passe-bas

$\underline{H}(\omega) = \dfrac{G_0}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$ pente $-40dB/deca$

- Résonance si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- ### En basse fréquence

  On est en basse fréquence pour $\omega << \omega_0$
- $\underline{H} = \dfrac{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0})} \approx 1$

En haut fréquence

On est en haut fréquence pour $\omega >> \omega_0$

- $\underline{H} = -\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2}$

Détermination de la résonance

On cherche quand le dénominateur du gain est minimum.

Passe-bande

$$\underline{H}(\omega) = G_0 \frac{j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{G_0}{1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

- pente $\pm 20 dB/deca$
- Q traduit l'acuité de la résonance.

En basse fréquence

On est en basse fréquence pour $\omega << \omega_0$

- $\underline{H} = \frac{j\omega}{Q\omega_0}$

En haut fréquence

On est en haut fréquence pour $\omega >> \omega_0$

- $\underline{H} = \frac{1}{Q}\frac{\omega_0}{j\omega}$

Pulsation de coupure

Gain maximum : $1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}) = 0$

$|H(\omega_c| = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$

Comportement bobine et condensateur aux limites

$$\underline{Z_c} = \frac{1}{jC\omega} \text{ alors } \begin{cases} \text{si } \omega \to 0 \text{ alors } |\underline{Z_c}| = +\infty \text{ (int ouverte)} \\ \text{si } \omega \to +\infty \text{ alors } |\underline{Z_c}| = 0 \text{ (fil)} \end{cases}$$

$$\underline{Z_L} = jL\omega \text{ alors } \begin{cases} \text{si } \omega \to 0 \text{ alors } |\underline{Z_L}| = 0 \text{ (fil)} \\ \text{si } \omega \to +\infty \text{ alors } |\underline{Z_L}| = +\infty \text{ (int ouverte)} \end{cases}$$