Etude énergétique

#chapitre14 #mecanique

Puissance et Travail d'une force

Puissance

$\mathcal{P}(\overrightarrow{f}) = \overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{v}$

Motrice : $\mathcal{P}(\overrightarrow{f}) > 0$

Résistante : $\mathcal{P}(\overrightarrow{f}) < 0$

Travail

Travail élémentaire

$\delta W(\overrightarrow{f}) = \overrightarrow{f} \cdot \overrightarrow{dl}$ en J

- $\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{v}dt$

Travail macroscopique

$W_{A\rightarrow b}(\overrightarrow{f}) = \int_{A,(\mathcal{C})}^{B} \delta W(\overrightarrow{f})$

- Le travail dépende de la manière dont le trajet est réalisé.

Théorème de l'énergie et de la puissance cinétique

- $E_c = \frac{1}{2}m\overrightarrow{v}^2$
- Valables que pour un référentielle galiléen.

Théorème de la puissance cinétique

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}(\overrightarrow{f})$$

Théorème de la énérgie cinétique

$$\Delta E_c = \sum W_{A \to B}(\overrightarrow{f})$$

Forces conservatives et énergie potentielle

Dérivées partielles

Se calcule "normalement" la fonction en faisant comme s'il s'agissait uniquement d'une fonction x_i.

Gradient d'une fonction

$$\overrightarrow{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x}\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$$

- $\overrightarrow{\nabla} f \cdot \overrightarrow{dl} = df$

Forces conservatives

Si son travail entre deux points A et B ne dépend que des positions de ces points.

- $\delta W(\overrightarrow{f}) = -dE_p$
- $W_{A \to B}(\overrightarrow{f}) = -\Delta E_p$
- $\overrightarrow{f} = \overrightarrow{\nabla} E_p$

Poids

$$W_{A \to B}(\overrightarrow{P}) = mg(z_A - z_B)$$

- $E_p = mgh\ h = z - z_{ref}$

Gravitationnelle

$$W_{A \to B}(\overrightarrow{F_g}) = GM_m(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A})$$

- $E_{pg} = -G\dfrac{mM}{r}$

Rappel élastique :

$$W_{A \to B}(\overrightarrow{f_r}) = \frac{1}{2}k((\Delta x_B^2 - \Delta x_A^2))$$

- $E_p(x) = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

Forces non-conservatives

- Le frottement

Energie mécanique

$E_m = E_c + E_p$

- L'énergie potentielle totale est la somme des différents formes d'énergie potentielles.

Théorème de l'énergie mécanique

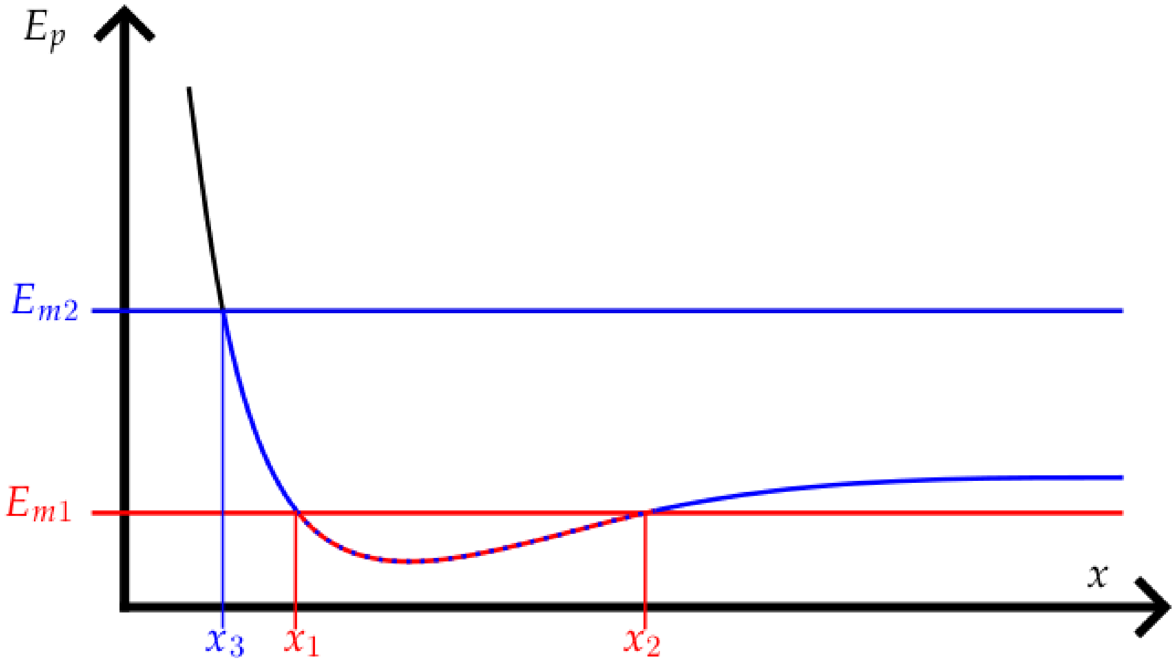
$\Delta E_m = W(\overrightarrow{F_{nc}})$ (forces non conservatives)

Mouvement unidimensionnel d'une particule soumise à une force conservative

Positions accessibles

$$\begin{aligned} E_m = E_c + E_p = cte \quad &\text{or } E_c \geq 0 \\ E_m - E_p \geq 0 \\ E_m \geq E_p \end{aligned}$$

Alors le mobile ne peut accéder qu'aux positions x pour lesquelles la courbe de l'énergie potentielle $E_p = f(x)$ est en dessous de la droite $y = E_m$



Etat lié

Trajectoire bornée.

- Les position accessibles sont telles que $x \in [x_1, x_2]$.
- On a $E_c(x_1) = E_c(x_2) = 0$: La vitesse est nulle aux positions extrémales.

Etat de diffusion

Trajectoire non bornée.

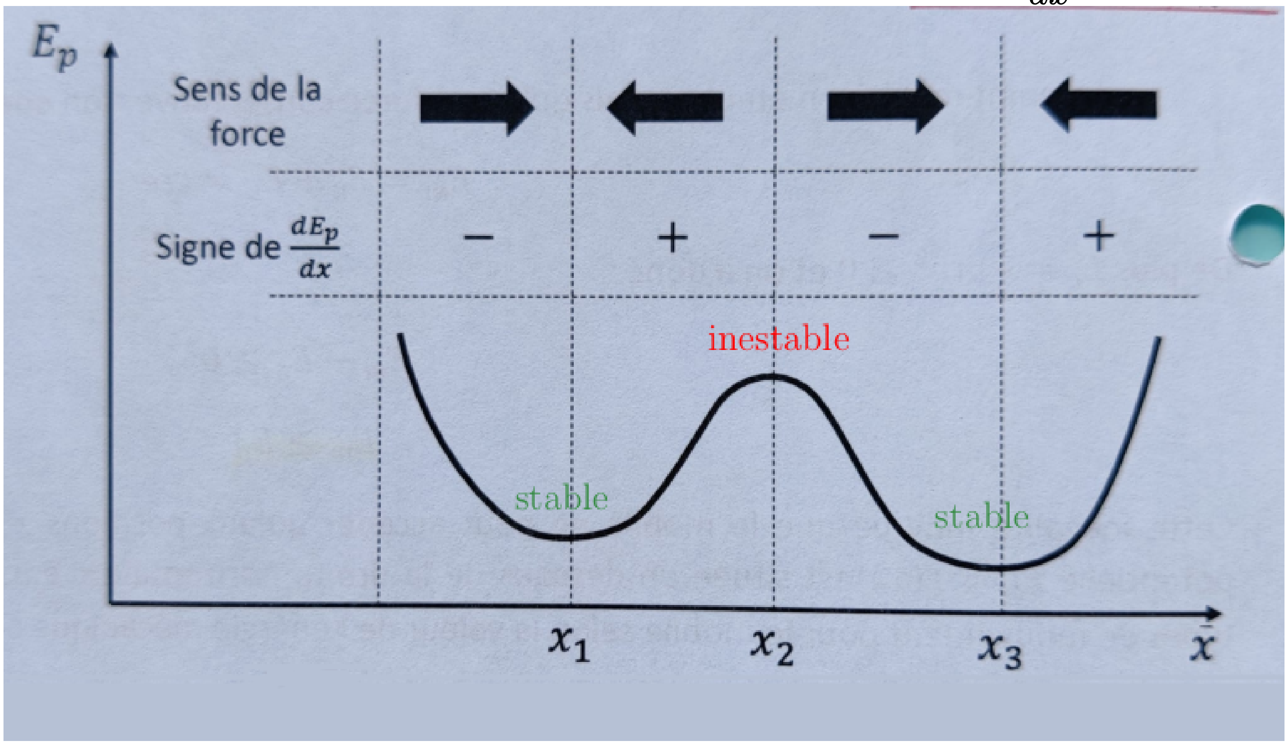
- Les positions accessibles vérifient $x \geq x_3$

Position d'équilibre, stabilité

Une position x est dit d'équilibre si le système n'en bouge pas lorsqu'il est à vitesse nulle : $f(x) = 0$.

- Les positions d'équilibre sont les extremums locaux.

- La position est stable si la force s'oppose au déplacement : $\frac{d^2E_p}{dx^2}(x_0) > 0$



Stable

Minimum de E_p.

Instable

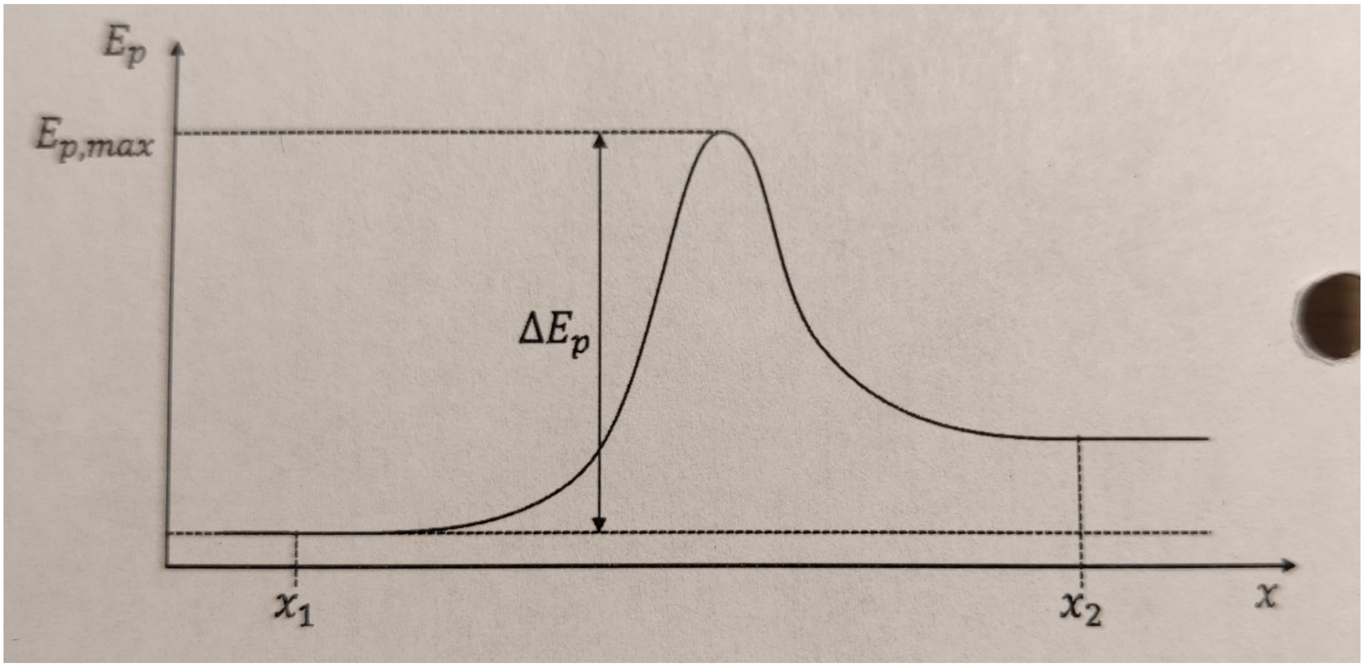
Maximum de E_p.

Petits mouvements au voisinage d'équilibre

Tout mouvement au voisinage d'une position d'équilibre stable peut s'interpréter comme un oscillateur harmonique.

Barrière de potentiel

Le mobile doit posséder une énergie mécanique suffisante pour atteindre chacune de ces positions intermédiaires.



E_p
$E_{p,max}$
ΔE_p
x_1
x_2
x