

Oscillateur harmonique

#chapitre10

#mecanique

#electricite

#signal

On appelle signal physique une grandeur physique qui dépend du temps.

Oscillateur harmonique mécanique

Force de rappel d'un ressort

$$\overrightarrow{F_{rm}} = \pm k((l_0 \pm d) - l_0)\overrightarrow{e_x}$$

- Compression : +
- Extension : −
- $(l_0 \pm d)$: longueur ressort affecté

Equation du mouvement

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Forme canonique

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

- Avec $\omega^2 = \frac{k}{m}$ en $rad \cdot s^{-1}$

Résolution de l'équation

Forme générale

$$\begin{cases} S_1 = C_1 \cos(\omega_1 t) \\ S_2 = C_2 \sin(\omega_2 t) \end{cases}$$

$$S(t) = S_1(t) + S_2(t) = C_1 \cos(\omega_1 t) + C_2 \sin(\omega_2 t)$$

$$S(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Conditions aux limites

Il faut autant des conditions aux limites indépendantes que de constantes.

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases}$$

- $\varphi = -\arctan\left(\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right)$ si $x_0 > 0$
- $\varphi = \pi - \arctan\left(\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right)$ si $x_0 < 0$
- $A = x_0 \sqrt{1 + \left(\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right)^2}$ si $x_0 > 0$
- $A = -x_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right)^2}$ si $x_0 < 0$

Etude énergétique

Energie potentielle d'un ressort

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2$$

Conservation de l'énergie mécanique

On multiplie l'équation du mouvement par la quantité de mouvement $m\dot{x}$:

$$\frac{d}{dt} \left(\underbrace{\frac{1}{2} m \dot{x}^2}_{E_c} + \underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{E_p} \right) = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{E_m}$

Oscillateur harmonique électrique

Ici on va étudier le circuit LC série.

Mise en équation du système

Même équation et don même réponse.

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \omega_0^2 i(t) = 0 \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Etude énergétique

Obtention de l'équation caractérisant de l'énergie en électricité

On multiplie la loi de maille par $i(t)$: " $LDM \times i$ "

On obtient $P_{gen} = P_L + P_R$

Cas du générateur éteint

$E = 0$ et $P_{gen} = 0$

- $P_L(t) = -P_c(t)$
- L'énergie est directement échangée entre la bobine et le condensateur.