

# Otimização - Trabalho 1

Gabriel de Oliveira Pontarolo GRR20203895

Rodrigo Saviam Soffner GRR20205092

Julho 2022

## 1 Introdução

Esse artigo trata da descrição de uma possível implementação em um programa linear para o problema do despacho hidrotérmico para um sistema elétrico de uma cidade, o qual é constituído de uma usina hidroelétrica e uma termoelétrica.

## 2 O problema

Uma usina hidroelétrica e uma termoelétrica, a qual só é utilizada quando a primeira não é suficiente para suprimir a demanda, abastecem a rede de energia de uma cidade. O objetivo do problema é conceber um plano de geração mensal, durante um período de  $n$  meses, que minimiza o custo, considerando as seguintes informações:

- O custo de geração de hidroelétrica é nulo, porém ela possui um custo ambiental em função da variação do volume, em  $m^3$ , do reservatório de um mês para outro;
- A termoelétrica é associado um custo de geração para cada  $MWatt$  de energia;
- A termoelétrica possui um limite de geração mensal;
- O reservatório possui um limite mínimo e máximo em  $m^3$ ;
- O reservatório começa com um volume inicial em  $m^3$ ;
- O reservatório recebe um volume de água mensal (  $m^3$ ) proveniente de chuvas, aflúências, etc;
- A cada 1  $m^3$  de água consumido do reservatório é gerado  $kMWatt$  de energia, onde  $k$  é um coeficiente de geração dado;
- A geração das duas usinas juntas deve suprir as demandas mensais da cidade. Não é um problema gerar mais do que o necessário;

### 3 A modelagem

Inicialmente, vamos destacar os valores dados:

- $CA$  é o custo ambiental da hidroelétrica pela variação de volume por  $m^3$ ;
- $CT$  é o custo de geração da termoelétrica por  $MWatt$ ;
- $t_{max}$  é a geração máxima da termoelétrica em  $MWatt$ ;
- $v_{ini}$  é o volume inicial do reservatório;
- $v_{min}$  é o volume mínimo do reservatório e  $v_{max}$  é o volume máximo;
- $y_1, y_2, \dots, y_n$  consistem da afluência recebida pelo reservatório entre os meses 1 até  $n$ ;
- $k$  é a constante de geração do reservatório por  $m^3$ ;
- $d_1, d_2, \dots, d_n$  consistem da demanda de energia da cidade entre os meses 1 até  $n$ ;

Para os valores que serão calculados temos:

- $h_1, h_2, \dots, h_n$  consistem da redução no volume do reservatório entre os meses 1 até  $n$ ;
- $t_1, t_2, \dots, t_n$  consistem da geração de energia da termoelétrica entre os meses 1 até  $n$ ;
- $v_1, v_2, \dots, v_n$  consistem do volume do reservatório entre os meses 1 até  $n$ ;

Desse modo, a função objetivo que queremos minimizar é  $\sum_{i=1}^n (CA \cdot |y_i - h_i| + CT \cdot t_i)$ , onde temos que  $|y_i - h_i|$  é a variação do volume do reservatório no final do mês, a qual é multiplicada pelo custo ambiental, e  $CT \cdot t_i$  representa o custo de geração da termoelétrica. Ambos mês a mês de 1 até  $n$ .

É importante notar que, como se trata de um programa linear, é preciso substituir o modulo pois esse não é uma função linear. Assim, será introduzido as variáveis positivas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que representam o aumento do volume e  $z_1, z_2, \dots, z_n$  para representar a diminuição.  $|y_i - h_i|$  será substituído por  $(x_i + z_i)$  e será adicionada a restrição  $x_i - z_i = y_i - h_i$  para manter a igualdade. A função objetivo final será  $\sum_{i=1}^n (CA \cdot (x_i + z_i) + CT \cdot t_i)$ ;

Temos também que, o volume do mês 1 consiste de  $v_1 = v_{ini} + y_1$ , e o volume dos meses subsequentes de  $v_j = v_{j-1} + y_j - h_{j-1}$  onde temos o volume do mês anterior somado a afluência e subtraído do consumo do mês anterior.

Ademais, o consumo de água do mês atual não pode ser maior do que o volume, assim  $h_i \leq v_i$  e o volume em cada um dos meses precisa estar entre o mínimo e o máximo, dessa forma  $v_{min} \leq v_i \leq v_{max}$ .

Finalmente, temos as restrições de demanda  $k \cdot h_i + t_i \geq d_i$ , onde a soma da geração das duas usinas precisa ser maior ou igual a demanda mensal.

## 4 O programa linear

O programa linear resultante será:

$$\begin{array}{ll}
 \text{min} & \sum_{i=1}^n (CA \cdot x_i + CA \cdot z_i + CT \cdot t_i) \\
 \text{s.t.} & x_i - z_i = y_i - h_i \quad i = 1, \dots, n \\
 & v_1 = v_{ini} + y_1 \\
 & v_j = v_{j-1} + y_j - h_{j-1} \quad j = 2, \dots, n \\
 & h_i \leq v_i \\
 & v_{min} \leq v_i \leq v_{max} \\
 & k \cdot h_i + t_i \geq d_i \\
 & x_i, z_i, h_i, t_i \geq 0
 \end{array}$$