UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS, 2025-II

Organización y Arquitectura de Computadoras

TAREA 03:

Lógica digital

Baños Mancilla Ilse Andrea - 321173988

Rivera Machuca Gabriel Eduardo 321057608

Preguntas

1. Demuestra que $x(yz) = (xy)z$

$x(yz) = (xy)z$ T6b
$\therefore x(yz) = (xy)z$

2. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $x(\overline{x} + y) = xy$

$x(\overline{x} + y) = x\overline{x} + xy$ P4a
$x\overline{x} + xy = 0 + xy$ P5b
$0 + xy = xy$ P2a
$\therefore x(\overline{x} + y) = xy$

3. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $(x + y)(\overline{x} + z)(y + z) = (x + y)(\overline{x} + z)$

$(x + y)(\overline{x} + z)(y + z)$
$= [(x + y)(\overline{x} + z)](y + z)$
$= [(x + y)\overline{x} + (x + y)z](y + z)$ P4a
$= [\overline{x}(x + y) + z(x + y)](y + z)$ P3b
$= [(\overline{x}x + \overline{x}y) + (zx + zy)](y + z)$ P4a
$= [(x\overline{x} + \overline{x}y) + (zx + zy)](y + z)$ P3b
$= [(0 + \overline{x}y) + (zx + zy)](y + z)$ P5b
$= [\overline{x}y + zx + zy](y + z)$ P2a
$= (\overline{x}y + zx + zy)y + (\overline{x}y + zx + zy)z$ P4a
$= y(\overline{x}y + zx + zy) + z(\overline{x}y + zx + zy)$ P3b
$= y\overline{x}y + yzx + yzy + z\overline{x}y + zzx + zzy$ P4a
$= \overline{x}yy + yzx + yyz + yz\overline{x} + xzz + yzz$ P3b
$= \overline{x}y + yzx + yz + yz\overline{x} + xz + yz$ T1b
$= \overline{x}y + xz + yz + yz + +yzx + yz\overline{x}$ P3a
$= \overline{x}y + xz + yz + yzx + yz\overline{x}$ T1a
$= \overline{x}y + xz + yz + yz(x + \overline{x})$ P4a
$= \overline{x}y + xz + yz + yz(1)$ P5a
$= \overline{x}y + xz + yz + yz$ P2b
$= \overline{x}y + xz + yz$ T1a
$= 0 + \overline{x}y + xz + yz$ P2a
$= x\overline{x} + \overline{x}y + xz + yz$ P5b
$= \overline{x}x + \overline{x}y + zx + zy$ P3b
$= \overline{x}(x + y) + z(x + y)$ P4a
$= (x + y)\overline{x} + (x + y)z$ P3b
$= (x + y)(\overline{x} + z)$ P4a

$\therefore (x + y)(\overline{x} + z)(y + z) = (x + y)(\overline{x} + z)$

4. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $\overline{xy} = \overline{x} \cdot \overline{y}$
Vamos a hacerlo con una tabla de verdad:

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	xy	$\overline{xy}$	$\overline{x} \cdot \overline{y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0

Como podemos ver $\overline{xy} \neq \overline{x} \cdot \overline{y}$
$\therefore$ La igualdad no es válida.

5. Verifica la siguiente igualdad usando los postulados de Huntington

$$F(x, y, z) = x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y = x + y$$

$x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y$
$= x + x\overline{x} + xy + \overline{x}y$ P4a
$= x + 0 + xy + \overline{x}y$ P5b
$= x + xy + \overline{x}y$ P2a
$= x + yx + y\overline{x}$ P3b
$= x + y(x + \overline{x})$ P4a
$= x + y(1)$ P5a
$= x + y$ P2b

$\therefore x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y = x + y$

6. Obten los mintérminos y reduce la siguiente función

$$F(x, y, z) = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot x + \overline{z} \cdot x + z \cdot x + x \cdot \overline{y} + \overline{z}$$

Primero vamos a reducir la función:
$(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot x) + (\overline{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = (\overline{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$(\overline{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot (\overline{z} + z) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (\overline{z} + z) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot (1) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (1) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot (1 + \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (1 + \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot 1 + \overline{z}$
$x \cdot 1 + \overline{z} = x + \overline{z}$
Ahora tenemos que $F(x, y, z) = x + \overline{z}$
Ahora buscaremos los mintérminos con una tabla de verdad:

x	y	z	$\overline{z}$	$x+\overline{z}$	Mintérminos
0	0	0	1	1	m_1
0	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	m_2
0	1	1	0	0	
1	0	0	1	1	m_3
1	0	1	0	1	m_4
1	1	0	1	1	m_5
1	1	1	0	1	m_6

7. Simplifica la siguiente función usando su tabla de verdad asociada y mapas de Karnaugh.

$$F(x,y,z) = \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}z + \overline{x}y\overline{z} + x\overline{y}\,\overline{z} + \overline{x}yz + x\overline{y}z + xyz$$

Tabla de verdad

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Mapa de Karnaugh

x \yz	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	0

$\therefore$ la expresión reducida es $\overline{x} + \overline{y} + z$

8. Reduce la siguiente función y da sus maxitérminos

$$F(x,y,z) = (x + \overline{x}z) \cdot (\overline{y} + \overline{z})z$$

Primero vamos a reducir la función:
$(x + \overline{x}z) = (x + \overline{x})(x + z)$
$(x + \overline{x})(x + z) = (1)(x + z)$
$(1)(x + z) = x + z$

$(\overline{y} + \overline{z})z = (\overline{y}z + \overline{z}z)$

$(\overline{y}z + \overline{z}z) = (\overline{y}z + 0)$
$(\overline{y}z + 0) = \overline{y}z$

Ahora tenemos que $F(x, y, z) = (x + z) \cdot (\overline{y}z)$
Entonces:
$(x + z) \cdot (\overline{y}z) = x\overline{y}z + z\overline{y}z$
$x\overline{y}z + z\overline{y}z = x\overline{y}z + \overline{y}z$
$x\overline{y}z + \overline{y}z = \overline{y}z \cdot (x + 1)$
$\overline{y}z \cdot (x + 1) = \overline{y}z \cdot (1)$
$\overline{y}z \cdot (1) = \overline{y}z$
Así $F(x, y, z) = \overline{y}z$
Ahora buscaremos los maxitérminos con una tabla de verdad:

x	y	z	$\overline{y}$	$\overline{y}z$	Maxitérminos
0	0	0	1	0	M_1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	M_2
0	1	1	0	0	M_3
1	0	0	1	0	M_4
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	M_5
1	1	1	0	0	M_6

9. Utilizando Mapas de Karnaugh simplifica la función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3) =$$
$$\overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2}x_3 + \overline{x_0x_1}x_2x_3 + x_0\overline{x_1}x_2x_3 + x_0x_1\overline{x_2x_3} + \overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3} + x_0x_1x_2x_3$$

$x_0x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	0
10	0	0	1	0

$\therefore$ la expresión reducida es $x_0x_2x_3 + x_1\overline{x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2} + \overline{x_0x_1}x_3$

10. Para realizar una Mapa de Karnaugh con más de 5 variables se mencionó que existe más de una forma de representarlo.
Investiga ambos métodos y utiliza el que más se te acomode para reducir la siguiente función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2}x_3\overline{x_4} + \overline{x_0x_1}x_2x_3\overline{x_4} + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

Vamos a usar el método de Quine-McCluskey:

Termino	Binario	Decial	Índice (# 1s)
$\overline{x_0x_1x_2x_3x_4}$	00000	0	0
$\overline{x_0x_1x_2}x_3\overline{x_4}$	00010	2	1
$\overline{x_0x_1}x_2x_3\overline{x_4}$	00110	6	2
$x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4$	10111	23	4
$x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4$	11001	25	3
$\overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3}x_4$	01001	9	2
$x_0x_1x_2x_3x_4$	11111	31	5

Agrupamos los números binarios según su indice:

Binario	Decial	Índice
00000	0	0
00010	2	1
00110	6	2
01001	9	2
11001	25	3
10111	23	4
11111	31	5

Obtenemos las adyacencias:

Adyacencia de orden I	Binario
0,2	000-0
2,6	00-10
9,25	-1001
23,31	1-111

Nombramos las adyacencias:

Adyacencia	Nombre
0,2	PI1
2,6	PI2
9,25	PI3
23,31	PI4

Ahora hacemos la tabla de adyacencias:

	0	2	6	9	23	25	31
Pl1	X	X					
Pl2		X	X				
Pl3				X		X	
Pl4					X		X

	0	2	6	9	23	25	31
Pl1	X	X					
Pl2		X	X				
Pl3				X		X	
Pl4					X		X

Como no hay exceso de implicantes entonces:
$X = Pl1 + Pl2 + Pl3 + Pl4$
Sustituimos por sus valores decimales:
$X = (0, 2) + (2, 6) + (9, 25) + (23, 3)$
Sustituimos por sus valores binarios:
$X = (000 - 0) + (00 - 10) + (-1001) + (1 - 111)$
Sustituimos por sus valores x_i:
$X = \overline{x_0 x_1 x_2 x_4} + \overline{x_0 x_1} x_3 \overline{x_4} + x_1 \overline{x_2 x_3} x_4 + x_0 x_2 x_3 x_4$
$\therefore$ La expresión reducida es:
$\overline{x_0 x_1 x_2 x_4} + \overline{x_0 x_1} x_3 \overline{x_4} + x_1 \overline{x_2 x_3} x_4 + x_0 x_2 x_3 x_4$

11. Utilizando el algoritmo de Quine-McCluskey realiza la siguiente reducción.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0 x_1 x_2 x_3 x_4} + \overline{x_0 x_1 x_2} x_3 \overline{x_4} + \overline{x_0} x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} + \overline{x_0} x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} +$$
$$x_0 \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 + x_0 x_1 \overline{x_2 x_3} x_4 + \overline{x_0} x_1 \overline{x_2 x_3} x_4 + x_0 x_1 x_2 \overline{x_3} x_4 + x_0 x_1 x_2 x_3 x_4$$

Termino	Binario	Decial	Índice (# 1s)
$\overline{x_0 x_1 x_2 x_3 x_4}$	00000	0	0
$\overline{x_0 x_1 x_2} x_3 \overline{x_4}$	00010	2	1
$\overline{x_0} x_1 x_2 x_3 \overline{x_4}$	01110	14	3
$\overline{x_0} x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$	01010	10	2
$x_0 \overline{x_1} x_2 x_3 x_4$	10111	23	4
$x_0 x_1 \overline{x_2 x_3} x_4$	11001	25	3
$\overline{x_0} x_1 \overline{x_2 x_3} x_4$	01001	9	2
$x_0 x_1 x_2 \overline{x_3} x_4$	11101	29	4
$x_0 x_1 x_2 x_3 x_4$	11111	31	5

Agrupamos los números binarios según su índice.

Binario	Decial	Índice
00000	0	0
00010	2	1
01001	9	2
01010	10	2
01110	14	3
11001	25	3
10111	23	4
11101	29	4
11111	31	5

Obtenemos las adyacencias

Adyacencia de orden I	Binario
0,2	000-0
2,10	0-010
9,25	-1001
10,14	01-10
25,29	11-01
23,31	1-111
29,31	111-1

Nombramos las adyacencias

Adyacencia	Nombre
0,2	PI1
2,10	PI2
9,25	PI3
10,14	PI4
25,29	PI5
23,31	PI6
29,31	PI7

	0	2	9	10	14	23	25	29	31
PI1	X	X							
PI2		X		X					
PI3			X				X		
PI4				X	X				
PI5							X	X	
PI6						X			X
PI7								X	X

	0	2	9	10	14	23	25	29	31
PI1	X	X							
PI2		X		X					
PI3			X				X		
PI4				X	X				
PI5							X	X	
PI6						X			X
PI7								X	X

	29
PI5	X
PI7	X

$\Rightarrow X = Pl1 + Pl3 + Pl4 + PL5 + Pl6$
$= 0,2 + 9,25 + 10,14 + 25,29 + 23,31$
$= (000-0) + (-1001) + (01-10) + (11-01) + (1-111)$
$= \overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1x_3\overline{x_4} + x_0x_1\overline{x_3}x_4 + x_0x_2x_3x_4$

$\therefore$ la expresión reducida es $\overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1x_3\overline{x_4} + x_0x_1\overline{x_3}x_4 + x_0x_2x_3x_4$

12. Utilizando el algoritmo de Quine-McCluskey realiza la siguiente reducción.

$$F(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4) = \overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} + \overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3\overline{x_4} + \overline{x_0}\,\overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4} + \overline{x_0}\,\overline{x_1}x_2x_3x_4 + \overline{x_0}x_1x_2x_3\overline{x_4} + \overline{x_0}x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4} + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

Termino	Binario	Decial	Índice (# 1s)
$\overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$	00000	0	0
$\overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3\overline{x_4}$	00010	2	1
$\overline{x_0}\,\overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}$	00110	6	2
$\overline{x_0}\,\overline{x_1}x_2x_3x_4$	00111	7	3
$\overline{x_0}x_1x_2x_3\overline{x_4}$	01110	14	3
$\overline{x_0}x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4}$	01010	10	2
$x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4$	10111	23	4
$x_0x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$	11001	25	3
$\overline{x_0}x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$	01001	9	2
$x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4$	11101	29	4
$x_0x_1x_2x_3x_4$	11111	31	5

Agrupamos los números binarios según su indice:

Binario	Decial	Índice
00000	0	0
00010	2	1
00110	6	2
01010	10	2
01001	9	2
00111	7	3
01110	14	3
11001	25	3
10111	23	4
11101	29	4
11111	31	5

Obtenemos las adyacencias:

Adyacencia de orden I	Binario
0,2	000-0
2,6	00-10
2,10	0-010
6,7	0011-
6,14	0-110
9,25	-1001
10,14	01-10
7, 23	-0111
25,29	11-01
23,31	1-111
29,31	111-1

Adyacencia de orden II	Binario
0,2	000-0
2,6	0- -10
2,10	0- -10
6,7	0011-
6,14	0- -10
9,25	-1001
10,14	0- -10
7, 23	-0111
25,29	11-01
23,31	1-111
29,31	111-1

Como 2,6; 2,10; 6,14 y 10,14 son iguales a 0 - - 1 0, entonces lo consideraremos como un elemento único.

Nombramos las adyacencias:

Adyacencia	Nombre
2,6,10,14	Pl1
0,2	Pl2
6,7	Pl3
9,25	Pl4
7,23	Pl5
25,29	Pl6
23,31	Pl7
29,31	Pl8

Ahora hacemos la tabla de adyacencias:

	0	2	6	7	9	10	14	23	25	29	31
Pl1		X	X			X	X				
Pl2	X	X									
Pl3			X	X							
Pl4					X				X		
Pl5				X				X			
Pl6									X	X	
Pl7								X			X
Pl8										X	X

	0	2	6	7	9	10	14	23	25	29	31
Pl1		X	X			X	X				
Pl2	X	X									
Pl3			X	X							
Pl4					X				X		
Pl5				X				X			
Pl6									X	X	
Pl7								X			X
Pl8										X	X

Como hay exceso de implicantes entonces reducimos:

	6	7	23	29	31
Pl1	X				
Pl3	X	X			
Pl5		X	X		
Pl6				X	
Pl7			X		X
Pl8				X	X

Como Pl3, Pl5, Pl7 y Pl8 son las de maximas adyacencias entonces:
$X = Pl2 + Pl4 + Pl3 + Pl5 + Pl7 + Pl8$

Sustituimos por sus valores decimales:
$X = (0,2) + (9,25) + (6,7) + (7,23) + (23,31) + (29,31)$
Sustituimos por sus valores binarios:
$X = (000-0) + (-1001) + (0011-) + (-0111) + (1-111) + (111-1)$
Sustituimos por sus valores x_i:
$X = \overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + \overline{x_0}\,\overline{x_1}x_2x_3 + \overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_2x_3x_4 + x_0x_1x_2x_4$
$\therefore$ La expresión reducida es:
$\overline{x_0}\,\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + \overline{x_0}\,\overline{x_1}x_2x_3 + \overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_2x_3x_4 + x_0x_1x_2x_4$

Referencias

[1] Sebastian Godinez. *Ejemplo del método Quine-McCluskey*. 24 de nov. de 2020. URL: `https://www.youtube.com/watch?v=QeggtMMXsLc`.