



Programa de Pós-Graduação em  
**Engenharia Elétrica**  
Mestrado - Doutorado



# PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## TRABALHO 2 – ARTIGO

---

### **FATORES DE DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA EM FLUXOS DE CARGA LINEARES**

---

Grupo: Gabriel Halfeld Limp  
Giovani Santiago Junqueira

Professor: João Alberto Passos Filho

Data: 17/06/2025

- [Introdução](#)
- [Motivação e Aplicação](#)
- [Formulação do Artigo](#)
- [Estudos de Caso](#)
- [Conclusões](#)

# INTRODUÇÃO

- **Título:**

- ? Fatores de Distribuição de Potência em Fluxos de Carga Lineares
- ? Baseado em: “On the Formulation of Power Distribution Factors for Linear Load Flow Methods” (1981)

- **Autores Originais:**

- P. W. Sauer (University of Illinois at Urbana-Champaign)

- **Apresentado por:**

- Gabriel H. Limp e Giovani S. Junqueira

- **Objetivo do Estudo:**

- Fornecer base matemática para métodos heurísticos de distribuição de potência utilizados em análises rápidas de fluxo de carga linear.

# MOTIVAÇÃO E APLICAÇÕES

- **Por que usar fluxos de carga lineares com fatores de distribuição?**
- **☐ Métodos rápidos, aplicáveis em:**
  - Análise de contingência (N-1)
  - Estudos de intercâmbio de potência
  - Otimização (como despacho econômico linear)

- **☐ Vantagens:**

- Redução de esforço computacional
- Fácil integração com modelos de otimização
- Aproximações razoáveis em condições de operação normal



---

# FORMULAÇÃO DO ARTIGO

---

- **Hipótese base:** cargas representadas por corrente constante.
- **Abordagens Heurísticas Usuais:**
  - Uso da matriz  $Z$  com referência à barra swing
  - Inserção de uma ligação ao terra arbitrária ( $1 + j1$  pu)

- **Objetivo do artigo:**

- Demonstrar que métodos heurísticos são aproximações válidas da formulação exata com tensão swing constante.

- **Métodos Propostos:**

- Fatores de Distribuição de Corrente (referência ao terra);
- Fatores de Distribuição com Tensão Constante na Barra Swing;
- Fatores de Distribuição com Ligação Arbitrária ao Terra  $(1+j1)$ .

- Equação dos Fatores de Distribuição de Corrente (Caso A)
- 

$$\begin{bmatrix} I_{12}^A \\ I_{13}^A \\ \vdots \\ I_{ij}^A \\ \vdots \\ I_{mn}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12,1} & T_{12,2} & \dots & T_{12,n} \\ T_{13,1} & T_{13,2} & \dots & T_{13,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{ij,1} & T_{ij,2} & \ddots & T_{ij,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{mn,1} & T_{mn,2} & \dots & T_{mn,n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1^A \\ I_2^A \\ \vdots \\ I_l^A \\ \vdots \\ I_n^A \end{bmatrix} \quad (5)$$

- Equação dos Fatores de Distribuição de Corrente (Incremental)
- 

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{12} \\ \Delta I_{13} \\ \vdots \\ \Delta I_{ij} \\ \vdots \\ \Delta I_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12,1} & T_{12,2} & \dots & T_{12,n} \\ T_{13,1} & T_{13,2} & \dots & T_{13,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{ij,1} & T_{ij,2} & \ddots & T_{ij,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{mn,1} & T_{mn,2} & \dots & T_{mn,n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \vdots \\ \Delta I_l \\ \vdots \\ \Delta I_n \end{bmatrix} \quad (5')$$

- Equação dos Fatores de Distribuição de Potência Aparente



$$\begin{bmatrix} \Delta S_{12} \\ \Delta S_{13} \\ \vdots \\ \Delta S_{ij} \\ \vdots \\ \Delta S_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12,1}^* & T_{12,2}^* & \dots & T_{12,n}^* \\ T_{13,1}^* & T_{13,2}^* & \dots & T_{13,n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{ij,1}^* & T_{ij,2}^* & \ddots & T_{ij,n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{mn,1}^* & T_{mn,2}^* & \dots & T_{mn,n}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \vdots \\ \Delta S_l \\ \vdots \\ \Delta S_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

- **Fatores de Distribuição de Corrente**

$$T_{ij,l} = \frac{z_{il} - z_{jl}}{\bar{z}_{ij}} \quad (6)$$

- **Fatores de Distribuição com Tensão Constante na Barra Swing**

$$T'_{ij,l} = \left( \frac{z_{il} - z_{jl}}{\bar{z}_{ij}} \right) - \frac{z_{1l}}{z_{11}} \times \left( \frac{z_{i1} - z_{j1}}{\bar{z}_{ij}} \right) \quad (13)$$

- **Fatores de Distribuição com Ligação Arbitrária ao Terra (1+j1)**

$$T_{ij,l}^{tie} = \left( \frac{z_{il} - z_{jl}}{\bar{z}_{ij}} \right) - \frac{z_{il}}{z_{11} - \bar{z}_{tie}} \times \left( \frac{z_{i1} - z_{j1}}{\bar{z}_{ij}} \right) \quad (28)$$

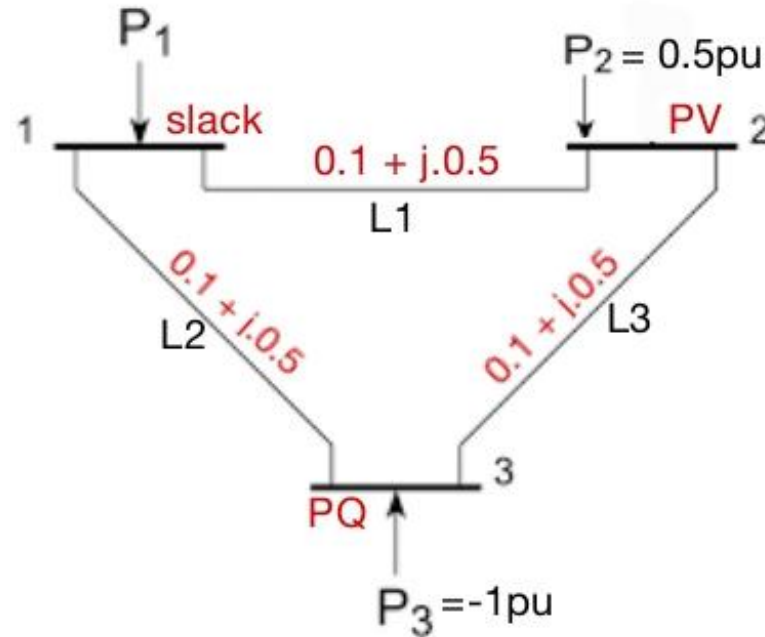


---

# ESTUDOS DE CASO

---

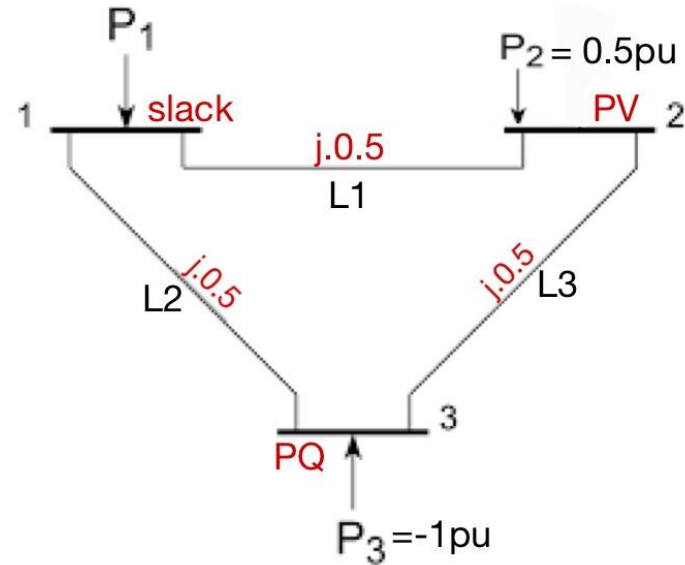
# Sistema 3 Barras



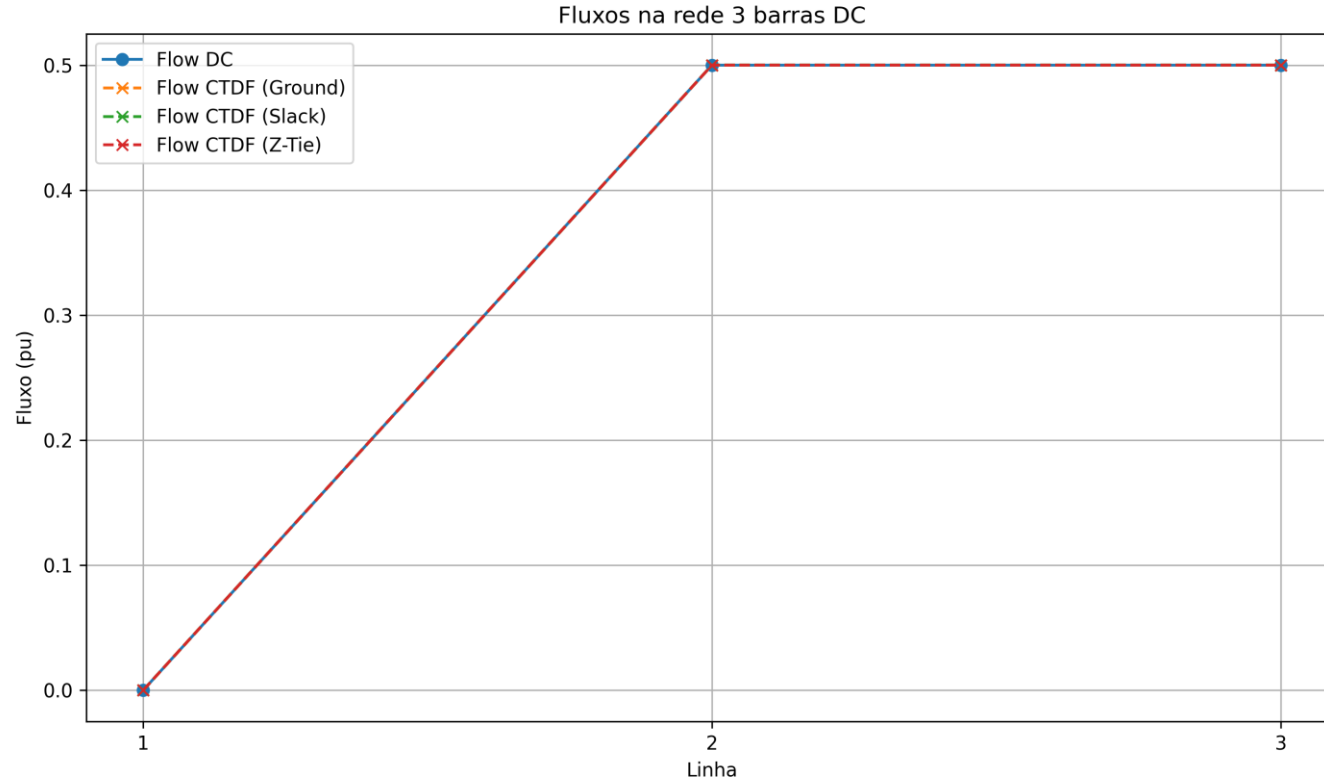
# Sistema Linearizado



- $R = 0$ ;
- $V = 1\text{pu}$ ;
- Retirada de elementos shunt;
- Adição de um elemento shunt na barra de referência é necessário;
- Coeficientes T reais;
- Resultados idênticos ao Fluxo de Potência DC;
- Excelente para uso em otimização.

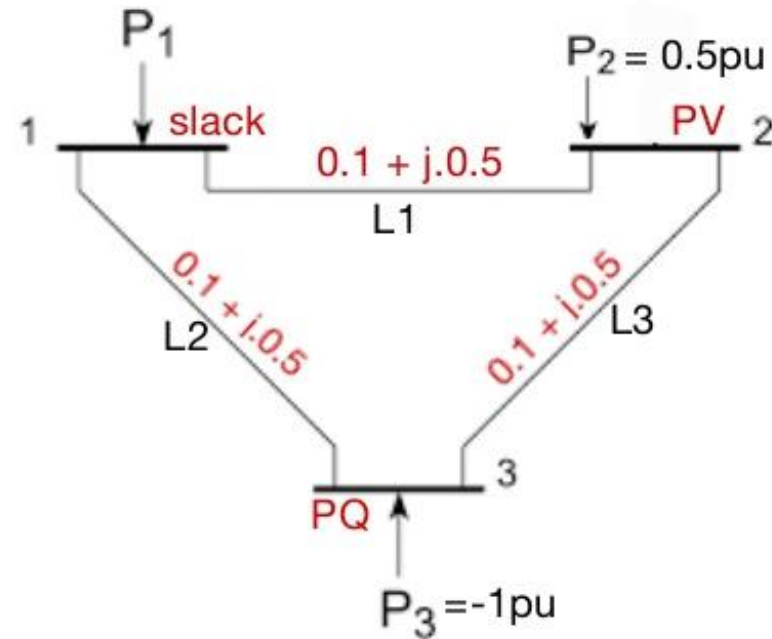


# Sistema Linearizado

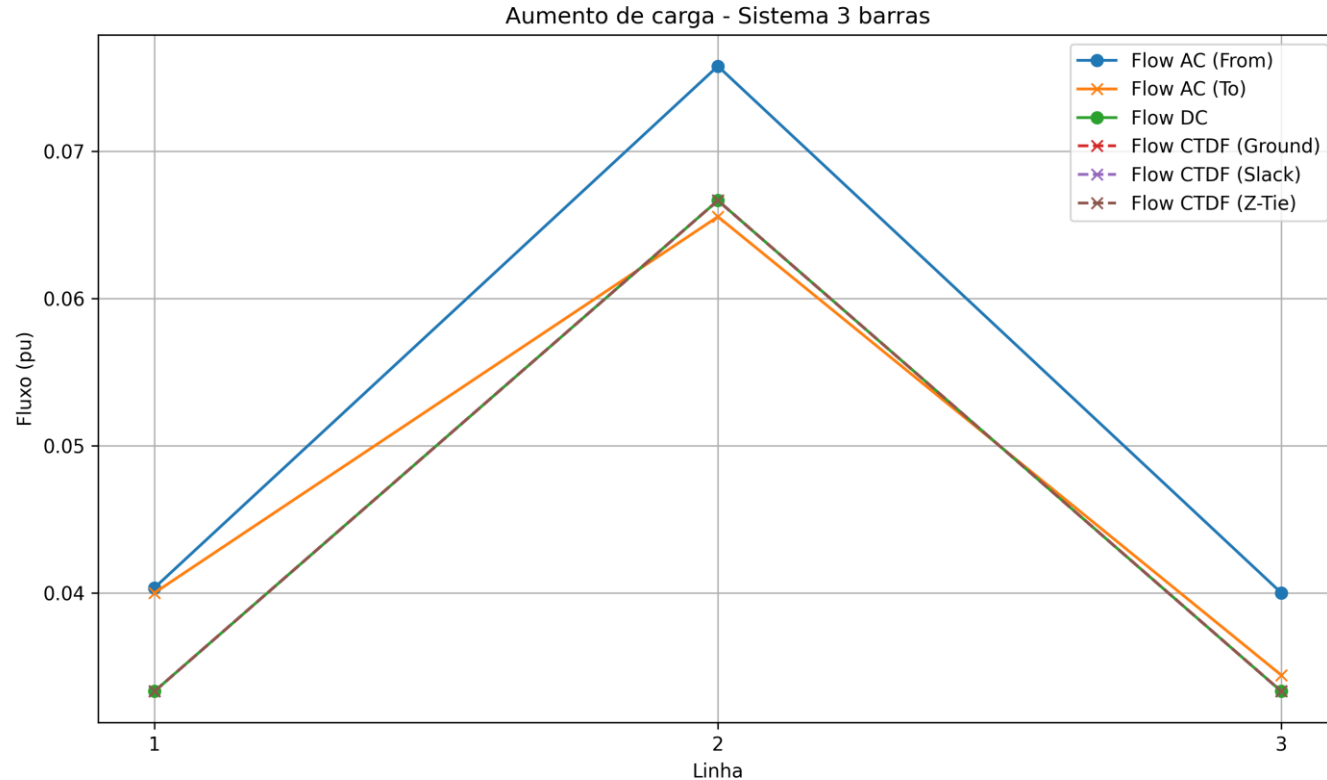


# Sistema não Linear

- Foi aplicado um aumento de carga de 10% na barra 3;
- Apenas a barra slack assume a carga;
- Comparamos a diferença de fluxos, em pu, dado pelos CTDFs e pelos modelos AC e DC;

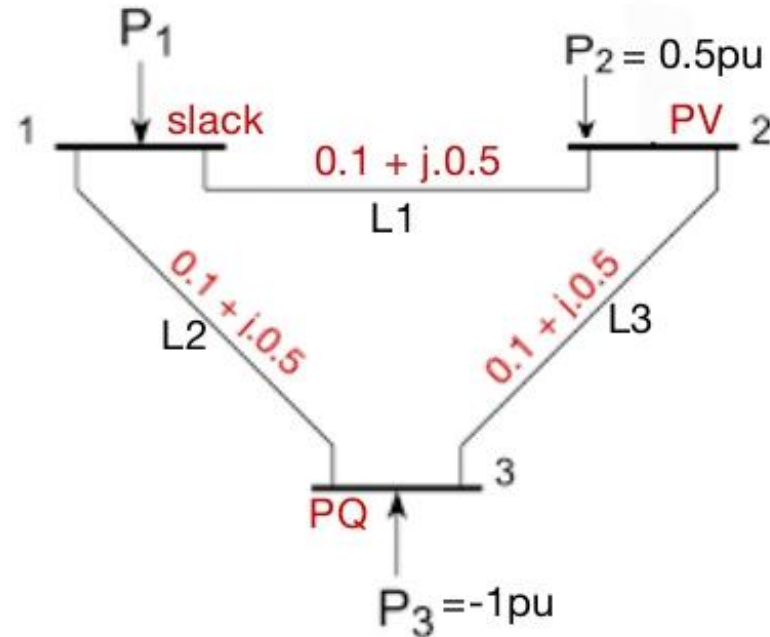


# Sistema não Linear

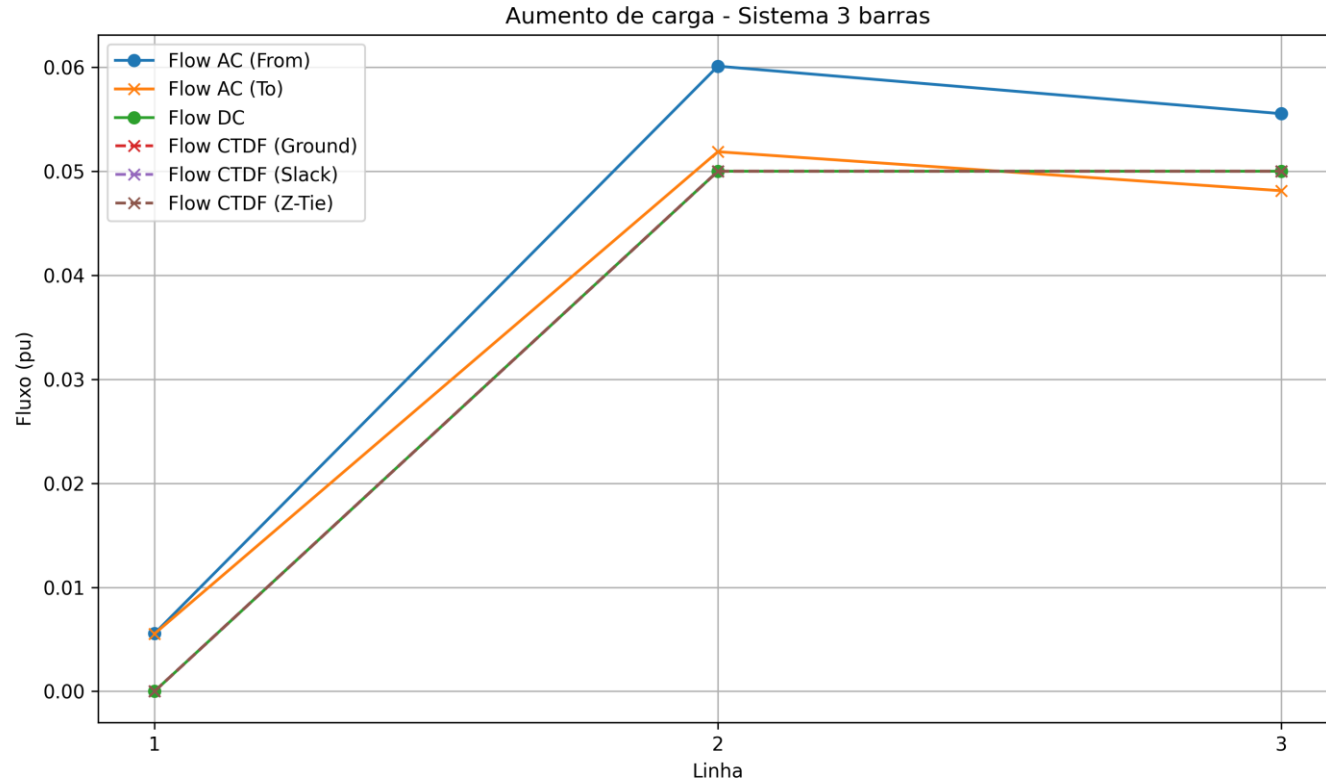


# Sistema não Linear

- Foi aplicado um aumento de carga em PQ e geração em PV de 10%;
- Comparamos a diferença de fluxos, em pu, dado pelos CTDFs e pelos modelos AC e DC;



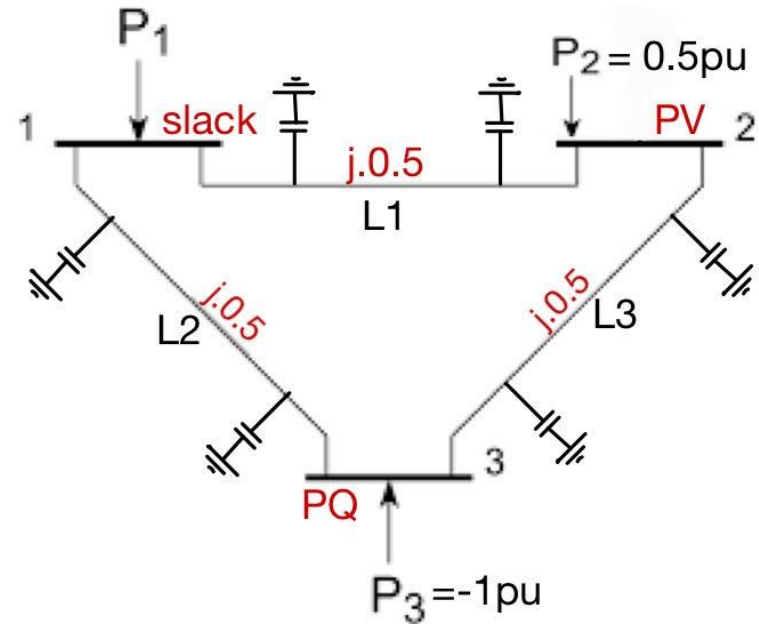
# Sistema não Linear



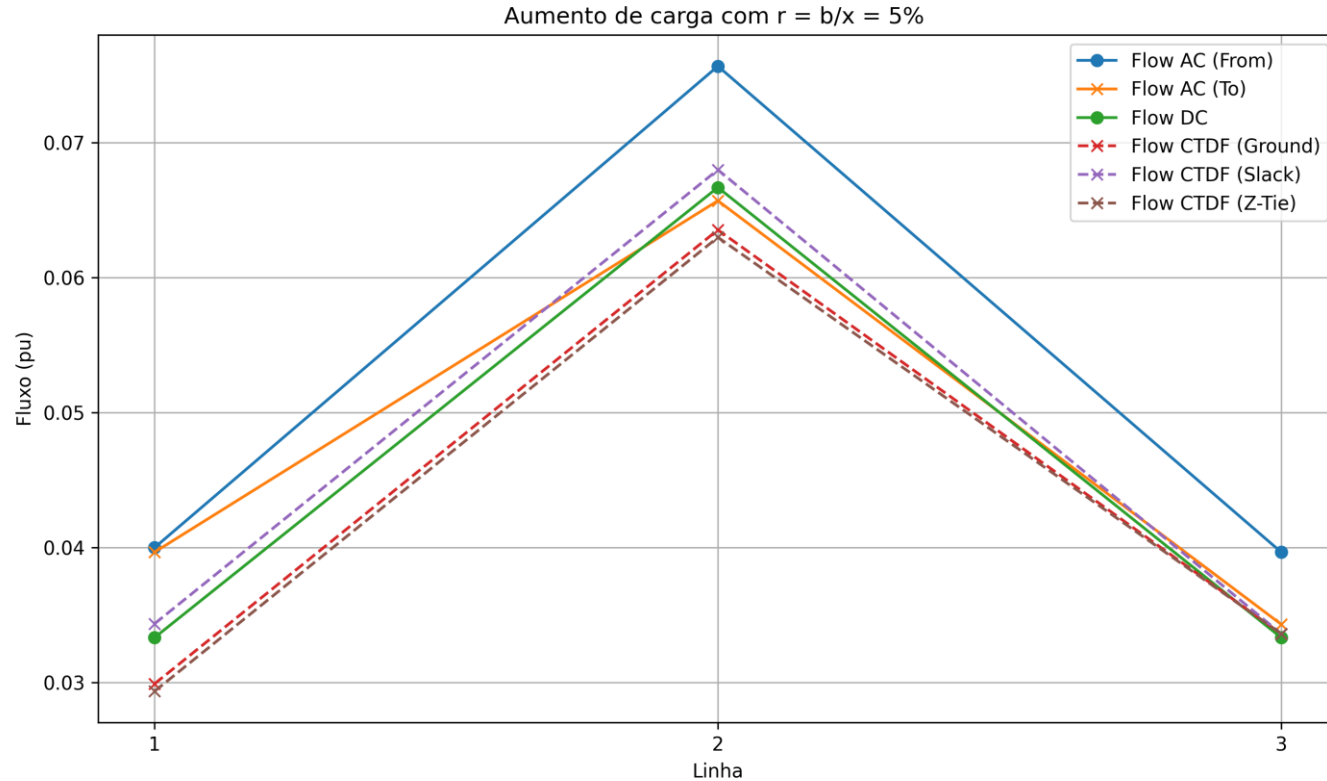


# Sistema não Linear

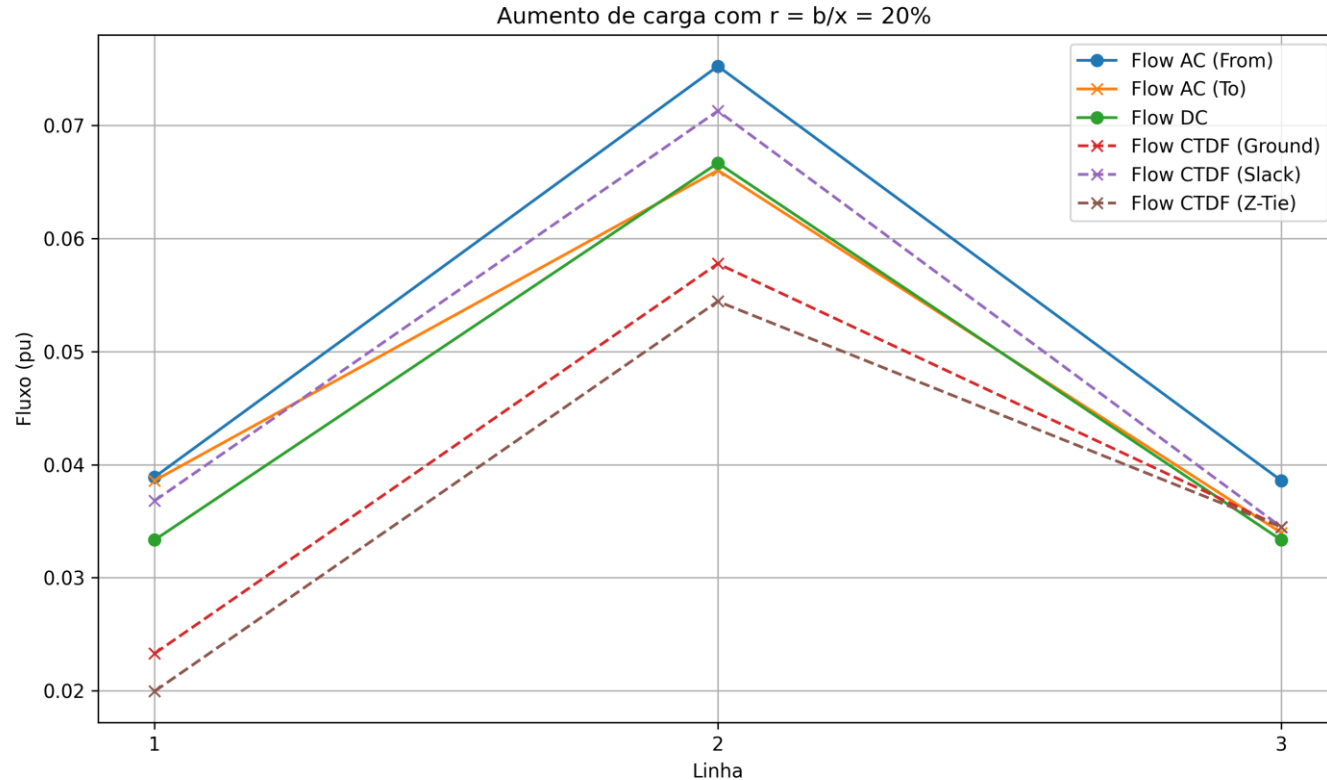
- Sauer indica que a razão entre a admitância shunt das linhas e a reatância da linha impacta na performance dos métodos;
- Foi aumentada a carga em 10% no sistema com diferentes razões;
- Os resultados diferem dos fluxos DC e podem até ser mais conservadores.



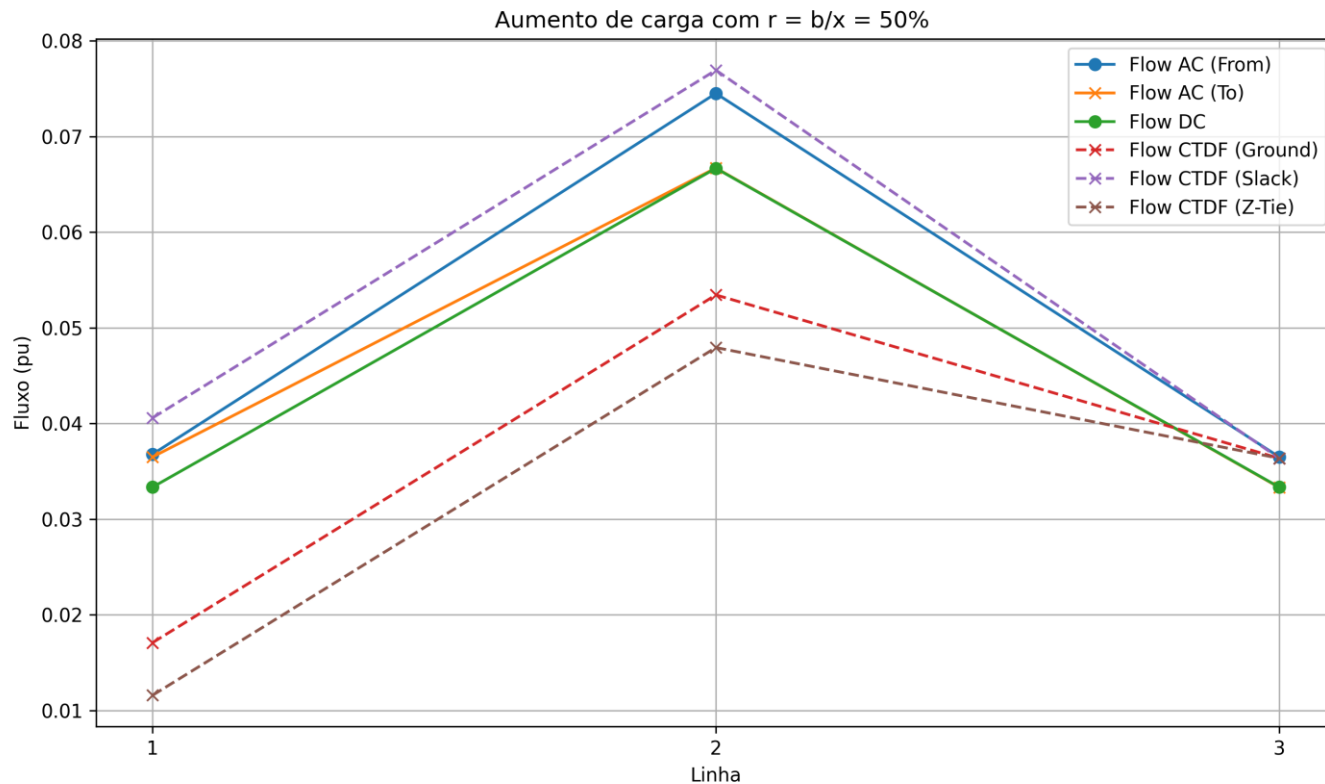
# Sistema não Linear



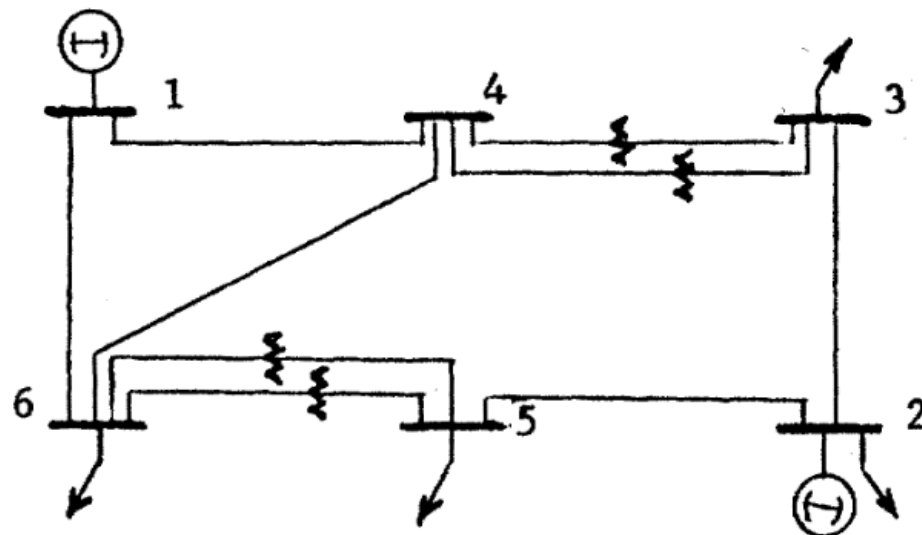
# Sistema não Linear



# Sistema não Linear

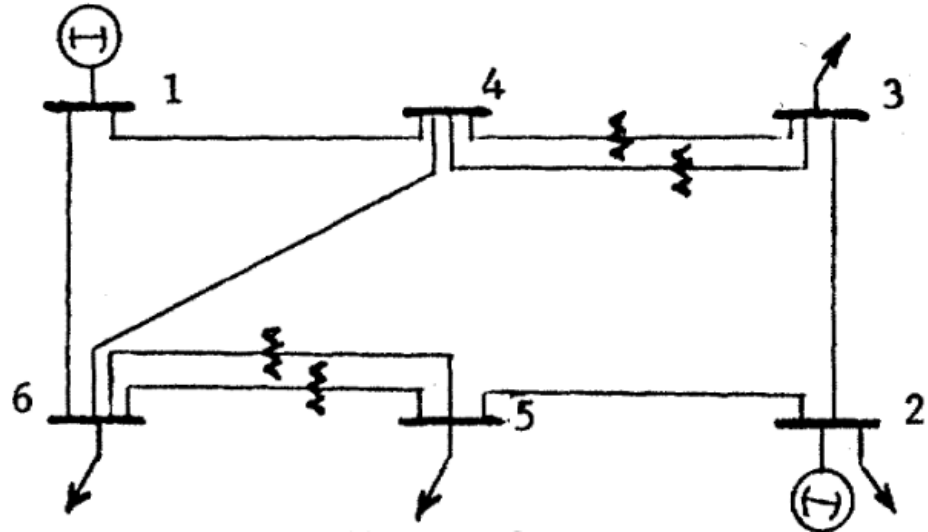


# Sistema 6 Barras

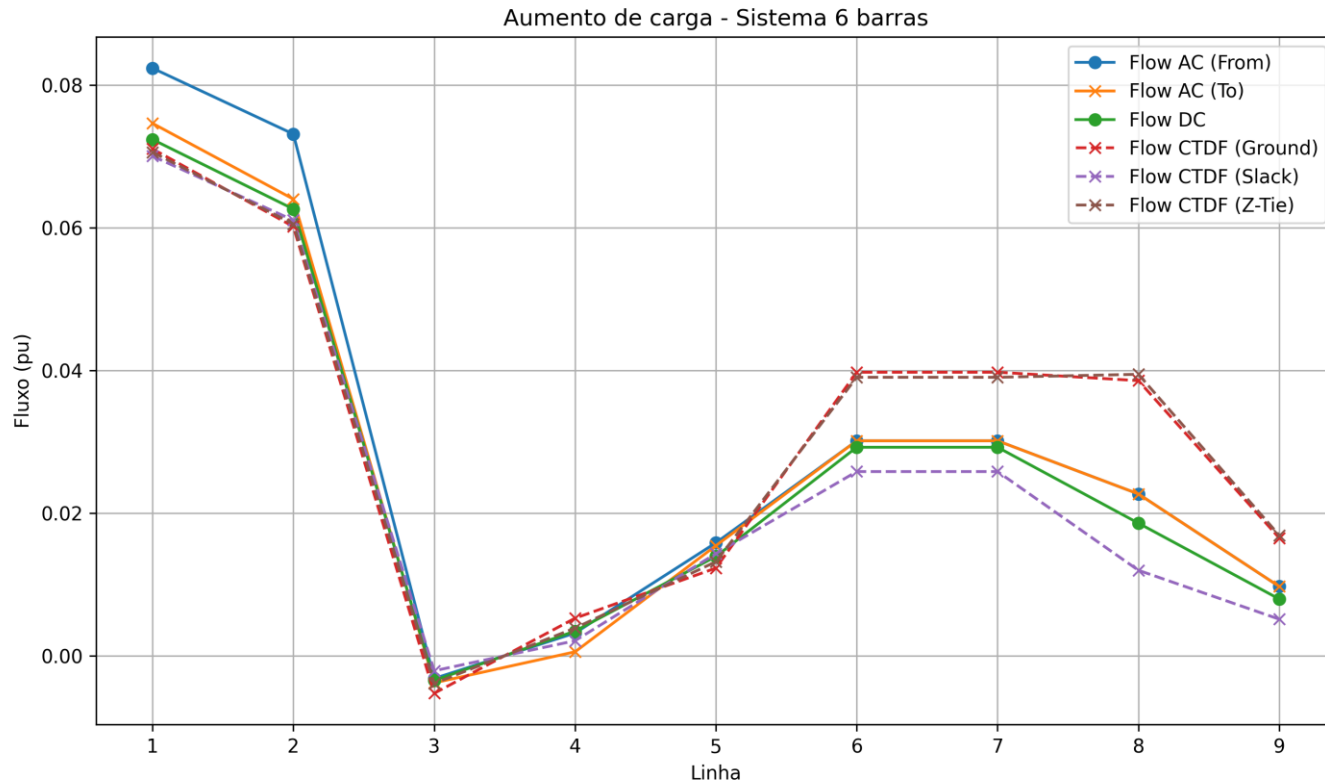


# Sistema 6 Barras

- Conexões à terra são mínimas, com  $r = b/x$  entre 2 e 1%.
- Quanto menor a razão, mais os índices se assemelham ao fluxo DC.



# Sistema 6 Barras



# CONCLUSÕES

---



- Os índices de distribuição de corrente CTDF's produzem os mesmos resultados de fluxo de potência CC para sistemas lineares, podendo reduzir o número de variáveis em otimização.
- É necessário para sistemas lineares o uso de uma admitância shunt na barra slack, pois torna  $Y_{barra}$  inversível;

- Para sistemas não lineares, é importante analisar a razão entre as admitâncias shunt e a reatância das LT's;
- Mas a formulação referenciando Zbus à barra slack obteve resultados mais próximos dos fluxos exatos, como também constatado no artigo original;

# OBRIGADO

---