

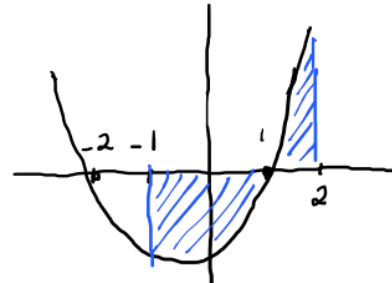
## CONTINUACION PROBLEMAS DE AREAS

**Ejemplo:** Encontrar el área de la región limitada por la curva  $y = x^2 + x - 2$ , ej eje x y las líneas  $x = -1$  y  $x = 2$ .

Intersecciones con eje X:  $x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = -2$  y  $x = 1$

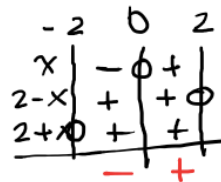
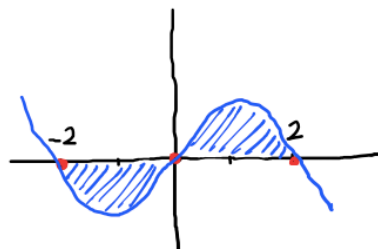
$$A = - \int_{-1}^1 (x^2 + x - 2) dx + \int_1^2 (x^2 + x - 2) dx$$

$$A = - \left( -\frac{10}{3} \right) + \frac{11}{6} = \frac{31}{6} u^2$$



**Ejemplo:** Encuentre el área total de la región entre  $f(x) = 4x - x^3$  y el eje x.

Intersecciones con eje X:  $x(4 - x^2) = 0$   
 $x(2 - x)(2 + x) = 0$   
 $x = 0; x = 2; x = -2$



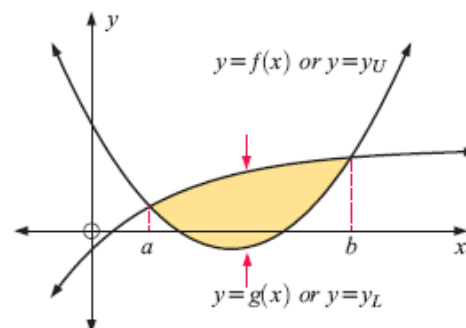
$$A = - \int_{-2}^0 (4x - x^3) dx + \int_0^2 (4x - x^3) dx$$

$$A = -(-4) + 4 = 8 u^2$$

## Área entre dos curvas

Si dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  se intersecan en  $x = a$  y  $x = b$  y  $f(x) \geq g(x)$ , entonces el área de la región entre ellas está dada por:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



**Ejemplo:** Determine el área de la región encerrada por las gráficas de  $y = \sqrt{x}$  y  $y = x^2$ .

Puntos de intersección:  $\sqrt{x} = x^2$

$$x = x^4$$

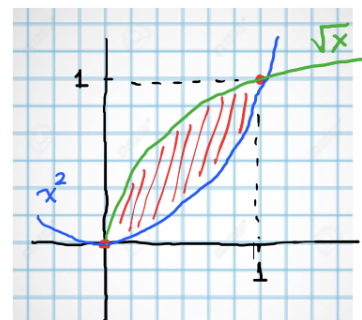
$$x - x^4 = 0$$

$$x(1 - x^3) = 0$$

$$x = 0; x = 1$$

Puntos:  $(0,0)$  y  $(1,1)$

$$A = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left( \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3} u^2$$



**Ejemplo:** Determine el área de la región encerrada por las gráficas de  $y = 2 - x^2$  y  $y = x$ .

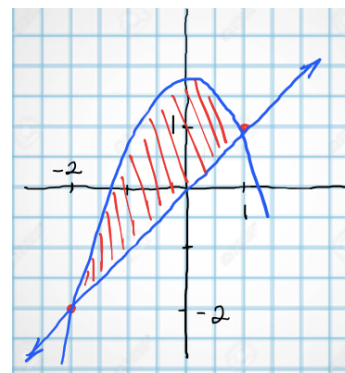
Puntos de intersección:  $\overbrace{2 - x^2}^{\text{parabola}} = \overbrace{x}^{\text{linea}}$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

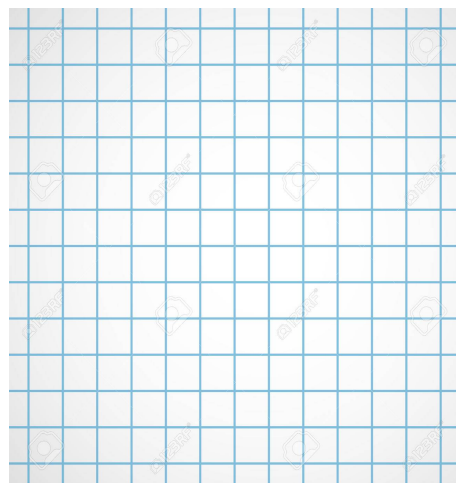
$$x = -2; x = 1$$

Puntos  $(-2, -2)$  y  $(1,1)$

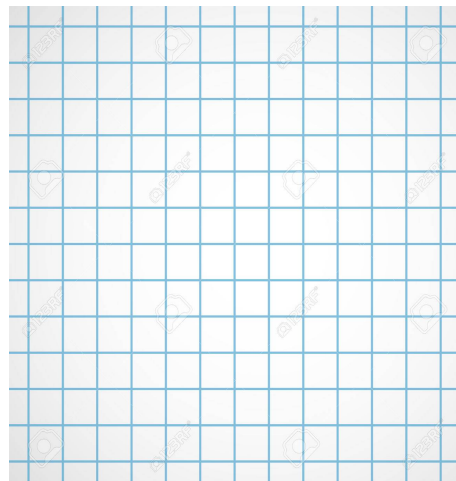
$$A = \int_{-2}^1 [(2 - x^2) - x] dx = \frac{9}{2} u^2$$



**Ejemplo:** Determine el área de la región encerrada por las gráficas de  $y = x + 2$  y  $y = x^2 + x - 2$ .

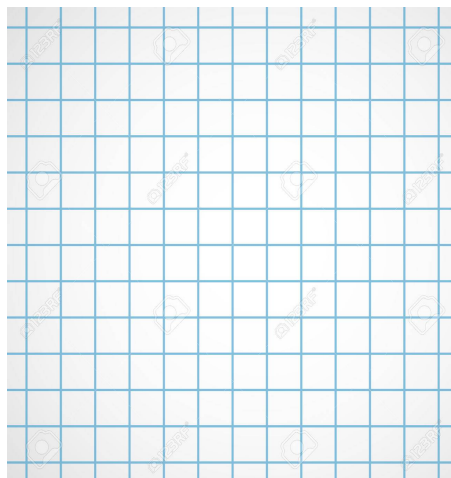


**Ejemplo:** Encontrar el área de la región limitada por las curvas  $y = -x^2$  y  $y = x^2 - 8$ .



1. Determine el área de la región limitada por  $y = x^2 + 2x + 2$ ,  $y = x + 4$  y la línea vertical  $x = -3$ . (5p)

1. Buscar intersecciones entre la parábola y la línea
2. Se completan las coordenadas de los puntos buscando el y de cada x
3. Marcar los puntos y dibujar la línea y la parábola usando esos puntos
4. Marcar la línea vertical
5. Identificar la zona encerrada y poner la integral



2. Encuentre el área de la región limitada por las curvas  $y = 2 + x - x^2$  and  $y = 2 - 3x + x^2$ . (Determine las intersecciones entre las curvas y grafique). (7p)

$$\text{Intersecciones: } 2 + x - x^2 = 2 - 3x + x^2$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$2x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ y } x = 2$$

Puntos (0,2) y (2,0)

$$A = \int_0^2 [(2 + x - x^2) - (2 - 3x + x^2)] dx$$

$$A = \int_0^2 [4x - 2x^2] dx = \frac{8}{3} u^2$$

