Q



扫码下载APP

帮助中心

课程▼ 学校 学校云 下载APP

搜索感兴趣的课程

评价课程

数值分析 国家精品 申请认证证书 邵新慧、史大涛、冯男、盛莹、陈艳利、李铮

ᢏ返回

第四章作业题 查看帮助

L76-

作业批改

互评作业 自评作业

成绩公布

查看成绩

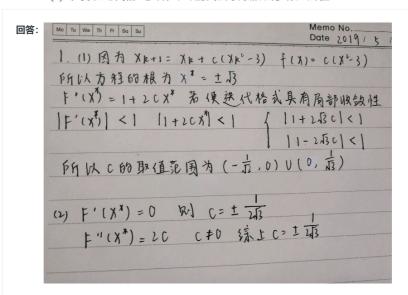
你的综合得分为: 30分, 你完成了全部互评

1 (10分)

提交作业

完成并提交作业

- 1. 设 $F(x) = x + c(x^2 3)$, 构造迭代格式 $x_{k+1} = F(x_k)$, $k = 0,1,2,\cdots$,
 - (1) 求使迭代格式具有局部收敛性的参数 c 的取值范围。
 - (2) 求使该迭代格式具有尽可能高的收敛阶的参数 c 的值。



互评模块(该阶段只有在互评阶段开放后才可使用)

 $|\nabla F'(x)| = 1 + 2cx$, $|F'(-\sqrt{3})| = |1 - 2\sqrt{3}c| < 1 \text{ } \text{ } 0 < c < \frac{1}{\sqrt{3}}$;

解 $|F'(\sqrt{3})| = |1+2\sqrt{3}c| < 1$ 得 $-\frac{1}{\sqrt{3}} < c < 0$.

从而使迭代 $x_{k+1} = F(x_k)$ 具有局部收敛性, 应 $|c| < \frac{1}{\sqrt{3}}$, 且 $c \neq 0$(8分)

令 $F'(-\sqrt{3}) = 1 - 2\sqrt{3}c = 0$ 得 $c = \frac{1}{2\sqrt{3}}$;

 $\Leftrightarrow F'(\sqrt{3}) = 1 + 2\sqrt{3}c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$

这时F''(x)=2c≠0为平方收敛.

你的得分: 10

该题得分: 10

整体评价:

student1: 6 student2: 1 student3: 很好 student4: 对 student5: 棒棒

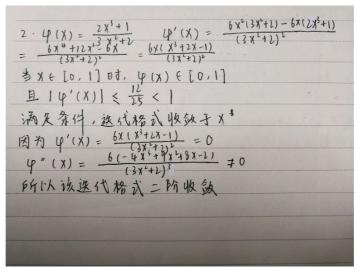
2 (10分)

2. 已知方程 $x^3 + 2x - 1 = 0$ 在[0,1]上有唯一实根 x^* ,证明对任意初值 $x_0 \in [0,1]$,迭代格式

$$x_{k+1} = \frac{2x_k^3 + 1}{3x_k^2 + 2}, \quad k = 0, 1, \dots$$

均收敛于x*,并分析该迭代格式的收敛阶。

回答:



互评模块 (该阶段只有在互评阶段开放后才可使用)

解: 记 $\varphi(x) = \frac{2x^2 + 1}{3x^2 + 2}$, 则原方程改写为 $x = \varphi(x)$ 。

対 $\varphi(x)$ 求导得 $\varphi'(x) = \frac{6x(x^3 + 2x - 1)}{(3x^2 + 2)^2}$ (3 分)

当 $|x \in [0,1]$ 时,容易验证 $|\varphi'(x)| < 1$,且 $\varphi'(x)$ 在[0,1]上连续,则存在L满足 $|\varphi'(x)| \le L < 1$,

 $\mathbb{Z} 0 \le \varphi(x) \le \frac{2x^2 + 1}{3x^2 + 2} < 1$,

你的得分: 10

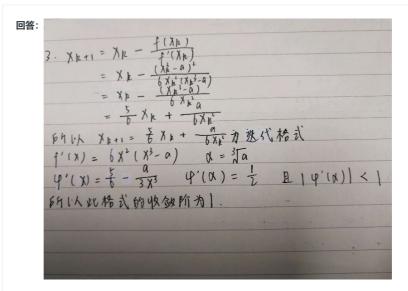
该题得分: 10

整体评价:

student1: 6 student2: 1 student3: 很好 student4: 对 student5: 棒棒

3 (10分)

3. 设函数 $f(x) = (x^3 - a)^2$,是建立求解方程 f(x) = 0 根的牛顿迭代格式,并说明 此格式的收敛阶。



互评模块 (该阶段只有在互评阶段开放后才可使用)

解: 将
$$f(x) = (x^3 - a)^2$$
, $f'(x) = 6(x^3 - a)x^2$ 代入牛顿迭代格式

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

有
$$x_{k+1} = x_k - \frac{(x_k^3 - a)^2}{6(x_k^3 - a)x_k^2} = \frac{5}{6}x_k + \frac{a}{6x_k^2}$$
, (5 分)

迭代函数
$$\varphi(x) = \frac{5}{6}x + \frac{a}{6x^2}$$
, $\varphi'(x) = \frac{5}{6} - \frac{a}{3x^3}$,

又
$$f(x) = 0$$
 的根 $x^* = \sqrt[3]{a}$, $\varphi'(\sqrt[3]{a}) = 0.5 < 1 \neq 0$,

所以牛顿迭代法为线性收敛。

你的得分: 10

该题得分: 10

整体评价:

student1: 6 student2: 1 student3: 很好 student4: 对

student5: 棒棒