Otimização - Trabalho 1

Gabriel de Oliveira Pontarolo `GRR20203895`
Rodrigo Saviam Soffner `GRR20205092`

Julho 2022

1 Introdução

Esse artigo trata da descrição de uma possível implementação em um programa linear para o problema do despacho hidrotérmico para um sistema elétrico de uma cidade, o qual é constituído de uma usina hidroelétrica e uma termoelétrica.

2 O problema

Uma usina hidroelétrica e uma termoelétrica, a qual só é utilizada quando a primeira não é suficiente para suprimir a demanda, abastecem a rede de energia de uma cidade. O objetivo do problema é conceber um plano de geração mensal, durante um período de n meses que minimiza o custo considerando as seguintes informações:

- O custo de geração de hidroelétrica é nulo, porém ela possui um custo ambiental em função da variação do volume, em m^3, do reservatório de um mês para outro;
- A termoelétrica é associado um custo de geração para cada $MWatt$ de energia;
- A termoelétrica possui um limite de geração mensal;
- O reservatório possui um limite mínimo e máximo em m^3;
- O reservatório começa com um volume inicial em m^3;
- O reservatório recebe um volume de água mensal (m^3) proveniente de chuvas, afluências, etc;
- A cada 1 m^3 de água consumido do reservatório é gerado $kMWatt$ de energia, onde k é um coeficiente de geração dado;
- A geração das duas usinas juntas deve suprir as demandas mensais da cidade. Não é um problema gerar mais do que o necessário;

3 A modelagem

Incialmente, vamos destacar os valores dados:

- CA é o custo ambiental da hidroelétrica pela variação de volume por m^3;
- CT é o custo de geração da termoelétrica por $MWatt$;
- t_{max} é a geração máxima da termoelétrica em $MWatt$;
- v_{ini} é o volume inicial do reservatório;
- v_{min} é o volume mínimo do reservatório e v_{max} é o volume máximo;
- y_1,y_2,...,y_n consistem da afluência recebida pelo reservatório entre os meses *1* até n;
- k é a constante de geração do reservatório por m^3;
- d_1,d_2,...,d_n consistem da demanda de energia da cidade entre os meses *1* até n;

Para os valores que serão calculados temos:

- h_1,h_2,...,h_n consistem do consumo de água da hidroelétrica entre os meses *1* até n;
- t_1,t_2,...,t_n consistem da geração de energia da termoelétrica entre os meses *1* até n;
- v_1,v_2,...,v_n consistem do volume do reservatório entre os meses *1* até n;

Desse modo, a função objetivo que queremos minimizar é $\sum_{i=1}^{n}(CA \cdot |y_i - h_i| + CT \cdot t_i)$, onde temos que $|y_i - h_i|$ é a variação do volume do reservatório no final do mês, a qual é multiplicada pelo custo ambiental, e $CT \cdot t_i$ representa o custo de geração da termoelétrica. Ambos mês a mês de *1* até n.

É importante notar que, como se trata de um programa linear, é preciso substituir o modulo pois esse não é uma função linear. Assim, será introduzido as váriaveis positivas x_1,x_2,...,x_n que representam o aumento do volume e z_1,z_2,...,z_n para representar a diminuição. $|y_i - h_i|$ será substituído por $(x_i + z_i)$ e serão adicionadas as restrições $x_i - z_i = y_i - h_i$ e $x_i, z_i \geq 0$ para manter a igualdade. A função objetivo final será $\sum_{i=1}^{n}(CA \cdot (x_i + z_i) + CT \cdot t_i)$;

Temos também que, o volume do mês 1 consiste de $v_1 = v_{ini} + y_1$, e o volume dos meses subsequentes de $v_j = v_{j-1} + y_j - h_{j-1}$ onde temos o volume do mês anterior somado a afluência e subtraido do consumo do mês anterior.

Ademais, o consumo de água do mês atual não pode ser maior do que o volume, assim $h_i \leq v_i$ e o volume em cada um dos meses precisa estar entre o mínimo e o máximo, dessa forma $v_{min} \leq v_i - h_i \leq v_{max}$.

Finalmente, temos as restrições de demanda $k \cdot h_i + t_i \geq d_i$, onde a soma da geração das duas usinas precisa ser maior ou igual a demanda mensal.

4 O programa linear

O programa linear resultante será:

$$
\begin{array}{lll}
\textbf{min} & \sum_{i=1}^{n}(CA \cdot x_i + CA \cdot z_i + CT \cdot t_i) & \\
\textbf{s.t.} & x_i - z_i = y_i - h_i & i = 1, \ldots, n \\
 & v_1 = v_{ini} + y_1 & \\
 & v_j = v_{j-1} + y_j - h_{j-1} & j = 2, \ldots, n-1 \\
 & h_i \leq v_i & \\
 & v_{min} \leq v_i - h_i \leq v_{max} & \\
 & k \cdot h_i + t_i \geq d_i & \\
 & x_i, z_i, h_i, t_i \geq 0 &
\end{array}
$$