Transformation de Laplace

#comportement_des_systemes_analogiques

$$X(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-pt}dt$$

- $p = \sigma + j\omega$ (complexe)

Pour les fonctions causales

- $x(t) = 0$ pour $t < 0$
- $X(p) = \int_{0}^{+\infty} x(t)e^{-pt}dt$

$$\begin{cases} u(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ u(t) = 1 \text{ si } t \geq 0 \end{cases}$$

$x(t) =$	$X(p)$
$\begin{matrix} 0 \text{ pour } t > \varepsilon \\ (\varepsilon(t) \text{ impulsion de Dirac}) \end{matrix}$	1
$A \cdot u(t)$	$\frac{A}{p}$
$Ae^{-at}t^n u(t)$	$A\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
$Ae^{-at}\sin(\omega t)u(t)$	$A\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
$Ae^{-at}\cos(\omega t)u(t)$	$A\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$
$\begin{matrix} f(t) \cdot u(t) \\ f(t-a) \cdot u(t-a) \end{matrix}$	$\begin{matrix} F(p) \\ e^{-ap}F(p) \end{matrix}$

$\frac{1}{p}$	**constante**
$\frac{1}{p-\alpha_i}$	$e^{\alpha_i t}$
$\frac{\omega}{(p-\alpha_j)^2+\omega_j^2}$	$e^{\alpha_j t}\sin(\omega_j t)$
$\frac{p-\alpha_j}{(p-\alpha_j)^2+\omega_j^2}$	$e^{\alpha_j t}\cos(\omega_j t)$

Linéarité

$\mathcal{L}(af_1(t) + bf_2(t)) = a\mathcal{L}(f_1(t)) + b\mathcal{L}(f_2(t))$

Transformée de Laplace de $\frac{f^k x(t)}{dt^k}$

- $\mathcal{L}(\frac{d^k x(t)}{dt^k}) = p^k \times X(p)$
- $\mathcal{L}(\frac{dx(t)}{dt}) = pX(p) - x(0^+)$
- $\mathcal{L}(\frac{d^2 x(t)}{dt^2}) = p^2 X(p) - px(0^+) - \frac{dx(0^+)}{dt}$

Théorème du retard

$\mathcal{L}(f(t - t_1)) = e^{-t_1 p} \cdot \mathcal{L}(f(t))$

Théorème de la valeur initial

$\lim_{t \to 0^+} x(t) = \lim_{p \to +\infty} pX(p) = x(0^+)$

Théorème de la valeur finale

$\lim_{t \to +\infty} x(t) = \lim_{p \to 0^+} pX(p) = x(\infty)$