

**INSTITUTO FEDERAL DO AMAZONAS – IFAM**  
**CAMPUS MANAUS DISTRITO INDUSTRIAL**  
**CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO**

5º Laboratório de Controle Moderno

*Regras para Sintonia de Controladores PID*

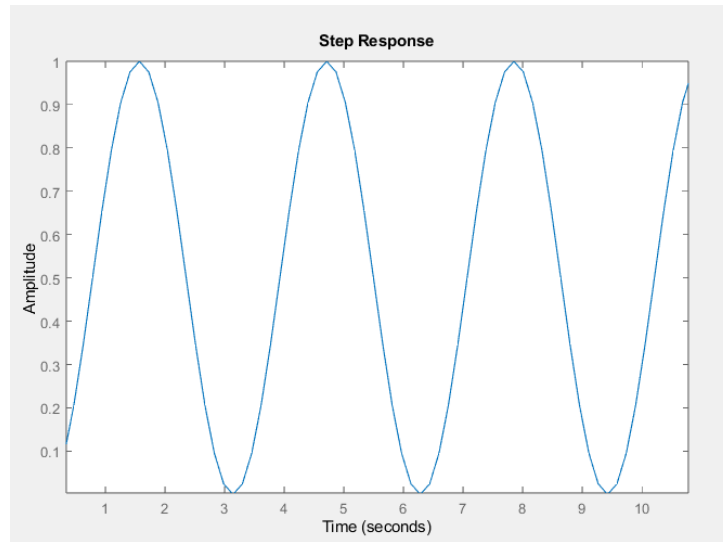
**MINJAE LINS CHUNG – 2020001395**

**GABRIEL ALMEIDA SANTOS DE OLIVEIRA – 2021000042**

Trabalho solicitado pelo professor Dr. Flávio José Aguiar Soares para atribuição de nota avaliativa na disciplina de Controle Moderno do curso superior de ECAT do IFAM/CMDI.

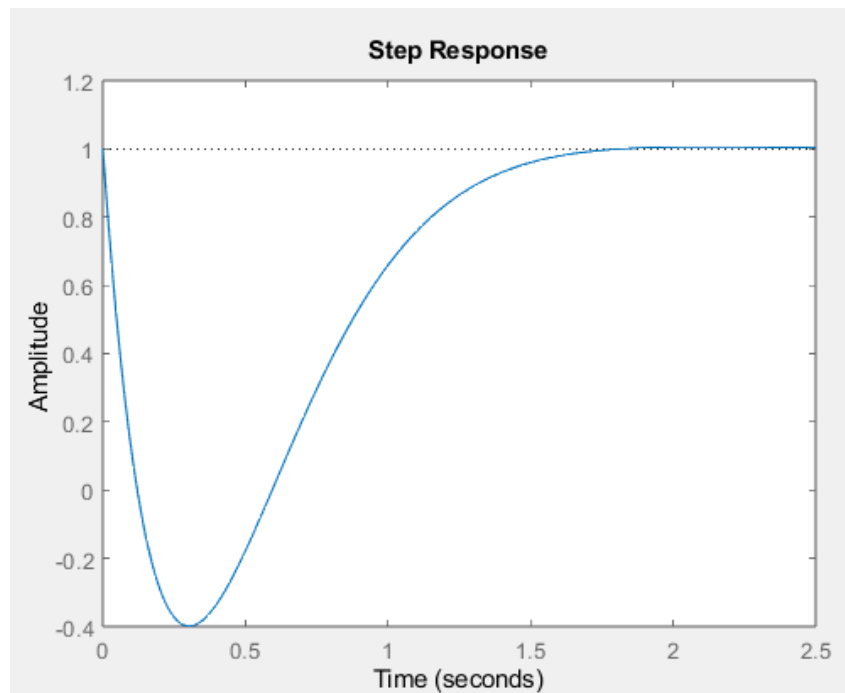
1. Seja o sistema físico definido por  $Gp(s) = \frac{2}{s^2+4} e^{-2s^2}$ .

a) Obtenha a resposta a uma entrada degrau para  $\frac{2}{s^2+4}$ .



**Figura 1.** Entrada degrau para o sistema  $\frac{2}{s^2+4}$ . Produzido no MatLab.

b) Obtenha a resposta a uma entrada degrau para  $e^{-s^2}$ .



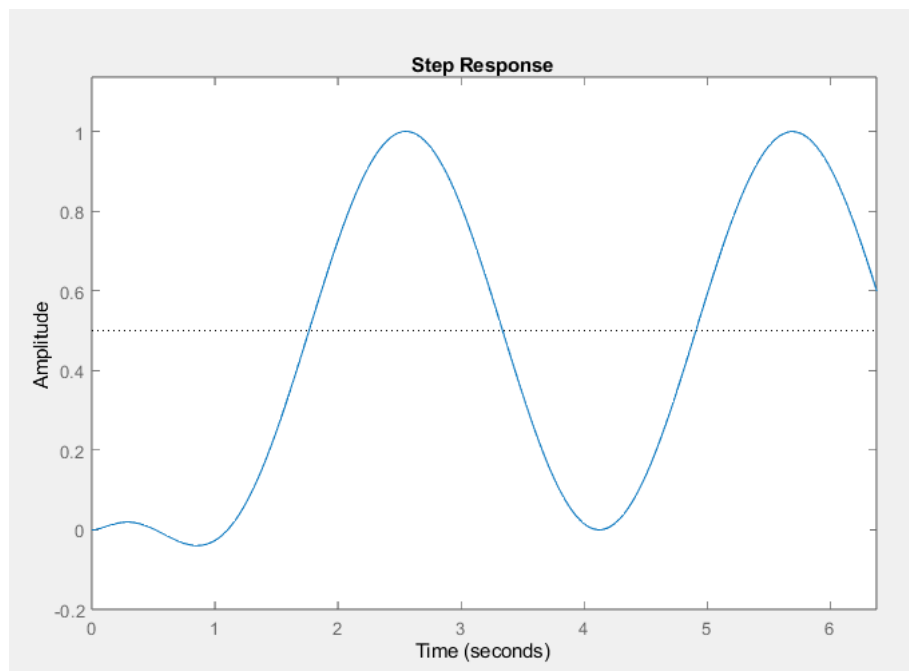
**Figura 2.** Entrada degrau para o sistema  $e^{-s^2}$ . Produzido no MatLab.

c) Apresente o polinômio correspondente a  $G_p(s)$ .

$$G_p = \frac{2s^2 - 12s + 24}{s^4 + 6s^3 + 16s^2 + 24s + 48}$$

**Figura 3.** Polinômio de  $G_p(s)$ . Produzido no MatLab.

d) Obtenha a resposta a uma entrada degrau.



**Figura 4.** Resposta de  $G_p(s)$  a uma entrada degrau. Produzido no MatLab.

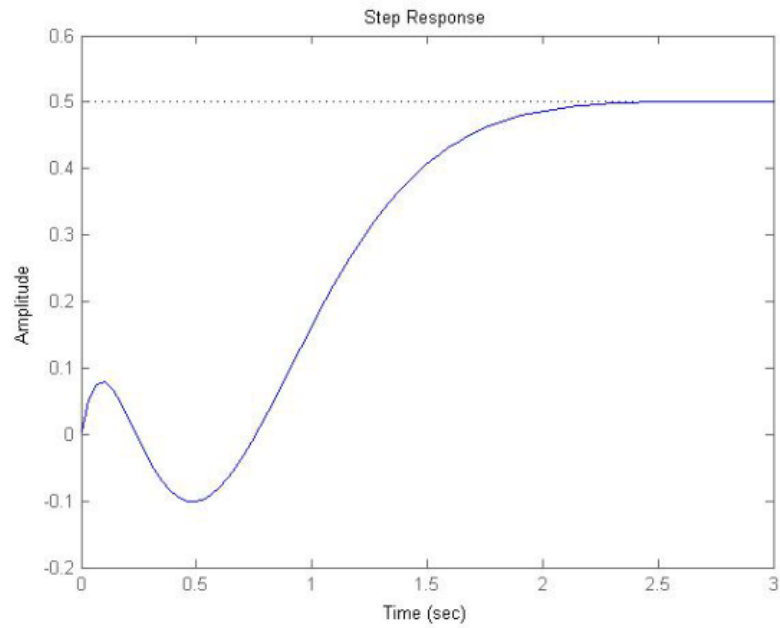
e) O que você pode dizer com relação a estabilidade deste sistema?

**Resposta:** Este sistema é instável.

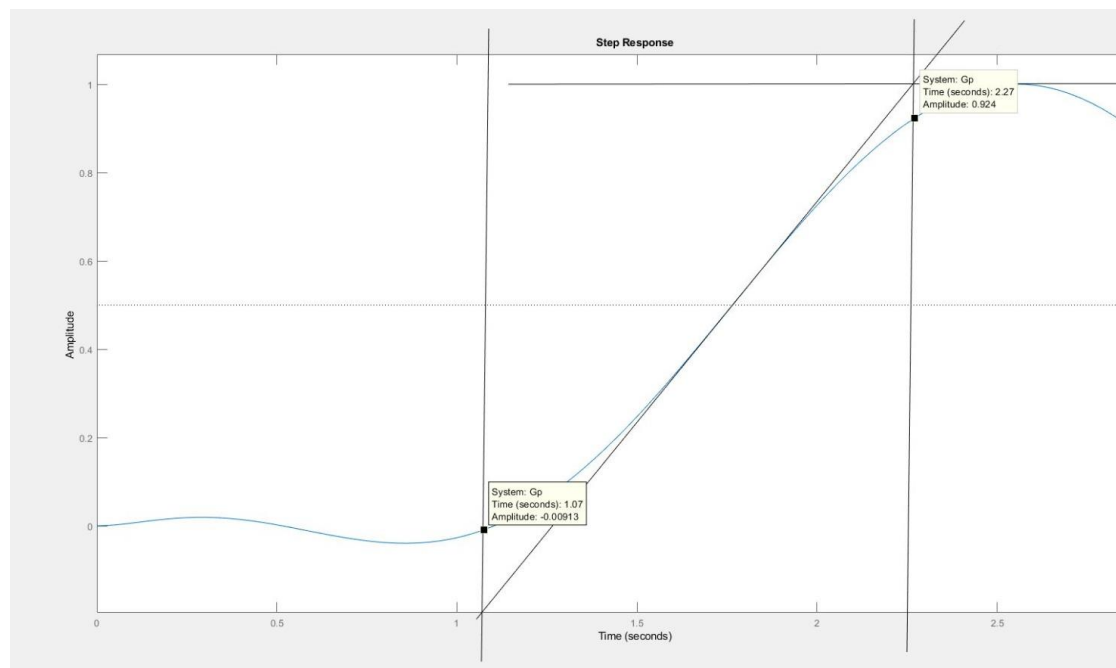
f) Este comportamento já era esperado? Por quê?

**Resposta:** Sim, era esperado. Pois, ao solucionar a equação característica da FT é obtido dois polos no eixo das ordenadas com parte real nula, caracterizando um sistema oscilatório.

g) Considere o primeiro método de sintonia de Ziegler-Nichols. Isole a parte do gráfico similar a Figura 4. Estime os valores da constante de tempo  $T$  e do tempo morto  $L$ .



**Figura 5.** Transiente com atraso. Fonte: acervo do professor da matéria.



**Figura 6.** Estimação do tempo morto e constante de tempo. Produzido no MatLab.

**Resposta:**  $L = 1.07$  e  $T = 1.2$

h) Obter os ganhos para controladores PI usando o primeiro método de Ziegler-Nichols.

**Resposta:**

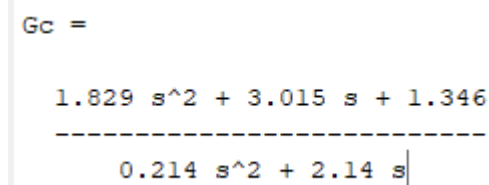
- $K_p = 0.9 * \frac{T}{L} = 0.9 * \frac{1.2}{1.07} = 1.009$
- $T_i = \frac{L}{0.3} = \frac{1.07}{0.3} = 3.56$

i) Obter os ganhos para controladores PID usando o primeiro método de Ziegler-Nichols.

**Resposta:**

- $K_p = 1.2 * \frac{T}{L} = 1.2 * \frac{1.2}{1.07} = 1.345$
- $T_i = 2 * L = 2 * 1.07 = 2.14$
- $T_d = \frac{L}{2} = \frac{1.07}{2} = 0.535$

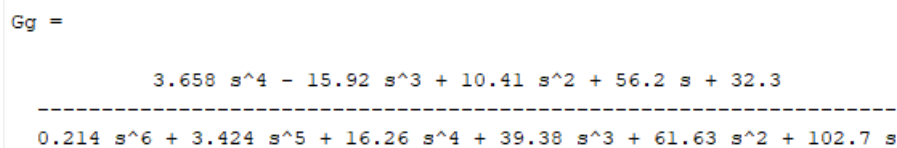
j) Obtenha a função de transferência do controlador  $G_c(s)$ , considerando os casos em que  $G_c(s)$  seja um controlador PI ou um controlador PID. Utilize o primeiro método de ZN.



$$G_c = \frac{1.829 s^2 + 3.015 s + 1.346}{0.214 s^2 + 2.14 s}$$

**Figura 7.** FT de  $G_{c(s)}$  para controlador PID pelo 1º método de ZN. Produzido no MatLab.

k) Obtenha a função de transferência do global  $G(s)$ , considerando os casos em que  $G_c(s)$  seja um controlador PI ou um controlador PID. Utilize o primeiro método de ZN.

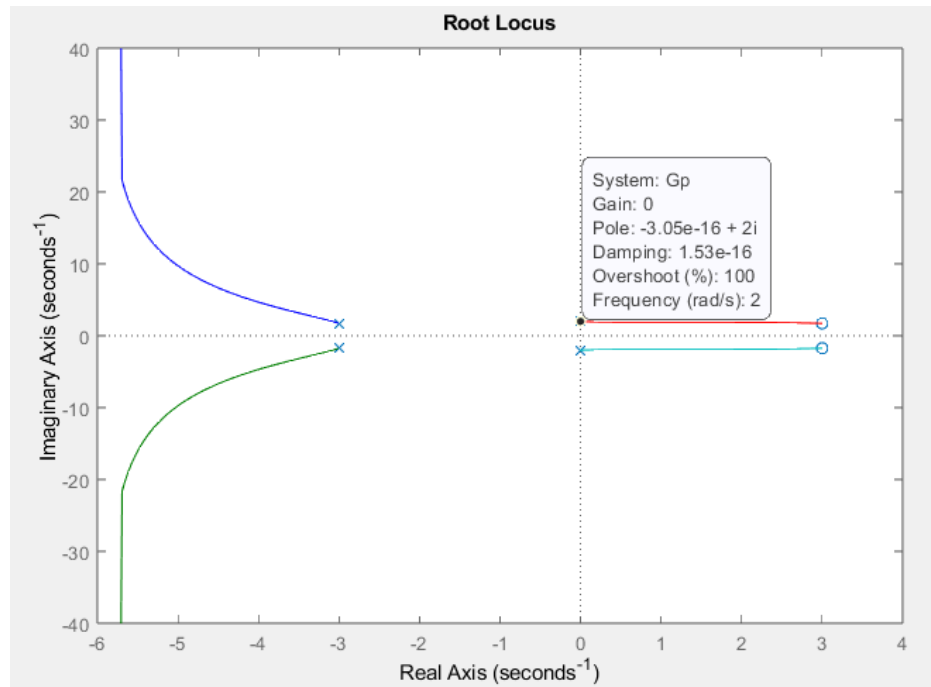


$$G_g = \frac{3.658 s^4 - 15.92 s^3 + 10.41 s^2 + 56.2 s + 32.3}{0.214 s^6 + 3.424 s^5 + 16.26 s^4 + 39.38 s^3 + 61.63 s^2 + 102.7 s}$$

**Figura 8.** FT global  $G_{g(s)}$  para controlador PID pelo 1º método de ZN. Produzido no MatLab.

l) Considerando o segundo método de Ziegler-Nichols, obtenha o ganho crítico  $K_{cr}$  e o período crítico  $P_{cr}$ .

**Resposta:** Não aplicável, pois  $K_{cr} = 0$ . Este fato é evidente ao analisar o diagrama do lugar das raízes deste sistema.



**Figura 9.** Diagrama do lugar das raízes de  $G_p(s)$ , evidenciando o ganho crítico do sistema. Produzido no MatLab.

- m) Obter os ganhos para controladores PI usando o segundo método de Ziegler-Nichols.

**Resposta:** Não aplicável, pois  $K_{cr} = 0$ .

- n) Obter os ganhos para controladores PID usando o segundo método de Ziegler-Nichols.

**Resposta:** Não aplicável, pois  $K_{cr} = 0$ .

- o) Obtenha a função de transferência do controlador  $G_c(s)$ , considerando os casos em que  $G_c(s)$  seja um controlador PI ou um controlador PID. Utilize o segundo método de ZN.

**Resposta:** Não aplicável, pois  $K_{cr} = 0$ .

- p) Obter a função de transferência global  $G_g(s)$ , considerando os casos em que  $G_c(s)$  seja um controlador PI ou um controlador PID. Utilize o segundo método de ZN.

**Resposta:** Não aplicável, pois  $K_{cr} = 0$ .

- q) Obter os ganhos para um controlador PI e para um controlador PID usando o método CHR para o problema servo e para o problema regulatório com 20% de sobressinal.

**Resposta:** Analisando o gráfico da Figura 5, é possível obter os parâmetros  $\tau = 1.9$ ,  $\theta = L = 1.07$  e  $k = 1$ . Logo, nossos ganhos PI e PID serão:

$$\bullet \quad PI = \begin{cases} K_p = \frac{0.6 \cdot \tau}{k \cdot \theta} = \frac{0.6 \cdot 1.9}{1.07} = 1.065 \\ T_i = \tau = 1.9 \end{cases}$$

$$\bullet \quad PID = \begin{cases} K_p = \frac{0.96 \cdot \tau}{k \cdot \theta} = \frac{0.96 \cdot 1.9}{1.07} = 1.704 \\ T_i = 1.357 \cdot \tau = 1.357 \cdot 1.9 = 2.578 \\ T_d = 0.473 \cdot \theta = 0.473 \cdot 1.07 = 0.506 \end{cases}$$

r) Obter os ganhos para controladores PID usando o método CC.

$$\bullet \quad K_p = \left(1.35 + 0.25 \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \cdot \frac{\tau}{k \cdot \theta} = \left(1.35 + 0.25 \cdot \frac{1.07}{1.9}\right) \cdot \frac{1.9}{1 \cdot 1.07} = 2.6471$$

$$\bullet \quad T_i = \frac{\left(1.35 + 0.25 \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}{\left(0.54 + 0.33 \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)} \cdot \theta = \frac{\left(1.35 + 0.25 \cdot \frac{1.07}{1.9}\right)}{\left(0.54 + 0.33 \cdot \frac{1.07}{1.9}\right)} \cdot 1.07 = \frac{1.49}{0.725} \cdot 1.07 = 2.199$$

$$\bullet \quad T_d = \frac{0.5 \cdot \theta}{1.35 + 0.25 \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)} = \frac{0.5 \cdot 1.07}{1.35 + 0.25 \cdot \frac{1.07}{1.9}} = 0.797$$

s) Obter os ganhos para um controlador PI e PID usando o método da Integral do erro usando os critérios de desempenho IAE e ITAE.

**Reposta:** usando a tabela de critérios abaixo é possível estimar os ganhos de um controlador PI e PID, visto que os parâmetros  $\tau$  e  $\theta$  já foram obtidos anteriormente.

<b>Tabela 1. Constantes para o método da Integral do Erro. Problema Servo</b>							
Controlador	Critério	A	B	C	D	E	F
PI	IAE	0.758	0.861	1.02	-0.323	N/A	N/A
PI	ITAE	0.586	-0.916	1.03	-0.165	N/A	N/A
PID	IAE	1.086	-0.869	0.740	-0.130	0.348	0.914
PID	ITAE	0.965	-0.850	0.796	-0.147	0.308	0.929
Fonte: Engenharia de Controle Moderno, OGATA. 5º Ed. 2010.							

Sendo os ganhos calculados pelas seguintes equações:

$$\bullet \quad K_p = \frac{1}{k} \cdot A \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^B$$

$$\bullet \quad T_i = \frac{\tau}{C + D \cdot \frac{\theta}{\tau}}$$

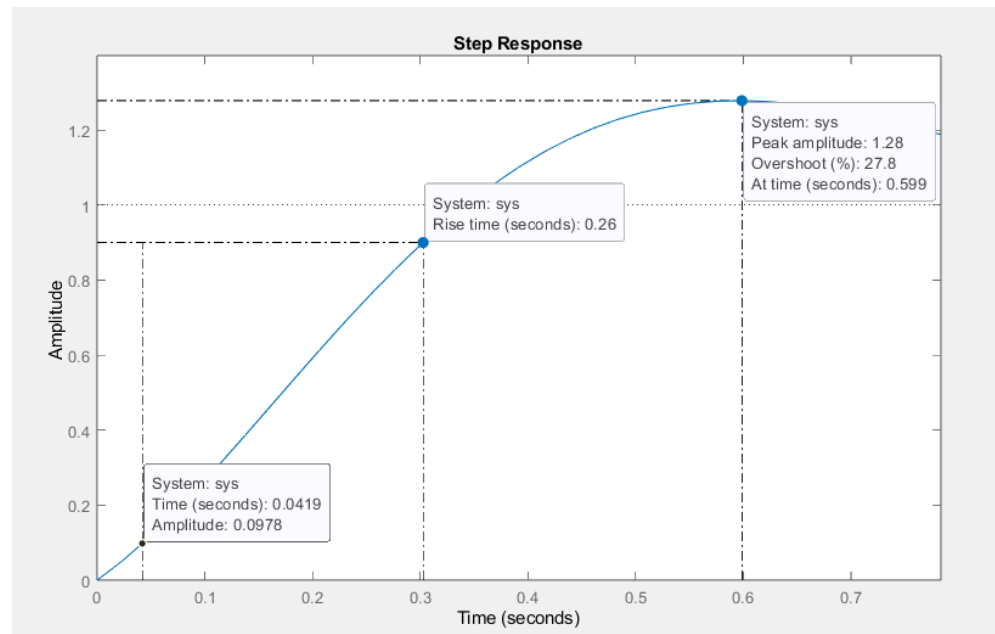
- $T_d = E * \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^F$

Os ganhos do controlador PI e PID pelos métodos de IAE e ITAE para o problema servo podem ser vistos na Tabela 2 abaixo:

<b>Tabela 2.</b> Ganhos dos controladores PI e PID				
Controlador	Critério	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	IAE	0.4623	2.2670	N/A
PID	IAE	1.7887	2.8495	0.2059
PI	ITAE	0.9916	2.0276	N/A
PID	ITAE	1.5721	2.6640	0.1807

2. Refazer o problema anterior adotando  $G_p(s) = \frac{2s+25}{s^2+4s+25}$ .

**Resposta:** Aplicando uma entrada degrau em  $G_p(s)$  é possível estimar os valores dos parâmetros de tempo morto e constante de tempo.



**Figura 10.** Estimação do tempo morto e constante de tempo. Produzido no MatLab.

Sendo assim,

- $\tau = 0.26$
- $\theta = 0.0419$
- $k = 1.28$



Logo, aplicando os valores encontrados nas equações da Integral do Erro para o problema servo, temos:

<b>Tabela 3.</b> Ganhos dos controladores PI e PID				
Controlador	Critério	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	IAE	0.1230	0.2686	N/A
PID	IAE	4.1450	0.316	0.0656
PI	ITAE	2.4370	0.2591	N/A
PID	ITAE	3.5576	0.3367	0.0565