

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS, 2025-II

Organización y Arquitectura de Computadoras

TAREA 03:
Lógica digital

Baños Mancilla Ilse Andrea - 321173988

Rivera Machuca Gabriel Eduardo 321057608

Preguntas

1. Demuestra que $x(yz) = (xy)z$

$$x(yz) = (xy)z \text{ T6b}$$

$$\therefore x(yz) = (xy)z$$

2. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $x(\bar{x} + y) = xy$

$$x(\bar{x} + y) = x\bar{x} + xy \quad \text{Por distributividad}$$

$$x\bar{x} + xy = 0 + xy \quad \text{Por complemento}$$

$$0 + xy = xy \quad \text{Por neutro en +}$$

3. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $(x + y)(\bar{x} + z)(y + z) = (x + y)(\bar{x} + z)$

$$\begin{aligned} & (x + y)(\bar{x} + z)(y + z) \\ &= [(x + y)(\bar{x} + z)](y + z) \\ &= [(x + y)\bar{x} + (x + y)z](y + z) \text{ P4a} \\ &= [\bar{x}(x + y) + z(x + y)](y + z) \text{ P3b} \\ &= [(\bar{x}x + \bar{x}y) + (zx + zy)](y + z) \text{ P4a} \\ &= [(x\bar{x} + \bar{x}y) + (zx + zy)](y + z) \text{ P3b} \\ &= [(0 + \bar{x}y) + (zx + zy)](y + z) \text{ P5b} \\ &= [\bar{x}y + zx + zy](y + z) \text{ P2a} \\ &= (\bar{x}y + zx + zy)y + (\bar{x}y + zx + zy)z \text{ P4a} \\ &= y(\bar{x}y + zx + zy) + z(\bar{x}y + zx + zy) \text{ P3b} \\ &= y\bar{x}y + yzx + yzy + z\bar{x}y + zzx + zzy \text{ P4a} \\ &= \bar{x}yy + yzx + yzy + yz\bar{x} + xzz + yzz \text{ P3b} \\ &= \bar{x}y + yzx + yz + yz\bar{x} + xz + yz \text{ T1b} \\ &= \bar{x}y + xz + yz + yz + yzx + yz\bar{x} \text{ P3a} \\ &= \bar{x}y + xz + yz + yz\bar{x} + yzx \text{ T1a} \\ &= \bar{x}y + xz + yz + yz(x + \bar{x}) \text{ P4a} \\ &= \bar{x}y + xz + yz + yz(1) \text{ P5a} \\ &= \bar{x}y + xz + yz + yz \text{ P2b} \\ &= \bar{x}y + xz + yz \text{ T1a} \\ &= 0 + \bar{x}y + xz + yz \text{ P2a} \\ &= x\bar{x} + \bar{x}y + xz + yz \text{ P5b} \\ &= \bar{x}x + \bar{x}y + zx + zy \text{ P3b} \\ &= \bar{x}(x + y) + z(x + y) \text{ P4a} \\ &= (x + y)\bar{x} + (x + y)z \text{ P3b} \\ &= (x + y)(\bar{x} + z) \text{ P4a} \end{aligned}$$

$$\therefore (x + y)(\bar{x} + z)(y + z) = (x + y)(\bar{x} + z)$$

4. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $\overline{xy} = \bar{x} \cdot \bar{y}$

Vamos a hacerlo con una tabla de verdad:

x	y	\bar{x}	\bar{y}	xy	\overline{xy}	$\bar{x} \cdot \bar{y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0

Como podemos ver $\overline{xy} \neq \bar{x} \cdot \bar{y}$
 \therefore La igualdad no es válida.

5. Verifica la siguiente igualdad usando los postulados de Huntington

$$F(x, y, z) = x + x(\bar{x} + y) + \bar{x}y = x + y$$

$$\begin{aligned}
& x + x(\bar{x} + y) + \bar{x}y \\
&= x + x\bar{x} + xy + \bar{x}y \text{ P4a} \\
&= x + 0 + xy + \bar{x}y \text{ P5b} \\
&= x + xy + \bar{x}y \text{ P2a} \\
&= x + yx + y\bar{x} \text{ P3b} \\
&= x + y(x + \bar{x}) \text{ P4a} \\
&= x + y(1) \text{ P5a} \\
&= x + y \text{ P2b}
\end{aligned}$$

$$\therefore x + x(\bar{x} + y) + \bar{x}y = x + y$$

6. Obten los mintérminos y reduce la siguiente función

$$F(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot x + \bar{z} \cdot x + z \cdot x + x \cdot \bar{y} + \bar{z}$$

Primero vamos a reducir la función:

$$\begin{aligned}
& (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot x) + (\bar{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} = (\bar{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} \\
& (\bar{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} = x \cdot (\bar{z} + z) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} \\
& x \cdot (\bar{z} + z) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} = x \cdot (1) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} \\
& x \cdot (1) + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} = x + (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} \\
& x \cdot (x \cdot \bar{y}) + \bar{z} = x \cdot (1 + \bar{y}) + \bar{z} \\
& x \cdot (1 + \bar{y}) + \bar{z} = x \cdot 1 + \bar{z} \\
& x \cdot 1 + \bar{z} = x + \bar{z}
\end{aligned}$$

Ahora tenemos que $F(x, y, z) = x + \bar{z}$

Ahora buscaremos los mintérminos con una tabla de verdad:

x	y	z	\bar{z}	$x + \bar{z}$	Mintérminos
0	0	0	1	1	m_1
0	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	m_2
0	1	1	0	0	
1	0	0	1	1	m_3
1	0	1	0	1	m_4
1	1	0	1	1	m_5
1	1	1	0	1	m_6

7. Simplifica la siguiente función usando su tabla de verdad asociada y mapas de Karnaugh.

$$F(x, y, z) = \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}yz + \overline{x}y\overline{z} + x\overline{y}\overline{z} + \overline{x}yz + x\overline{y}z + xyz$$

Tabla de verdad

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Mapa de Karnaugh

x \ yz	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	0

∴ la expresión reducida es $\overline{x} + \overline{y} + z$

8. Reduce la siguiente función y da sus maxitérminos

$$F(x, y, z) = (x + \overline{x}z) \cdot (\overline{y} + \overline{z})z$$

Primero vamos a reducir la función:

$$\begin{aligned} (x + \overline{x}z) &= (x + \overline{x})(x + z) \\ (x + \overline{x})(x + z) &= (1)(x + z) \\ (1)(x + z) &= x + z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{y} + \overline{z})z &= (\overline{y}z + \overline{z}z) \\ (\overline{y}z + \overline{z}z) &= (\overline{y}z + 0) \\ (\overline{y}z + 0) &= \overline{y}z \end{aligned}$$

Ahora tenemos que $F(x, y, z) = (x + z) \cdot (\overline{y}z)$

Entonces:

$$\begin{aligned} (x + z) \cdot (\overline{y}z) &= x\overline{y}z + z\overline{y}z \\ x\overline{y}z + z\overline{y}z &= x\overline{y}z + \overline{y}z \\ x\overline{y}z + \overline{y}z &= \overline{y}z \cdot (x + 1) \\ \overline{y}z \cdot (x + 1) &= \overline{y}z \cdot (1) \end{aligned}$$

$$\bar{y}z \cdot (1) = \bar{y}z$$

$$\text{Así } F(x, y, z) = \bar{y}z$$

Ahora buscaremos los maxitérminos con una tabla de verdad:

x	y	z	\bar{y}	$\bar{y}z$	Maxitérminos
0	0	0	1	0	M_1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	M_2
0	1	1	0	0	M_3
1	0	0	1	0	M_4
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	M_5
1	1	1	0	0	M_6

9. Utilizando Mapas de Karnaugh simplifica la función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3) = \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2}x_3 + \overline{x_0x_1}x_2x_3 + x_0\overline{x_1}x_2x_3 + x_0x_1\overline{x_2}x_3 + \overline{x_0x_1}\overline{x_2}x_3 + x_0x_1x_2x_3$$

$x_0x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	0
10	0	0	1	0

\therefore la expresión reducida es $x_0x_2x_3 + x_1\overline{x_2}x_3 + \overline{x_0x_1}x_2 + \overline{x_0x_1}x_3$

10. Para realizar una Mapa de Karnaugh con más de 5 variables se mencionó que existe más de una forma de representarlo.

Investiga ambos métodos y utiliza el que más se te acomode para reducir la siguiente función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3}\overline{x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3}x_4 + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2}x_3x_4 + \overline{x_0x_1}\overline{x_2}x_3x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

11. Utilizando el algoritmo de Quine-McCluskey realiza la siguiente reducción.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3}\overline{x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3}x_4 + \overline{x_0x_1}\overline{x_2}x_3x_4 + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2}x_3x_4 + \overline{x_0x_1}\overline{x_2}x_3x_4 + x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

Agrupamos los números binarios según su índice.

Termino	Binario	Decial	Índice (# 1s)
$\overline{x_0x_1x_2x_3x_4}$	00000	0	0
$\overline{x_0x_1x_2x_3}\overline{x_4}$	00010	2	1
$\overline{x_0x_1x_2x_3}x_4$	01110	14	3
$\overline{x_0x_1}\overline{x_2x_3}\overline{x_4}$	01010	10	2
$x_0\overline{x_1x_2x_3}x_4$	10111	23	4
$x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4$	11001	25	3
$\overline{x_0x_1}\overline{x_2x_3}x_4$	01001	9	2
$x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4$	11101	29	4
$x_0x_1x_2x_3x_4$	11111	31	5

Binario	Decial	Índice
00000	0	0
00010	2	1
01001	9	2
01010	10	2
01110	14	3
11001	25	3
10111	23	4
11101	29	4
11111	31	5

Obtenemos las adyacencias

Nombramos las adyacencias

12. Utilizando el algoritmo de Quine-McCluskey realiza la siguiente reducción.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) =$$

$$\overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3}\overline{x_4} + \overline{x_0x_1x_2x_3}x_4 + \overline{x_0x_1}\overline{x_2x_3}\overline{x_4} + \overline{x_0x_1}\overline{x_2x_3}x_4 + \overline{x_0x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4} + \overline{x_0x_1}x_2\overline{x_3}x_4 + x_0\overline{x_1x_2x_3}x_4 + x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4 + x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

Adyacencia de orden I	Binario
0,2	000-0
2,10	0-010
9,25	-1001
10,14	01-10
25,29	11-01
23,31	1-111
29,31	111-1

Adyacencia	Nombre
0,2	P11
2,10	P12
9,25	P13
10,14	P14
25,29	P15
23,31	P16
29,31	P17

Termino	Binario	Decial	Índice (# 1s)
$\overline{x_0}x_1x_2x_3x_4$	00000	0	0
$\overline{x_0}x_1\overline{x_2}x_3x_4$	00010	2	1
$\overline{x_0}x_1x_2x_3\overline{x_4}$	00110	6	2
$\overline{x_0}x_1x_2x_3x_4$	00111	7	3
$\overline{x_0}x_1x_2x_3\overline{x_4}$	01110	14	3
$\overline{x_0}x_1\overline{x_2}x_3x_4$	01010	10	2
$x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4$	10111	23	4
$x_0x_1\overline{x_2}x_3x_4$	11001	25	3
$\overline{x_0}x_1x_2x_3x_4$	01001	9	2
$x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4$	11101	29	4
$x_0x_1x_2x_3x_4$	11111	31	5

Agrupamos los números binarios según su índice:

Binario	Decial	Índice
00000	0	0
00010	2	1
00110	6	2
01010	10	2
01001	9	2
00111	7	3
01110	14	3
11001	25	3
10111	23	4
11101	29	4
11111	31	5

	0	2	9	10	14	23	25	29	31
P11	X	X							
P12		X		X					
P13			X				X		
P14				X	X				
P15							X	X	
P16						X			X
P17								X	X