Algebra Lineal

6. Partiendo del sistema $A \cdot \overline{x} = \overline{b}$, si A es una matriz triangular inferior con unos en la diagonal, el sistema de n ecuaciones sería:

$$
\begin{array}{ll}
a_{11} x_1 & = b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 & = b_2 \\
\vdots & \vdots \\
a_{n-1\,1} x_1 + a_{n-1\,2} x_2 + \cdots + a_{n-1\,n-1} x_{n-1} & = b_{n-1} \\
a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \cdots + a_{n\,n-1} x_{n-1} + a_{nn} x_n & = b_n
\end{array}
$$

Si resolvemos la ecuación para x_1 tenemos: $x_1 = \frac{b_1}{a_{11}}$ pero como la diagonal de la matriz A está llena de unos, sabemos que $a_{11} = 1$.
Por lo tanto, nos queda que $x_1 = b_1$

Si resolvemos la ecuación para x_2 tenemos: $x_2 = \frac{b_2 - a_{21} x_1}{a_{22}}$ pero como la diagonal de la matriz A está llena de unos, sabemos que $a_{22} = 1$.
Por lo tanto, nos queda que $x_2 = b_2 - a_{21} x_1$

Si se repite el proceso, se llega a la generalización: $x_i = b_i - a_{i1} x_1 - a_{i2} x_2 - \ldots - a_{i\,i-1} x_{i-1}$
lo cual se puede reescribir como $x_i = b_i - \sum_{j=0}^{i-1} a_{ij} x_j$