



Nome Legível:

Ass.:

No. USP:

Professor:

Turma:

<b>Q1</b>	/50	<b>Q2</b>	/25	<b>Q3</b>	/25	<b>Total</b>	/100
-----------	-----	-----------	-----	-----------	-----	--------------	------

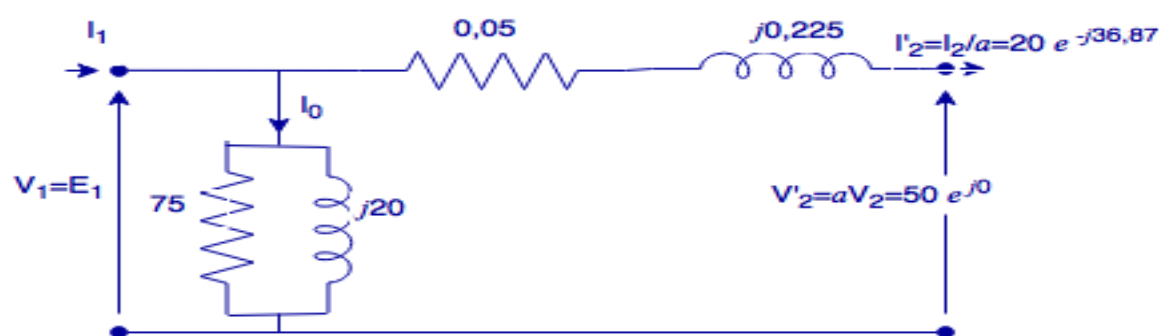
**QUESTÃO 1** Nos terminais do enrolamento secundário de um transformador observa-se uma tensão de  $282,8 \cos 377t$  [V]. Esse transformador possui relação de transformação **50:200**. As impedâncias do transformador referidas ao primário valem:  $R_{eq} = 0,05 \Omega$ ,  $X_{eq} = 0,225 \Omega$ ,  $R_P = 75 \Omega$ , e  $X_M = 20 \Omega$ . Se a corrente secundária vale  $7,07 \cos (377t - 36,87^\circ)$  [A], pede-se responder aos itens a seguir.

(a) **[0,6]** Desenhar o circuito equivalente a fluxo constante do transformador referido ao lado da baixa tensão, indicando todas as grandezas e parâmetros.

$$\alpha = 50/200 = 0,25$$

$$I_c = 7,07/\sqrt{2} = 5 \text{ A}$$

$$V_2 = 282,8 / \sqrt{2} = 200 \text{ V}$$



(b) **[0,6]** O valor do fluxo magnético no núcleo do transformador.

$$V_1 = E_1 = V'_2 + \Delta V \rightarrow V_1 = V'_2 + Z_{eq} \hat{I}'_2 = 50 + (0,05 + j0,225).20 \angle -36,87^\circ$$

$$V_1 = E_1 = 50 + (0,05 + j0,225).20 \angle -36,87^\circ = 53,58 \angle 3,2^\circ \text{ [V]}$$

$$E_{1ef} = 4,44 f N_1 \phi_{max} = 53,58$$

$$\phi_{max} = 53,58 / 4,44.60.50$$

$$\phi_{max} = 4 \text{ mWb}$$

Resposta:  $\phi_{max} = 4 \text{ mWb}$



Nome: \_\_\_\_\_

No. USP: \_\_\_\_\_

(continuação da **QUESTÃO 1**)

(c) **[0,6]** A regulação de tensão do transformador.

$$\mathbb{R} = (V_{20} - V_{2\text{carga}}) / V_{2\text{carga}}$$

$$V'_{20} = V_1 = E_1 = 53,58 \angle 3,21^\circ \quad [\text{V}]$$

$$V'_{2\text{carga}} = 50 \text{ V}$$

$$\mathbb{R} = (53,58 - 50) / 50 = 0,0716$$

Resposta:  $\mathbb{R} = 7,16 \%$

(d) **[0,8]** A força magnetomotriz no enrolamento de baixa tensão.

$$\mathcal{F}_1 = N_1 I_1 \rightarrow \hat{I}_1 = \hat{I}_0 + \hat{I}'_2 \rightarrow \hat{I}_0 = V_1 \cdot Y_{//}$$

$$Y_{//} = (1/75 + 1/j20) \rightarrow Y_{//} = 0,052 \angle -75,1^\circ \quad [\text{S}]$$

$$\hat{I}_0 = V_1 \cdot Y_{//} = 53,58 \angle 3,2^\circ \cdot 0,052 \angle -75,1^\circ \rightarrow \hat{I}_0 = 2,77 \angle -71,9^\circ \quad [\text{A}]$$

$$\hat{I}_1 = 2,77 \angle -71,9^\circ + 20 \angle -36,87^\circ \rightarrow \hat{I}_1 = 22,33 \angle -41^\circ \quad [\text{A}]$$

$$\mathcal{F}_1 = N_1 I_1 \rightarrow \mathcal{F}_1 = 50 \cdot 22,33 \rightarrow$$

Resposta:  $\mathcal{F}_1 = 1116,5 \text{ Ae}$



Nome: \_\_\_\_\_

No. USP: \_\_\_\_\_

(continuação da **QUESTÃO 1**)

(e) **[0,5]** A corrente de magnetização referida ao primário.

$$\hat{I}_{\text{mag}} = V_1 / jX_M = 53,58 \angle 3,2^\circ / j20$$

Resposta:  $\hat{I}_{\text{mag}} = 2,7 \angle -87^\circ \text{ [A]}$

(f) **[0,6]** O rendimento do transformador.

$$\eta = P_2 / P_1 \rightarrow P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 = 50 \cdot 20 \cdot 0,8 =$$

$$P_2 = 800 \text{ W}$$

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 53,58 \cdot 22,33 \cdot \cos[3,2^\circ - (-41^\circ)] =$$

$$P_1 = 858 \text{ W}$$

$$\eta = 800/858 = 0,933$$

Resposta:  $\eta = 93,3 \%$

(g) **[0,5]** O valor eficaz da corrente na carga que resulta no máximo rendimento do transformador.

$$P_{\text{Fe}} = P_{\text{Joule}}$$

$$P_{\text{Fe}} = E_1^2 / R_P = (53,58)^2 / 75 = 38,28 \text{ W}$$

$$P_{\text{Joule}} = R_{\text{eq}} I_2'^2 \rightarrow I_2' = \sqrt{(38,28/0,05)} = 27,7 \text{ A}$$

$$I_c = a I_2' = 0,25 \cdot 27,7$$

Resposta:  $I_c = 6,9 \text{ A}$



Nome:

No. USP:

(continuação da **QUESTÃO 1**)

(h) **[0,8]** Sabendo-se que nas condições anteriores as perdas histeréticas e de Foucault eram iguais, quais os valores dos parâmetros do ramo magnetizante do transformador se a frequência da fonte for de 50 Hz?

$$B = \phi/S \rightarrow B_{60} / B_{50} = \phi_{60} / \phi_{50} \rightarrow E_{ef} = 4,44 f N \phi_{max} \rightarrow R_P = E^2 / P_{Fe}$$

$$\phi_{50} = (60/50)\phi_{60} = 1,2\phi_{60} , \quad R_{P50}/R_{P60} = P_{Fe60}/P_{Fe50}$$

$$P_{Fe} = P_F + P_H$$

$$P_{Fe} = k_1 f \phi^2 + k_2 f^2 \phi^2 \rightarrow k_1 \cdot 60 \cdot \phi^2 = k_2 \cdot 60^2 \cdot \phi^2 \rightarrow k_1 = k_2 \cdot 60$$

$$P_{Fe60} = k_1 \cdot 60 \cdot \phi_{60}^2 + (k_1/60) \cdot 60^2 \phi_{60}^2 = k_1 \cdot 60 \cdot \phi_{60}^2 (1+1/1,2)$$

$$P_{Fe50} = k_1 \cdot 50 \cdot \phi_{50}^2 + (k_1/60) \cdot 50^2 \phi_{50}^2 = k_1 \cdot 50 \cdot \phi_{50}^2 (1+1)$$

$$P_{Fe60} / P_{Fe50} = 1,2 \cdot (1/1,2)^2 \cdot 2/(1+1) = 1/1,1$$

$$R_{P50} / R_{P60} = P_{Fe60} / P_{Fe50} = 1/1,1 \rightarrow R_{P50} = R_{P60} / 1,1 = 75/1,1 = 68,2$$

$$X_M = 2\pi f L_M$$

$$\text{Se } L_{M50} = L_{M60} \rightarrow X_{M50} = X_{M60}/1,2 = 20/1,2 = 16,7$$

Resposta:  $R_{P50} = 68,2 \, \Omega$  ;  $X_{M50} = 16,7 \, \Omega$

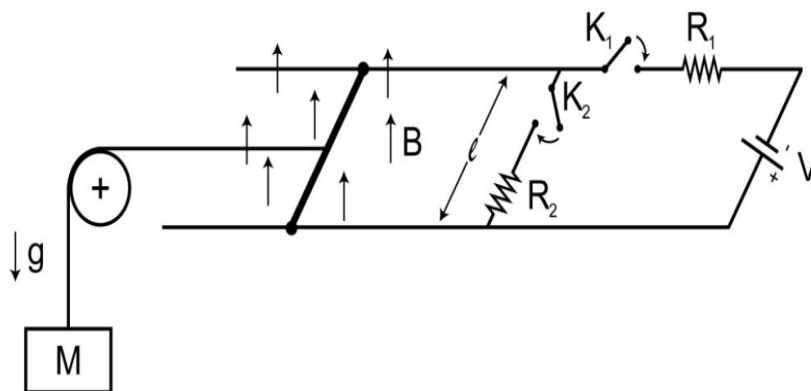


Nome:

No. USP:

**QUESTÃO 2** Um conversor eletromecânico elementar pode ser visto na figura abaixo. A barra condutora de comprimento  $\ell$  e massa  $M$  movimenta-se perpendicularmente à densidade de fluxo magnético  $B$ .

(a) [1,0] Desprezando o atrito entre a barra e o trilho, determinar a expressão da velocidade (em regime permanente) quando a chave  $K_1$  está aberta e a chave  $K_2$ , fechada. Indique de maneira clara na figura ao lado a polaridade da tensão induzida e as direções da velocidade, corrente, força eletromagnética e força mecânica devida à gravidade. Escreva as equações elétricas, mecânicas e de conversão eletromecânica em regime permanente.



Equação Elétrica  $R_2 I = E$

Equação Mecânica  $Mg = F$

Equações de Conversão Eletromecânica  $F = B\ell i$   $E = B\ell u$

$$R_2 Mg / B\ell = B\ell u$$

Resposta:  $u = R_2 Mg / (B\ell)^2$

(b) [0,7] Escreva as equações elétricas, mecânicas e de conversão eletromecânica em função do tempo, quando a chave  $K_2$  está aberta e a chave  $K_1$  é fechada no instante  $t = 0$  s. A velocidade em  $t = 0$  s é nula e o atrito, desprezível. Não é necessária a solução das equações diferenciais.

Equação Elétrica  $v(t) = R_1 i + E$

Equação Mecânica  $F - Mg = m \, du/dt$

Equações de Conversão Eletromecânica  $f = B\ell i(t)$   $E = B\ell u(t)$

$$B\ell (v - B\ell u) / R_1 = Mg + m \, du/dt$$

$$B\ell V / R_1 - Mg = (B\ell)^2 u / R_1 + m \, du/dt$$



Nome:

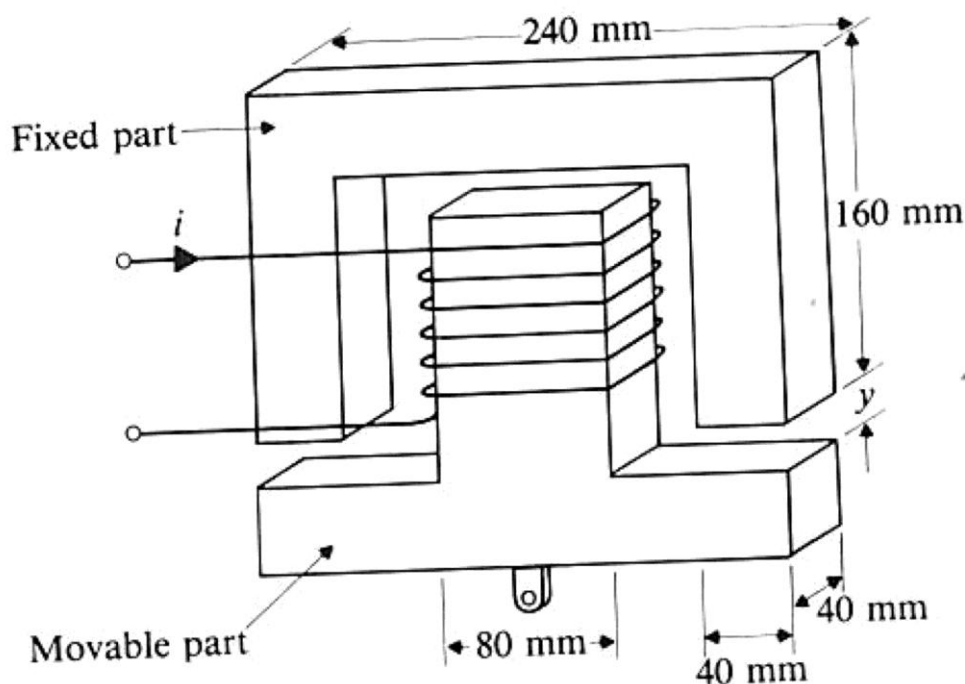
No. USP:

(continuação da **QUESTÃO 2**)

(c) **[0,8]** A situação do item (a) corresponde à operação como Freio, Motor ou Gerador? E do item (b)? Justifique ambos.

No item a) tem-se ação de Freio (toda energia mecânica é dissipada em calor, em  $R_2$ ), ao passo que na situação b) tem-se ação motora (toda energia elétrica é transformada em energia mecânica e existe dissipação de calor em  $R_1$ ).

**QUESTÃO 3** O eletroímã da figura abaixo é feito de material ferromagnético que apresenta alta permeabilidade, se magnetizado com densidade de campo inferior a 1,5 T, Nessa condição, pode-se considerar que toda a energia armazenada no campo magnético está concentrada nos trechos em ar, os 3 entreferros representados na figura, com comprimento  $y$  [m]. A fim de se evitar que a parte móvel (armadura) "grude" ao núcleo, é colocado um batente (não representado na figura) que limita a excursão em 0,5 mm. Considere que a bobina de excitação tenha 800 espiras, percorridas por corrente contínua de intensidade 2 A. Finalmente, para garantir que as linhas de força do campo magnético sejam perpendiculares às superfícies de atração, o valor máximo do entreferro deve ser menor que 10% das duas dimensões (lineares) dessas superfícies. Considere atendida essa restrição. (Adaptado de Slemon, G. "Electric Machines".)





Nome:

No. USP:

(continuação da **QUESTÃO 3**)

(a) **[0,8]** Calcular em função de "y" o valor da densidade de fluxo magnético no entreferro e a energia armazenada. Determine ainda o valor da densidade de fluxo magnético para  $y = 4\text{mm}$  e a posição y em que a densidade de fluxo magnético vale 1.5 T

$$Ni = H * (2 y) \longrightarrow H = 800 / y \text{ [A/m]} ; B = 10^{-3} / y \text{ [T]} \text{ ou } B = 1 / y \text{ com y em [mm]}$$

$$W_{mag} = (0,5 * B^2 / u_0) * Vol = (0,5 * u_0 * H^2) * Vol = 0,5 * u_0 * (800 / y)^2 * (4S * y)$$

$$W_{mag} = 1,28 u_0 S * 10^6 / y \longrightarrow \text{com } S = 16 \text{ [cm}^2\text{]} \text{ tem-se,}$$

$$W_{mag} = 2,573 / y \text{ [mJ]} \text{ ou } W_{mag} = 2,573 / y \text{ [J]} \text{ com y em [mm]}$$

$$B = 1,5 \text{ [T]} \text{ para } y = 0,667 \text{ [mm]}, \text{ então } y > 0,667 \text{ [mm]}$$

vetor de campo normal à S se  $y < 0,1 * 40 \text{ [mm]}$

Respostas:

Densidade de Fluxo Magnético = $B = 1 / y \text{ [T]}$ ; com y em [mm].
Energia Armazenada no Campo Magnético = $W_{mag} = 1,273 / y \text{ [J]}$ ; com y em [mm]
B (y=4mm): $0,25 \text{ [T]}$ y (B=1,5T): $0,667 \text{ [mm]}$

(b) **[0,7]** Calcular em função de "y" a força de atração da armadura e a indutância da bobina.

$$L = N^2 / R_{eq} = (N^2 u_0 S) / y , \text{ pois}$$

$$R_{eq} = R_{central} + (R_{lateral} // R_{lateral}) = R_{central} + 0,5 * R_{lateral} = R_{lateral} = y / (u_0 * S)$$

$$L = 1,2868 * 10^{-6} / y \text{ [H]} \longrightarrow F = 0,5 * I^2 (dL/dy) = - 2,5736 * 10^{-3} / y^2 \text{ [N]}$$



Nome:

No. USP:

(continuação da QUESTÃO 3)

Respostas:

Força de Atração =  $F = - 2573,6 / y^2$  [N], com  $y$  em [mm]

Indutância =  $L = 1,287 / y$  [mH ], com  $y$  em [mm]

(c) [1,0] Deseja-se que a força de atração seja constante em toda a excursão do eletroímã e, para isso, pode ser variada a intensidade de corrente. Determine a função  $I = f(y)$  que produz força constante, suficiente para equilibrar uma massa de 250 Kg que, então, "flutuaria".

$$F = 0,5 * B^2 * (4S) / u_0 = cte \longrightarrow B = cte = u_0 (N I / 2 y) \longrightarrow I = K * y$$

*corrente proporcional ao tamanho do entreferro*

$$I = K * y \longrightarrow H = (k * N) / 2 \longrightarrow F = 0,5 * u_0 * K^2 * N^2 * (4S) / 4$$

$$K^2 = F / (0,5 u_0 N^2 S) = F / 0,0006434$$

$$M = 250 \text{ [Kgf]} \longrightarrow K = (250 * 9,8 / 0,0006434)^{0,5}$$

Resposta:

$$I = f(y) = 1951,38 y$$