UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS, 2025-II

Organización y Arquitectura de Computadoras

TAREA 03:

Lógica digital

Baños Mancilla Ilse Andrea - 321173988

Rivera Machuca Gabriel Eduardo 321057608

Preguntas

1. Demuestra que $x(yz) = (xy)z \therefore x(yz) = (xy)z$

2. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $x(\overline{x} + y) = xy$
   $x(\overline{x} + y) = x\overline{x} + xy$ Por distributividad
   $x\overline{x} + xy = 0 + xy$ Por complemento
   $0 + xy = xy$ Por neutro en $+$

3. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $(x + y)(\overline{x} + z)(y + z) = (x + y)(\overline{x} + z)$

   $(x + y)(\overline{x} + z)(y + z)$
   $= [(x + y)(\overline{x} + z)](y + z)$
   $= [(x + y)\overline{x} + (x + y)z](y + z)$ P4a
   $= [\overline{x}(x + y) + z(x + y)](y + z)$ P3b
   $= [(\overline{x}x + \overline{x}y) + (zx + zy)](y + z)$ P4a
   $= [(x\overline{x} + \overline{x}y) + (zx + zy)](y + z)$ P3b
   $= [(0 + \overline{x}y) + (zx + zy)](y + z)$ P5b
   $= [\overline{x}y + zx + zy](y + z)$ P2a
   $= (\overline{x}y + zx + zy)y + (\overline{x}y + zx + zy)z$ P4a
   $= y(\overline{x}y + zx + zy) + z(\overline{x}y + zx + zy)$ P3b
   $= y\overline{x}y + yzx + yzy + z\overline{x}y + zzx + zzy$ P4a
   $= \overline{x}yy + yzx + yyz + yz\overline{x} + xzz + yzz$ P3b
   $= \overline{x}y + yzx + yz + yz\overline{x} + xz + yz$ T1b
   $= \overline{x}y + xz + yz + yz + +yzx + yz\overline{x}$ P3a
   $= \overline{x}y + xz + yz + yzx + yz\overline{x}$ T1a
   $= \overline{x}y + xz + yz + yz(x + \overline{x})$ P4a
   $= \overline{x}y + xz + yz + yz(1)$ P5a
   $= \overline{x}y + xz + yz + yz$ P2b
   $= \overline{x}y + xz + yz$ T1a
   $= 0 + \overline{x}y + xz + yz$ P2a
   $= x\overline{x} + \overline{x}y + xz + yz$ P5b
   $= \overline{x}x + \overline{x}y + zx + zy$ P3b
   $= \overline{x}(x + y) + z(x + y)$ P4a
   $= (x + y)\overline{x} + (x + y)z$ P3b
   $= (x + y)(\overline{x} + z)$ P4a

   $\therefore (x + y)(\overline{x} + z)(y + z) = (x + y)(\overline{x} + z)$

4. Demuestra si la siguiente igualdad es válida $\overline{xy} = \overline{x} \cdot \overline{y}$
   Vamos a hacerlo con una tabla de verdad:

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	xy	$\overline{xy}$	$\overline{x} \cdot \overline{y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0

Como podemos ver $\overline{xy} \neq \overline{x} \cdot \overline{y}$
$\therefore$ La igualdad no es válida.

5. Verifica la siguiente igualdad usando los postulados de Huntington

$$F(x, y, z) = x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y = x + y$$

$x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y$
$= x + x\overline{x} + xy + \overline{x}y$ P4a
$= x + 0 + xy + \overline{x}y$ P5b
$= x + xy + \overline{x}y$ P2a
$= x + yx + y\overline{x}$ P3b
$= x + y(x + \overline{x})$ P4a
$= x + y(1)$ P5a
$= x + y$ P2b

$\therefore x + x(\overline{x} + y) + \overline{x}y = x + y$

6. Obten los mintérminos y reduce la siguiente función

$$F(x, y, z) = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot x + \overline{z} \cdot x + z \cdot x + x \cdot \overline{y} + \overline{z}$$

Primero vamos a reducir la función:
$(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot x) + (\overline{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = (\overline{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$(\overline{z} \cdot x) + (z \cdot x) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot (\overline{z} + z) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (\overline{z} + z) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot (1) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (1) + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x + (x \cdot \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (x \cdot \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot (1 + \overline{y}) + \overline{z}$
$x \cdot (1 + \overline{y}) + \overline{z} = x \cdot 1 + \overline{z}$
$x \cdot 1 + \overline{z} = x + \overline{z}$
Ahora tenemos que $F(x, y, z) = x + \overline{z}$
Ahora buscaremos los mintérminos con una tabla de verdad:

x	y	z	$\overline{z}$	$x + \overline{z}$	Mintérminos
0	0	0	1	1	m_1
0	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	m_2
0	1	1	0	0	
1	0	0	1	1	m_3
1	0	1	0	1	m_4
1	1	0	1	1	m_5
1	1	1	0	1	m_6

7. Simplifica la siguiente función usando su tabla de verdad asociada y mapas de Karnaugh.

$$F(x, y, z) = \overline{xyz} + \overline{xy}z + \overline{x}y\overline{z} + x\overline{yz} + \overline{x}yz + x\overline{y}z + xyz$$

Tabla de verdad

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Mapa de Karnaugh

x \yz	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	1	0

$\therefore$ la expresión reducida es $\overline{x} + \overline{y} + z$

8. Reduce la siguiente función y da sus maxitérminos

$$F(x, y, z) = (x + \overline{x}z) \cdot (\overline{y} + \overline{z})z$$

Primero vamos a reducir la función:
$(x + \overline{x}z) = (x + \overline{x})(x + z)$
$(x + \overline{x})(x + z) = (1)(x + z)$
$(1)(x + z) = x + z$

$(\overline{y} + \overline{z})z = (\overline{y}z + \overline{z}z)$
$(\overline{y}z + \overline{z}z) = (\overline{y}z + 0)$
$(\overline{y}z + 0) = \overline{y}z$

Ahora tenemos que $F(x, y, z) = (x + z) \cdot (\overline{y}z)$
Entonces:
$(x + z) \cdot (\overline{y}z) = x\overline{y}z + z\overline{y}z$
$x\overline{y}z + z\overline{y}z = x\overline{y}z + \overline{y}z$
$x\overline{y}z + \overline{y}z = \overline{y}z \cdot (x + 1)$
$\overline{y}z \cdot (x + 1) = \overline{y}z \cdot (1)$

$\overline{y}z \cdot (1) = \overline{y}z$
Así $F(x, y, z) = \overline{y}z$
Ahora buscaremos los maxitérminos con una tabla de verdad:

x	y	z	$\overline{y}$	$\overline{y}z$	Maxitérminos
0	0	0	1	0	M_1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	M_2
0	1	1	0	0	M_3
1	0	0	1	0	M_4
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	M_5
1	1	1	0	0	M_6

9. Utilizando Mapas de Karnaugh simplifica la función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3) = \overline{x_0x_1x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2}x_3 + \overline{x_0x_1}x_2x_3 + x_0\overline{x_1}x_2x_3 + x_0x_1\overline{x_2x_3} + \overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3} + x_0x_1x_2x_3$$

$x_0x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	0
10	0	0	1	0

$\therefore$ la expresión reducida es $x_0x_2x_3 + x_1\overline{x_2x_3} + \overline{x_0x_1x_2} + \overline{x_0x_1}x_3$

10. Para realizar una Mapa de Karnaugh con más de 5 variables se mencionó que existe más de una forma de representarlo.
Investiga ambos métodos y utiliza el que más se te acomode para reducir la siguiente función.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2}x_3\overline{x_4} + \overline{x_0x_1}x_2x_3\overline{x_4} + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

11. Utilizando el algoritmo de Quine-McCluskey realiza la siguiente reducción.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2}x_3\overline{x_4} + \overline{x_0}x_1x_2x_3\overline{x_4} + \overline{x_0}x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4} + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3}x_4 + x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$

12. Utilizando el algoritmo de Quine-McCluskey realiza la siguiente reducción.

$$F(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_0x_1x_2x_3x_4} + \overline{x_0x_1x_2}x_3\overline{x_4} + \overline{x_0x_1}x_2x_3\overline{x_4} + \overline{x_0x_1}x_2x_3x_4 + \overline{x_0}x_1x_2x_3\overline{x_4} + \overline{x_0}x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4} + x_0\overline{x_1}x_2x_3x_4 + x_0x_1\overline{x_2x_3}x_4 + \overline{x_0}x_1\overline{x_2x_3}x_4 + x_0x_1x_2\overline{x_3}x_4 + x_0x_1x_2x_3x_4$$