Relatório 2 - Modelagem e simulação de sistemas dinâmicos

Sistema Massa-Mola-Amortecedor

17/03/2023

Aluno: Gabriel Almeida Santos de Oliveira.
Nº de matrícula: 2021000042.
Turma: ECAT51.

A seguinte equação foi desenvolvida para o cálculo da função transferência da posição:

cálculo $X(S)/F(S)$

$$F(t) = m.a + b.v + k.x$$

$$F(t) = m.\ddot{x}(t) + b\,\dot{x}(t) + K.X(t)$$

$$\mathcal{L}[F(t)] = m.\mathcal{L}[\ddot{x}(t)] + b\,\mathcal{L}[\dot{x}(t)] + K.\mathcal{L}[X(t)]$$

$$F(S) = m[S^2X(S) - SX(0) - X'(0)] + b[SX(S) - X(0)] + KX(S)$$

$$F(S) = mS^2X(S) - mS\left(\tfrac{7}{20}\right) + \left(\tfrac{7}{2}\right)m + bSX(S) - \left(\tfrac{7}{20}\right)b + KX(S)$$

$$F(S) = X(S)[mS^2 + bS + K] - \left(\tfrac{7}{20}\right)mS + \left(\tfrac{7}{2}\right)m - \left(\tfrac{7}{20}\right)b$$

$$X(S) = \frac{F(S) + \left(\tfrac{7}{20}\right)mS - \left(\tfrac{7}{2}\right)m + \left(\tfrac{7}{20}\right)b}{[mS^2 + bS + K]}$$

$$\frac{X(S)}{F(S)} = \frac{F(S) + \left(\tfrac{7}{20}\right)mS - \left(\tfrac{7}{2}\right)m + \left(\tfrac{7}{20}\right)b}{F(S)[mS^2 + bS + K]}$$

$$\boxed{\frac{X(S)}{F(S)} = \frac{\left(\tfrac{7}{20}\right)S + \left(\tfrac{7}{20}\right)b + 49{,}5}{50S^2 + 50bS + 500}}$$

OBS: b foi mantido como variável para simplificar o algoritmo utilizado no matlab.

Para função transferência da velocidade utilizou-se o cálculo abaixo:

Cálculo $V(S)/F(S)$

$$F(t) = m.a + b.v + K\,x(t)$$
$$F(t) = m.\dot{v}(t) + b\,v(t) + K\int v(t)\,dt$$
$$\mathcal{L}[F(t)] = m\,\mathcal{L}[\dot{v}(t)] + b\,\mathcal{L}[v(t)] + K\,\mathcal{L}\left[\int v(t)\,dt\right]$$
$$F(S) = m\left[S\,V(S) + (+\tfrac{1}{2})\right] + b\,V(S) + K\,V(S)\,S^{-1}$$
$$F(S) = m\,S\,V(S) + (\tfrac{1}{2})m + b\,V(S) + K\,V(S)\,S^{-1}$$
$$F(S) = V(S)\left[mS + b + KS^{-1}\right] + (\tfrac{1}{2})m$$
$$\frac{V(S)}{F(S)} = \frac{F(S) - (\tfrac{1}{2})m}{F(S)\left[mS + b + KS^{-1}\right]} \cdot \frac{S}{S} = \frac{S\,F(S) - (\tfrac{1}{2})mS}{F(S)\left[mS^2 + bS + K\right]}$$
$$\boxed{\frac{V(S)}{F(S)} = \frac{49{,}5\,S}{50S^2 + 50bS + 500}}$$

OBS: b foi mantido como variável para simplificar o algoritmo utilizado no matlab.

Uma vez obtidas as funções transferências, foi desenvolvido o código .m para geração dos gráficos:

ECAT51_GabrielAlmeida_MODELAGEM.txt

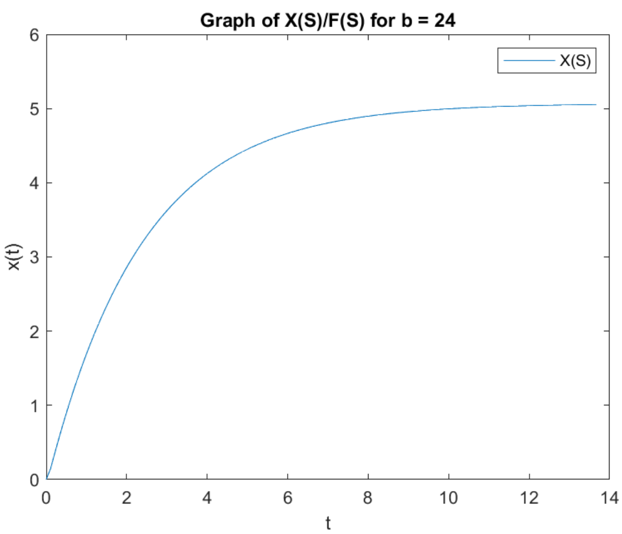
```
%IFAM ECAT51 - MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS
%Aluno: Gabriel Almeida Santos de Oliveira - 2021000042
%Código de simulação do modelo de um sistema massa mola sob a influencia
%de um atrito agindo como um amortecedor a partir de condições iniciais.
%para que os resultados obtidos não sejam iguais aos dos colegas de classe
%utilizarei valores diferentes para o coeficiente de amortecimento b.

clear all;
clc;

m = 1; %kg
Fi = 50; %N
b = [24 4 1 0.4 0]; %Ns/m
k = 10; %N/m
x0 = 0.05; %m
v0 = -0.5; %m/s

%Gráficos das funções transferência
for i=1:5
    %Em função da posição
    num_func_x = [0.05 (0.05*b(i)+49.5)];   %0.05*S + b + 49.5
    den_func_x = [50 (50*b(i)) 500];        %50*S^2 + (50*b)*S + 500

    transFunc_x = tf(num_func_x, den_func_x);
    ampl_func_x = stepDataOptions("StepAmplitude", 50);
    [transFunc_x, t] = step(transFunc_x, ampl_func_x);
    str_graph_x = strcat("Graph of X(S)/F(S) for b = ",string(b(i)));
    figure('Name',str_graph_x,'NumberTitle','off');
    plot(t, transFunc_x);
    legend('X(S)');
    xlabel('t');
    title(str_graph_x);
    ylabel('x(t)');


```

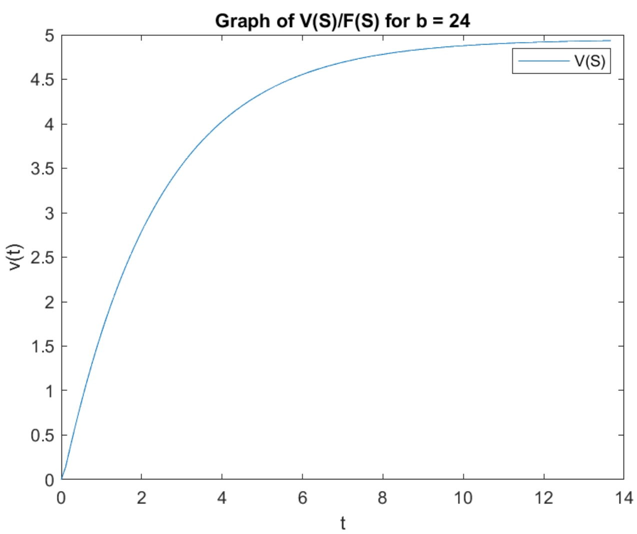
Line 16, Column 16

```
    %Em função da velocidade
    num_func_v = [49.5];                %49.5*S
    den_func_v = [50 (50*b(i)) 500];    %50*S^2 + (50*b)*S + 500

    transFunc_v = tf(num_func_v, den_func_v);
    ampl_func_v = stepDataOptions("StepAmplitude", 50);
    [transFunc_v, t] = step(transFunc_v, ampl_func_v);
    str_graph_v = strcat("Graph of V(S)/F(S) for b = ",string(b(i)));
    figure('Name',str_graph_v,'NumberTitle','off');
    plot(t, transFunc_v);
    legend('V(S)');
    xlabel('t');
    title(str_graph_v);
    ylabel('v(t)');
end

Line 16, Column 16
```

E os seguintes gráficos foram obtidos:

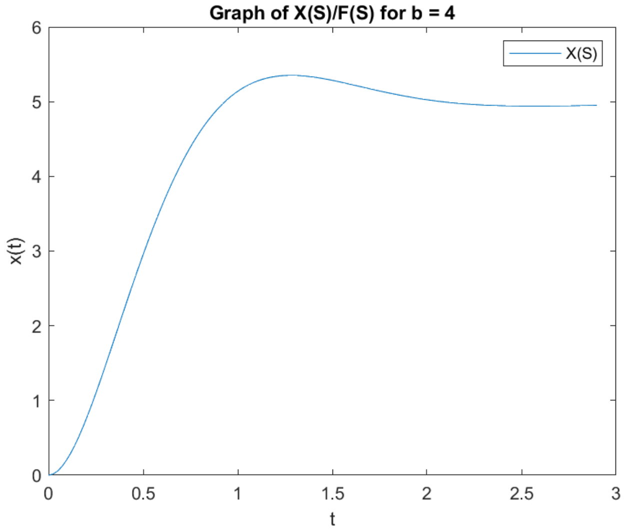
Para b = 24 Ns/m:

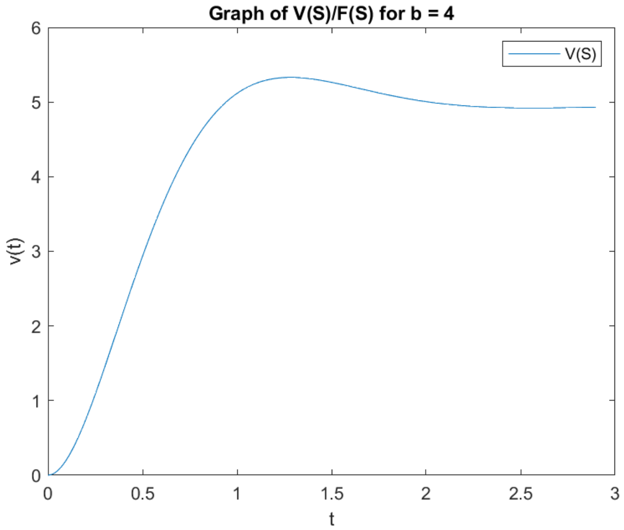




Devido o alto valor do atrito o objeto não realiza um movimento cíclico, parando após . Devido as condições de valor inicial as funções transferência para X(S) e V(S) acabam se tornando similares, o que reflete nos gráficos apresentados. O gráfico da velocidade aparenta ser ilógico, conforme o tempo passa o objeto tenderia ao repouso (v(∞) = 0), o que não se reflete no gráfico. Toda via é o resultado obtido pelo desenvolvimento das equações de transferência.

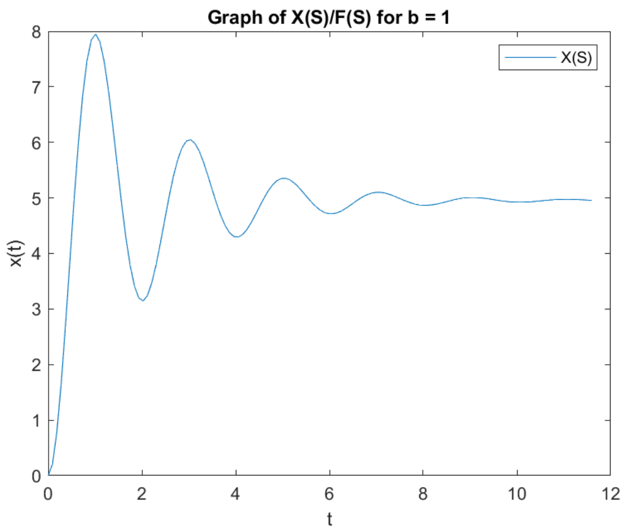
Para b = 4 Ns/m:

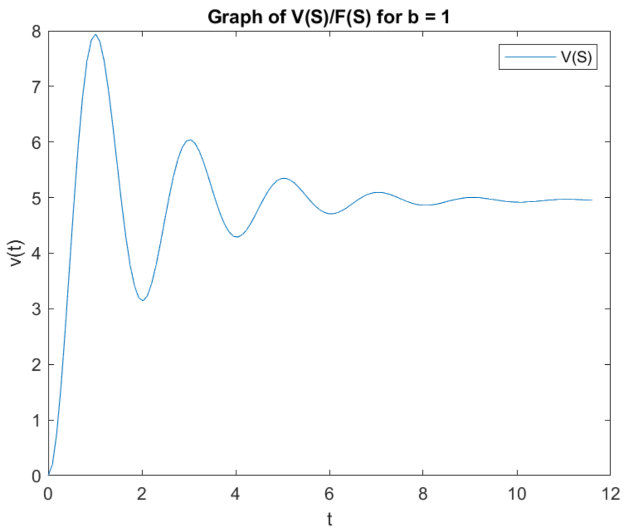




Com a redução da força de atrito (elemento amortecedor), o movimento começa a se aproximar de um movimento cíclico.

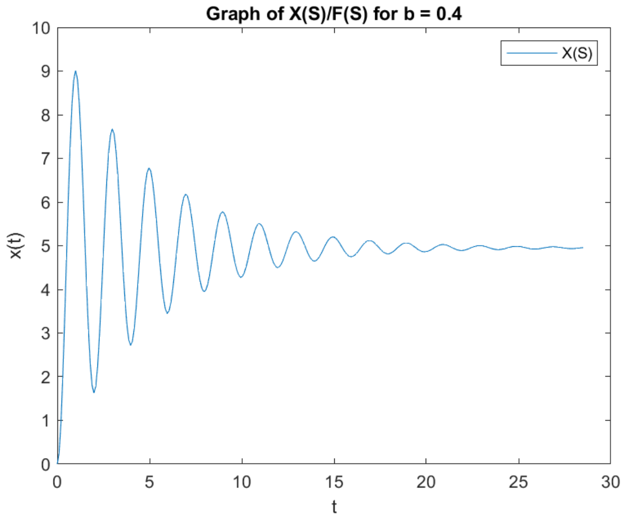
Para b = 1 Ns/m:

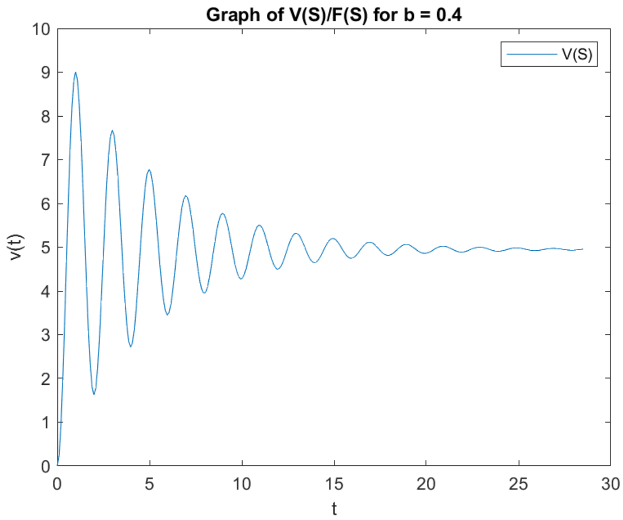




Movimento do objeto começa a se assemelhar a um movimento harmônico amortecido subcrítico.

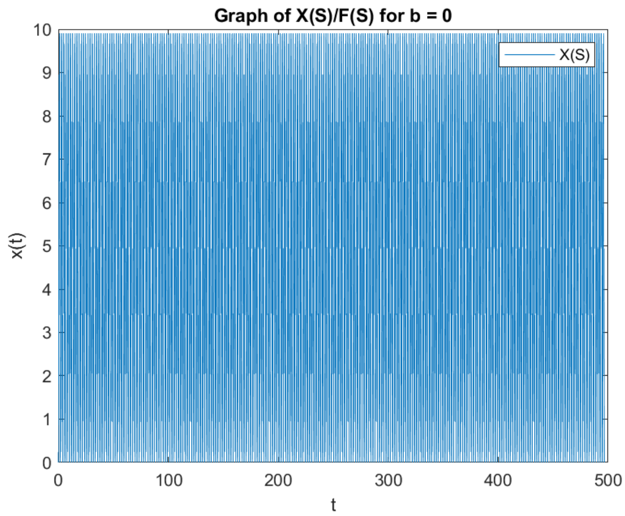
Para b = 0.4 Ns/m:

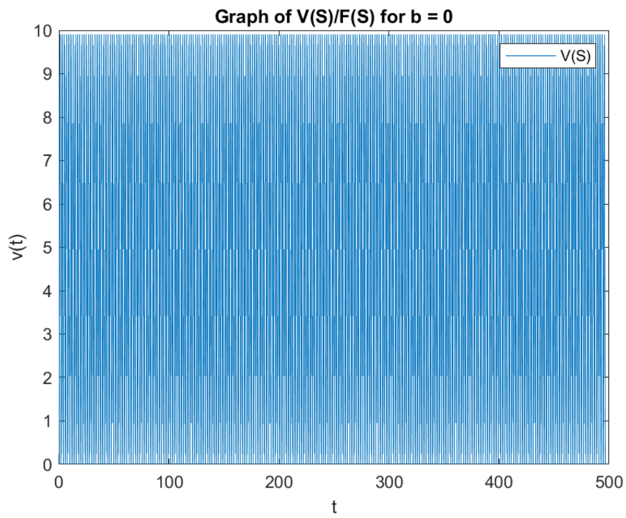




Movimento do objeto se torna a um movimento harmônico amortecido subcrítico.

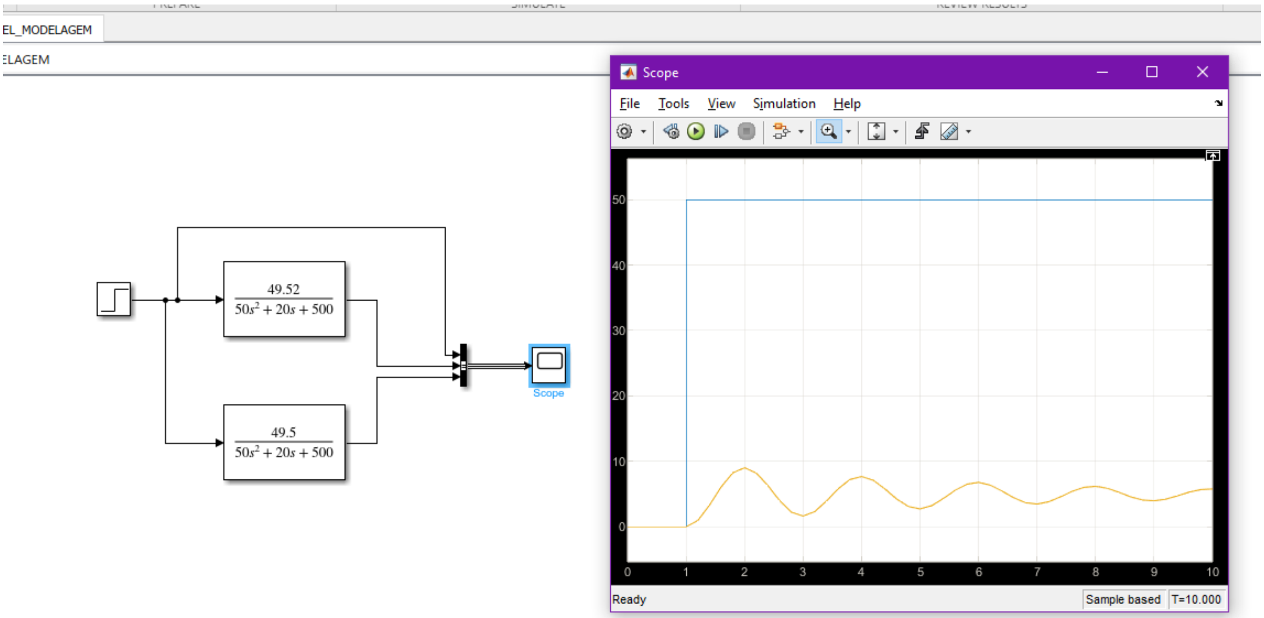
Para b = 0 Ns/m:





Com a falta do elemento amortecedor (falta do atrito), o corpo segue indefinidamente em um movimento cíclico.

Realizando a simulação no Simulink para b = 0,4 Ns/m, chegou-se ao seguinte resultado:



Novamente a diferença entre a função da velocidade e do tempo é imperceptível dado que ambas são muito similares.