Tecnológico de Monterrey

MA1001B.516 Modelación estadística para la toma de decisiones

22 de noviembre de 2023

Examen argumentativo

Nombre: Gabriel Meléndez Zavala

Matrícula: A01638293

Instrucciones: Conteste las siguientes preguntas. Se requiere mostrar el procedimiento completo y correcto para que la respuesta sea considerada como correcta. Se calificará la respuesta a la pregunta solicitada y no una respuesta diferente a lo que se pregunta. No se admite más de una respuesta por pregunta. Se calificará lo que usted escriba en las hojas y no la interpretación de sus resultados. Marque cada resultado en un recuadro. Enumere y coloque su nombre en todas las hojas, ejemplo, si usted entrega un total de 3 hojas enumérelas de la siguiente forma 1/3,2/3,3/3. Si tiene alguna pregunta favor de realizarla en voz alta.

1.- (10 puntos) Un cierto tipo de problema de alta complejidad computacional se resuelve con 2 diferentes paquetes de software. Se sabe que el software A se utiliza el 55% de las veces y el B el 45%. El software A termina el 4% de las veces antes del tiempo pronosticado y el B el 3%. Si al resolver un problema se encuentra que se terminó antes del tiempo pronosticado, determine la probabilidad de que el problema haya sido resuelto con el software B.

2.- (10 puntos) Seleccione la opción correcta, justifique su respuesta. Un veterinario recibe en promedio 4 pacientes por día. Suponiendo que el número de pacientes que son atendidos en un día tienen una distribución de Poisson. Entonces,

a) Es más probable que lleguen 3 pacientes en un día a que lleguen 6 pacientes en dos días.

b) Es igual de probable que lleguen 3 pacientes en un día a que 6 pacientes lleguen en dos días.

c) Es menos probable que lleguen 3 pacientes en un día a que lleguen 6 pacientes en dos días.

3.- (16 puntos totales) Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2/3.

Calcule la probabilidad de que transcurridos 30 años, vivan:

a) 2 de las 5 personas (6 puntos)

b) Al menos tres personas (6 puntos)

c) ¿Cuál es el número promedio de personas que vivirán 30 años o más si se elige una muestra de 100 personas? (4 puntos)

4.- **(16 puntos)** El tiempo en que tarda un conductor en reaccionar al ocurrir un accidente es una variable aleatoria. Por lo general se modela este tiempo como una variable aleatoria normal estándar, es decir, $X \sim N(0,1)$ ¿Cuál es la probabilidad de que un conductor tarde de 1.1 segundos a 1.4 segundos en reaccionar a un accidente?

5.- **(12 puntos)** Un agricultor está probando un fertilizante en un campo de cultivo para ver su efecto en la altura de las plantas de maíz. Tomó una muestra aleatoria y registró las alturas de las plantas en centímetros. Los datos son los siguientes:

Fertilizante A: 175, 180, 185, 170, 190.

Asuma que no se conoce la varianza poblacional σ^2 sino que se utiliza la varianza muestral s^2. Para un nivel de confianza del 90% ¿se puede concluir que el valor verdadero del promedio del crecimiento es 180.1? Calcule el estadístico de prueba y la región de aceptación; dé las conclusiones correspondientes.

6.- **(12 puntos)** A continuación, se muestra la solución al siguiente ejercicio, determine si es correcta, si no lo es, corríjala.

Un diseñador de productos está interesado en reducir el tiempo de secado de una pintura. Se prueban dos fórmulas de pintura; la fórmula 1 tiene el contenido químico estándar y la fórmula 2 tiene un nuevo ingrediente secante que tiende a reducir el tiempo de secado. De la experiencia se sabe que las desviaciones estándar del tiempo de secado para las dos fórmulas de pintura son 8 y 7 minutos, respectivamente. Se pintan 45 placas con cada fórmula. Los dos tiempos promedio de secado muestrales son 116 minutos para la fórmula 1 y 112 minutos para la fórmula 2. ¿Hay evidencia para decir que el tiempo promedio de secado de la fórmula 2 es menor? Use $\alpha = 0.05$.

H0: $\mu1-\mu2=0$ Ha: $\mu1-\mu2>0$

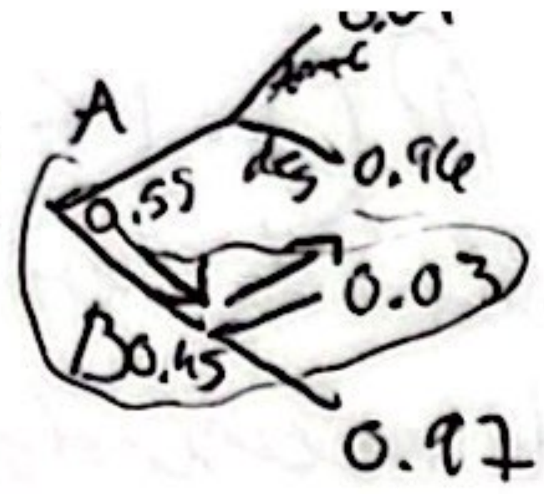
Estadístico de prueba: $z = \frac{116-112}{\sqrt{\frac{64}{45}+\frac{49}{45}}} = 2.5$

Valor P: 0.006, por lo tanto, se rechaza H0, no hay evidencia para indicar que el tiempo de secado de la pintura con la fórmula 2 es menor que el de la fórmula 1. Con base en su resultado, ¿Recomendaría usted al diseñador que utilice la fórmula 2?

7.- **(12 puntos)** El tiempo de secado del cemento es una variable aleatoria que está normalmente distribuida con media 2.65 y desviación estándar 0.85 segundos. ¿cuál debe ser el tamaño de una muestra para garantizar que el promedio de secado sea cuando mucho 3 segundos con una probabilidad del 90%?

8.- **(12 puntos)** Ingenieros industriales especialistas en ergonomía se ocupan del diseño de los teclados de trabajo. El artículo "Studies on Ergonomic Design" (Human Factors, 1985:195-187) reporta sobre un estudio de altura preferido de un teclado experimental. Se seleccionó una muestra de $n = 32$ mecanógrafos entrenados y se determinó la altura preferida del mecanógrafo. La altura promedio muestral fue $\bar{x} = 80$ cm, suponiendo que la desviación estándar poblacional de la altura es $\sigma = 2$ cm. Con un nivel de confianza del 95% obtenga un intervalo para μ, la altura promedio verdadera preferida por todos los mecanógrafos.

$$P(y|x) = \frac{P(x|y)\,P(Y)}{0.03} = \frac{(0.0135)(0.45)}{0.03}$$



Software B ↑ Termino Antes ↑

$$\boxed{P(y|x) = 0.2025}$$

$$P(y|x) = \frac{P(x|y)(P(y)}{P(x)}$$

$$P(x|y) = 0.03 \cdot 0.45$$

$$P(x|y) = 0.0135$$

---

2) a) ¿ $\lambda_1 = 4/\text{dia}$ $\lambda_2 = 8/2\text{dias}$?

$$P(3) = \frac{4^3 e^{-4}}{3!} = 0.1954 \; ; \; \frac{8^3 e^{-8}}{3!} = 0.1221$$

$$\mathbb{P}(3) > \mathbb{P}(6)$$

$\boxed{a)}$ $x = 3$ y λ_1 es mas probable.

---

3) $\mathbb{P}(30\text{años} >) = \frac{2}{3}$, $n = 5$

$$\mathbb{P}(x=2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(1-\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\boxed{\mathbb{P}(x=2) = 0.1646}$$ a) 16.46% para 2 personas

$$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \text{Formula Binomial}$$

* Exito que sigan vivos *

$$\mathbb{P}(x \geq 3) = \sum_{x=3}^{5} \frac{5!}{x!(5-x)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(1-\frac{2}{3}\right)^{5-x}$$

$$\mathbb{P}(x \geq 3) = \mathbb{P}(x=3) + \mathbb{P}(x=4) + \mathbb{P}(x=5)$$

$$\boxed{\mathbb{P}(x \geq 3) = 0.7901}$$ b)

La probabilidad que por lo menos 3 personas es de 79.01%

$$E(x) = np \; ; \; n = 100, p = \frac{2}{3}$$

$$E(x) = 100 \cdot \frac{2}{3}$$

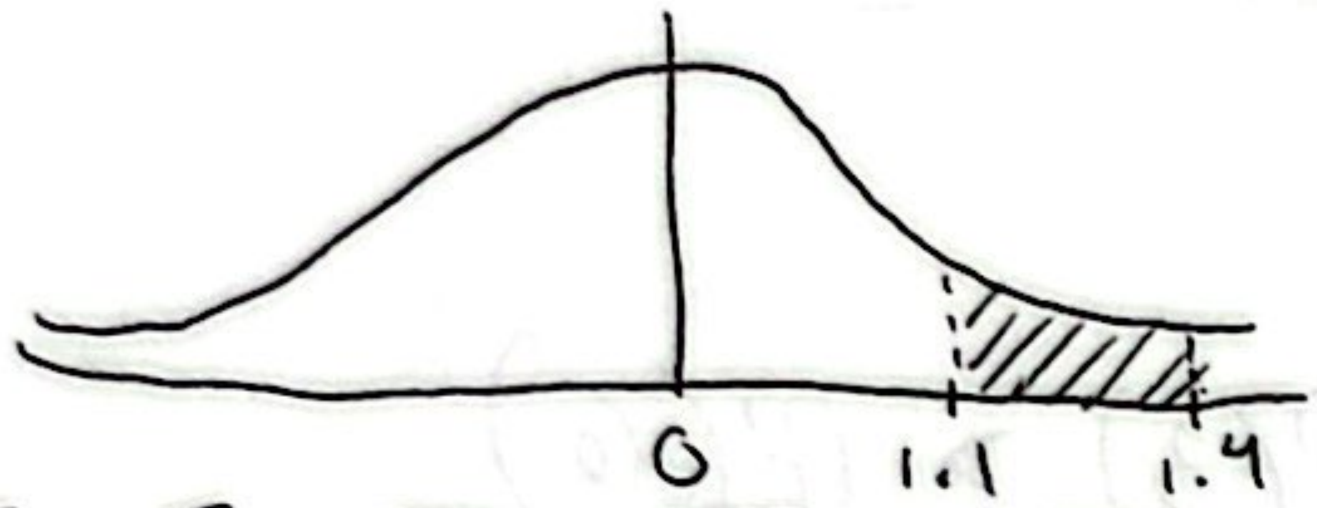
$$\boxed{E(x) = \frac{200}{3} = 66.66}$$ c)

Se estima que alrededor de 67 personas viviran más de 30 años con una muestra n=100

) $X \sim N(0,1)$ $\quad P(1.1 < X < 1.4) = P(X < 1.4) - P(X < 1.1)$

* Se utiliza la tabla de valores acumulados (z-table) para obtener la probabilidad asociada en dichos valores críticos *

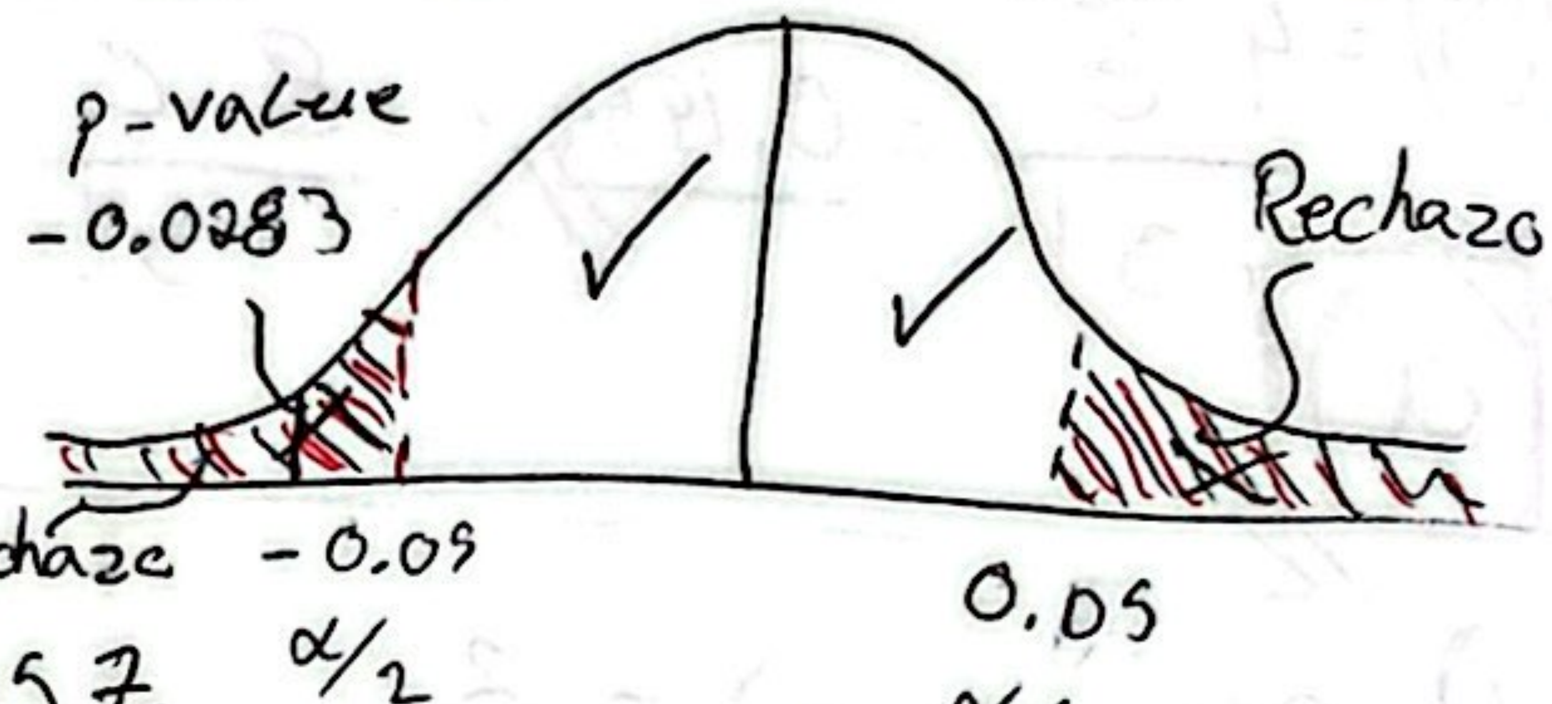
$$P(X<1.4) - P(X<1.1) = 0.9192 - 0.8643 = \boxed{0.0549}$$



~~0.9192 - 0.2776~~ La probabilidad para que un conductor tarde de 1.1 a 1.4 seg es de 0.0549 o 5.49%

---

5) $\alpha = 0.1$ $\quad \mu_2 = 180.1$ $\quad \sigma = 7.071$



$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

$$\mu_1 = \frac{175+180+185+170+190}{5} = 180$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 7.9057$$

$$z = \frac{180 - 180.1}{\frac{7.9057}{\sqrt{5}}} = -0.0283 \text{ P-value}$$

$p\text{-value} < \frac{\alpha}{2}$

El p-valor obtenido fue de -0.0283 y al compararlo con el valor de significancia $\alpha = 0.1$ se tiene que es menor a nuestro α (se nota que fue una prueba de dos colas por lo tanto α se dividió en dos partes y se formó la zona de rechazo). Se puede concluir que suficiente evidencia para rechazar H_0 a favor de la H_a sugiriendo como alternativa

Scanned with CamScanner

(6) $\sigma_1 = 8$ $\sigma_2 = 7$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $n = 49$ $n = 49$ $Z = 2.5\ldots \approx 2.5242$

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 = 116 min$ $\mu_2 = 112 min$ Le falta ~~precisión~~

La conclusión es incorrecta. el p-valor ~~≈~~ $0.0059 \approx 0.000$

Hay suficiente evidencia para rechazar H_0 sugiriendo como alternativa H_a. que indica que el tiempo de secado de la pintura de la formula 2 es ~~menor~~.

(7) $\mu = 2.65$ $\sigma = 0.85$ $n = ?$, $\bar{X} = 3$ $\alpha = 0.1$

$$1.28 = \frac{3 - 2.65}{\frac{0.85}{\sqrt{n}}}$$

Usamos la formula para el estadístico de prueba 1 (27) usando el valor crítico de nuestro nivel de significancia, 0.1, (1.28). De esta manera aseguramos nuestro nivel de confianza y despejamos para n obteniendo el tamaño de muestra para garantizar un secado de 3 min.

$$\frac{1.28}{3 - 2.65} = \frac{\sqrt{n}}{0.85}$$

$$\left(\frac{1.28 \cdot 0.85}{3 - 2.65}\right)^2 = \boxed{n \approx 9.663}$$

8) $n = 32 \quad \bar{X} = 80\text{cm} \quad \sigma = 2 \quad \alpha = 0.05$

$$I.C \Rightarrow \mu = \bar{X} \pm V_c\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 80 \pm 1.65\left(\frac{2}{\sqrt{32}}\right)$$

$$\left(80 - 1.65\left(\frac{2}{\sqrt{32}}\right),\ 80 + 1.65\left(\frac{2}{\sqrt{32}}\right)\right)$$

Lower Interval Upper Interval

$$\boxed{(79.4166,\ 80.5834)} \rightarrow I.C$$

Con un 95% de confianza se puede decir que la ~~muestra~~ altura promedio verdadera de los mecangrafos se encuentra en ese intervalo.