Oscillateurs amortis

#chapitre11 #electricite #signal

Etude d'un circuit RLC Série

Obtention

$$rac{d^2u_c^2}{dt^2}+rac{R}{L}rac{du_c}{dt}+rac{1}{LC}u_c=rac{e(t)}{LC}$$

Formes canoniques

$$egin{split} rac{d^2 u_c^2}{dt^2} + rac{\omega_0}{Q} rac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = 0 \ rac{d^2 u_c^2}{dt^2} + 2 \xi \omega_0 rac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = 0 \end{split}$$

- Pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ en rad/s
- Facteur de qualité : $Q=rac{1}{R}\sqrt{rac{L}{C}}$
- Amortissement : $\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{2D}$

Résolution

Résolution d'une équation différentielle d'ordre 2.

Régime pseudopériodique

$$\Delta < 0 \mid Q > rac{1}{2} \mid \xi < 1$$

$$ullet$$
 $\omega=\omega_0\sqrt{1-rac{1}{4Q^2}}=\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$

•
$$u_{c,h}(t) = A \underbrace{e^{-rac{\omega_0 t}{2Q}}}_* \cos(\omega t + arphi)$$
 * amortissement de l'amplitude

Régime apériodique

$$\Delta>0$$
 $Q<rac{1}{2}$ $\xi>1$

$$egin{align} oldsymbol{\omega}_1 &= -\omega_0 \left(rac{1}{2Q} + \sqrt{rac{1}{4Q^2} - 1}
ight) \ \omega_2 &= -\omega_0 \left(rac{1}{2Q} - \sqrt{rac{1}{4Q^2} - 1}
ight) \ ullet \ u_{c,h}(t) &= Ae^{-\omega_1 t} + Be^{-\omega_2 t} \ \end{pmatrix}$$

Régime critique

$$\Delta = 0 \quad Q = \frac{1}{2} \quad \xi = 1$$

•
$$u_{c,h}(t)=(At+B)e^{-\omega_0 t}$$

Conditions initiales

Quel que soit le régime, il faut déterminer 2 constantes.

Continuité de la tension aux bornes d'un condensateur

$$u_c(0^+) = u_c(0^-)$$

Continuité du courante dans une bobine

$$egin{aligned} i_L(0^+) &= i_L(0^-) \ rac{du_c}{dt}(0^+) &= rac{1}{C}i(0^+) = rac{1}{C}i(0^-) = 0 \end{aligned}$$