Mouvement d'un solide

#chapitre23 #mecanique #dynamique

Dynamique d'un solide indéformable en rotation

Moment cinétique d'un système de points

Point : $\overrightarrow{\mathcal{L}_O}(\sigma) = \sum_{k=1}^{N} \overrightarrow{\mathcal{L}_O}(M_k)$
Axe : $\mathcal{L}_\Delta(\sigma) = \sum \mathcal{L}_{\Delta,k}$

Moment d'inertie

$\mathcal{L}_\Delta(\sigma) = J_\Delta\,\dot{\theta}$

- $J_\Delta = \sum_{k=1}^{N} m_k\,r_k^2$

Théorème scalaire du moment cinétique

TMC

- $J_\Delta \ddot{\theta} = \sum_{F_{ext}} M_\Delta(\overrightarrow{F_{ext}})$

Couple

Tout ensemble de forces qui se compensent mais dont les moments ne se compensent pas.

- $\overrightarrow{\Gamma}$ ne dépende pas du point.

Pendule pesant

$\ddot{\theta} = -\frac{mg}{J_z}l\sin(\theta)$

- On obtient l'intégrale première du mouvement en multipliant par θ :
  $J_z \frac{\dot{\theta}^2}{2} - mgl\cos(\theta) = cst$

Etude énergétique

$E_c = \frac{1}{2} J_z \dot{\theta}^2 \quad \longleftrightarrow \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2$

Puissance d'une force

$\mathcal{P}(f) = r_k\, f_\theta\, \dot{\theta} = \dot{\theta} M_z(\overrightarrow{f})$

Travail

$\delta W(\overrightarrow{f}) = M_z(\overrightarrow{f})\, d\theta$

- $W_{\theta_{k,i} \to \theta_{k,f}}(\overrightarrow{f}) = \int_{\theta_{k,i}}^{\theta_{k,f}} M_z(\overrightarrow{f})\, d\theta$

Théorème de la puissance cinétique

$\sum_i \mathcal{P}(\overrightarrow{f_{ext}}) = \frac{dE_c}{dt}$

Théorème de l'énergie cinétique

$\Delta E_c = \sum W_{\theta_{k,i} \to \theta_{k,f}}(\overrightarrow{f_i})$

- $\Delta E_c = \Gamma \Delta \theta$
- $\Gamma = J_z \dot{\omega}$

Cas du solide indéformable

$\frac{dE_c}{dt} = \sum P(\overrightarrow{f_{ext}}) + \sum P(\overrightarrow{f_{int}})$