

中国大学MOOC

课程

学校

学校云

下载APP

搜索感兴趣的课程

数值分析

国家精品

申请认证证书

邵新慧、史大涛、冯男、盛莹、陈艳利、李铮

评价课程

公告

评分标准

课件

测验与作业

考试

讨论区

课程分享

微信提醒课程进度

扫码下载APP

帮助中心

第五章 插值与逼近作业题

查看帮助

返回

提交作业

完成并提交作业

作业批改

互评作业

自评作业

成绩公布

查看成绩

你的综合得分为：**29分**，你完成了全部互评

1 (10分)

一、给定离散数据

x	-1	0	1
y	3.1	0.9	2.9

利用最小二乘法求形如 $y=ax^2+b$ 的拟合曲线。

回答:

互评模块 (该阶段只有在互评阶段开放后才可使用)

解答

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=0}^2 1 & \sum_{i=0}^2 x_i^2 \\ \sum_{i=0}^2 x_i^2 & \sum_{i=0}^2 x_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^2 y_i \\ \sum_{i=0}^2 x_i^2 y_i \end{pmatrix}$$

即

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

解得 $a=2.1$, $b=0.9$, 故 $y=0.9+2.1x^2$

你的得分: 10

https://www.icourse163.org/learn/NEU-1002089009?tid=1206007221#/learn/hw?id=1219682435

1/3

该题得分: 10

整体评价:

student1: A
student2: 1
student3: 。
student4: 6

2 (10分)

二、已知由数据 (0,0)，(0.5,y)，(1,3) 和 (2,2) 构造出的三次插值多项式 $P_3(x)$ 的 x^3 的系数是 6，试确定数据 y 。

回答:

Handwritten solution for the interpolation problem using the difference table method.

x_i	$f(x_i)$	1 阶	2 阶	3 阶
0	0			
0.5	y	$2y$		
1	3	$6-2y$	$6-4y$	
2	2	-1	$\frac{2}{3}(2y-7)$	$\frac{8}{3}y-\frac{16}{3}$

Equation derived from the table:

$$\frac{8}{3}y - \frac{16}{3} = 6 \implies y = \frac{17}{4}$$

互评模块 (该阶段只有在互评阶段开放后才可使用)

解答

利用拉格朗日多项式以及基函数的表达式可知 x^3 的系数表达式为

$$\frac{f(x_0)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + \frac{f(x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + \frac{f(x_2)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + \frac{f(x_3)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

将有关数据代入上式得

$$6 = 0 + \frac{y}{0.5 \times (-0.5) \times (-1.5)} + \frac{3}{1 \times 0.5 \times (-1)} + \frac{2}{2 \times 1.5 \times 1}$$

解之得 $y = 4.25$ 。

你的得分: 10

该题得分: 10

整体评价:

student1: B
student2: 1
student3: 。
student4: 6

3 (10分)

三、确定 a, b, c, d , 使得 f 是一个三次样条函数, 且 $\int_0^2 [f''(x)]^2 dx$ 最小,

其中

$$f(x) = \begin{cases} 3+x-9x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ a+b(x-1)+c(x-1)^2+d(x-1)^3, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

回答:

$f(x+0) = f(x-0)$
 $f'(x+0) = f'(x-0)$
 $f''(x+0) = f''(x-0)$

$$\begin{cases} -5 = a \\ -26 = b \\ -54 = 2c \end{cases} \quad \begin{cases} a = -5 \\ b = -26 \\ c = -27 \end{cases}$$

 使 $\int_0^2 [f''(x)]^2 dx$ 最小
 $f''(x) = bd(x-1) - 54$
 当 $6d - 54 = 0$ 时 $d = 9$
 所以 $\begin{cases} a = -5 \\ b = -26 \\ c = -27 \\ d = 9 \end{cases}$

互评模块 (该阶段只有在互评阶段开放后才可使用)

解答

由于 f 是一个三次样条函数, 则必须满足

$$\begin{cases} f(1-) = f(1+), \\ f'(1-) = f'(1+), \\ f''(1-) = f''(1+). \end{cases}$$

可得 $a = -5, b = -26, c = -27$.

因为 $f''(x) = 2c + 6d(x-1)$, 由于 $\int_0^2 [f''(x)]^2 dx$ 最小, 所以

$\frac{1}{36} \int_1^2 [f''(x)]^2 dx = \frac{1}{3} d^2 - 9d + 81$, 得到 $d = \frac{27}{2}$, 所以得

$$f(x) = \begin{cases} 3 + x - 9x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ -5 - 26(x-1) - 27(x-1)^2 + \frac{27}{2}(x-1)^3, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

你的得分: 9

该题得分: 9

整体评价:

student1: B

student2: 1

student3: 。

student4: 6