

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Gabriel Halfeld Limp de Carvalho

**Análise da Viabilidade do Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo: uma
abordagem considerando os Fractais de Newton-Raphson**

Juiz de Fora

2024

Gabriel Halfeld Limp de Carvalho

Análise da Viabilidade do Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo: uma abordagem considerando os Fractais de Newton-Raphson

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica. Modalidade: Sistemas de Potência.

Orientador: Prof. Igor Delgado de Melo, Dr.

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Halfeld Limp de Carvalho, Gabriel.

Análise da Viabilidade do Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo:
uma abordagem considerando os Fractais de Newton-Raphson / Gabriel
Halfeld Limp de Carvalho. – 2024.

45 p. : il.

Orientador: Igor Delgado de Melo

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal
de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Coordenação do Curso de
Engenharia Elétrica, 2024.

1. Newton-Raphson. 2. Fluxo de Potência Continuado. 3. Fluxo de
Potência Holomórfico. I. Delgado de Melo, Igor, orient. II. Título.

Gabriel Halfeld Limp de Carvalho

Análise da Viabilidade do Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo: uma abordagem considerando os Fractais de Newton-Raphson

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica. Modalidade: Sistemas de Potência.

Aprovada em 27 de Junho de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Igor Delgado de Melo, Dr. - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Prof. Abilio Manuel Variz, D.Eng.
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Candida Aparecida Delgado Meneghin, M.Eng.
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

*“O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um
oceano.”*

(Isaac Newton)

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Esmeralda e Ricardo, por todo incentivo e apoio na minha jornada acadêmica. Ter pais que compreendem como a educação é importante para a formação de um cidadão foi essencial para que eu tenha chegado até aqui.

Quero agradecer à minha querida namorada, Sara, pelo companheirismo e constante apoio. Ao seu lado, encontro fé nos dias difíceis e compartilho minhas maiores alegrias nos momentos de felicidade. Dedico este trabalho a você com todo carinho, pois sua presença foi fundamental para a sua conclusão.

Obrigado a Universidade Federal de Juiz de Fora e todo aquele que trabalhe para engrandecê-la, por proporcionar uma educação de qualidade para as pessoas. Sou privilegiado por fazer parte desta instituição que se destaca pelo compromisso com o ensino superior público e pela excelência acadêmica em diversas áreas do conhecimento.

Ao professor Igor Delgado, expresso minha gratidão pelos ensinamentos e pela confiança demonstradas ao longo da minha formação, desde a sala de aula até os desafios da iniciação científica e, agora, na orientação deste trabalho.

Agradeço aos membros da banca avaliadora, pela disponibilidade de participar e pelas contribuições dadas neste texto.

Por fim, quero agradecer a todas as pessoas que me acompanharam e contribuíram positivamente, de forma indireta, nessa trajetória.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise sobre uma modificação do Fluxo de Potência em regime permanente utilizando o método de Newton-Raphson, o Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo, através da comparação com a formulação em coordenadas polares e retangulares.

A pesquisa envolve a demonstração teórica dos métodos, bem como a implementação e testes em sistemas conhecidos na literatura: o IEEE 14 Barras, de transmissão, e o IEEE 33 Barras, de distribuição. A comparação da robustez de cada código é feita em três diferentes aspectos: tempo computacional, máximo carregamento e análise dos fractais de Newton-Raphson para cada sistema, visando compreender as vantagens e desvantagens da metodologia proposta.

O estudo indicou que o Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo, por mais que tenha exigido um maior tempo computacional e uma diferença irrisória na capacidade de convergir casos muito carregados, esse foi capaz de melhorar a convergência para uma maior faixa de palpites iniciais para as variáveis do problema em questão.

Palavras-chave: Fluxo de potência; Fractais; Newton-Raphson; Otimização; Sistemas de potência.

ABSTRACT

This work presents an analysis of a modification of the Newton-Raphson method for Power Flow computation, namely the Optimal Power Flow (OPF), through comparison with formulations in polar and rectangular coordinates.

The research includes theoretical demonstrations of the methods as well as their implementation and testing on well-known systems in the literature: the IEEE 14-Bus transmission system and the IEEE 33-Bus distribution system. The robustness of each algorithm is compared in three different aspects: computational time, maximum loading, and analysis of Newton-Raphson fractals for each system, aiming to understand the advantages and disadvantages of the proposed methodology.

The study indicated that the Power Flow with Optimal Multiplier, despite requiring more computational time and showing a negligible difference in the ability to converge heavily loaded cases, was able to improve convergence for a wider range of initial guesses for the problem's variables.

Keywords: Fractals; Newton-Raphson; Optimization; Power flow; Power Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Regiões de Segurança do Fluxo de Potência (FP)	13
Figura 2	– Fluxograma do método Newton-Raphson	18
Figura 3	– Fluxograma do método do Multiplicador Ótimo	29
Figura 4	– Topologia do Sistema IEEE 33 Barras	33
Figura 5	– Mapa Fractal FPMO - IEEE 33 Barras	34
Figura 6	– Mapa Fractal FPPOL - IEEE 33 Barras	35
Figura 7	– Mapa Fractal FPRET - IEEE 33 Barras	36
Figura 8	– Topologia do Sistema IEEE 14 Barras	38
Figura 9	– Mapa Fractal FPMO - IEEE 14 Barras	39
Figura 10	– Mapa Fractal FPPOL - IEEE 14 Barras	40
Figura 11	– Mapa Fractal FPRET - IEEE 14 Barras	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Área Estável do Mapa Fractal FPMO - IEEE 33 Barras	34
Tabela 2 – Área Estável do Mapa Fractal FPPOL - IEEE 33 Barras	35
Tabela 3 – Área Estável do Mapa Fractal FPRET - IEEE 33 Barras	36
Tabela 4 – Esforço computacional e iterações - IEEE 33 Barras.	37
Tabela 5 – Fatores de Escala Máximo - IEEE 33 Barras	37
Tabela 6 – Área Estável do Mapa Fractal FPMO - IEEE 14 Barras	39
Tabela 7 – Área Estável do Mapa Fractal FPPOL - IEEE 14 Barras	40
Tabela 8 – Área Estável do Mapa Fractal FPRET - IEEE 14 Barras	41
Tabela 9 – Esforço computacional e iterações - IEEE 14 Barras.	42
Tabela 10 – Fatores de Escala Máximo - IEEE 14 Barras	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Duas Dimensões
B	Susceptância
FP	Fluxo de Potência
FPMO	Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo
FPPOL	Fluxo de Potência em Coordenadas Polares
FPRET	Fluxo de Potência em Coordenadas Retangulares
FOB	Função Objetivo
GS	Gauss-Seidel
G	Condutância
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
NPQ	Número de Barras PQ
NPV	Número de Barras PV
NR	Newton-Raphson
PMC	Ponto de Máximo Carregamento
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	12
1.2	MOTIVAÇÃO	12
1.3	OBJETIVOS	14
1.4	ESTRUTURA DO DOCUMENTO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	SÉRIES DE TAYLOR	15
2.2	MÉTODO DE NEWTON RAPHSON	16
2.2.1	Formulação	16
2.2.2	Características importantes do método	19
2.3	FLUXO DE POTÊNCIA USANDO NR	19
2.3.1	Matriz admitância nodal	20
2.3.2	Equações Algébricas do Fluxo de Potência	20
2.3.3	Tipos de barras	22
2.3.4	Fluxo de Potência em Coordenadas Polares	22
2.3.5	FP em coordenadas retangulares	24
2.3.5.1	Representação de barras PV	25
3	METODOLOGIA PROPOSTA	27
3.1	FORMULAÇÃO GERAL	27
3.2	METODOLOGIA DOS TESTES	30
3.2.1	Carregamento Máximo	30
3.2.2	Análise Fractal	30
3.2.3	Tempo Computacional e número de iterações	31
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	33
4.1	RESULTADOS PARA O SISTEMA IEEE 33 BARRAS	33
4.1.1	Análise Fractal	33
4.1.2	Tempo Computacional e Número de Iterações	37
4.1.3	Carregamento Máximo	37
4.2	RESULTADOS PARA O SISTEMA 14 BARRAS	38
4.2.1	Análise Fractal	38
4.2.2	Tempo Computacional e Número de Iterações	42
4.2.3	Carregamento Máximo	42
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
5.1	DIRETRIZES PARA TRABALHOS FUTUROS	43

REFERÊNCIAS	45
APÊNDICE A – Implementações Computacionais	46

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo aborda, de forma concisa, o contexto subjacente a este trabalho. Em seguida, são meticulosamente abordadas as motivações e objetivos que moldaram a concepção deste estudo. Por fim, uma visão abrangente da estrutura deste documento é oferecida, destacando o conteúdo dos capítulos subsequentes.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O estudo do Fluxo de Potência (FP) é fundamental para a operação, planejamento e expansão de Sistemas Elétricos de Potência (SEPs). Através da análise dessa ferramenta, é possível obter informações valiosas sobre o comportamento do sistemas de diferentes escalas e cenários de operação, permitindo identificar pontos sensíveis, sobrecargas, perdas de potência e outros problemas que podem afetar a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica.

Com o crescimento da demanda por eletricidade e a expansão das redes de transmissão, ao longo do século XX e XXI, o estudo do fluxo de potência evoluiu para uma disciplina altamente especializada. O desenvolvimento de técnicas avançadas, como o método de Newton-Raphson (NR), permitiu aos engenheiros modelarem e otimizarem SEPs de larga escala, levando a melhorias significativas na eficiência e confiabilidade da rede elétrica.

Atualmente, os SEP enfrentam grandes desafios devido à sua expansão, impactos das mudanças climáticas, crescente uso de fontes intermitentes como solar e eólica, entre outros (EPE, 2018). Pesquisas direcionadas a melhorar o desempenho dos estudos de FP são necessárias. O intuito é se adaptar aos desafios atuais e lidar com sistemas mal condicionados e com alta variabilidade. "A análise do fluxo de potência no atendimento das cargas pressupõe a disponibilidade de ferramentas adequadas e confiáveis, principalmente quando o sistema envolvido é de grande porte"(ZANETTA, 2006, p. 239).

1.2 MOTIVAÇÃO

Desde a década de 1950, quando os primeiros artigos técnicos sobre algoritmos de solução do FP foram publicados, muitos métodos iterativos foram desenvolvidos. A maioria desses métodos é baseada em duas técnicas principais amplamente usadas na indústria atualmente: Gauss-Seidel (GS) e Newton-Raphson (NR), sendo o último a técnica mais utilizada nos softwares comerciais atualmente (IEEE, 2018).

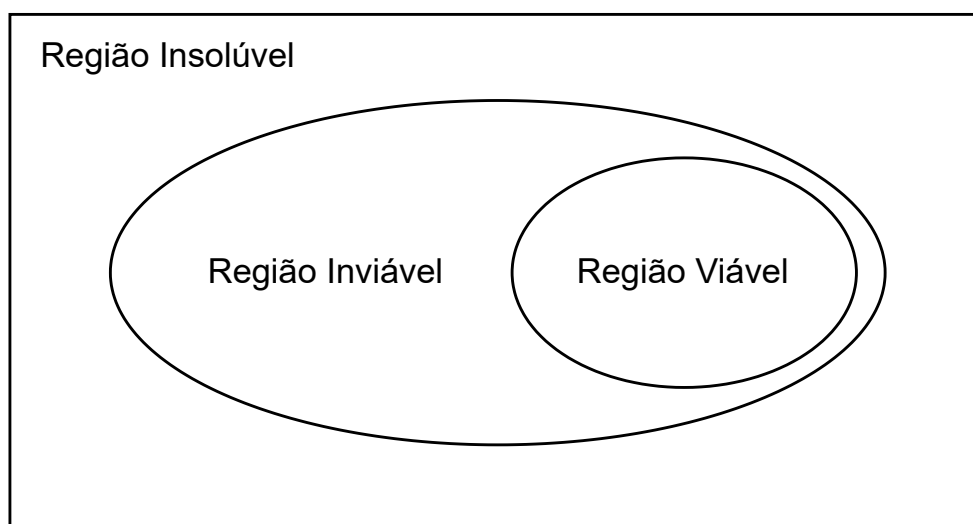
A expressão sistemas "mal condicionados" refere-se à situação em que pequenas mudanças nos parâmetros do sistema de potência resultam em grandes mudanças nas soluções do problema (TRIPATHY *et al.*, 1982). O problema de FP utilizando métodos

iterativos pode divergir por diversos motivos, principalmente por:

- Proximidade ao Ponto de Máximo Carregamento (PMC) do SEP;
- Estimativa inicial das variáveis de estado muito longe da solução real;
- Não existência de solução possível através do método computacional utilizado.

A partir disso, pode-se utilizar o conceito de regiões de segurança (OVERBYE, 1994), como na Figura 1, em que algumas regiões são definidas:

Figura 1 – Regiões de Segurança do FP



Fonte: Adaptada de Overbye (1994)

- Região Viável: Região onde há solução para o problema que não viole os limites operacionais dos componentes do sistema;
- Região Inviável: Região onde há solução para o problema que viole um ou mais limites operacionais;
- Região Insolúvel: Região onde não há solução para o problema, onde provavelmente operar nessas condições geraria uma instabilidade que culminaria no colapso de tensão do sistema.

Estender a fronteira entre a região inviável e insolúvel oferece diversos benefícios principalmente no estudo de planejamento da expansão do SEP e análise de contingências. Obter uma solução, mesmo inviável, pode facilitar estimativas de futuros projetos capazes de enfrentar um aumento de carga planejado, por exemplo.

Este estudo tem como motivação testar e analisar um método proposto por Iwamoto (1981) que visa otimizar a atualização das variáveis de estado dentro do método de NR e compará-lo com os métodos tradicionais em coordenadas polares e retangulares, visando explorar sua implementação. Isso envolve a análise teórica, o desenvolvimento de algoritmos computacionais e a realização de estudos de caso em sistemas de teste representativos.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho consiste em fazer uma revisão bibliográfica acerca do método conhecido na literatura como Fluxo de Potência com Multiplicar Ótimo. Para isso, o trabalho foi dividido nas seguintes etapas:

- Implementar o Fluxo de Potência em Coordenadas Polares (FPPOL) e Fluxo de Potência em Coordenadas Retangulares (FPRET);
- Implementar o Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo (FPMO);
- Testar e comparar os algoritmos em sistemas teste;
- Avaliar a utilização do método proposto explorando sistemas extremamente carregados, mapas fractais das múltiplas soluções do fluxo de potência e tempo computacional.

1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

A divisão deste trabalho é feita em cinco capítulos. O primeiro, de introdução, visa contextualizar e justificar ao leitor a necessidade da atual pesquisa, bem como definir os objetivos e a metodologia utilizada para o trabalho.

No capítulo 2, é feita uma revisão dos conceitos principais do FP necessários para a compreensão adequada do tema, apresentando todo o desenvolvimento matemático, desde as séries de Taylor, até a formulação do método de NR para ambos os sistemas de coordenadas retangulares e polares.

O capítulo 3 é composto pela formulação matemática completa do FPMO, visando resolver os principais problemas encontrados ao tentar implementar o algoritmo.

O capítulo 4 será composto pelos resultados das simulações realizadas em sistemas teste, que servirão de apoio para as comparações dos métodos analisados.

Por último, o capítulo 5 engloba as conclusões finais alcançadas com o trabalho, somado de um futuro direcionamento para pesquisas posteriores.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 SÉRIES DE TAYLOR

A expansão em séries de Taylor é uma ferramenta importante na matemática que permite aproximar uma função $f(x)$ desconhecida ou complicada por meio de um polinômio. Para isso, ela deve ser suficientemente suave, contínua e diferenciável (GUIDORIZZI, 2001). A série é construída a partir das derivadas da função em um ponto específico x_0 , chamado ponto de expansão.

A forma geral é dada pela equação (2.1):

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^n(x_0)(x - x_0)^n + \cdots \quad (2.1)$$

Vale ressaltar que a expansão se aproxima cada vez mais da função original conforme a série é truncada com um maior número de termos (ATKINSON, 1989). Pode-se, ainda, usar o teorema do erro de Taylor e ter uma estimativa do erro entre a função original em um ponto b , e sua aproximação polinomial truncada no termo n e avaliada em um ponto de expansão x_0 , conforme a equação (2.2).

$$E(b) = \frac{f^{n+1}(b)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1} \quad (2.2)$$

Para uma função multivariada $f(X)$ em que $X = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$, a expansão de Taylor até a segunda ordem é dada por (2.3).

$$f(X) \approx f(X_0) + \nabla f(X_0) \cdot (X - X_0) + \frac{1}{2!}(X - X_0)H(X_0)(X - X_0)^T \quad (2.3)$$

Onde o gradiente de f avaliado em X_0 é dado por (2.4).

$$\nabla f(X_0) = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_k} \end{array} \right] \bigg|_{X=X_0} \quad (2.4)$$

E a matriz Hessiana H avaliada em X_0 é obtida através de (2.5).

$$H(X_0) = \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_k^2} \end{array} \right] \bigg|_{X=X_0} \quad (2.5)$$

De acordo com Tinney et al. (1967), o método de Newton-Raphson pode ser aplicado para encontrar raízes de sistemas de equações não lineares $F(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_k(X)]^T$, que é o caso do problema do FP.

A forma geral, truncada na segunda ordem, é apresentada pela equação (2.6):

$$F(X) \approx F(X_0) + J(X_0)(X - X_0) + \frac{1}{2!}(X - X_0)^T H(X_0)(X - X_0) \quad (2.6)$$

Onde $J(X_0)$ é a matriz Jacobiana avaliada em X_0 , dada por (2.7):

$$J(X_0) = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial x_k} \end{array} \right] \bigg|_{X=X_0} \quad (2.7)$$

E $H(X_0)$ é o tensor Hessiano avaliada em X_0 , dado por (2.8):

$$H(X_0) = \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_k \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_k^2} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_k \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_k^2} \end{array} \right] \\ \vdots \\ \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_k \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_k^2} \end{array} \right] \end{array} \right] \bigg|_{X=X_0} \quad (2.8)$$

2.2 MÉTODO DE NEWTON RAPHSON

Muitos sistemas físicos complexos são descritos por equações as quais não possuem uma solução analítica direta, por isso técnicas para obter uma solução numérica aproximada foram desenvolvidas (STAGG; EL-ABIAD, 1968). Desenvolvido no século XVII por Isaac Newton e Joseph Raphson, o método de Newton-Raphson (NR) é um algoritmo que permite encontrar raízes de uma função desconhecida, desde que se tenha acesso ao valor da função e sua derivada em diferentes pontos.

Nessa seção, será apresentada a fundamentação teórica do método.

2.2.1 Formulação

O método de NR começa definindo-se uma aproximação inicial X_0 para as raízes procuradas e utilizando essa aproximação como ponto de expansão da série de Taylor, que

será truncada na primeira derivada, apresentado abaixo por (2.9):

$$F(X) \approx F(X_0) + J(X_0)(X - X_0) \quad (2.9)$$

Ou, por (2.10):

$$F(X) \approx F(X_0) + J(X_0)\Delta X \quad (2.10)$$

Onde, ΔX é chamado de incremento de X e é dado por (2.11):

$$\Delta X = X - X_0 \quad (2.11)$$

Como se deseja encontrar as raízes do sistema de equações $F(X)$, iguala-se o lado esquerdo da equação (2.10) a zero, obtendo-se o valor do incremento ΔX , que será usado como ponto de expansão da série de Taylor da próxima iteração $n + 1$, como mostram as equações (2.12) (2.13) e (2.14).

$$\Delta X^{(n)} = [J(X_0^{(n)})]^{-1} \cdot F(X_0^{(n)}) \quad (2.12)$$

$$X_0^{(n+1)} = X_0^{(n)} + \Delta X^{(n)} \quad (2.13)$$

$$n = n + 1 \quad (2.14)$$

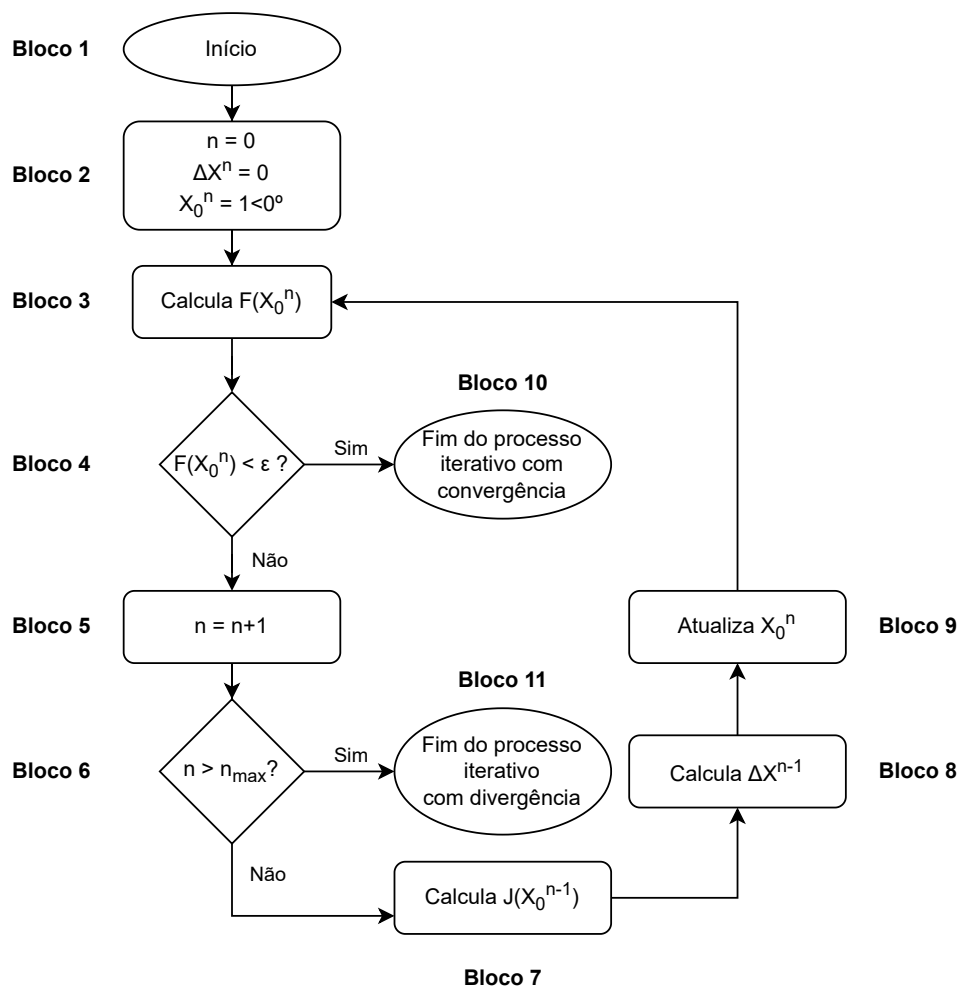
Novamente é calculado o valor de $F(X_0^{(n)})$ e avaliado se obedece um erro máximo aceitável ϵ . Se o erro for maior, mais uma iteração será feita e o processo se repete. Existem casos que o método não consegue encontrar raízes que obedeçam ao erro, por isso define-se um número máximo de iterações n_{max} suficientemente grande para que, caso seja extrapolado, diz-se que o processo divergiu.

Na figura 2, um fluxograma representativo do método de Newton-Raphson é apresentado, sendo dividido em blocos para sua explicação em detalhes:

- Bloco 1: Início do método de Newton-Raphson;
- Bloco 2: Inicializa as variáveis de iterações n , do incremento ΔX e da estimativa inicial para as variáveis de estado X_0 ;
- Bloco 3: Calcula o valor da função no ponto de expansão X_0 ;
- Bloco 4: Avalia se o valor da função com a estimativa atual é menor ou maior ou igual que o erro máximo aceitável ϵ ;
- Bloco 5: Caso o valor da função não respeite ϵ , atualiza-se o contador de iterações n ;

- Bloco 6: Avalia se o contador de iterações extrapolou o número máximo de iterações n_{max} ;
- Bloco 7: Calcula a Jacobiana avaliada em X_0^{n-1} ;
- Bloco 8: Com a Jacobiana, calcula o incremento ΔX^{n-1} ;
- Bloco 9: Atualiza X_0 na iteração n com o incremento calculado;
- Bloco 10: Caso o valor da função respeite ϵ , o processo finaliza com convergência;
- Bloco 11: Caso o número de iterações extrapole o n_{max} , o processo se encerra sem uma raiz com erro máximo desejado, indicando divergência.

Figura 2 – Fluxograma do método Newton-Raphson



Fonte: Elaborada pelo autor

2.2.2 Características importantes do método

O método de NR é altamente dependente do palpite inicial para o vetor de variáveis de estado X . Isso ocorre porque a série de Taylor truncada no primeiro termo só se comporta bem em regiões muito próximas da solução.

Se X_0 for de fato próximo da solução, a diferença entre a solução atual e a solução verdadeira diminui quadraticamente a cada iteração, característica do método de Newton-Raphson (TINNEY; HART, 1967).

Porém, se X_0 for um valor muito distante da solução, o sistema pode divergir, levando a nenhuma solução ou a soluções sem sentido físico (soluções instáveis ou espúrias), mesmo que haja uma solução possível para o sistema.

Além disso, pode ser que o sistema de fato não possua solução. Isso também pode ser um problema, principalmente para estudos de planejamento da expansão de um sistema elétrico de grande porte. Dependendo do caso, é necessário obter uma estimativa da solução, visando entender quais melhorias o sistema precisa para alcançar a convergência na região viável.

Finalmente, é possível que o método não encontre solução quando a matriz Jacobiana é singular ou muito próxima da singularidade. Nesses casos, a inversão de J se torna indefinida, impedindo obter soluções para o problema.

Para combater esse problema de convergência, diversos métodos foram propostos na literatura como o Fluxo de Potência Continuado e outros métodos de otimização heurísticos, como Algoritmos Genéticos.

Um desses métodos é o método do Multiplicador Ótimo, que será visto aprofundadamente no Capítulo 3.

2.3 FLUXO DE POTÊNCIA USANDO NR

O Fluxo de Potência é um procedimento essencial na análise de sistemas elétricos de potência, pois visa determinar o estado operativo da rede elétrica em regime permanente (ONS, 2020).

Em outras palavras, considerando as características das cargas a serem conectadas, os tipos de geradores, os limites de geração e os limites operativos das linhas, o objetivo principal é determinar:

- Tensões nodais: magnitudes e ângulos das tensões em todas as barras (ou nós) do sistema;
- Potência reativa dos geradores;

- Fluxo de potência nas linhas: Avaliar se as linhas estão operando próximas de seus limites.

Nesta seção, será abordado como representar uma rede elétrica, os tipos de barras, as equações de potência e, finalmente, como utilizar o método NR para o problema.

2.3.1 Matriz admitância nodal

A matriz admitância nodal, ou matriz Y_{barra} , desempenha um papel fundamental na análise de circuitos elétricos de potência, sendo uma representação matricial dos parâmetros do circuito. Sua importância reside no fato de que ela permite relacionar o vetor \dot{I} de correntes injetadas nos nós com o vetor \dot{V} de tensões nodais do sistema, de acordo com (2.15). Vale ressaltar que a formulação apresentada é válida apenas para representações monofásicas e sem mútuas (ROBBA, 2021).

É uma matriz quadrada e simétrica de ordem $n \times n$, em que n é o número de nós do sistema.

$$\dot{I} = Y \dot{V} \quad (2.15)$$

Uma vantagem de seu uso é que sua formação é simples e pode ser feita por inspeção visual do sistema:

- Elementos diagonais " Y_{kk} ": Soma de todas as admitâncias conectadas ao nó " k ";
- Elementos não diagonais " Y_{km} ": Negativo da admitância equivalente entre o nó " k " e o nó " m ".

Como o número de nós conectados a um nó específico é limitado em um SEP, a Y_{barra} se torna uma matriz esparsa, aumentando seu grau de esparsidade quadraticamente conforme o número de barras aumenta em um sistema. Formas de lidar com essas matrizes computacionalmente, evitando armazenar muitos zeros já são uma realidade nos programas de FP atuais, mas não serão tratados neste trabalho.

2.3.2 Equações Algébricas do Fluxo de Potência

As equações algébricas do FP apresentadas são conhecidas na literatura por formulação por injeção de potência. Baseado nas leis de Kirchhoff, as potências ativas e reativas injetadas em uma barra k podem ser determinadas através das equações (2.16), onde em termos práticos, a potência gerada $P_{gerada,k}$ e $Q_{gerada,k}$ é a potência fornecida por geradores conectados a barra k e a potência demandada $P_{demandada,k}$ e $Q_{demandada,k}$ é a potência consumida por cargas conectadas a barra k .

$$\begin{aligned} P_k &= P_{gerada,k} - P_{demandada,k} \\ Q_k &= Q_{gerada,k} - Q_{demandada,k} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Logo, a potência complexa injetada em uma barra k pode ser definida em (2.17) através das tensões e correntes nodais:

$$S_k = P_k + j Q_k = \dot{V}_k \dot{I}_k^* \quad (2.17)$$

É interessante observar que dessa forma, há 6 variáveis para cada barra: duas para parte real e imaginária da potência complexa, tensão complexa e corrente complexa. Por isso, o conjugado da corrente injetada \dot{I}_k será representado em termos da matriz admitância, de acordo com (2.18).

$$\dot{I}_k^* = \left(\sum_{m \in K} Y_{km} \dot{V}_m \right)^* = \sum_{m \in K} Y_{km}^* \dot{V}_m^* \quad (2.18)$$

Onde K representa o conjunto de barras ligadas a barra k .

O conjugado da matriz admitância nodal é facilmente obtido, basta separar a sua parte real, Condutância (G), da sua parte imaginária, Susceptância (B), como em (2.19).

$$Y^* = G - j B \quad (2.19)$$

Além disso, a tensão \dot{V}_k e o conjugado da tensão \dot{V}_m podem ser escritos em coordenadas polares, de acordo com as equações (2.20).

$$\begin{aligned} \dot{V}_k &= V_k e^{j\theta_k} \\ \dot{V}_m^* &= V_m e^{-j\theta_m} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Ou através das equações (2.21) em coordenadas retangulares.

$$\begin{aligned} \dot{V}_k &= V_{r_k} + jV_{i_k} \\ \dot{V}_m^* &= V_{r_m} - jV_{i_m} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Substituindo-se as equações (2.18), (2.19), (2.20) na equação (2.17), obtêm-se as equações fundamentais do FPPOL, descritas em (2.22).

$$\begin{aligned} P_k(V, \theta) &= V_k \sum_{m \in K} V_m \cdot (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ Q_k(V, \theta) &= V_k \sum_{m \in K} V_m \cdot (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ \theta_{km} &= \theta_k - \theta_m \end{aligned} \quad (2.22)$$

E substituindo-se as equações (2.18), (2.19), (2.21) na equação (2.17), obtêm-se as equações fundamentais do FPRET, descritas em (2.23).

$$\begin{aligned} P_k(V_r, V_i) &= \sum_{m \in K} V_{r_k} (V_{r_m} G_{km} - V_{i_m} B_{km}) + V_{i_k} (V_{i_m} G_{km} + V_{r_m} B_{km}) \\ Q_k(V_r, V_i) &= \sum_{m \in K} V_{i_k} (V_{r_m} G_{km} - V_{i_m} B_{km}) - V_{r_k} (V_{i_m} G_{km} + V_{r_m} B_{km}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Perceba que o problema do FP possui duas equações e quatro variáveis para cada nó. Para resolvê-lo, duas das 4 variáveis precisam ser especificadas e as outras duas, calculadas.

2.3.3 Tipos de barras

Como foi visto anteriormente, cada barra precisa que duas variáveis sejam especificadas para que as outras duas possam ser calculadas. Em um SEP, a diferenciação entre os tipos de barras (ou nós) é fundamental devido às diferenças intrínsecas de informação que normalmente se sabe a respeito daquele nó.

Essa diferenciação é necessária porque cada tipo de barra desempenha funções distintas no sistema elétrico e apresenta características operacionais específicas. Por exemplo, as barras de geração têm controles de tensão e potência ativa/reativa associados, enquanto as barras de carga representam pontos de consumo de energia. Além disso, as barras de geração podem ter limitações de capacidade ou restrições operacionais diferentes das barras de carga. Ao diferenciar os tipos de barras, o problema de FP se torna factível.

O nome de cada barra indica qual variável é conhecida sobre ela (variável especificada), ao mesmo tempo em que indica quais outras duas variáveis serão calculadas no problema. Existem, essencialmente, três tipos de barras:

- Barra de Carga (PQ): Neste tipo de barra, é especificada a potência ativa e reativa, e busca-se calcular a tensão fasorial;
- Barra de Geração (PV): Aqui, é especificada a potência ativa gerada e a parte real da tensão, pois é controlada. O objetivo é calcular a potência reativa e o ângulo de potência (ou parte imaginária da tensão);
- Barra de Referência, ou *slack* ($V\theta$): Esta é uma barra de geração, geralmente a de maior geração no sistema. A tensão complexa desta barra é definida arbitrariamente, e todos os outros ângulos de potência das outras barras são referenciados a ela. Calculam-se as potências ativas e reativas dessa barra para fechar o balanço entre a potência gerada e demandada de todo o sistema.

2.3.4 Fluxo de Potência em Coordenadas Polares

Embora o método de NR seja tradicionalmente utilizado para encontrar raízes de funções não lineares, no caso do Fluxo de Potência, a aplicação é um pouco diferente. No FPPOL, deseja-se encontrar os valores de tensão em módulo e fase (V e θ) que minimize a diferença entre as potências calculadas e especificadas (MELO, 2023), de acordo com o conjunto de equações (2.24), conhecidas na literatura como *mismatch equations*.

$$\begin{aligned}\Delta P &= |P_{\text{especificado}} - P(V, \theta)| = |V_{\text{esp}} - V_{\text{calc}}| \text{ para barras PV e PQ} \\ \Delta Q &= |Q_{\text{especificado}} - Q(V, \theta)| = |Q_{\text{esp}} - Q_{\text{calc}}| \text{ para barras PQ}\end{aligned}\tag{2.24}$$

As variáveis de estado são dadas por (2.25):

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}\tag{2.25}$$

E o vetor de incrementos é dado por (2.26):

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

E calculado em cada iteração como em (2.37):

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Onde a matriz J é dividida em 4 submatrizes H , N , L e M , obtidas através da derivação das equações algébricas em coordenadas polares do FP.

Elementos da submatriz H , referentes às derivadas parciais de P em relação a θ são obtidos através do conjunto de equações (2.28):

$$\begin{aligned} H_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = \sum_{m \in K} V_k V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k^2 b_{kk} \\ H_{km} &= \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Elementos da submatriz N , referentes às derivadas parciais de P em relação a V são obtidos através do conjunto de equações (2.29):

$$\begin{aligned} N_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) + V_k g_{kk} \\ N_{km} &= \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Elementos da submatriz M , referentes às derivadas parciais de Q em relação a θ são obtidos através do conjunto de equações (2.30):

$$\begin{aligned} M_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = \sum_{m \in K} V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) - V_k^2 G_{kk} \\ M_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Elementos da submatriz L , referentes às derivadas parciais de Q em relação a V são obtidos através do conjunto de equações (2.31):

$$\begin{aligned} L_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k B_{kk} \\ L_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

As variáveis de estado são atualizadas em uma iteração n como em (2.32):

$$\begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^n + \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Calcula-se ΔP e ΔQ , que deve respeitar uma tolerância ϵ de erro para atingir a convergência, normalmente $10^{-6} pu$ (MELO, 2023). Como em (2.33):

$$\max(|\Delta P, \Delta Q|) < \epsilon \quad (2.33)$$

Como são especificadas potências ativas líquidas para as barras PV e PQ e especificadas potência reativa líquida apenas para as barras PQ, o problema possui $2NPQ + NPV$ de equações, onde NPQ é o número de barras PQ e NPV o número de barras PV.

Não se pode afirmar que ao encontrar valores de tensão que sejam raízes de $F(X)$, de que essa é de fato a condição operativa do sistema, pois $F(X)$ é um sistema não-linear de equações transcendentais e pode apresentar diferentes raízes. Contudo, pelo fato do SEP, por motivos de segurança, trabalhar com tensões nodais próximas de $1\angle 0^\circ$, assume-se que ao fazer uma estipulação próxima desse valor, a solução seja verdadeiramente o estado operativo da rede.

Após a convergência do método, calcula-se diretamente a potência ativa na barra $V\theta$ e potência reativa das barras $V\theta$ e PV através das equações fundamentais do fluxo de potência (2.22).

2.3.5 FP em coordenadas retangulares

Analogamente ao FPPOL, deseja-se encontrar os componentes reais e imaginários (V_r, V_i) das tensões nodais que minimize a diferença entre as potências calculadas e especificadas. Como lidar com o controle de barras PV será visto mais a frente, sendo primeiro demonstrado os cálculos para um sistema composto apenas por uma barra $V\theta$ e barras PQ.

A equações de *mismatch* são dadas por (2.34):

$$\begin{aligned} \Delta P &= |P_{\text{especificado}} - P(V_r, V_i)| \text{ para barras PV e PQ} \\ \Delta Q &= |Q_{\text{especificado}} - Q(V_r, V_i)| \text{ para barras PQ} \end{aligned} \quad (2.34)$$

E as variáveis de estado agora em forma retangular, como em (2.35):

$$X = \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

E o vetor de incrementos é dado por (2.36):

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

E calculado em cada iteração como em (2.37):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Onde a matriz J é dividida em 4 submatrizes H , N , L e M , obtidas através da derivação das equações algébricas em coordenadas retangulares do FP, apresentadas a seguir:

Elementos da submatriz H , referentes às derivadas parciais de P em relação a V_r são obtidos através do conjunto de equações (2.38):

$$\begin{aligned} H_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial V_{r_k}} = 2 V_{r_k} G_{km} + \sum_{m \in K} (V_{r_m} G_{km} - V_{i_m} B_{km}) \\ H_{km} &= \frac{\partial P_k}{\partial V_{r_m}} = V_{r_k} G_{km} + V_{i_k} B_{km} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Elementos da submatriz N , referentes às derivadas parciais de P em relação a V_i são obtidos através do conjunto de equações (2.39):

$$\begin{aligned} N_{kk} &= \frac{\partial P_k}{\partial V_{i_k}} = 2 V_{i_k} G_{km} + \sum_{m \in K} (V_{i_m} G_{km} + V_{r_m} B_{km}) \\ N_{km} &= \frac{\partial P_k}{\partial V_{i_m}} = -V_{r_k} G_{km} + V_{i_k} B_{km} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Elementos da submatriz M , referentes às derivadas parciais de Q em relação a V_r são obtidos através do conjunto de equações (2.40):

$$\begin{aligned} M_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_k}} = -2 V_{r_k} B_{km} - \sum_{m \in K} (V_{i_m} G_{km} + V_{r_m} B_{km}) \\ M_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_m}} = -V_{r_k} B_{km} + V_{i_k} G_{km} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Elementos da submatriz L , referentes às derivadas parciais de Q em relação a V_i são obtidos através do conjunto de equações (2.41):

$$\begin{aligned} L_{kk} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_{i_k}} = -2 V_{i_k} B_{km} + \sum_{m \in K} (V_{r_m} G_{km} - V_{i_m} B_{km}) \\ L_{km} &= \frac{\partial Q_k}{\partial V_{i_m}} = -V_{r_k} G_{km} - V_{i_k} B_{km} \end{aligned} \quad (2.41)$$

A atualização das variáveis de estado e os critérios de convergência são exatamente iguais a da versão polar do FP.

2.3.5.1 Representação de barras PV

Como nas barras PV é especificado o módulo da tensão, deve-se incluir uma equação que vise minimizar a diferença entre módulo da tensão especificada e módulo da tensão calculada. Uma forma de otimizar esse cálculo é minimizar a diferença entre os quadrados, mais simples computacionalmente do que executar uma operação de raiz quadrada.

Portanto as equações de *mismatch* aumentam em relação a versão polar, como em (2.42):

$$\begin{aligned}\Delta P &= |P_{\text{especificado}} - P(V_r, V_i)| \text{ para barras } PV \text{ e } PQ \\ \Delta Q &= |Q_{\text{especificado}} - Q(V_r, V_i)| \text{ para barras } PQ \\ \Delta V &= |V_{\text{especificado}}^2 - (V_r^2 + V_i^2)| \text{ para barras } PV\end{aligned}\tag{2.42}$$

Para igualar o número de equações e de variáveis, é necessário adicionar a variável de controle Q para manter o módulo da tensão fixo na própria barra PV . O vetor variáveis de estado passa a ser representado por (2.43).

$$X = \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \\ Q \end{bmatrix}\tag{2.43}$$

A matriz Jacobiana precisa ser estendida em uma linha e uma coluna para cada nova barra PV , resultando no sistema de equações (2.44).

$$\begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N & \frac{\delta P}{\delta Q} \\ M & L & \frac{\delta Q}{\delta Q} \\ \frac{\delta V}{\delta V_r} & \frac{\delta V}{\delta V_i} & \frac{\delta V}{\delta Q} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V \end{bmatrix}\tag{2.44}$$

Como $V_{\text{calculado}}$ só depende dos valores de tensão da própria barra k , as linhas e colunas adicionais serão compostas de zeros com exceção de 3 casos: a derivada de V_k em relação a $V_{r,k}$, derivada de V_k em relação a $V_{i,k}$ e a derivada de Q_k em relação a Q_k , como em (2.45):

$$\begin{aligned}\frac{\delta V_k}{\delta V_{r,k}} &= 2V_{r,k} \\ \frac{\delta V_k}{\delta V_{i,k}} &= 2V_{i,k} \\ \frac{\delta Q_k}{\delta Q_k} &= 1\end{aligned}\tag{2.45}$$

Pode-se perceber que ao precisar adicionar uma nova linha e coluna na matriz Jacobiana, o custo computacional de se inverter tal matriz aumenta em relação a versão polar. Uma forma de evitar esse problema é a formulação por injeção de correntes, a qual permite que apenas os elementos da diagonal principal da Jacobiana sejam alterados em cada iteração (ARAÚJO *et al.*, 2010).

3 METODOLOGIA PROPOSTA

O Fluxo de Potência de Segunda Ordem, ou também conhecido na literatura por Fluxo de Potência com Multiplicador Ótimo (FPMO), foi originalmente apresentado por Iwamoto e Tamura (1981) e consiste em uma modificação do método de NR.

A principal ideia por trás da modificação é utilizar a expansão de Taylor de segunda ordem para o sistema $F(X)$. Porém, em sistemas de grande porte como o SEP, isso se torna computacionalmente proibitivo dado o custo de armazenar e manipular o tensor Hessiano completo.

Nesse contexto, é relevante destacar que o método do Multiplicador Ótimo do Fluxo de Potência é uma técnica projetada para contornar a necessidade de calcular e manipular diretamente o tensor Hessiano completo, proporcionando uma abordagem mais eficiente para resolver problemas de otimização em larga escala.

Nesse capítulo, será visto como o método aproxima o tensor Hessiano, permitindo obter a solução para o sistema de equações do FP.

3.1 FORMULAÇÃO GERAL

Como dito anteriormente, uma aproximação da expansão de segunda ordem para a função objetivo Função Objetivo (FOB) ΔF é utilizada em (3.1):

$$\Delta F \approx \mu J(\Delta X) + \mu^2 F(\Delta X) \quad (3.1)$$

A ideia é minimizar a FOB com relação a μ , obtendo um valor ótimo de correção do vetor incremento das variáveis de estado, como em (3.2), dada uma iteração n :

$$X_0^{(n+1)} = X_0^{(n)} + \mu \Delta X^{(n)} \quad (3.2)$$

Um detalhe é que $\Delta X^{(n)}$ deve ser obtido da forma tradicional, com a inversa da Jacobiana apenas. A função objetivo pode ser reescrita de forma simplificada em (3.3):

$$a + \mu b + \mu^2 c = 0 \quad (3.3)$$

Em que, a , b e c são obtidos através do conjunto de equações (3.4):

$$\begin{aligned} a &= \Delta F \\ b &= -J \Delta X = -a \\ c &= -F \Delta X \end{aligned} \quad (3.4)$$

Ou seja, o tensor Hessiano é aproximado pelo valor da função avaliado no incremento ΔX , o que facilita sua implementação computacional pelos cálculos já estarem na rotina

tradicional do NR. A função objetivo que deve ser minimizada é (3.5), sendo N o número de barras do sistema.

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2N} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2 \quad (3.5)$$

A solução do problema pode ser obtida analiticamente, encontrando as raízes da equação de terceiro grau descrita em (3.6):

$$g_0 + g_1\mu + g_2\mu^2 + g_3\mu^3 = 0 \quad (3.6)$$

Onde g_0 , g_1 , g_2 e g_3 são dados pelo conjunto de equações (3.7):

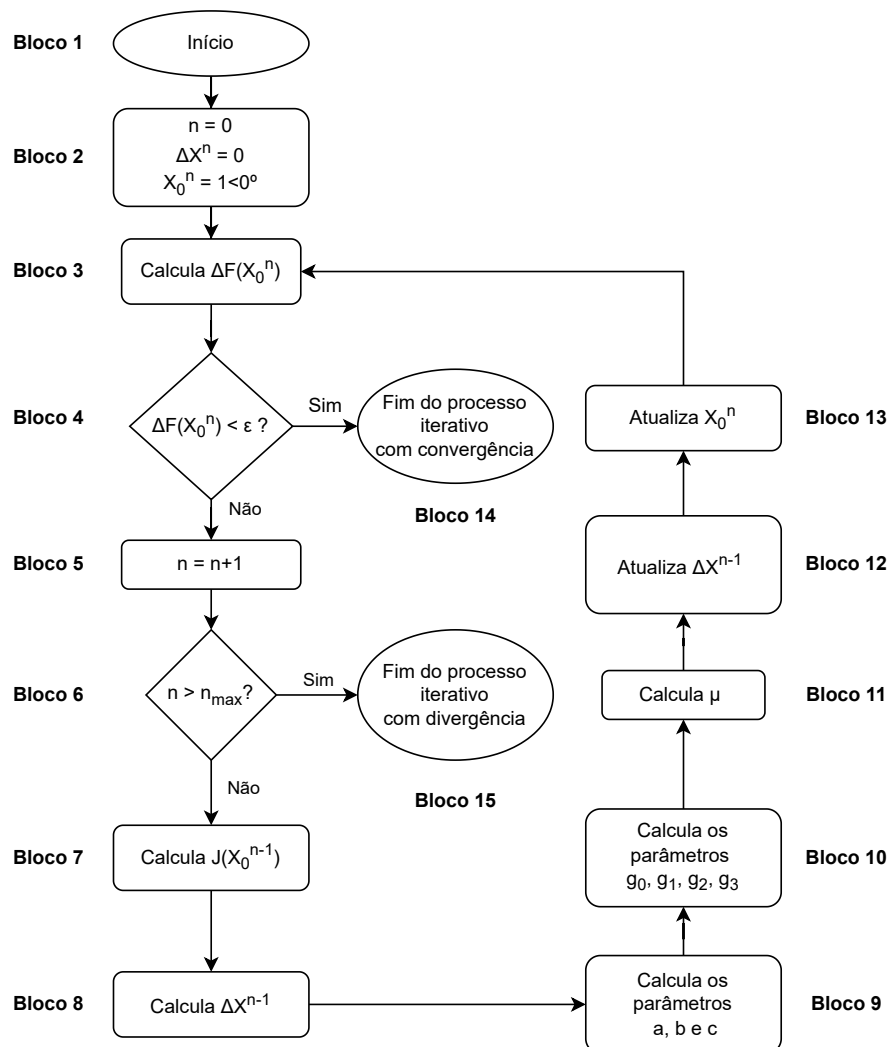
$$\begin{aligned} g_0 &= \sum_{i=1}^{2N} a_i b_i \\ g_1 &= \sum_{i=1}^{2N} b_i^2 + 2a_i c_i \\ g_2 &= 3 \sum_{i=1}^{2N} b_i c_i \\ g_3 &= 2 \sum_{i=1}^{2N} c_i^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Caso o sistema de equações resulte em duas soluções complexas e uma real, escolhe-se sempre a solução real. E caso a solução seja três números reais, escolhe-se a maior solução. A figura 3 demonstra em forma de fluxograma como o algoritmo é executado.

- Bloco 1: Início do processo;
- Bloco 2: Inicializa as variáveis de iterações n , o incremento ΔX e a estimativa inicial para as variáveis de estado X_0 ;
- Bloco 3: Calcula o valor da função no ponto de expansão X_0 ;
- Bloco 4: Avalia se o valor da função com a estimativa atual é menor ou maior ou igual que o erro máximo aceitável ϵ ;
- Bloco 5: Caso o valor da função não respeite ϵ , atualiza-se o contador de iterações n ;
- Bloco 6: Avalia se o contador de iterações extrapolou o número máximo de iterações n_{max} ;
- Bloco 7: Calcula a Jacobiana avaliada em X_0^{n-1} ;
- Bloco 8: Com a Jacobiana, calcula o incremento ΔX^{n-1} ;
- Bloco 9: Calcula os parâmetros a , b e c com as equações (3.4);
- Bloco 10: Calcula os parâmetros g_0 , g_1 , g_2 e g_3 com as equações (3.7);

- Bloco 11: Calcula μ encontrando as raízes da equação (3.6);
- Bloco 12: Atualiza ΔX considerando o fator multiplicativo μ ;
- Bloco 13: Atualiza X_0 na iteração n com o incremento calculado;
- Bloco 14: Caso o valor da função respeite ϵ , o processo finaliza com convergência;
- Bloco 15: Caso o número de iterações extrapole o n_{max} , o processo se encerra sem uma raiz com erro máximo desejado, indicando divergência.

Figura 3 – Fluxograma do método do Multiplicador Ótimo



Fonte: Elaborada pelo autor

3.2 METODOLOGIA DOS TESTES

No Capítulo 4, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir da aplicação de três variantes apresentadas do método de Newton-Raphson na resolução do problema de FP. Os métodos analisados incluem o método em coordenadas retangulares, o método em coordenadas polares e a modificação com Multiplicador Ótimo. O objetivo é comparar a performance e a robustez desses métodos em diferentes cenários, utilizando dois sistemas de teste padrão: o sistema IEEE de 14 barras e o sistema IEEE de 33 barras. A comparação é realizada com base em 3 testes: carregamento máximo do sistema sem divergência ou soluções espúrias, análise fractal e tempo computacional médio até convergência.

Todos os experimentos foram realizados em um laptop Acer Nitro 5 com processador Intel Core i5-10300H a 2.50 GHz e 8 GB de RAM, utilizando o sistema operacional Windows 11 Home Single Language, versão 23H2. As simulações foram conduzidas no *software* MATLAB R2021a (9.10.0.1602886). Os testes estão disponíveis no apêndice A.

A metodologia é apresentada a seguir:

3.2.1 Carregamento Máximo

O teste de carregamento máximo visa determinar a fronteira entre a região insolúvel e inviável na situação de aumento sistêmico de carga. O procedimento é detalhado abaixo:

- Fator de escala: Definição de um fator de escalonamento λ que multiplica as potências ativas e reativas demandadas de todas as barras simultaneamente;
- Inicialização: As cargas dos sistemas IEEE 14 e 33 são ajustadas para seus valores base conhecidos, ou $\lambda = 1$, e o erro máximo do FP para todas os métodos é definido em $\epsilon = 10^{-6}$;
- Incremento de carga: A carga é aumentada em passos constantes $\Delta\lambda$ até que ocorra a divergência;
- Refinamento: Ao detectar divergência, o passo do incremento é reduzido e o fator λ é refinado;
- Análise: Os fatores de carregamento máximos alcançados por cada método são comparados.

3.2.2 Análise Fractal

É conhecido na literatura que as múltiplas soluções do método de NR são fractalizadas, isto é, apresentam uma fronteira fractal em sua região de convergência. Isso implica que pequenas variações nas estimativas iniciais próximas à fronteira de convergência podem

levar a soluções diferentes do fluxo, como evidenciado por Thorp (1997) e Deng et al. (2013).

Os fractais são construídos plotando-se em um gráfico, onde os eixos representam as variáveis de estado de um problema. Cada par ordenado indica um palpite inicial para o processo e é colorido com base nas diferentes soluções possíveis. Até mesmo pares ordenados que não levam a nenhuma solução podem ser inseridos no mapa em uma determinada cor.

Por isso, plotar os fractais de cada método avaliado pode ser uma ferramenta visual e eficaz capaz de avaliar a robustez do algoritmo considerando sua capacidade de convergência para palpites iniciais diversos.

Os fractais de Newton para o FP teriam uma dimensão igual ao número de variáveis, o que tornaria impossível a representação visual em uma figura 2D. Uma alternativa é construir um algoritmo que execute diversas combinações de tensão e ângulo como palpites iniciais, mas para todas as barras de forma idêntica. Assim, é possível construir um único fractal 2D que permitirá a comparação do tamanho da região de convergência dos três métodos.

O teste será conduzido da seguinte forma:

- Rodar o FP polar, retangular e FPMO em carga nominal, média e próxima ao PMC com estimativas iniciais de $1\angle 0^\circ$ e armazenar os valores de tensão e ângulo para cada uma das cargas;
- Estabelecer uma faixa de valores que serão iterados os ângulos e fases e rodar o fluxo repetidamente para cada combinação de estimativas iniciais;
- Comparar as soluções com a solução previamente calculada;
- Se as soluções obedecerem a um erro estabelecido, serão consideradas estáveis; caso contrário, instáveis;
- Plotar em um gráfico, utilizando a cor azul para soluções estáveis e vermelho para instáveis;
- Analisar as regiões de cada método e compará-las.

3.2.3 Tempo Computacional e número de iterações

O teste de tempo computacional visa comparar a eficiência dos métodos em termos de tempo de execução. Medir o tempo necessário para resolver o problema de fluxo de potência é crucial para avaliar o desempenho prático dos algoritmos. Este teste é fundamental para determinar a viabilidade de uma técnica em aplicações de curto prazo,

como a operação em tempo real do Sistema Interligado Nacional (SIN). A descrição da metodologia utilizada está abaixo:

- Os algoritmos serão rodados repetidamente nos sistemas teste em carga nominal;
- Serão armazenados os tempos e iterações médios do FP;
- Os dados obtidos serão analisados e comparados;

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 RESULTADOS PARA O SISTEMA IEEE 33 BARRAS

O sistema de 33 barras é um padrão de referência amplamente utilizado em estudos de fluxo de potência, planejamento e otimização de redes de distribuição elétrica. Consiste em 33 nós, interconectados por 32 linhas de distribuição, simulando uma rede de distribuição radial. Este sistema é caracterizado por um único ponto de alimentação (barra $V\theta$) e 32 barras de carga (barras PQ), representando a distribuição de energia elétrica de uma subestação para diversos consumidores finais. Os dados de barras e de linhas podem ser consultados no apêndice contendo todas as simulações e testes feitos.

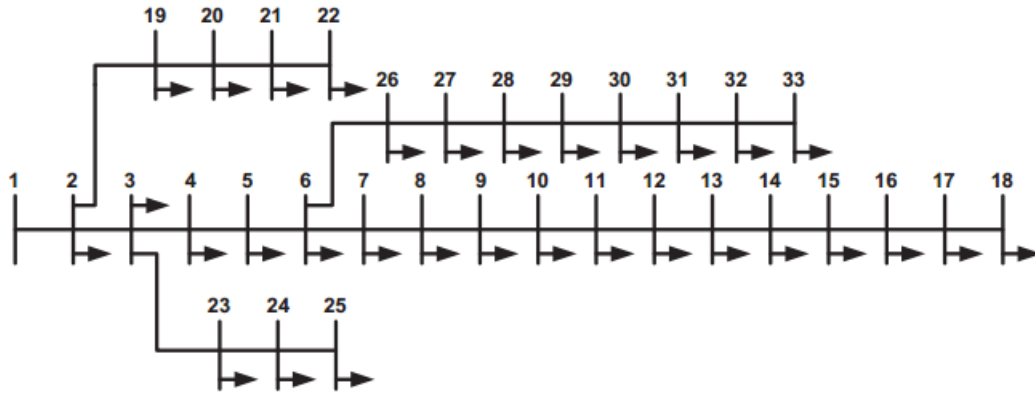


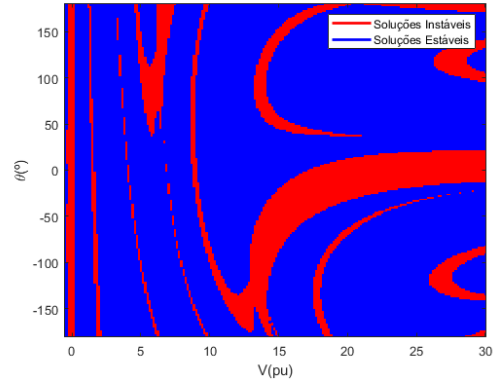
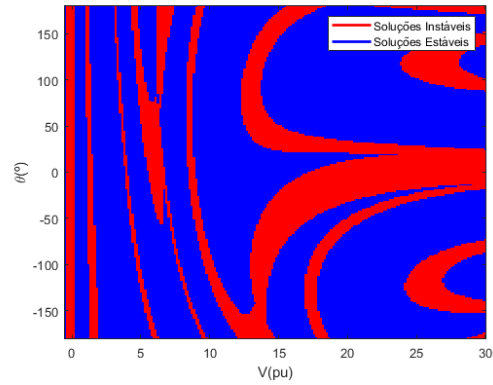
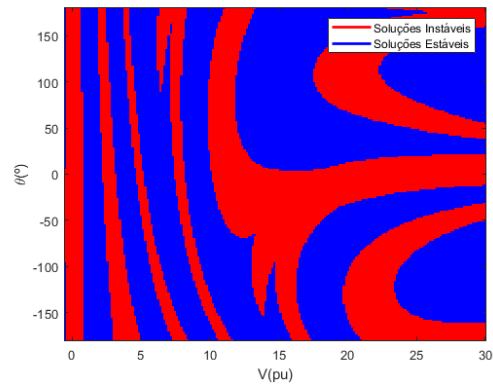
Figura 4 – Topologia do Sistema IEEE 33 Barras

4.1.1 Análise Fractal

Neste estudo, para obter os mapas fractais que possam ser analisados, foi necessário expandir a faixa de palpites iniciais muito além do usual para um FP, indicando que todos os três métodos têm boa capacidade de convergência ao redor de $1\angle 0^\circ$. Optou-se pela faixa de $[-0.5, 30]pu$ para o módulo e $[-180, 180]^\circ$ para a fase para uma melhor visualização. Quarenta mil combinações de palpites iniciais foram utilizadas para cada imagem. As seguintes observações foram feitas com os resultados:

- As regiões estáveis reduziram de área com o aumento de carga, com exceção do FPPOL, que mostrou menor sensibilidade ao λ ;
- O Mapa Fractal FPMO produziu uma área de convergência muito superior aos outros métodos;
- Melhor convergência do FPRET e FPMO em relação aos ângulos de fase;
- Melhor convergência do FPPOL em relação ao módulo da tensão;

Figura 5 – Mapa Fractal FPMO - IEEE 33 Barras

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 2$ (c) $\lambda = 3$

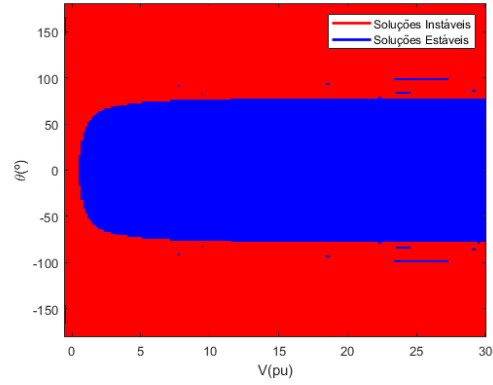
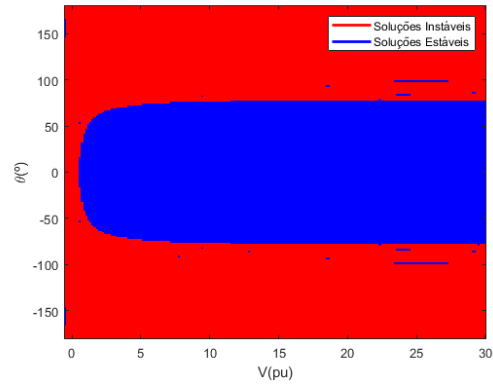
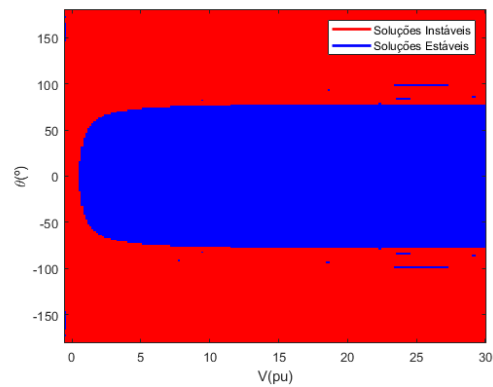
Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 1 – Área Estável do Mapa Fractal FPMO - IEEE 33 Barras

FPMO	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$
Proporção	80.99%	71.89%	58.24%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 6 – Mapa Fractal FPPOL - IEEE 33 Barras

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 2$ (c) $\lambda = 3$

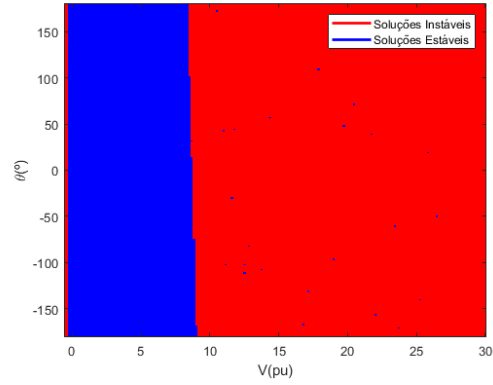
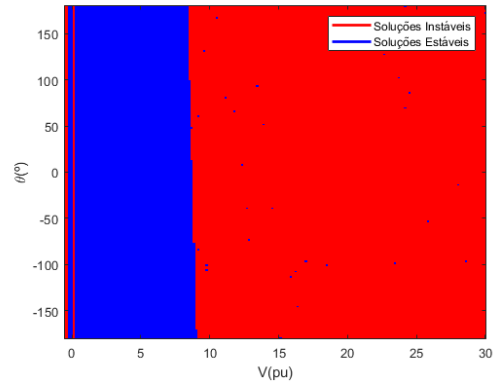
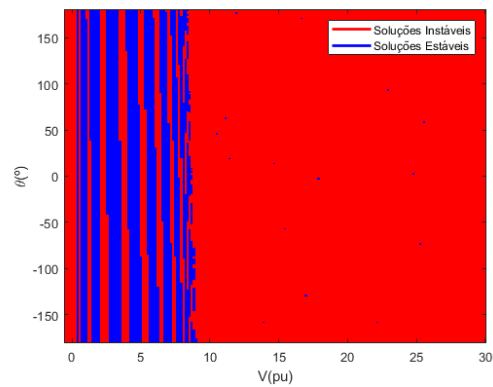
Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 2 – Área Estável do Mapa Fractal FPPOL - IEEE 33 Barras

FPPOL	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$
Proporção	40.23%	40.23%	40.22%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 7 – Mapa Fractal FPRET - IEEE 33 Barras

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 2$ (c) $\lambda = 3$

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 3 – Área Estável do Mapa Fractal FPRET - IEEE 33 Barras

FPRET	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$
Proporção	29.39%	28.90%	17.61%

Fonte: Elaborada pelo autor

4.1.2 Tempo Computacional e Número de Iterações

Foram medidos mil execuções em carga nominal e a média dos tempos computacionais e número de iterações estão registradas na tabela 4.

Constatou-se uma vantagem significativa para o método FPRET em relação aos outros. Por mais que o FPMO tenha tido menor número de iterações, consequência da otimização do próximo passo, seu tempo médio por iteração foi consideravelmente maior, apresentando a pior performance dentre os três métodos.

Tabela 4 – Esforço computacional e iterações - IEEE 33 Barras.

Método	Tempo Médio (s)	Número de Iterações Médio
FPMO	0.0513	5
FPPOL	0.0389	5
FPRET	0.0207	7

Fonte: Elaborada pelo autor

4.1.3 Carregamento Máximo

Os valores do fator de escala máximo λ são apresentados na Tabela 5. Neste caso, foi percebido uma fator de escala maior para o FPPOL, seguido do FPMO e FPRET.

Tabela 5 – Fatores de Escala Máximo - IEEE 33 Barras

Algoritmo	Fator λ_{max}
FPMO	3.51420
FPPOL	3.51548
FPRET	3.51415

Fonte: Elaborada pelo autor

4.2 RESULTADOS PARA O SISTEMA 14 BARRAS

O sistema IEEE de 14 barras é um modelo padrão usado para estudos de sistemas de potência, contendo 14 barras, 20 linhas de transmissão, 2 geradores (barras $V\theta$ e PV), 3 compensadores síncronos (barras PV) e 11 cargas (barras PQ). Este sistema representa o sistema elétrico de potência americano da década de 1960. Os dados de barras e de linhas podem ser consultados no apêndice contendo todas as simulações e testes feitos.

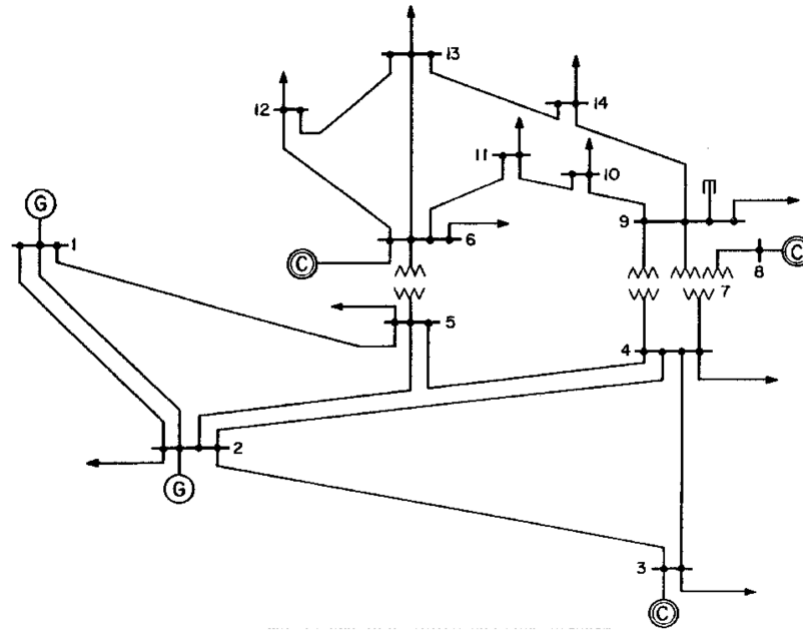


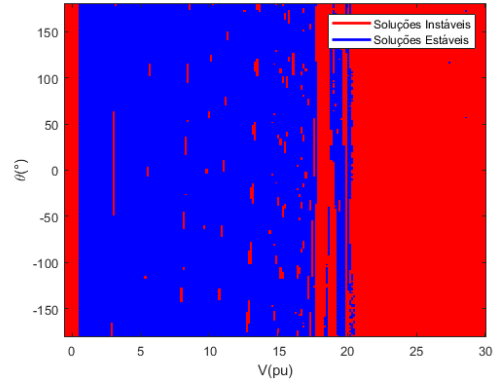
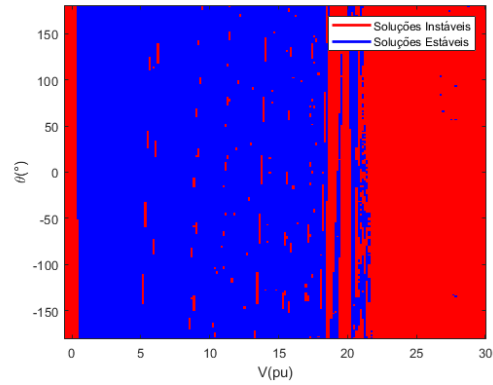
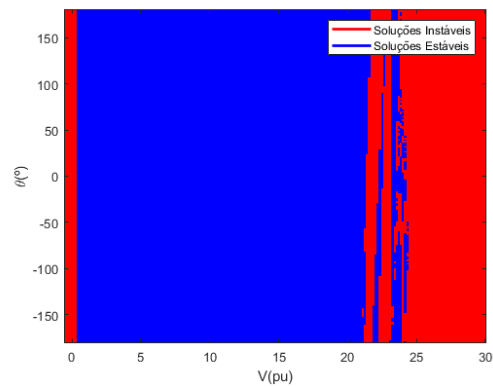
Figura 8 – Topologia do Sistema IEEE 14 Barras

4.2.1 Análise Fractal

Neste sistema também observou-se 100% de região de convergência para a solução do problema ao redor de $1\angle 0^\circ$ como palpites iniciais. Da mesma forma que o estudo anterior, optou-se pelo intervalo de $[-0.5, 30]V$ e $[-180, 180]^\circ$ para melhor visualização e comparação dos resultados, além do mesmo número de fluxos rodados por imagem.

- As regiões estáveis aumentaram de área com o aumento de carga;
- O Mapa Fractal FPMO produziu uma área de convergência muito superior aos outros métodos;
- Melhor convergência do FPRET e FPMO em relação aos ângulos de fase como palpites iniciais, maior fraqueza do FPPOL;
- Menor sensibilidade do mapa fractal FPPOL com a variação de λ .

Figura 9 – Mapa Fractal FPMO - IEEE 14 Barras

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 10$ (c) $\lambda = 35$

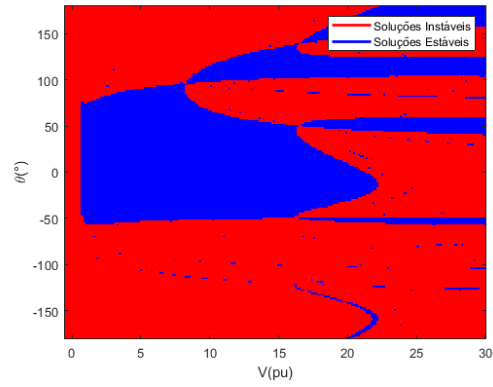
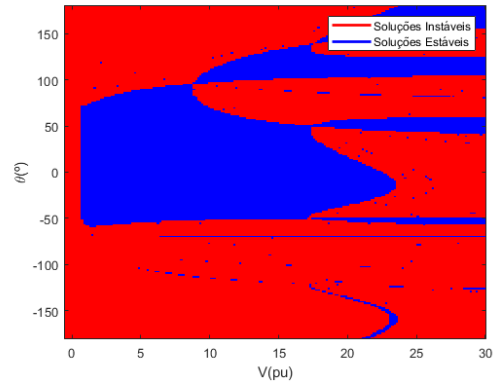
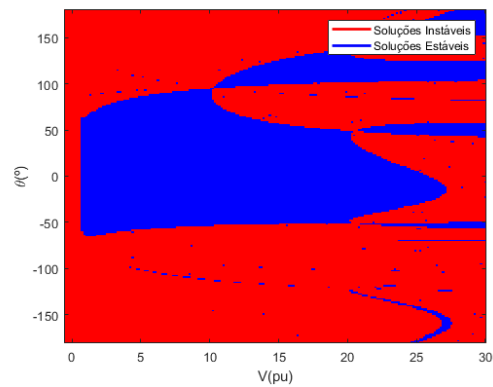
Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 6 – Área Estável do Mapa Fractal FPMO - IEEE 14 Barras

FPMO	$\lambda = 1$	$\lambda = 10$	$\lambda = 35$
Proporção	58.08%	61.33%	71.85%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 10 – Mapa Fractal FPPOL - IEEE 14 Barras

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 10$ (c) $\lambda = 35$

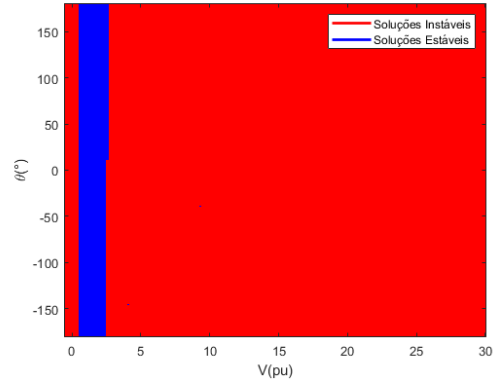
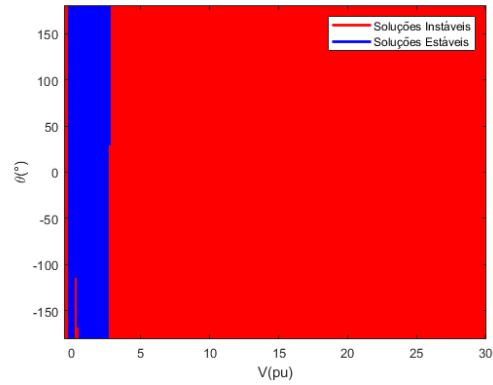
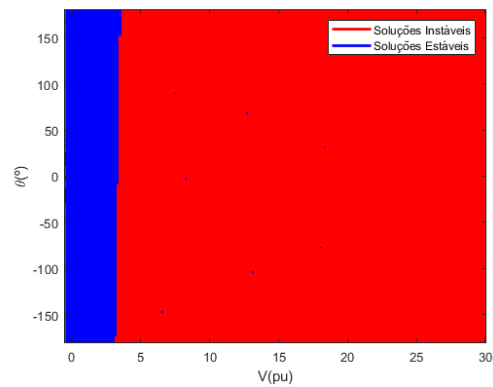
Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 7 – Área Estável do Mapa Fractal FPPOL - IEEE 14 Barras

FPPOL	$\lambda = 1$	$\lambda = 10$	$\lambda = 35$
Proporção	30.81%	31.98%	33.57%

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 11 – Mapa Fractal FPRET - IEEE 14 Barras

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 10$ (c) $\lambda = 35$

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 8 – Área Estável do Mapa Fractal FPRET - IEEE 14 Barras

FPRET	$\lambda = 1$	$\lambda = 10$	$\lambda = 35$
Proporção	6.74%	9.60%	12.37%

Fonte: Elaborada pelo autor

4.2.2 Tempo Computacional e Número de Iterações

Foi observado uma vantagem do FPRET em relação a todos os métodos. Nota-se que o FPMO reduz o número de iterações médio, mas o tempo adicional de seus cálculos trouxe uma performance geral menor, assim como foi evidenciado para o sistema IEEE 33 Barras.

Na tabela 9, resultado de mil execuções com carregamento nominal, encontram-se os valores de tempo médio e de iterações de cada método para o IEEE 14 Barras.

Tabela 9 – Esforço computacional e iterações - IEEE 14 Barras.

Método	Tempo Médio (s)	Número de Iterações Médio
FPMO	0.0420	6
FPPOL	0.0284	5
FPRET	0.0188	7

Fonte: Elaborada pelo autor

4.2.3 Carregamento Máximo

Os valores do fator de escala máximo λ são apresentados na Tabela 10. Neste caso, os algoritmos FPRET e FPMO mostraram desempenho praticamente idêntico, apresentando uma diferença a partir da nona casa decimal. Isso indica que ambos os métodos têm uma precisão muito próxima quando sujeitos ao mesmo teste de aumento gradual da carga até a divergência. Em contraste, o método em coordenadas polares obteve um fator de escala ligeiramente menor, indicando uma menor performance comparativa neste cenário específico.

Tabela 10 – Fatores de Escala Máximo - IEEE 14 Barras

Algoritmo	Fator λ_{max}
FPMO	39.603194459
FPPOL	38.401057300
FPRET	39.603194453

Fonte: Elaborada pelo autor

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste estudo, foi avaliada uma modificação do método de Newton-Raphson, o FPMO, em relação a outros algoritmos conhecidos na literatura. Pôde-se extrair uma série de conclusões importantes que fornecem perspectivas valiosas para a engenharia elétrica. Ao avaliar o tempo computacional, foi visto que os passos extras tomados para otimizar ΔX de fato reduziram o número médio de iterações, mas ao custo de aumentar o tempo computacional no geral, sendo o maior ponto negativo do método.

Além disso, verificou-se um ganho marginal no fator de escalonamento máximo λ_{max} em relação ao FPRET, demonstrando um ganho insignificante de melhoria com os sistemas testes analisados. O FPPOL obteve o melhor resultado no IEEE 33 Barras e pior no IEEE 14 Barras, indicando como esse ganho pode variar de sistema para sistema.

Por outro lado, ao analisar os Mapas Fractais FPMO, um lado positivo não percebido pelos outros testes foi obtido: um grande aumento na área de convergência em relação ao FPRET e FPPOL, indicando uma maior robustez numérica. Uma vantagem para os algoritmos baseados em coordenadas retangulares foi uma melhor convergência para ângulos de fase variados, porém a fraqueza do FPRET para uma maior gama de palpites iniciais para o módulo da tensão foi superada pelo FPMO.

Resumindo, o FPMO apresentou um aumento significativo no tempo computacional e insignificante para λ_{max} . Seu potencial de melhoria na convergência numérica, evidenciado pelos Mapas Fractais, sugere que esse método de fato traz melhorias na robustez numérica. No entanto, para o problema específico do FP, isso não foi aplicável, pois a boa escolha da aproximação inicial (próximo de $1\angle 0^\circ$) já garante uma convergência rápida e eficiente com métodos tradicionais. Portanto, embora o FPMO ofereça vantagens teóricas, sua aplicabilidade prática para o problema em questão se provou ineficiente nos sistemas analisados devido ao aumento do esforço computacional e à eficácia já alcançada com métodos existentes.

5.1 DIRETRIZES PARA TRABALHOS FUTUROS

Destaca-se como possíveis trabalhos futuros a serem abordados em outras pesquisas:

- Avaliação da dimensão Hausdorff dos fractais de diferentes métodos numéricos para FP, podendo indicar alguma mensuração da estabilidade numérica;
- Analisar os mapas fractais do FPMO na formulação por injeção de correntes, que é mais rápida;
- Entender por que diferentes sistemas podem reduzir ou aumentar a região de convergência com o aumento de carga com o mesmo algoritmo utilizado;

- Analisar a viabilidade do FPMO diretamente em coordenadas polares e para sistemas mal condicionados;
- Explorar a análise fractal em sistemas mais complexos com controles de tensão e reativos.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, R. L.; PENIDO, D. R.; JÚNIOR, S. C.; PEREIRA, J. R.; GARCIA, P. A. Comparisons between the three-phase current injection method and the forward/backward sweep method. **International Journal of Electrical Power Energy Systems**, v. 32, n. 7, p. 825–833, 2010.
- ATKINSON, K. E. **An Introduction to Numerical Analysis**. 2. ed. Nova York: John Wiley & Sons, 1989.
- DENG, J.-J.; CHIANG, H.-D. Convergence region of newton iterative power flow method: Numerical studies. Hindawi Publishing Corporation, 2013.
- EPE. Desafios da transmissão no longo prazo. In: . [s.n.], 2018. Acesso em: 19 jun. 2024. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/imprensa/noticias/mme-publica-conjunto-de-estudos-de-apoio-ao-pne-2050>.
- GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo - Volume 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001. 460-480 p.
- IEEE. Recommended practice for conducting load-flow studies and analysis of industrial and commercial power systems. IEEE, New York, NY, USA, 2018.
- IWAMOTO, S.; TAMURA, Y. A load flow method for ill-conditioned power systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, PAS-93, p. 1736–1743, 1981.
- MELO, I. D. de. **Fluxo de Potência: teoria e implementação de códigos computacionais**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2023.
- ONS. Procedimentos de rede: Submódulo 2.3 - premissas, critérios e metodologia para estudos elétricos. In: . [s.n.], 2020. Acesso em: 19 jun. 2024. Disponível em: <https://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-ons/procedimentos-de-rede/vigentes>.
- OVERBYE, T. J. A power flow measure for unsolvable cases. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 9, p. 1359–1365, 1994.
- ROBBA, E. J. **Análise de sistemas de transmissão de energia elétrica**. São Paulo: Blucher, 2021. 177 p.
- STAGG, G.; EL-ABIAD, A. **Computer Methods in Power System Analysis**. 1. ed. Tokyo: Kagakusha Co. Ltd., 1968. 343 p.
- THORP, J.; NAQAVI, S. Load-flow fractals draw clues to erratic behavior. **IEEE Computer Applications in Power Systems**, p. 59–62, 1997.
- TINNEY, W. F.; HART, C. E. Power flow solution by newton's method. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-86, n. 11, p. 1449–1460, 1967.
- TRIPATHY, S.; PRASAD, G. D.; MALIK, O.; HOPE, G. Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a newton-like method. **IEEE Transactions on Power apparatus and Systems**, IEEE, n. 10, p. 3648–3657, 1982.

APÊNDICE A – Implementações Computacionais

A seguir, é disponibilizado o link que contém todos os códigos computacionais implementados em *MATLAB* durante a execução deste estudo.

Disponível em : <https://11nk.dev/5za0p>