Circuits linéaires du 1èr ordre

#chapitre3 #signal

Echelon de tension

$$e(t) = \begin{cases} 0 \text{ si } t < 0 \\ E \text{ si } t > 0 \end{cases}$$

Réponse indicielle et régime libre

Entre :

Grandeur qu'on commande.

Sortie :

Grandeur qu'on mesure.

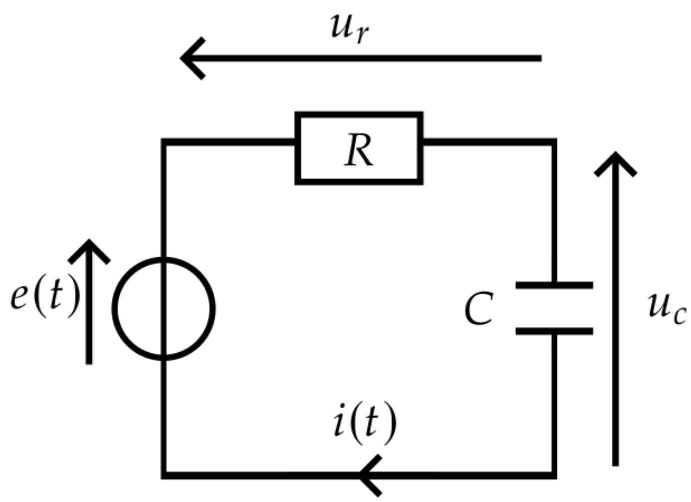
Réponse indicielle :

Evolution temporelle de la sortie lorsque l'entrée est un échelon.

Régime libre :

C'est l'évolution lorsque l'entrée est nulle.

Circuit R-C Série



Entre : tension $e(t)$, GBF source de tension idéal

Sortie : tension $u_c(t)$

Etablissement de l'équation différentielle

Loi de mailles : $e(t) = u_R + u_c$

Loi d'Ohm : $U = Ri(t)$

Condensateur : $i(t) = c\frac{du(t)}{dt}$

$$\begin{aligned} & e(t) = u_R + u_c \\ \Leftrightarrow\ & e(t) = Ri(t) + u_c \\ \Leftrightarrow\ & e(t) = RC\frac{du_c}{dt} + u_c \\ \Leftrightarrow\ & \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{RC} = \frac{e(t)}{RC} \end{aligned}$$

Soit $\tau = RC$

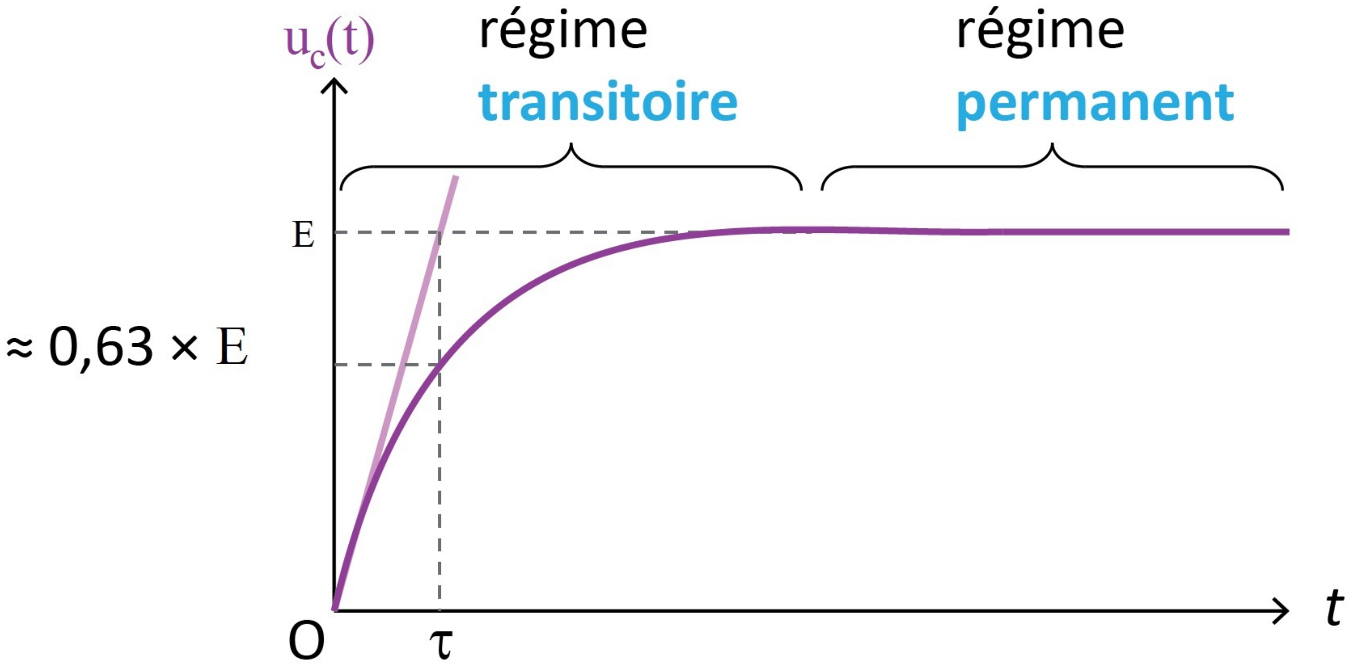
$$\boxed{\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}}$$

Résolution de l'équation différentielle

$\boxed{\text{On a toujours continuité de la tension aux bornes d'un condensateur.}}$

$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Régime transitoires et permanents



Régime permanent

La sortie est constante. Correspond a la solution de particulière de l'équation différentielle associée au système.

Régime Transitoire

La sortie évolue de l'état initial vers le régime permanent. Il correspond a la solution de l'équation homogène.

Temps de réponse

- Pente à l'origine : $\frac{du_c(0)}{dt} = \frac{E}{\tau}$
- $u_c(\tau) = 0,63E$
- 5% : $t = 3\tau$
- régime permanent : 5τ

Aspect énergétique

$E_R = \frac{CE^2}{2}$
$E_{gen} = CE^2$
$P_{gen}(t) = P_R(t) + P_C(t)$

Régime libre

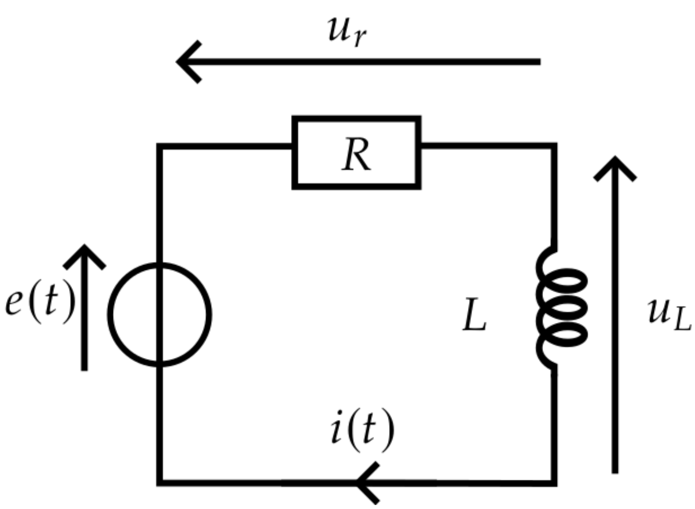
On s'intéresse aux circuit lorsque l'on cesse tout activité extérieur.

- $e(t) = \begin{cases} E \text{ si } t < 0 \\ 0 \text{ si } t > 0 \end{cases}$
- $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{u_c}{\tau} = 0$
- $u_c(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

Temps de réponse

- Pente a l'origine : $\frac{du_c(0)}{dt} = -\frac{E}{\tau}$
- $u_c(\tau) = 0,37\tau$
- $u_c(t) = 0,01E \Rightarrow t = 4,6\tau \approx 5\tau$

Etude du circuit RL série



Entre : tension $e(t)$, GBF source de tension idéal

Sortie : intensité $i(t)$

Equation différentielle

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{1}{\tau}\frac{e(t)}{R}$$

Avec $\tau = \dfrac{L}{R}$

Réponse indicielle

$\boxed{\text{Le courant traversant une bobine est toujours continue.}}$

$i(t) = \dfrac{E}{R}(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$

Régime libre

$i(t) = \dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$