



# Inteligência Artificial

Ciência da  
**Computação**

# Redes Neurais

# Redes Neurais

Origem: algoritmos que tentam imitar o cérebro.

Utilizado nos anos 1980 e 1990.

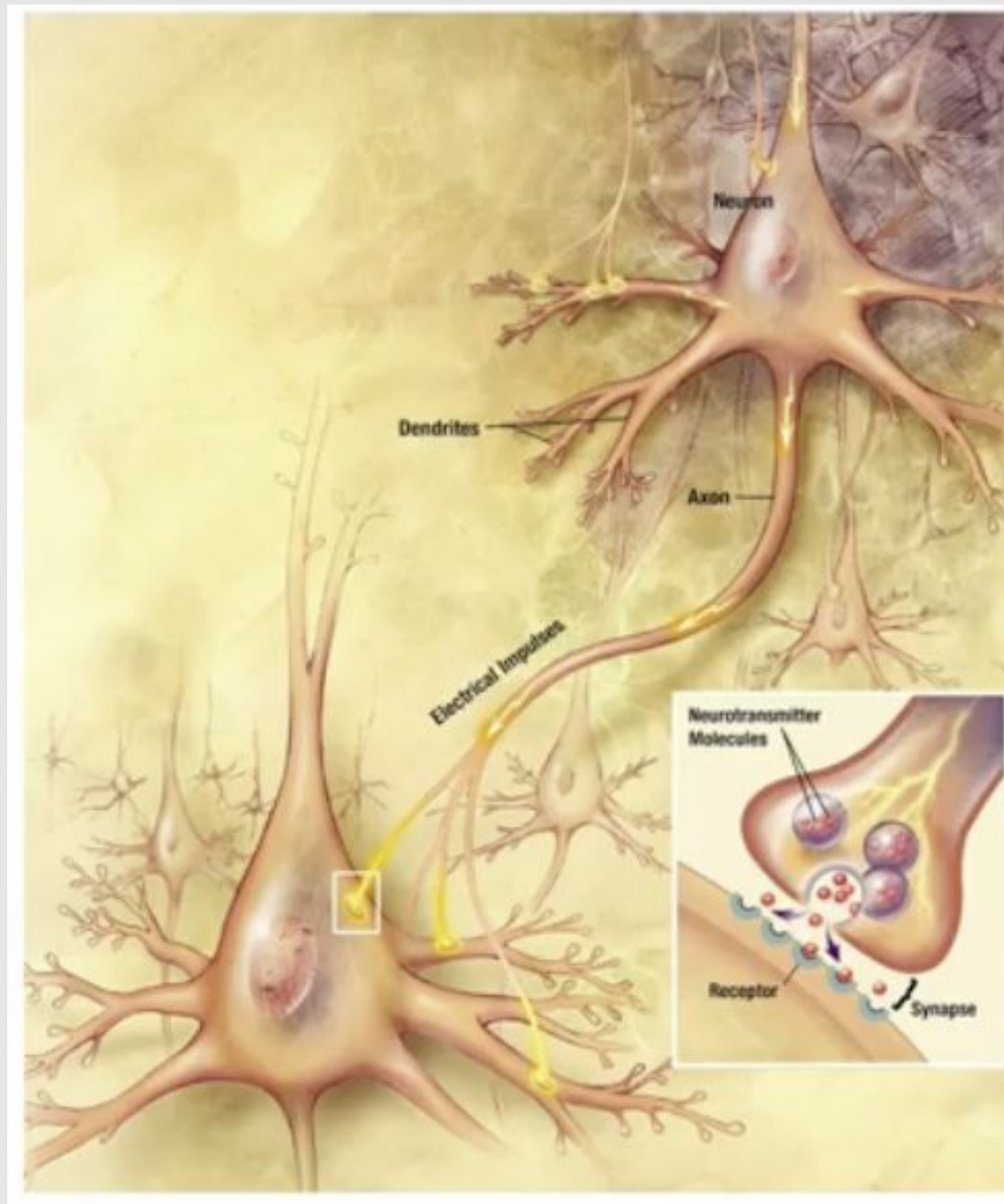
Após 15 anos sem uso voltou à evidência em 2005.

Reconhecimento de fala → Imagens → Texto

<https://www.youtube.com/watch?v=hGDvvUNU-cw>

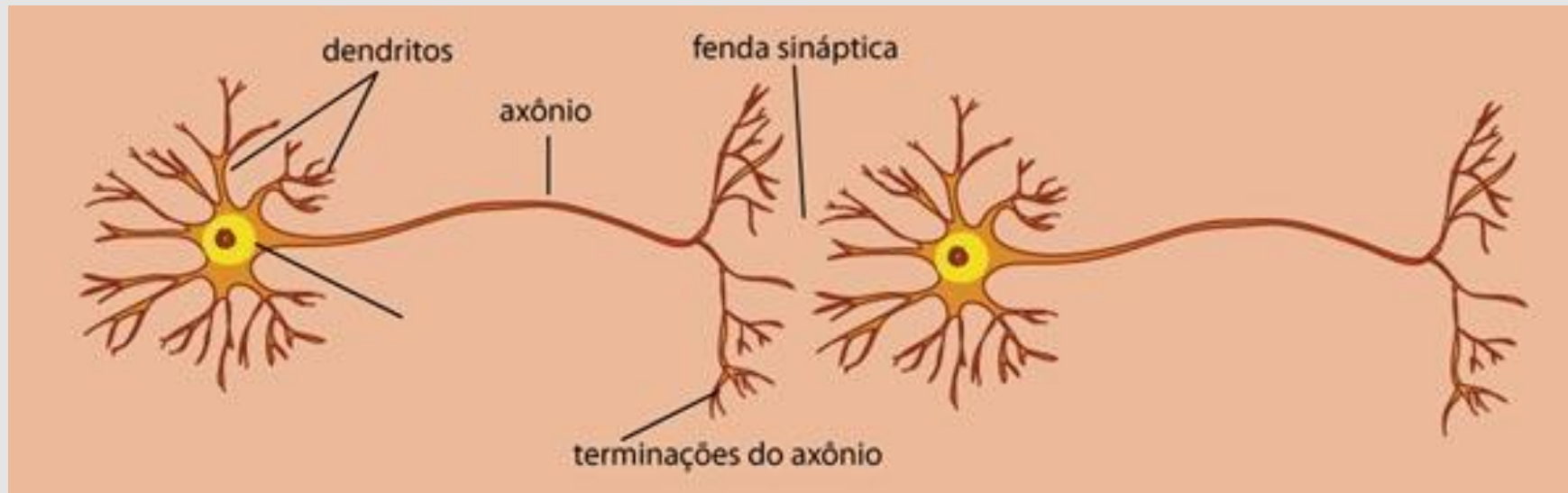
<https://www.youtube.com/shorts/BloWyn0QTrI>

# Redes Neurais

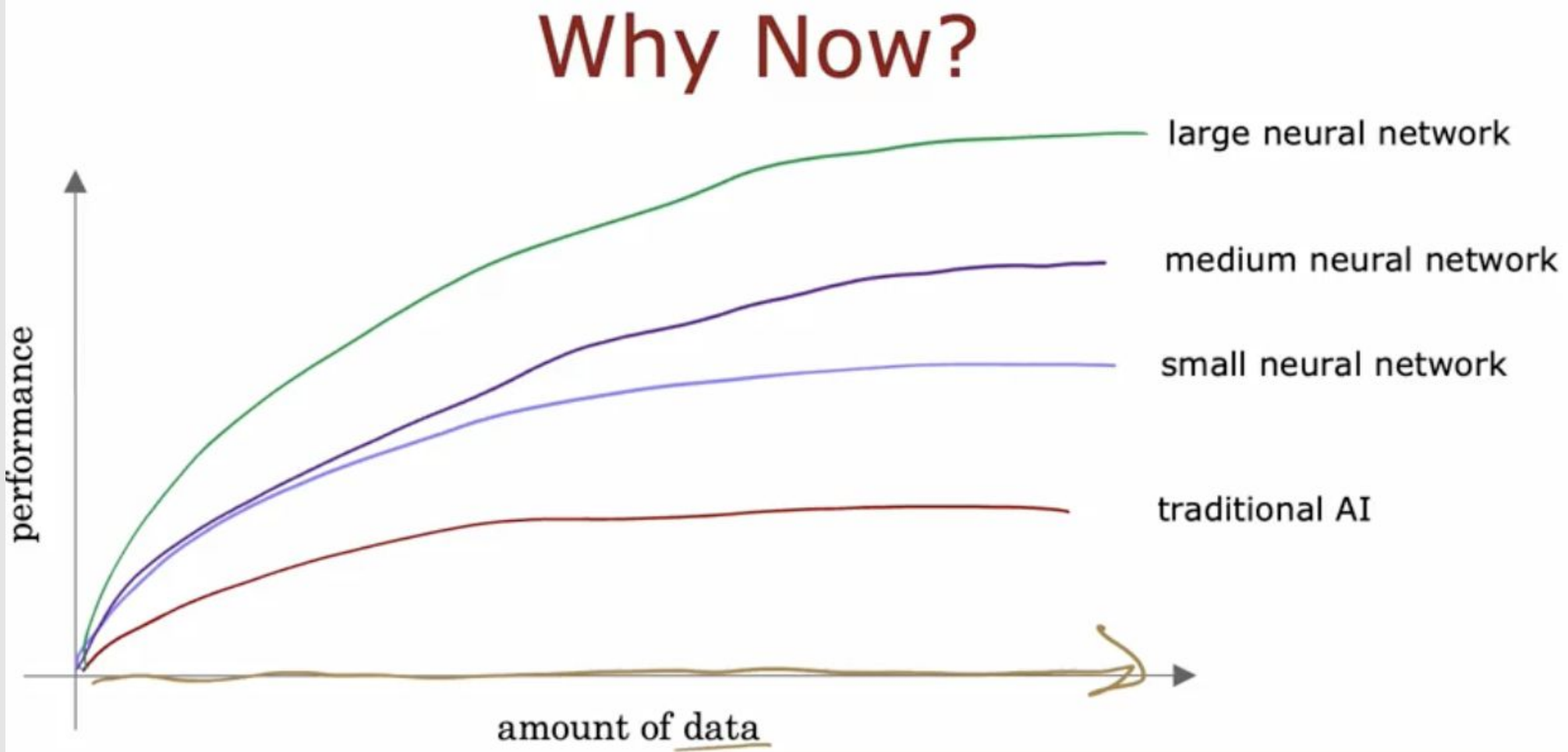


A

# Redes Neurais



# Redes Neurais



# Redes Neurais

<https://www.youtube.com/watch?v=TmPfTpjtdgg>

<https://www.youtube.com/watch?v=4vH86Jk2fjY>

<https://www.youtube.com/watch?v=g9apeWoNa-0>

<https://www.youtube.com/watch?v=yi5uGX1ovvc>

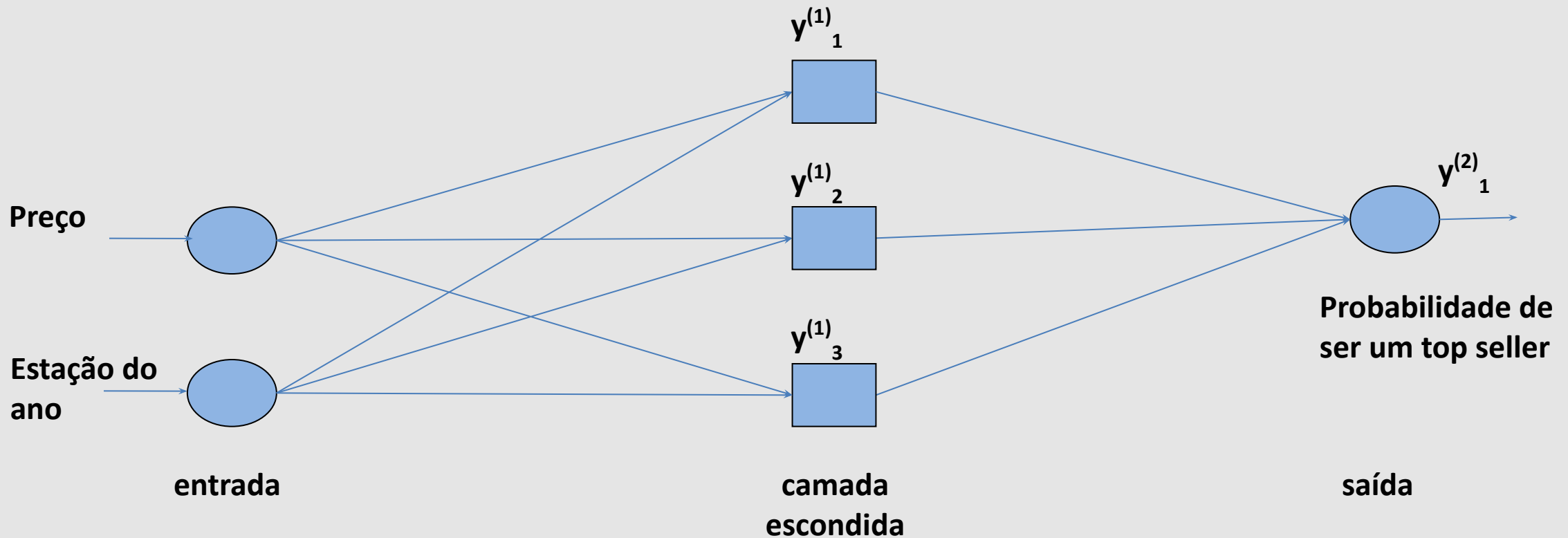
<https://www.youtube.com/watch?v=e-uf510bXH0>

[https://www.youtube.com/watch?v=qtLyyGkdh\\_U](https://www.youtube.com/watch?v=qtLyyGkdh_U)

<https://quickdraw.withgoogle.com/>

<https://notebooklm.google/>

# Redes Neurais: previsão de demanda

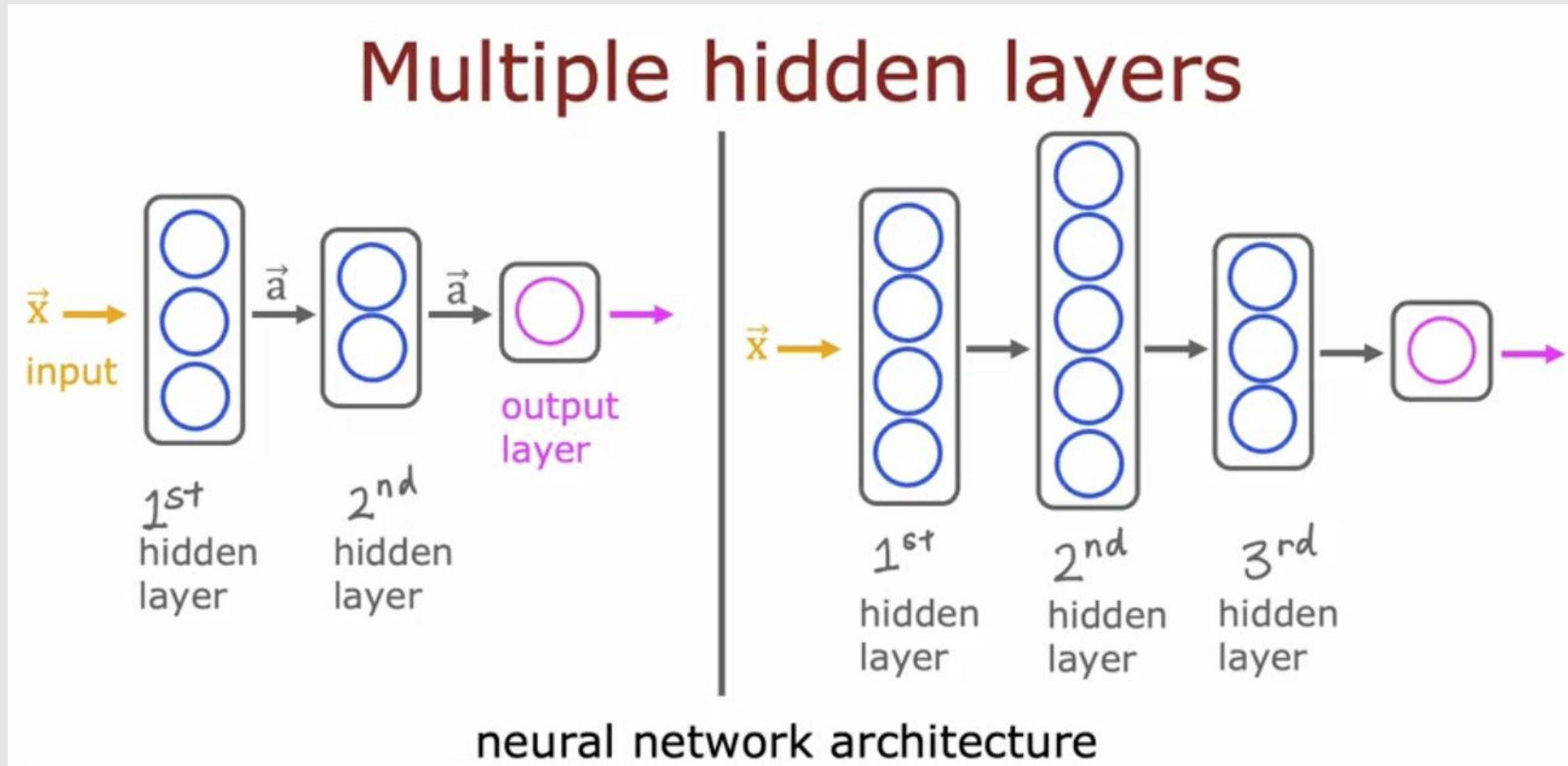


<https://developers.google.com/machine-learning/crash-course/neural-networks/interactive-exercises?hl=pt-br>

<https://playground.tensorflow.org/>



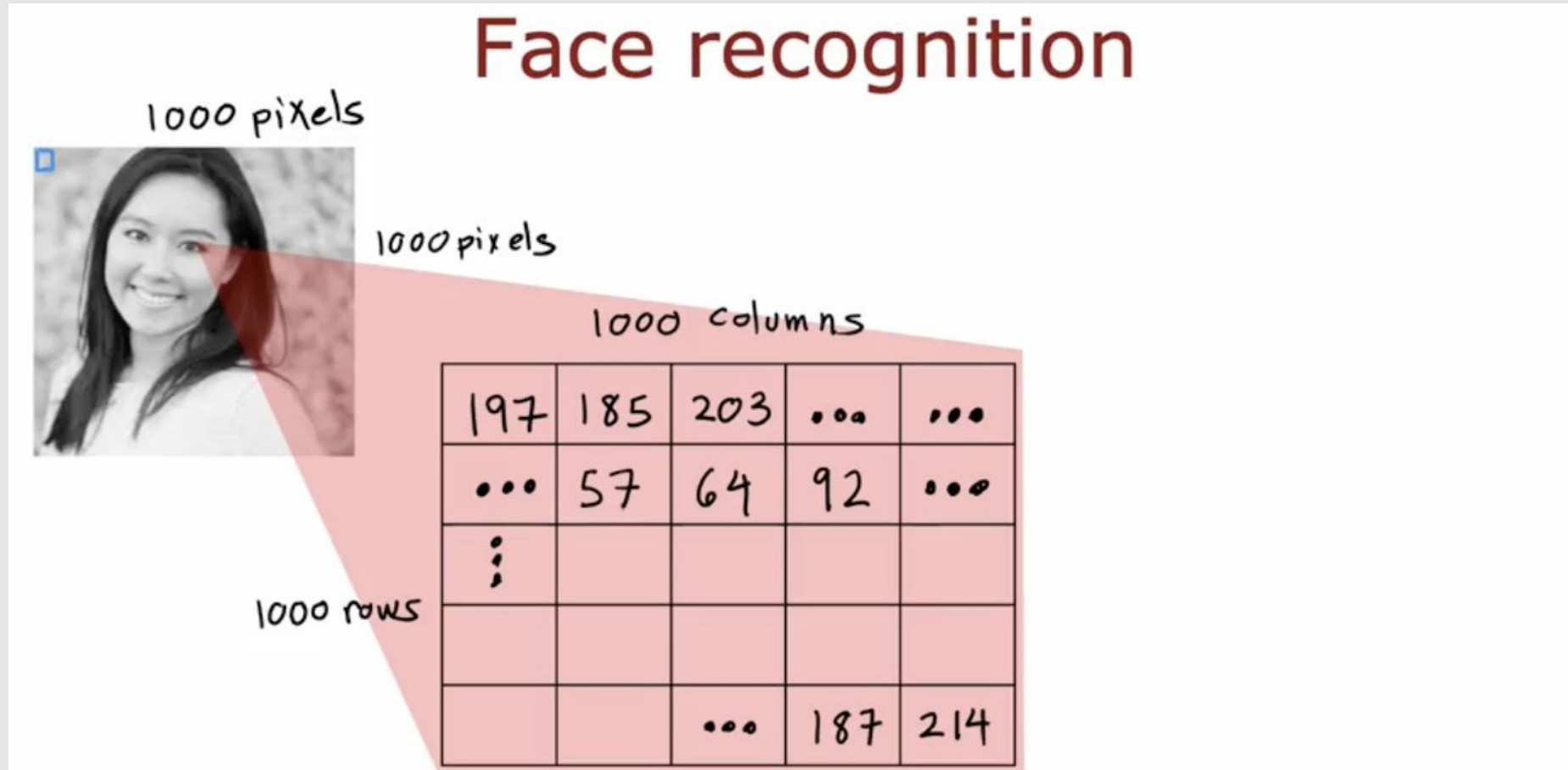
# Redes Neurais: arquiteturas



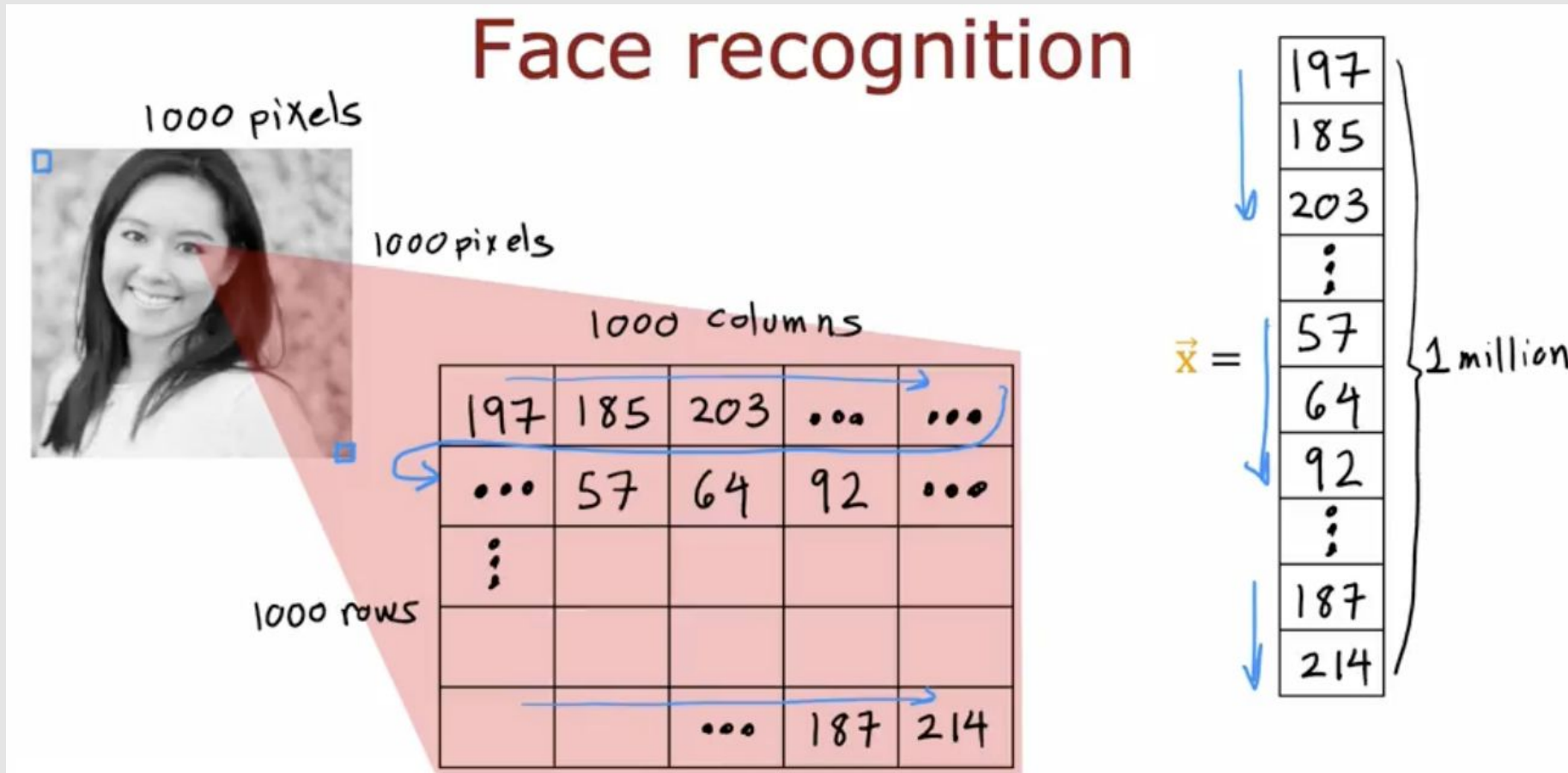
# Redes Neurais: reconhecimento facial



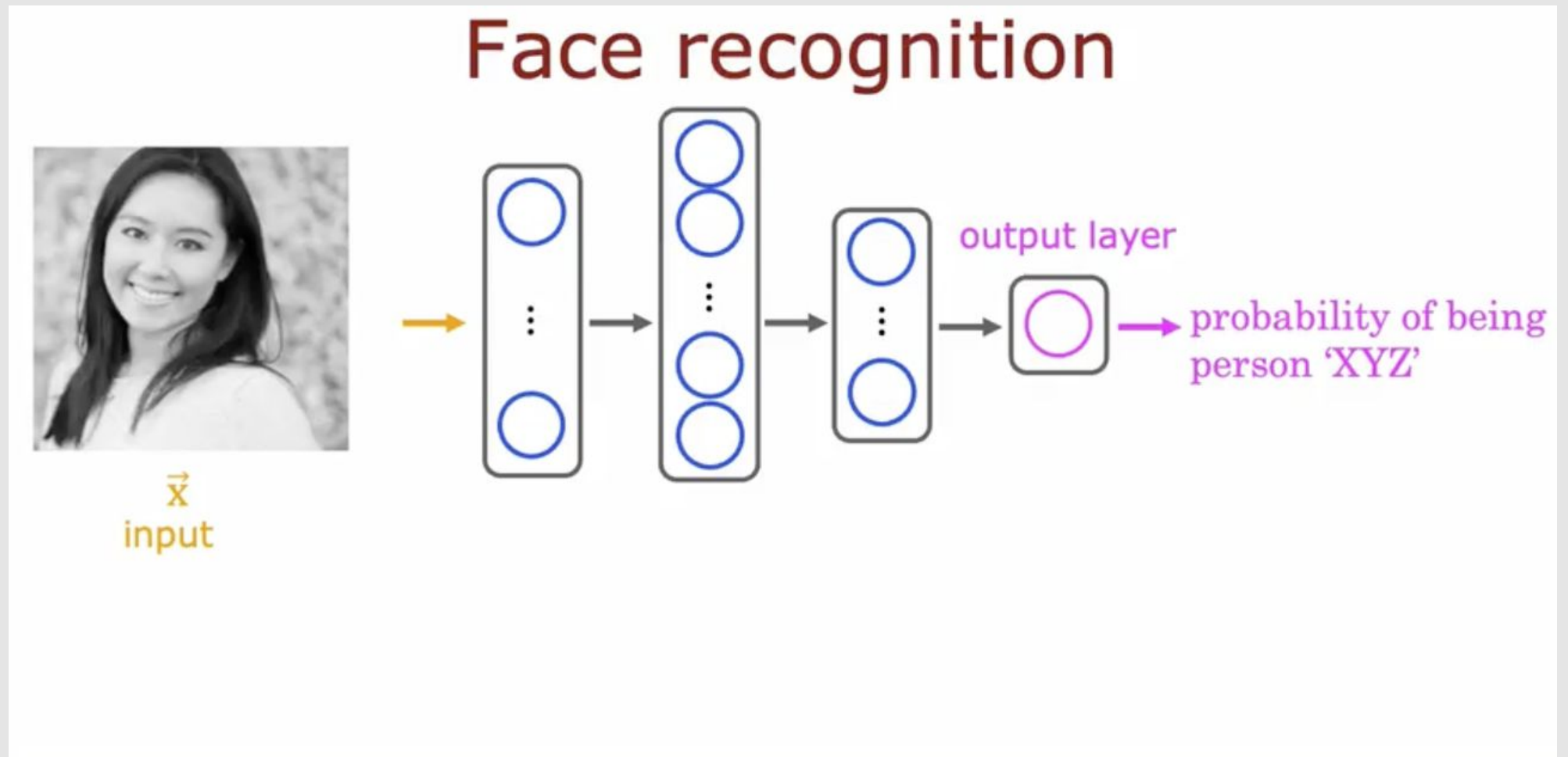
# Redes Neurais: reconhecimento facial



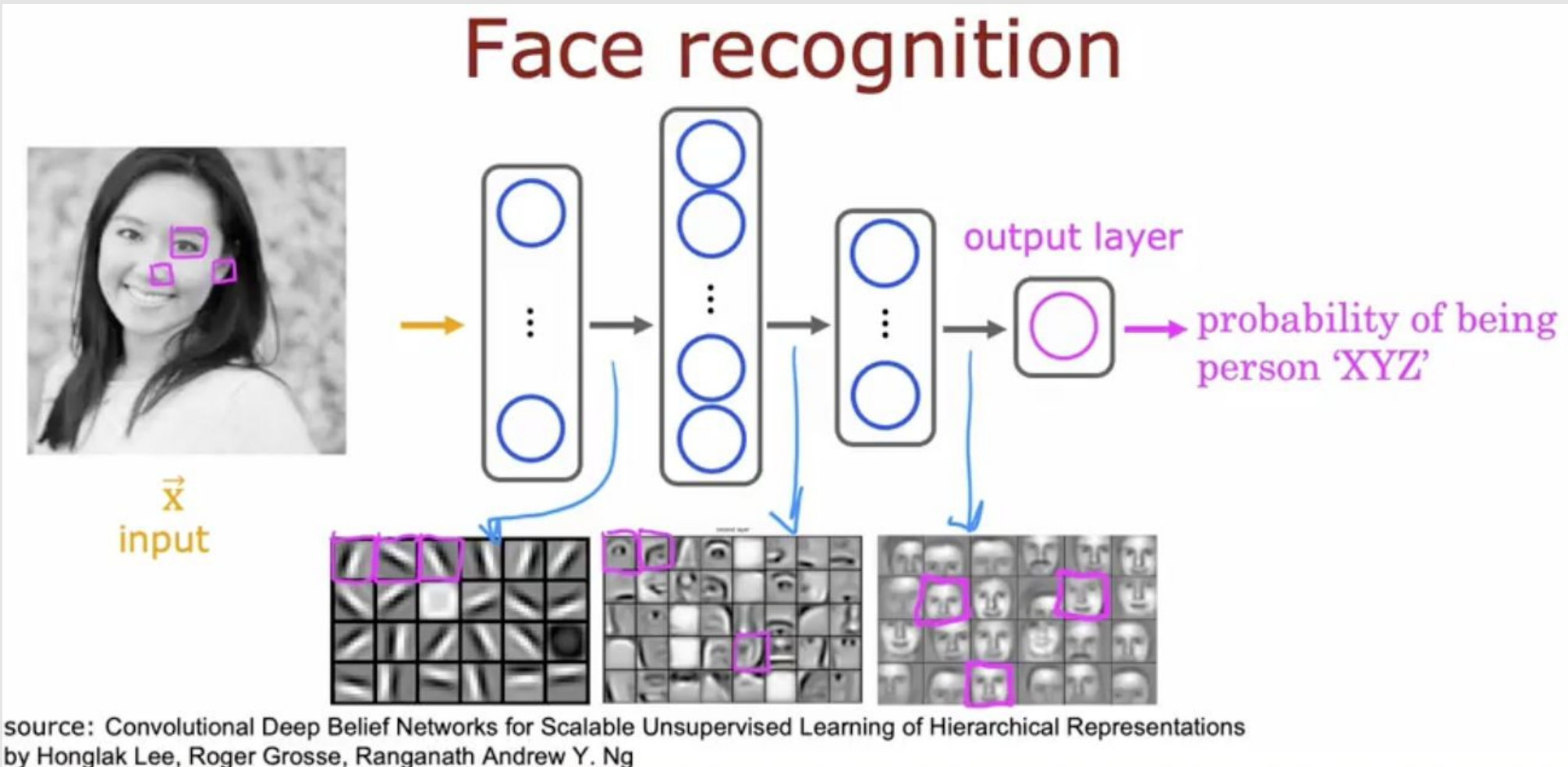
# Redes Neurais: reconhecimento facial



# Redes Neurais: reconhecimento facial

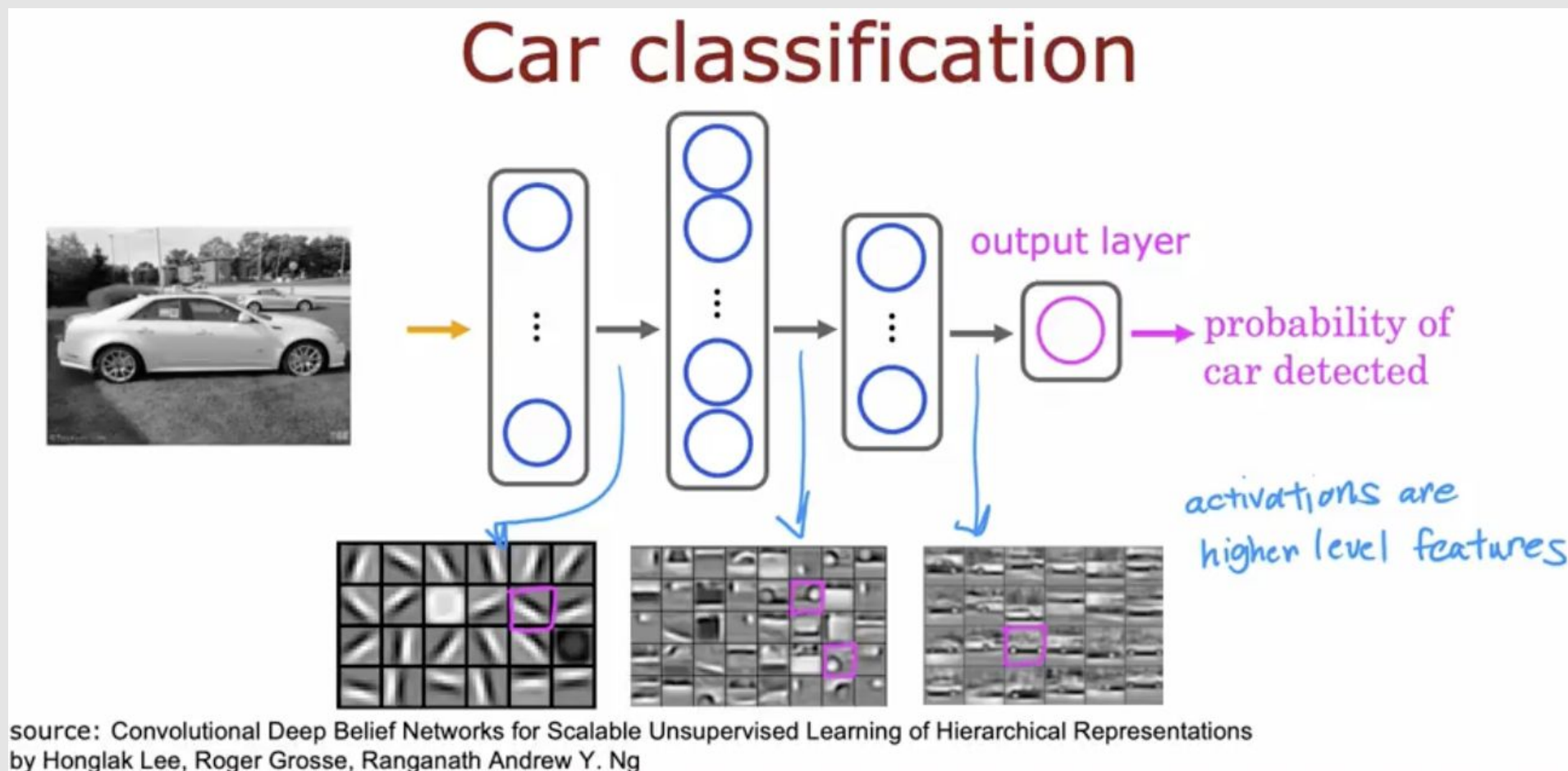


# Redes Neurais: reconhecimento facial



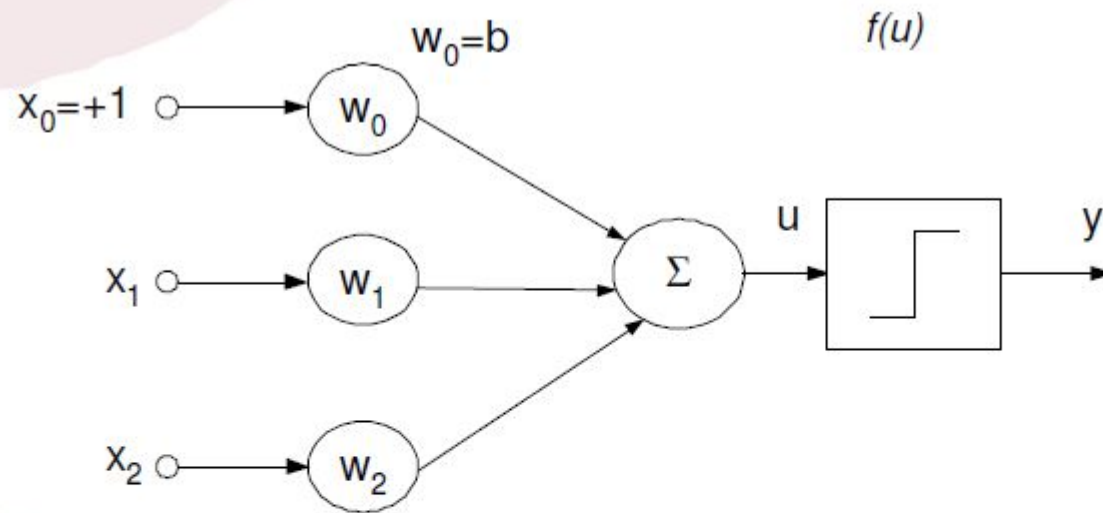


# Redes Neurais: reconhecimento de itens



# Rede Neural Perceptron

- 



$$y = f(w_1x_1 + w_2x_2 + w_0), \text{ sendo } \begin{cases} f(u) = 1 & \text{se } u \geq 0 \\ f(u) = 0 & \text{se } u < 0 \end{cases}$$

Com os parâmetros  $w_0$ ,  $w_1$  e  $w_2$ , a função  $f(u)$  separa o espaço de entradas em **duas regiões**, usando uma linha reta dada por:

$$w_1x_1 + w_2x_2 + w_0 = 0$$

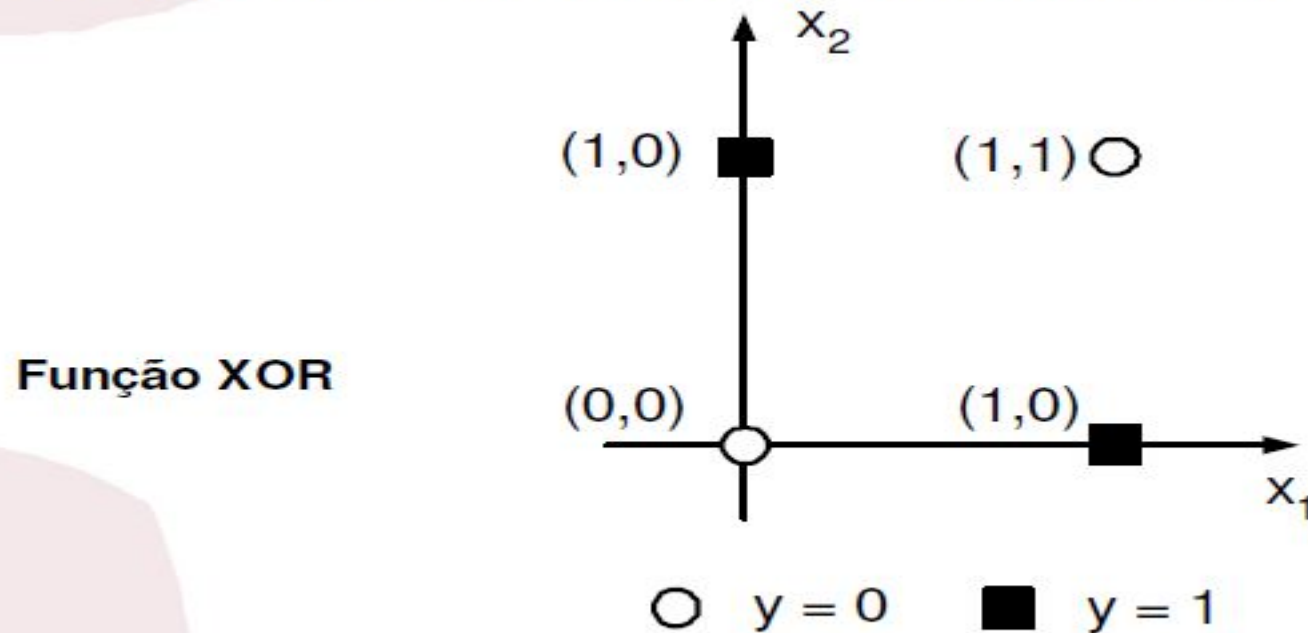


# Rede Neural Perceptron

- O uso do bias permite que fixemos o valor de ***threshold*** adotado em nossa **função de ativação**, sendo necessário então atualizar somente os **pesos** e o **bias** na rede.
- Como o bias pode ser encarado como sendo o peso para um neurônio cuja entrada é sempre 1, percebe-se que a mesma **regra para atualização dos pesos** é válida também para a atualização do bias.

# Rede Neural Perceptron

No caso do XOR, não existe uma única reta que divida os pontos  $(0,0)$  e  $(1,1)$  para um lado, e  $(0,1)$  e  $(1,0)$  do outro lado.



Conclui-se que um **neurônio do tipo Perceptron** não implementa uma **função ou-exclusivo** (constatado por Minsky & Papert, em 1969).

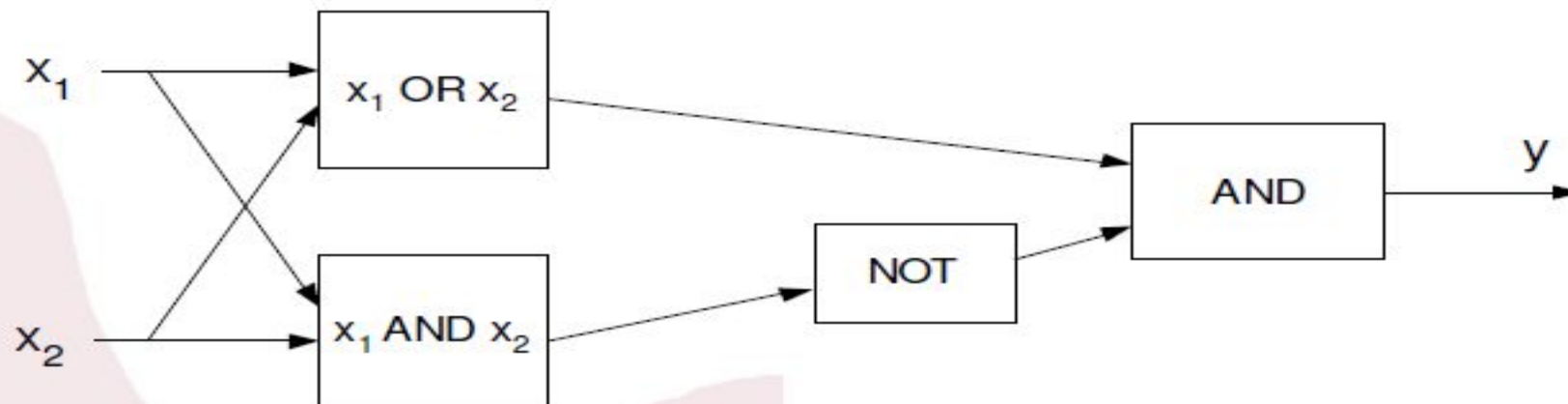
# Rede Neural Perceptron

A função XOR está além da capacidade de um Perceptron simples.

Contudo, um **Perceptron simples pode implementar funções lógicas elementares**: AND, OR e NOT.

Assim, se uma função pode ser expressa como uma **combinação dessas funções lógicas elementares**, então essa função pode ser implementada usando mais neurônios.

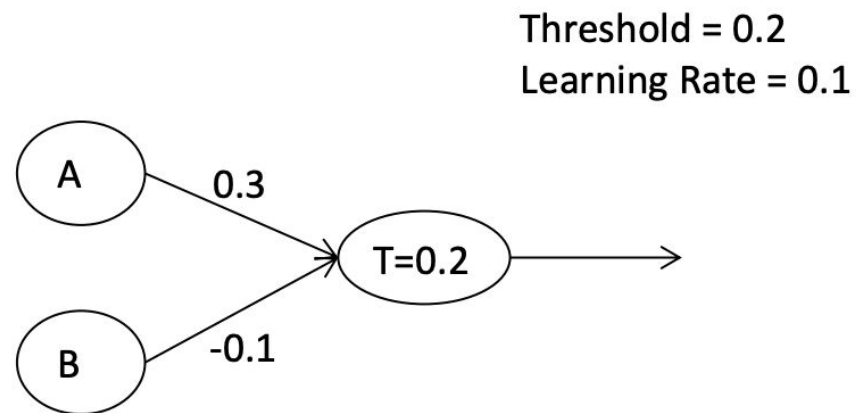
Por exemplo, XOR pode ser expressa por:  $(x_1 \text{ or } x_2) \text{ and } (\text{not } (x_1 \text{ and } x_2))$ .



# Rede Neural: treinando um neurônio

Operador And

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

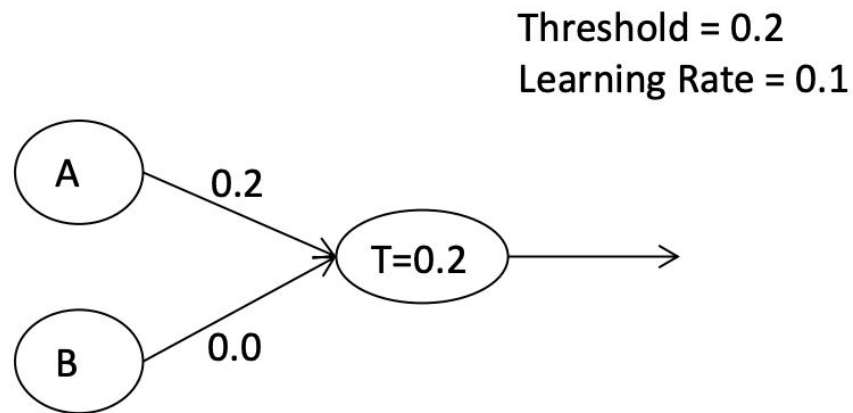


A	B	Somatório	Saída	Erro
0	0	$(0*0.3)+(0*-0.1) = 0$	0	0
0	1	$(0*0.3)+(1*-0.1) = -0.1$	0	0
1	0	$(1*0.3)+(0*-0.1) = 0.3$	1	-1
1	1	$(1*0.3)+(1*-0.1) = 0.2$	1	0

# Rede Neural: treinando um neurônio

Operador And

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

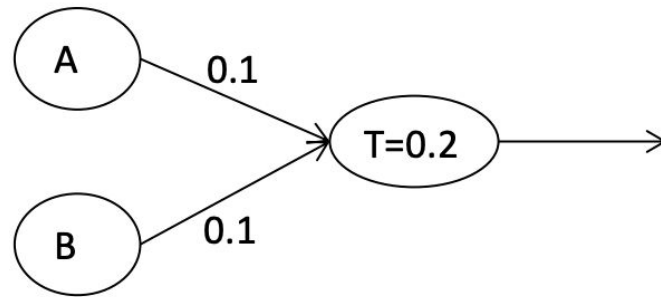


A	B	Somatório	Saída	Erro
0	0	$(0*0.2)+(0*0.0) = 0$	0	0
0	1	$(0*0.2)+(1*0.0) = 0$	0	0
1	0	$(1*0.2)+(0*0.0) = 0.2$	1	-1
1	1	$(1*0.2)+(1*0.0) = 0.2$	1	0

# Rede Neural: treinando um neurônio

Operador And

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



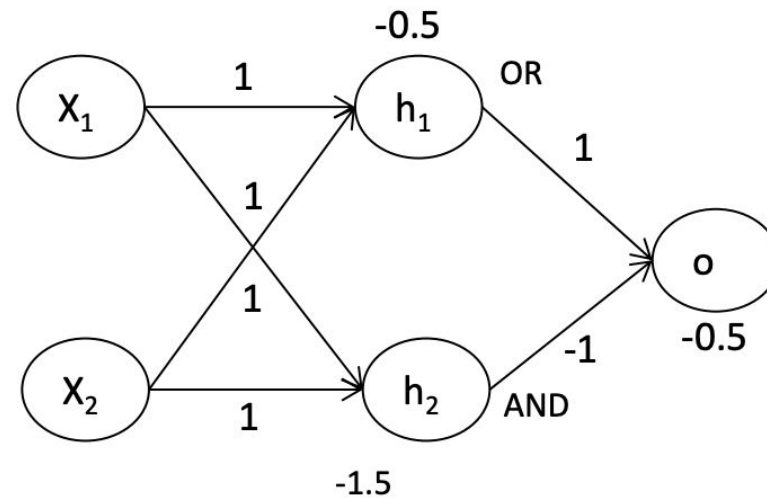
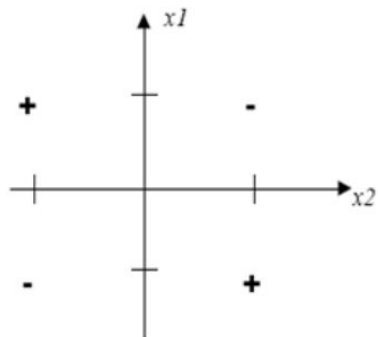
Threshold = 0.2  
Learning Rate = 0.1

A	B	Somatório	Saída	Erro
0	0	$(0*0.1)+(0*0.1) = 0$	0	0
0	1	$(0*0.1)+(1*0.1) = 0.1$	0	0
1	0	$(1*0.1)+(0*0.1) = 0.1$	0	0
1	1	$(1*0.1)+(1*0.1) = 0.2$	1	0

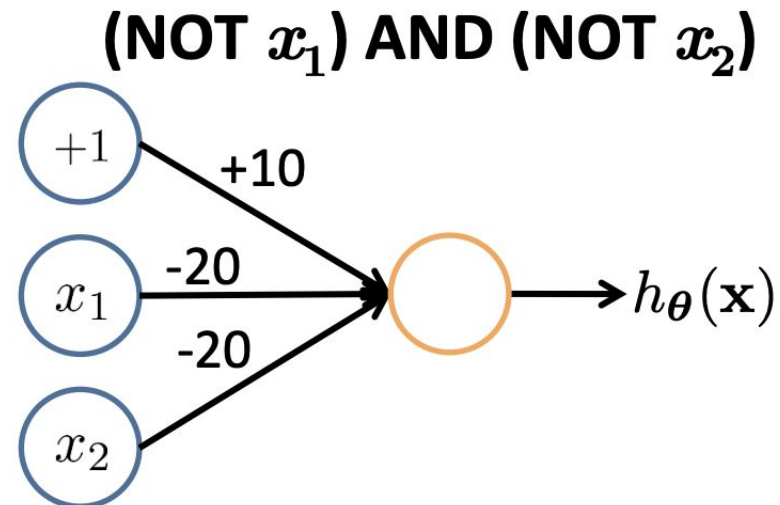
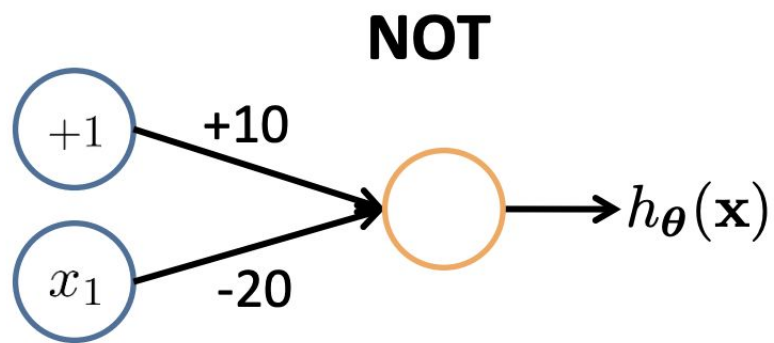
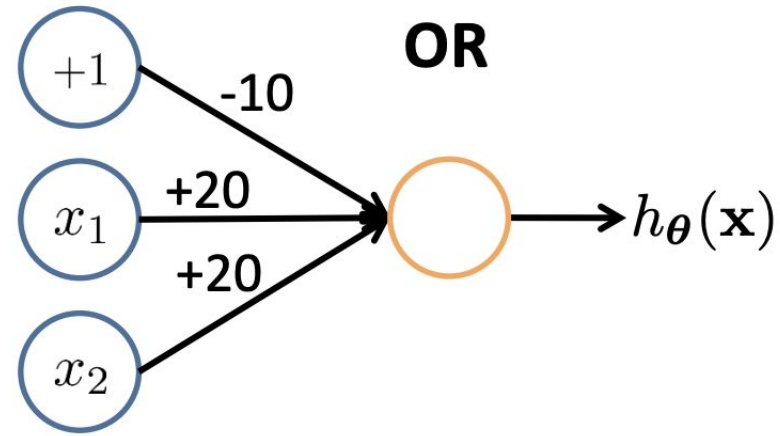
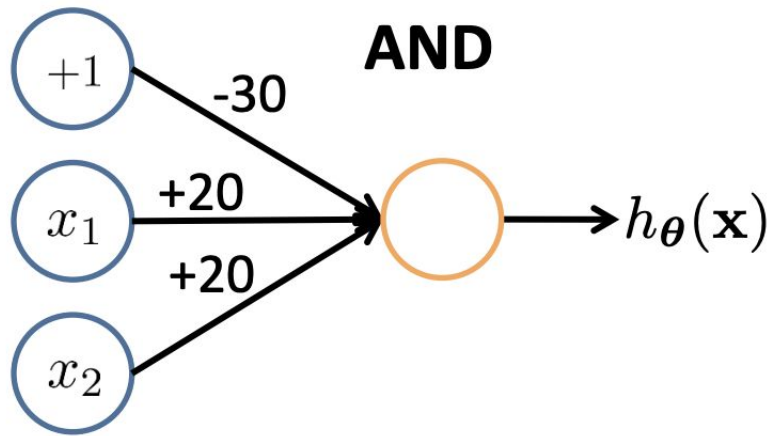
# Rede Neural: treinando um neurônio

Operador XOR

A	B	Saída
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

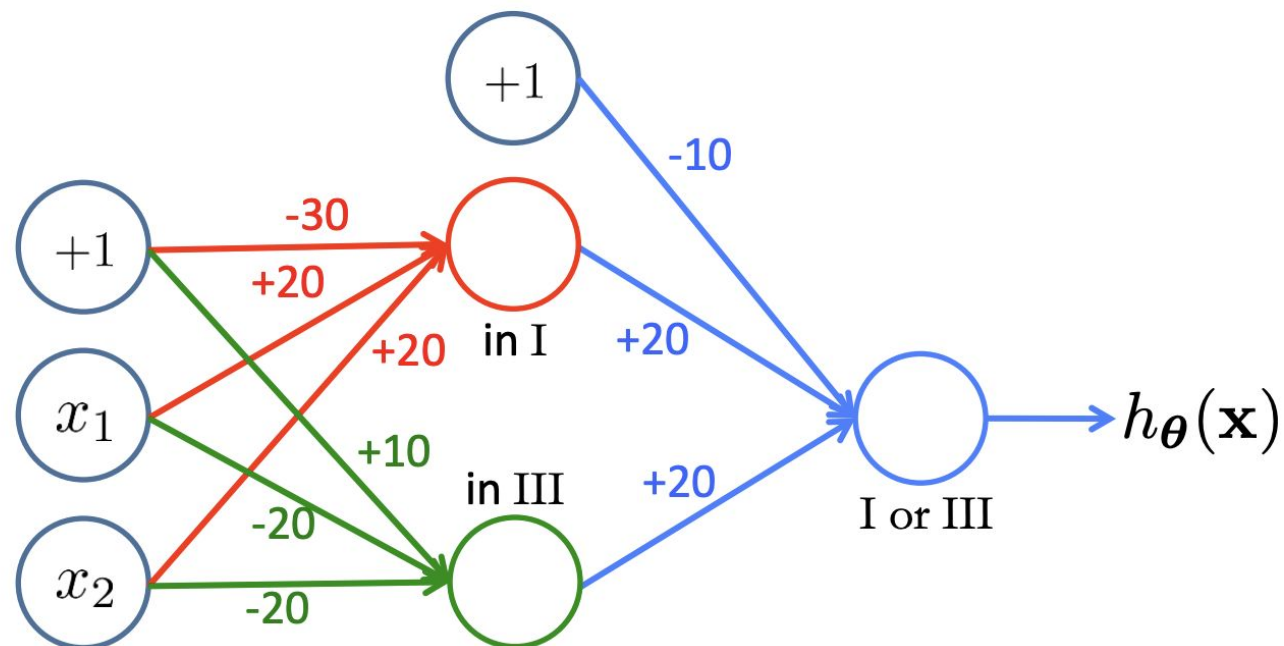
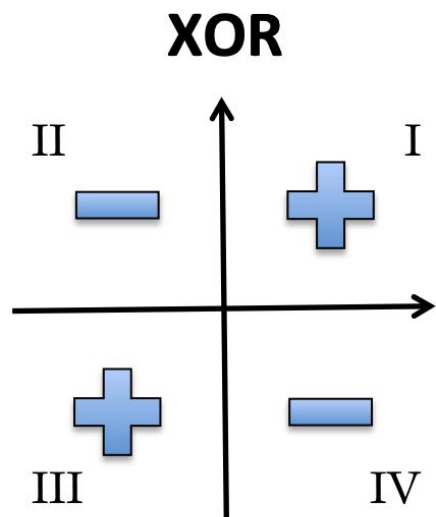
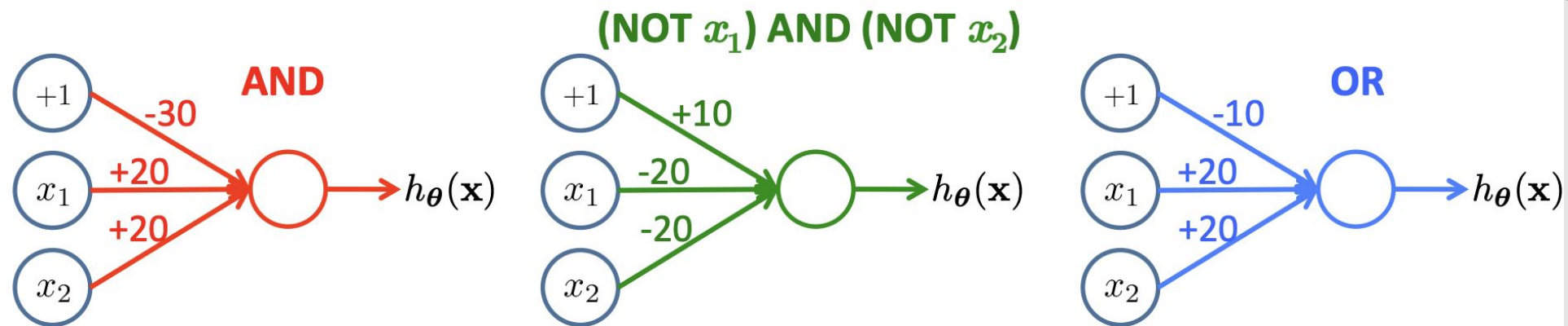


# Rede Neural: treinando um neurônio





# Rede Neural: treinando um neurônio



# Rede Neural Perceptron

- Não linearidades são inerentes à maioria das situações e problemas reais.
- Não linearidades são incorporadas através:
  - De funções de ativação não lineares.
  - Da composição de sucessivas camadas de neurônios.
- MLP (*MultiLayer Perceptron*):
  - RNA composta por neurônios com funções de ativação sigmoidais nas camadas intermediárias.

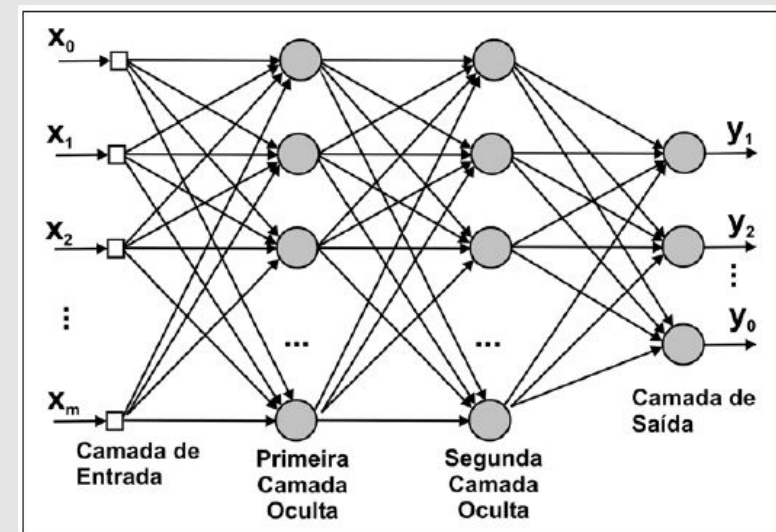


Figura 2 - Rede multilayer feedforward.

# Rede Neural Perceptron

- Perceptron:
  - Aprendizado supervisionado e correção de erros
  - Ajustes no vetor de pesos
  - Saída desejada  $\rightarrow$  saída obtida
- MLP:
  - Aplicado somente à última camada.
  - Não há saídas desejadas para camadas intermediárias.
  - Como calcular ou estimar o erro das camadas intermediárias?

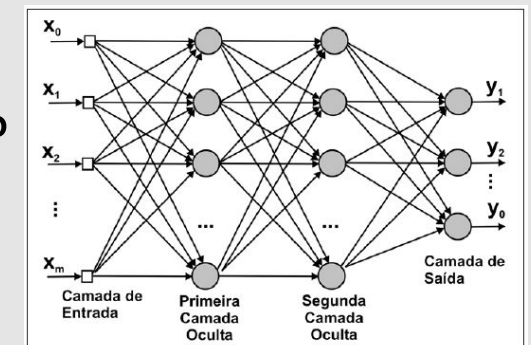


Figura 2 - Rede multilayer feedforward.

# Rede Neural MLP

- Algoritmo Back-propagation
  - Década de 80. Novo “gás” para área de redes neurais.
- Gradiente descendente
  - Estimativa de erro das camadas intermediárias pelo **efeito** que estas causam no erro da camada de saída.
  - Erro da camada de saída **retroalimentado** para camadas intermediárias.
  - Ajustes dos pesos **proporcional** aos valores das conexões entre as camadas.

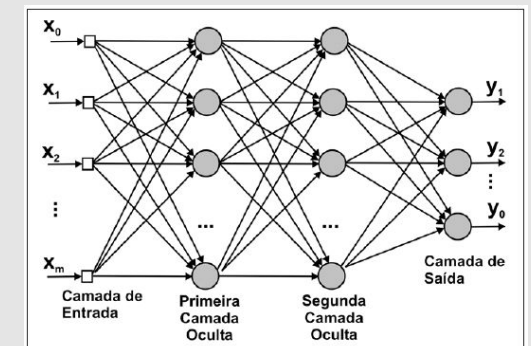


Figura 2 - Rede multilayer feedforward.

# Rede Neural MLP

- Redes com duas camadas podem implementar qualquer função seja ela linearmente separável ou não [Cybenko,1989].
- A qualidade da aproximação obtida depende da complexidade da rede.
- Número de camadas, número de neurônios, funções de ativação

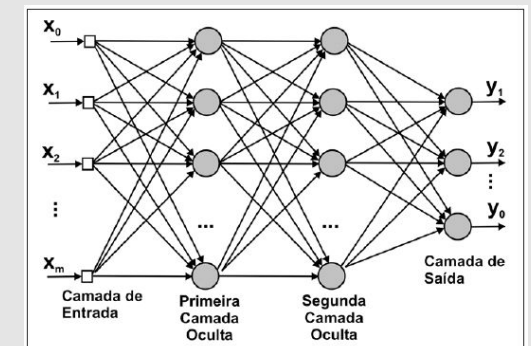


Figura 2 - Rede multilayer feedforward.

# Rede Neural MLP

- Número de camadas
  - Maioria dos problemas práticos raramente precisam mais que duas camadas.
  - Primeira camada: cada neurônio contribui com retas para formação da superfície no espaço de entrada.
  - Segunda camada: cada neurônio combina as retas formando regiões convexas

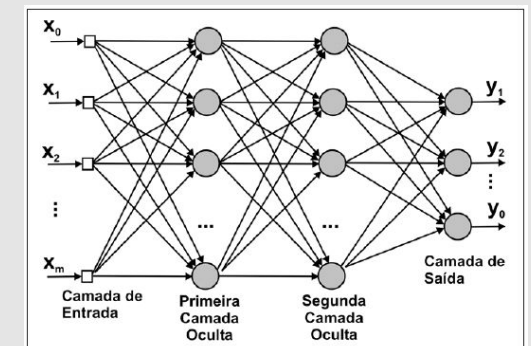
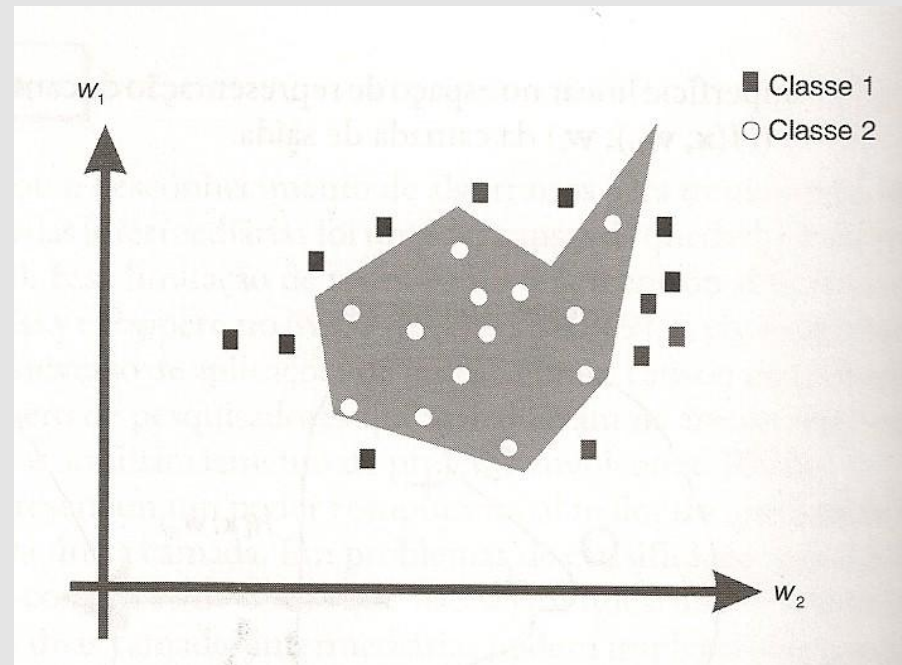


Figura 2 - Rede multilayer feedforward.

# Rede Neural MLP



# Rede Neural MLP

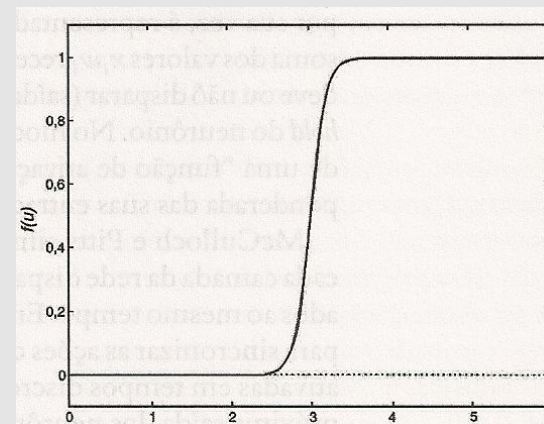
- Número de neurônios
  - Refere-se a capacidade de generalização da rede.
  - Quanto maior o número de neurônios, maior a capacidade de resolver problemas.
  - Não há na literatura definição formal acerca da quantidade de neurônios.
  - Empirismo: adiciona-se ou reduz-se de acordo com a medida de tolerância da rede.



# Rede Neural MLP

- Funções de ativação
  - Sigmoidais nas camadas intermediárias e Lineares na camada de saída.
  - Semelhante a degrau, contudo possui região semilinear, que pode ser importante na aproximação de funções contínuas.

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-\beta u}}$$

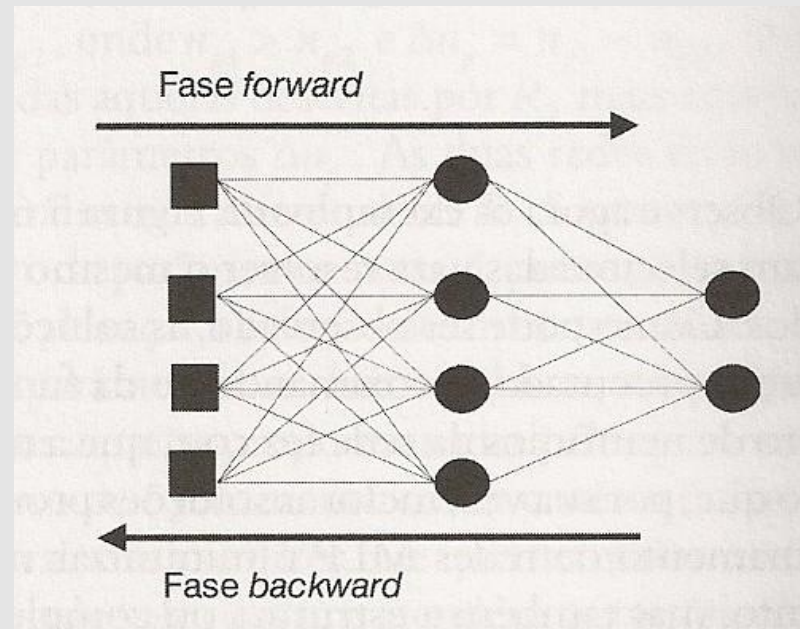


# Rede Neural MLP

- Uma RNA é composta por:
  - Um conjunto de neurônios com capacidade de processamento.
  - Uma topologia de conexão que defina como estes neurônios estão conectados.
  - Uma regra de aprendizado.
- Redes MLP:
  - Diversos neurônios
  - Topologia de duas ou mais camadas
  - Regra Delta Generalizada

# Rede Neural MLP

- Treinamento em duas fases:

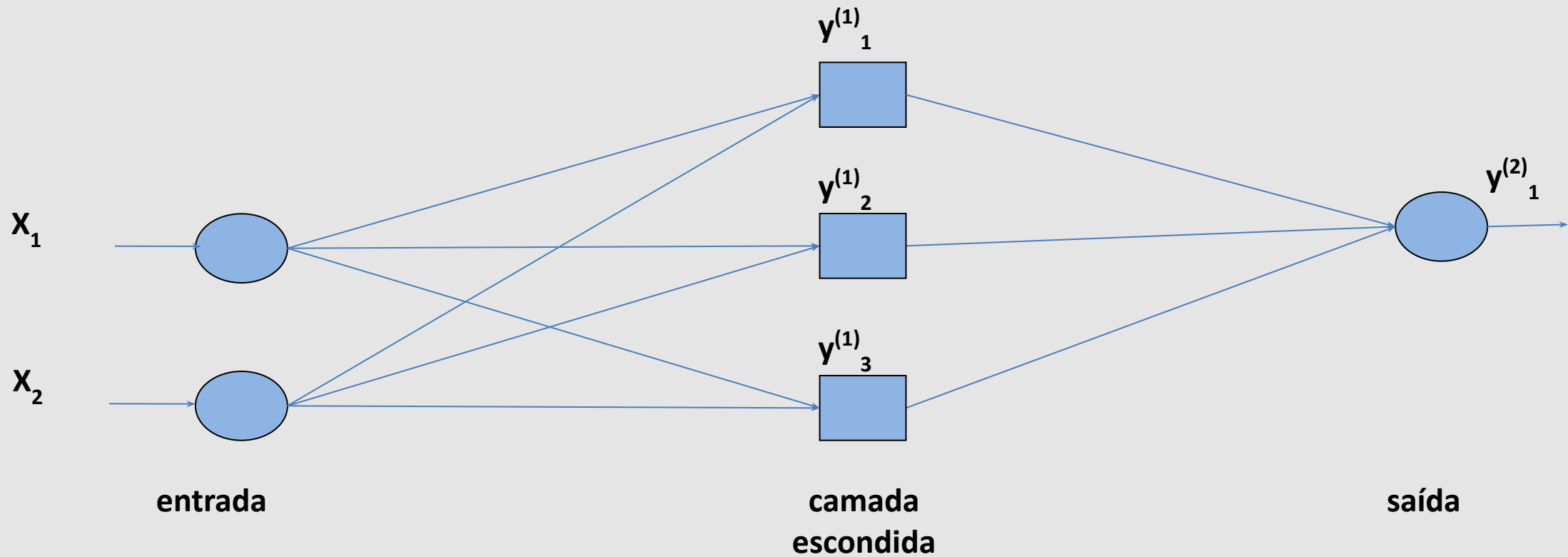


# Rede Neural MLP

- ***Fase Forward***
  - Inicializar  $\eta$ ;
  - Inicializar a matriz de pesos  $w$  com valores aleatórios;
  - Apresentar entrada à primeira camada da rede...
  - Após os neurônios da camada  $i$  calcularem seus sinais de saída, os neurônios da camada  $i + 1$  calculam seus sinais de saída...
  - Saídas produzidas pelos neurônios da última camada são comparadas às saídas desejadas...
  - Erro para cada neurônio da camada de saída é calculado

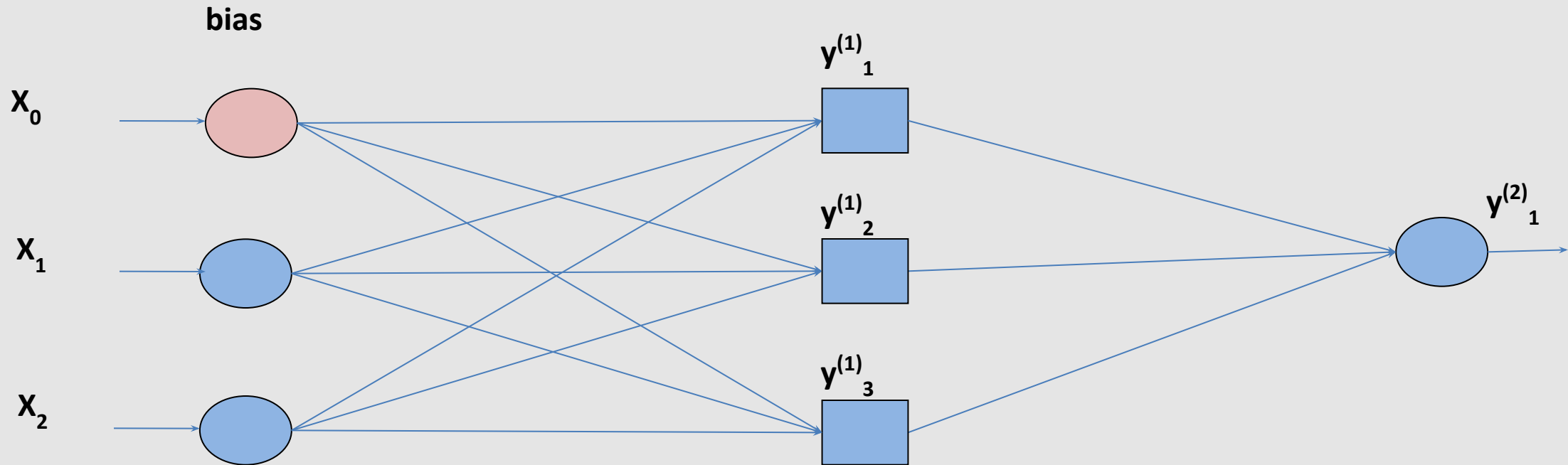
# Rede Neural MLP

## Treinamento



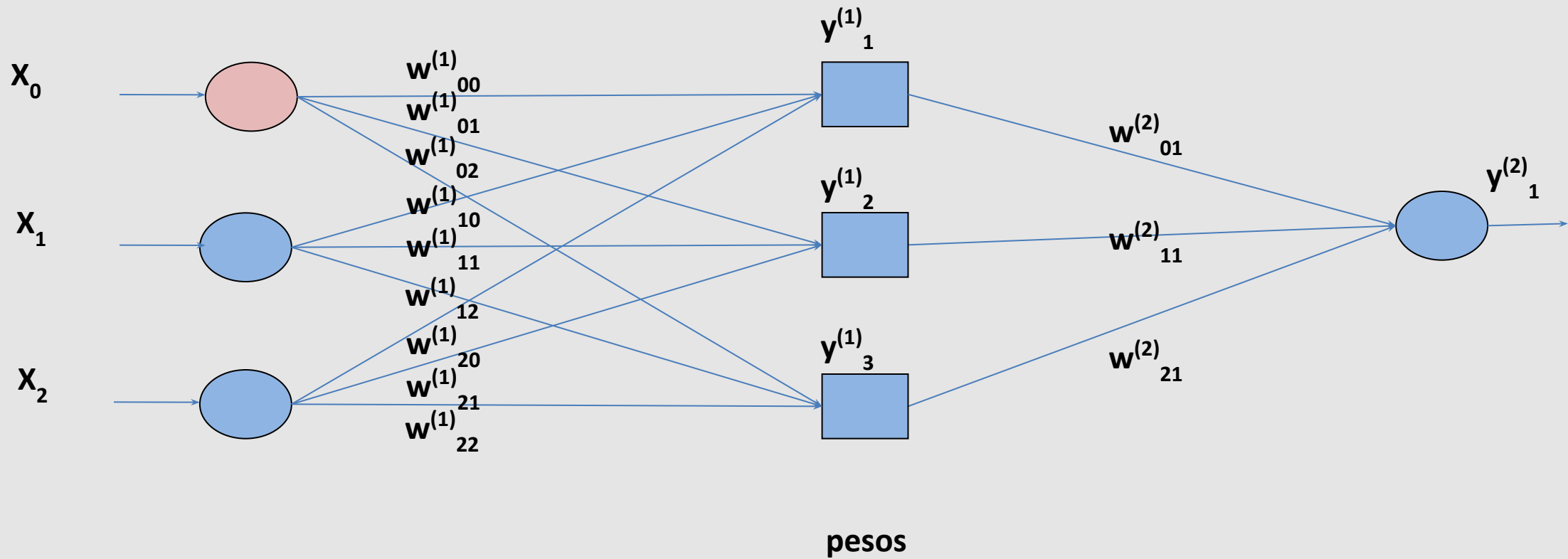
# Rede Neural MLP

## Treinamento



# Rede Neural MLP

## Treinamento

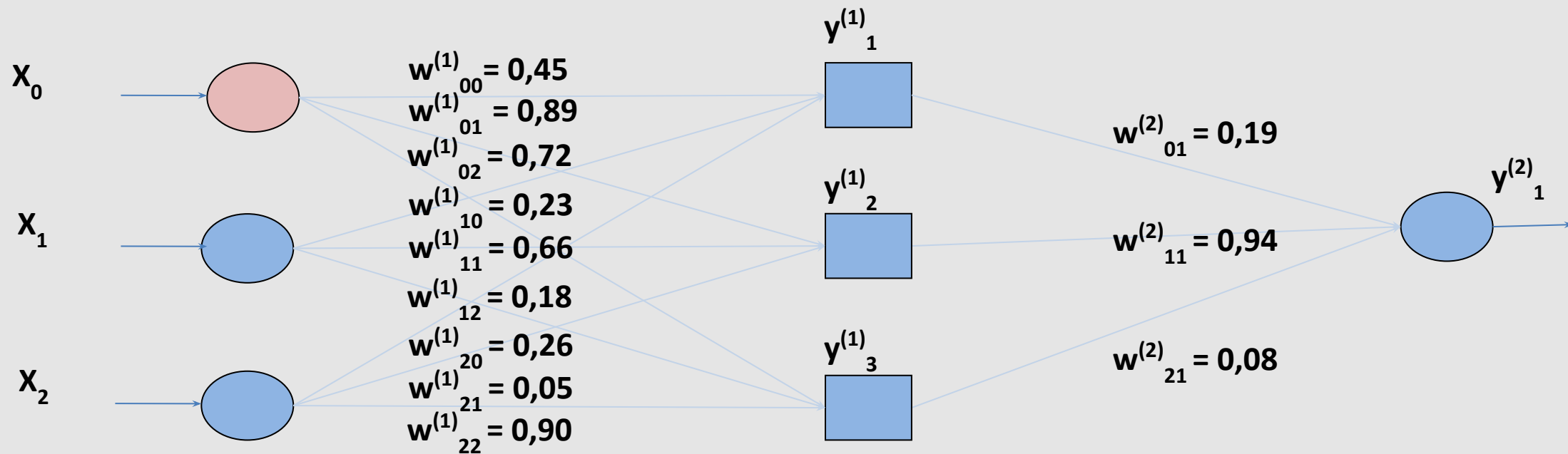


# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

1. Inicia todas as conexões com pesos aleatórios

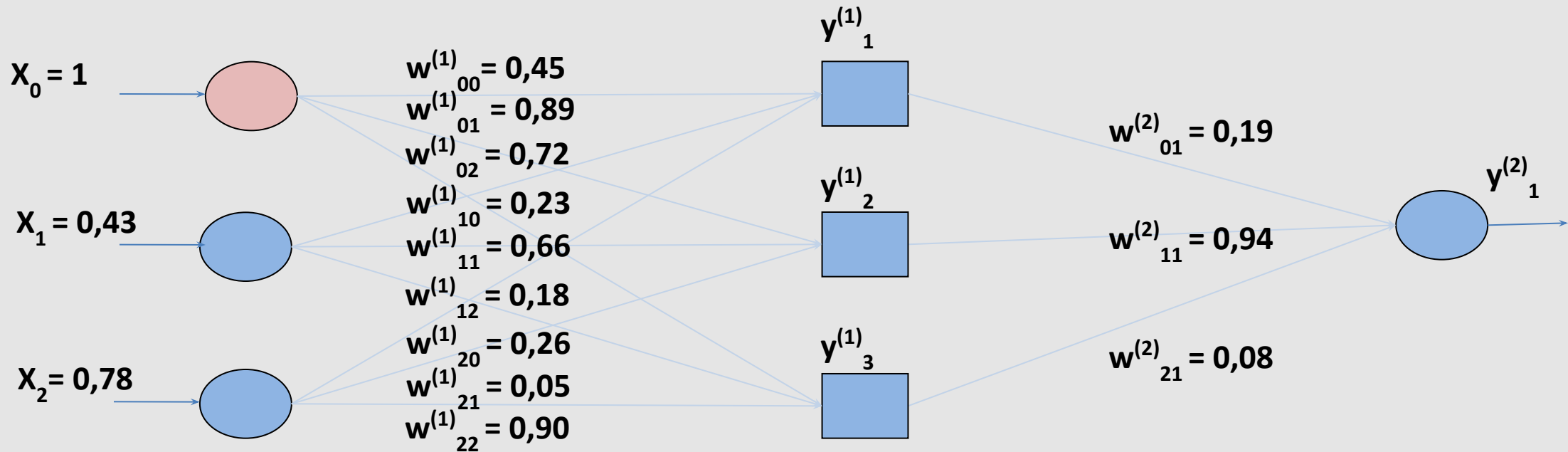




# Rede Neural MLP

## Treinamento

2. Para de entrada  $X$  é apresentado



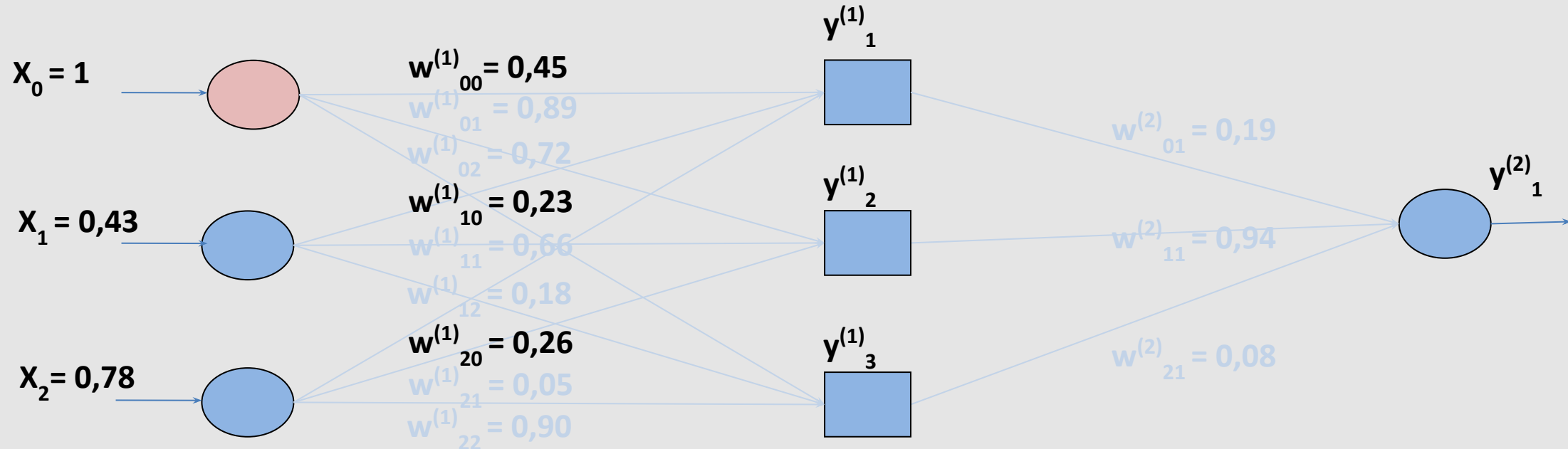
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 3. Calcula saída para 1ª camada



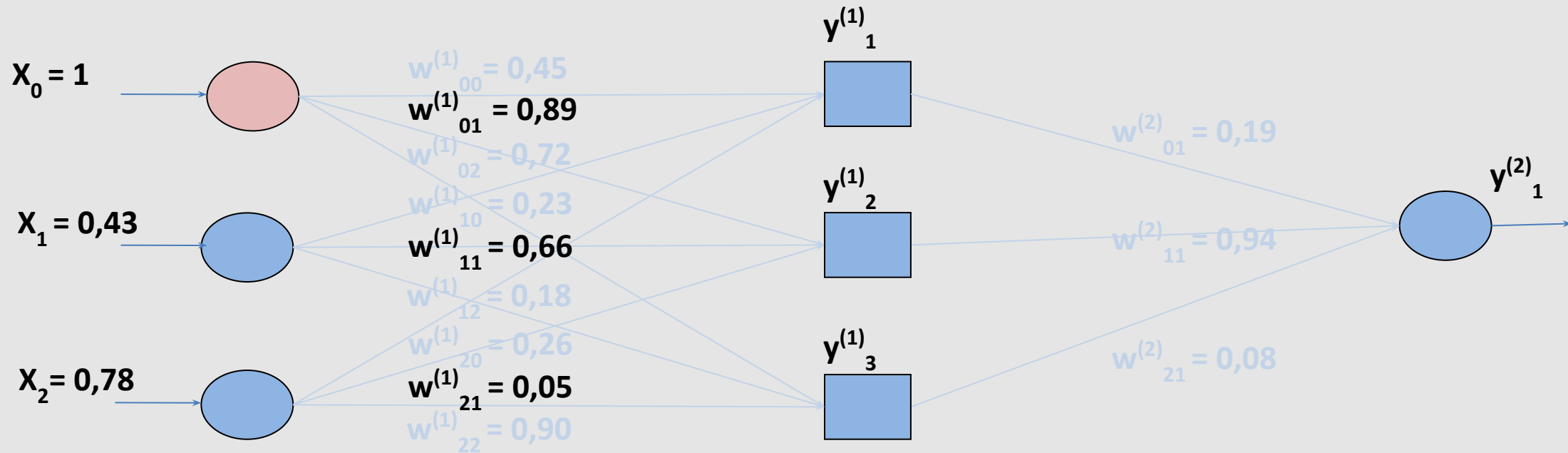
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 3. Calcula saída para 1ª camada



$$u_1^{(1)} = (1 \cdot 0,45) + (0,43 \cdot 0,23) + (0,78 \cdot 0,26) = 0,7517$$

$$u_2^{(1)} = (1 \cdot 0,89) + (0,43 \cdot 0,66) + (0,78 \cdot 0,05) = 1,2128$$

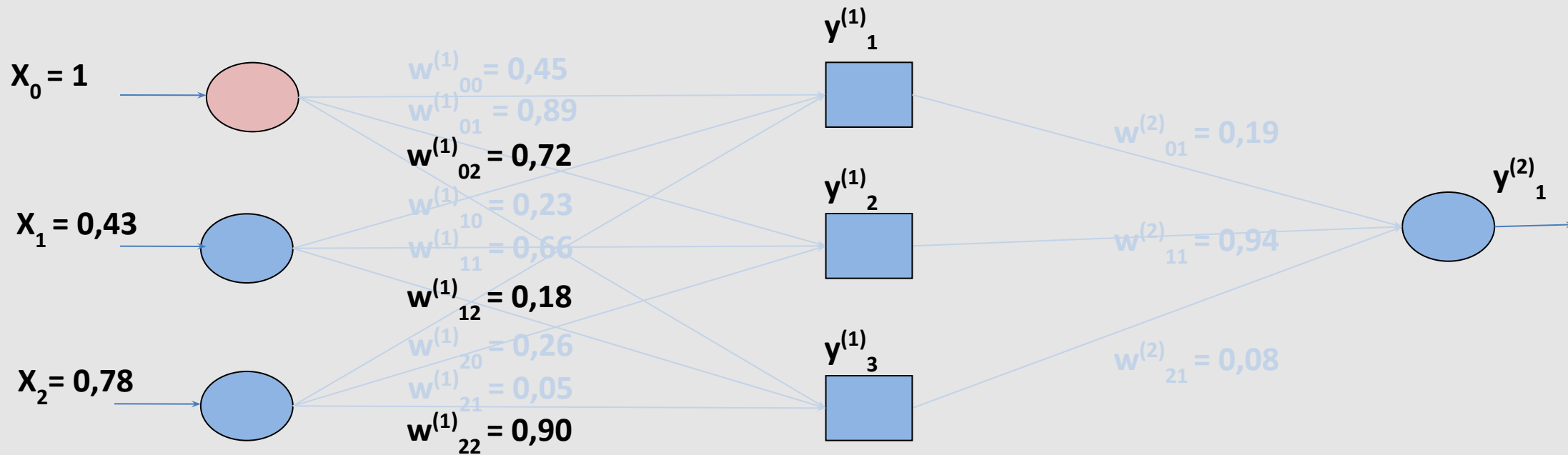
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 3. Calcula saída para 1ª camada



$$u^{(1)}_1 = (1 \cdot 0,45) + (0,43 \cdot 0,23) + (0,78 \cdot 0,26) = 0,7517$$

$$u^{(1)}_2 = (1 \cdot 0,89) + (0,43 \cdot 0,66) + (0,78 \cdot 0,05) = 1,2128$$

$$u^{(1)}_3 = (1 \cdot 0,72) + (0,43 \cdot 0,18) + (0,78 \cdot 0,90) = 1,4994$$

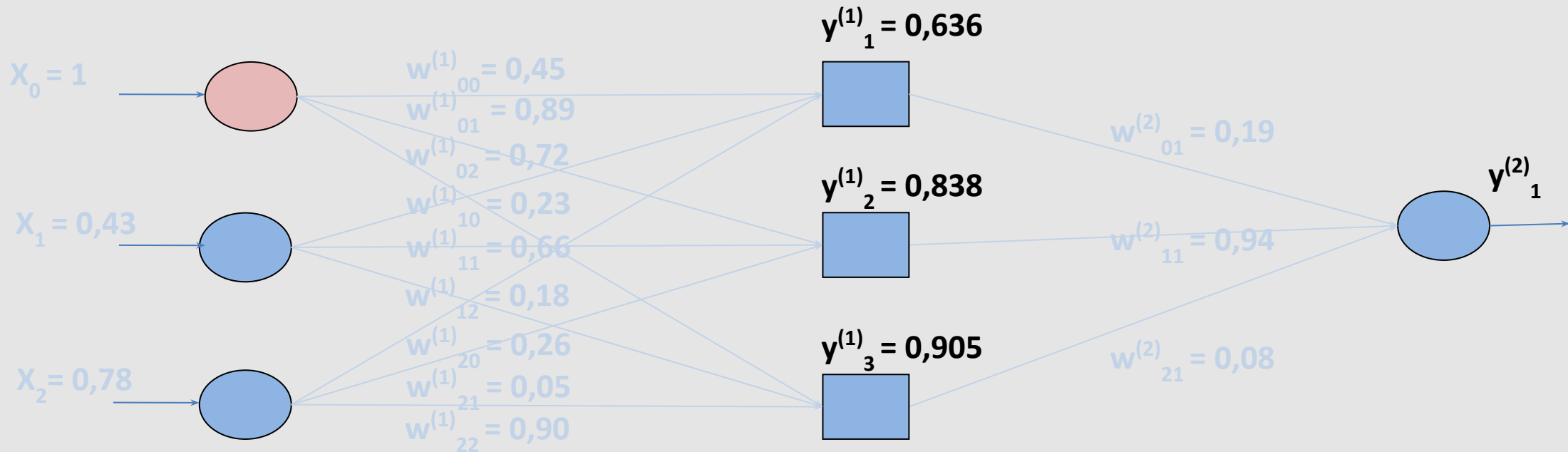
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 4. Calcula saída da função de ativação



$$u^{(1)}_1 = (1 \cdot 0,45) + (0,43 \cdot 0,23) + (0,78 \cdot 0,26) = 0,7517$$

$$u^{(1)}_2 = (1 \cdot 0,89) + (0,43 \cdot 0,66) + (0,78 \cdot 0,05) = 1,2128$$

$$u^{(1)}_3 = (1 \cdot 0,72) + (0,43 \cdot 0,18) + (0,78 \cdot 0,90) = 1,4994$$

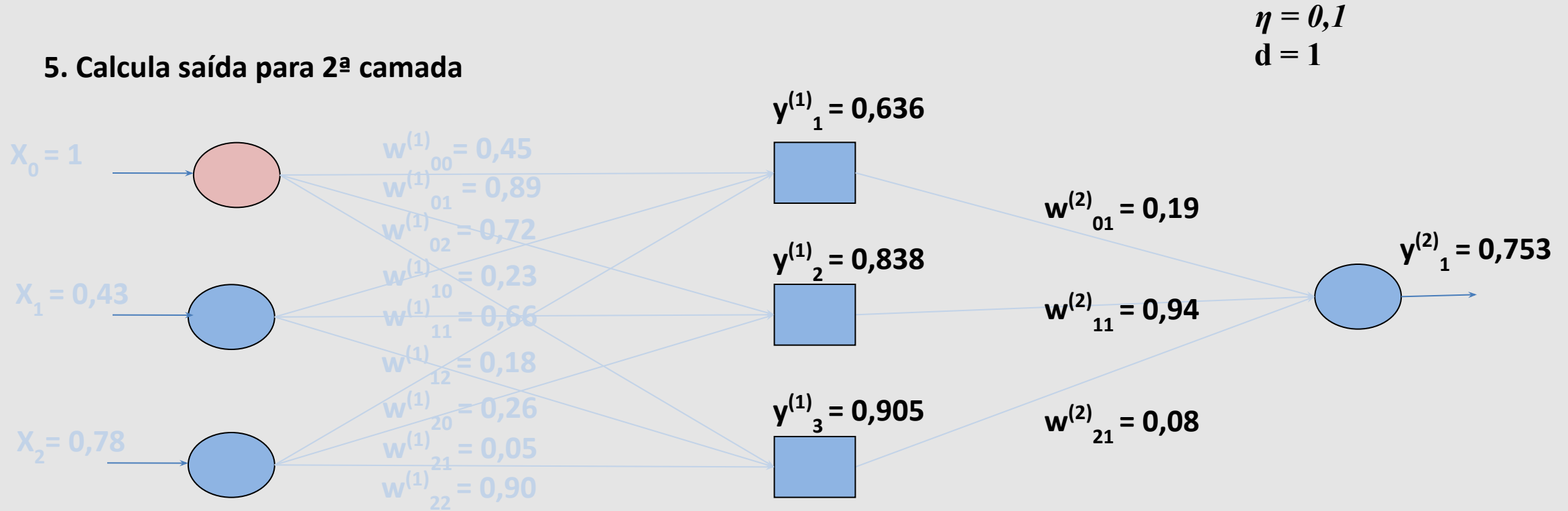
$$y^{(1)}_1 = \text{TANH}(u^{(1)}_1) = 0,636$$

$$y^{(1)}_2 = \text{TANH}(u^{(1)}_2) = 0,838$$

$$y^{(1)}_3 = \text{TANH}(u^{(1)}_3) = 0,905$$

# Rede Neural MLP

## 5. Calcula saída para 2ª camada



$$u^{(2)}_1 = (0,636 \cdot 0,19) + (0,838 \cdot 0,94) + (0,905 \cdot 0,08) = 0,981$$

$$y^{(2)}_1 = \text{TANH}(u^{(2)}_1) = 0,753$$

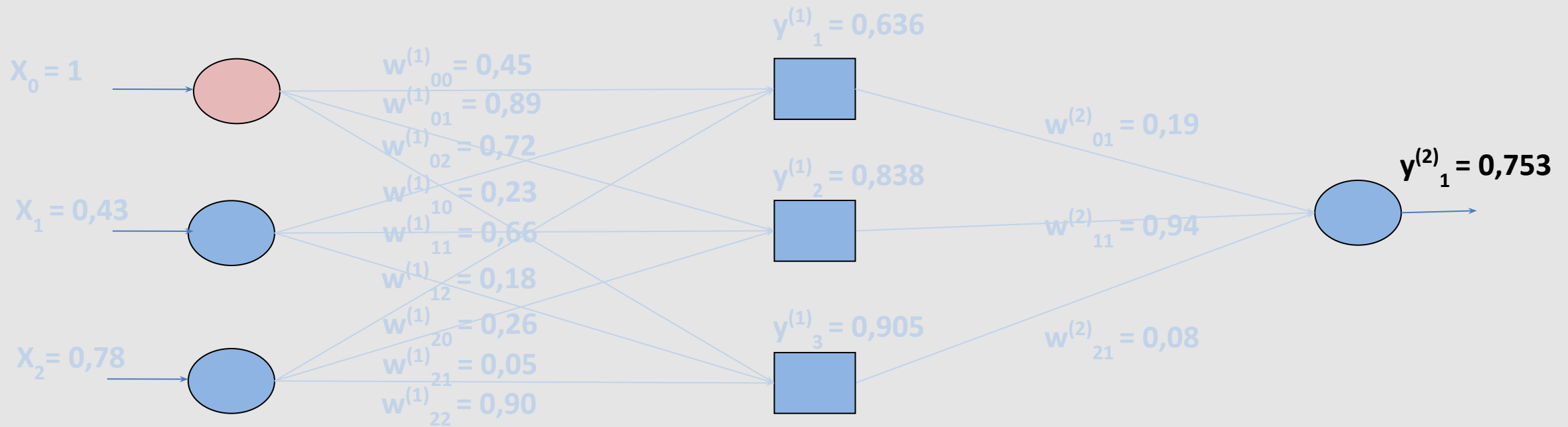
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 6. Calcula variação do erro



$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n (d_i(t) - y_i(t))^2$$

$$E(k) = \frac{1}{2} (0,247)^2 = 0,03$$

# Rede Neural MLP

- ***Fase Backward***
  - A partir da última camada
    - O nó ajusta seu peso de modo a reduzir o seu erro
    - Nós das camadas anteriores tem seu erro definidos por:
      - Erros dos nós da camada seguinte conectados a ele ponderados pelos pesos das conexões entre eles



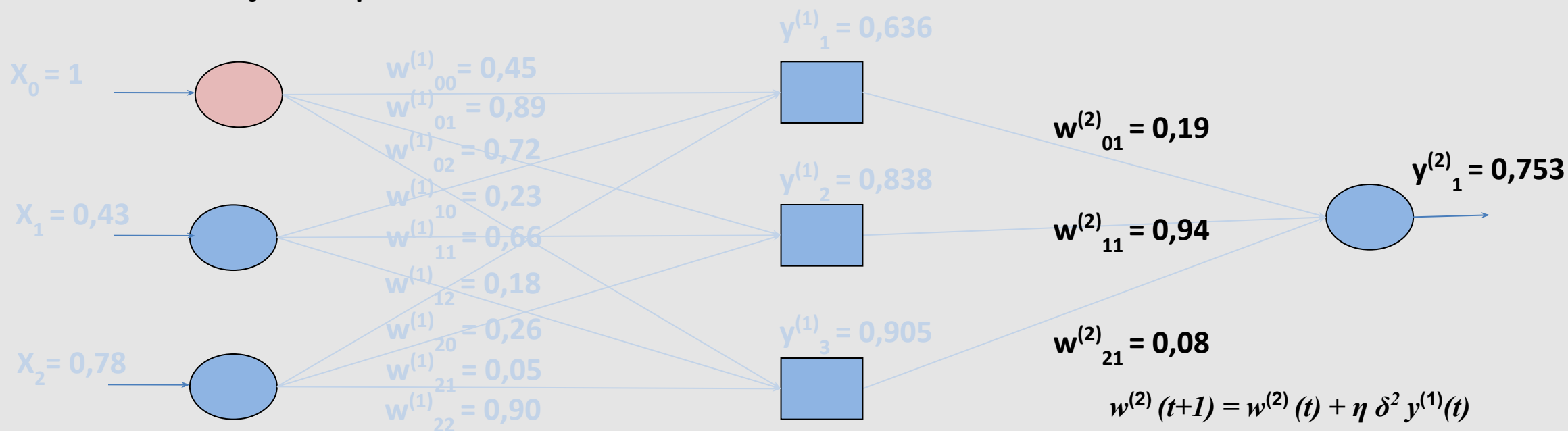
# Rede Neural MLP

## Treinamento

### 7. Calcula variação dos pesos da 2ª camada

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$



$$\delta^{(2)}(t) = (d(t) - y(t)) * y'^{(2)}_1$$

$$\delta^{(2)}(t) = 0,247 * \text{ATANH}(0,753)$$

$$\delta^{(2)}(t) = 0,247 * 0,981 = 0,2423$$

	$w^{(2)}(t)$	$\eta$	$\delta^{(2)}$	$x(t)$	$w^{(2)}(t+1)$
$w^{(2)}_{01}$	0.19	0.1	0.2423	0.636	0.2054
$w^{(2)}_{11}$	0.94	0.1	0.2423	0.838	0.9603
$w^{(2)}_{21}$	0.08	0.1	0.2423	0.905	0.1019

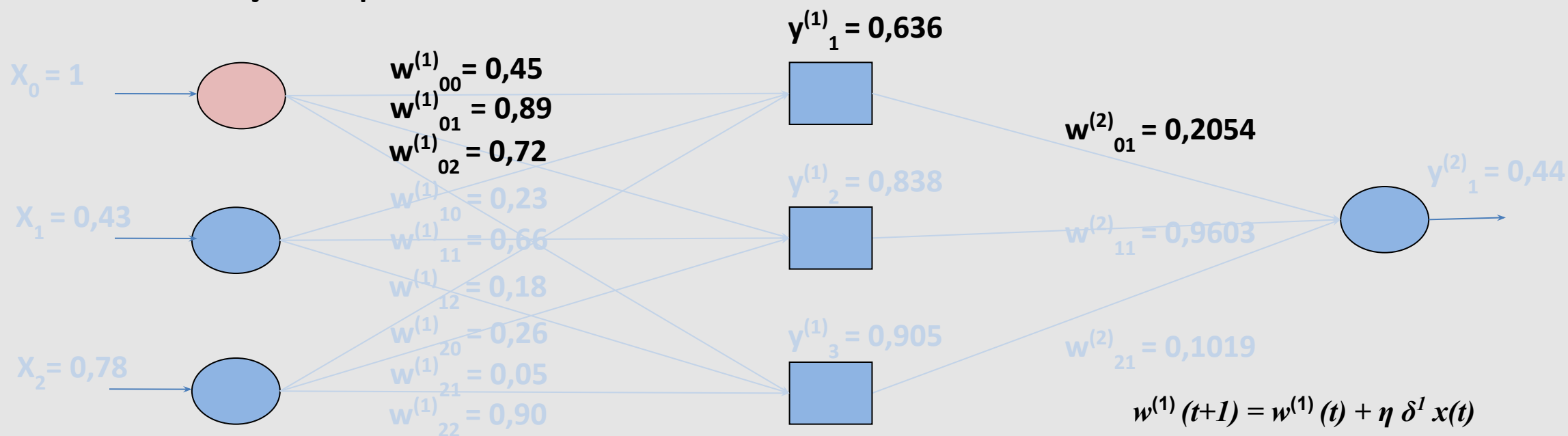
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 7. Calcula variação dos pesos da 1ª camada



$$\delta^{(1)}_1(t) = \left( \sum_{k=1}^n \delta^{(2)}_k * W_{kj}^{(2)} \right) * y'^{(1)}_1$$

$$\delta^{(1)}_1(t) = (0,2423 * 0,2054) * \text{ATANH}(0,636) = 0,0374$$

	$w^{(1)}(t)$	$\eta$	$\delta^{(1)}$	$x(t)$	$w^{(1)}(t+1)$
$w^{(1)}_{01}$	0.45	0.1	0.0374	1	0.4537
$w^{(1)}_{11}$	0.89	0.1	0.0374	0.43	0.8916
$w^{(1)}_{21}$	0.72	0.1	0.0374	0.78	0.7229

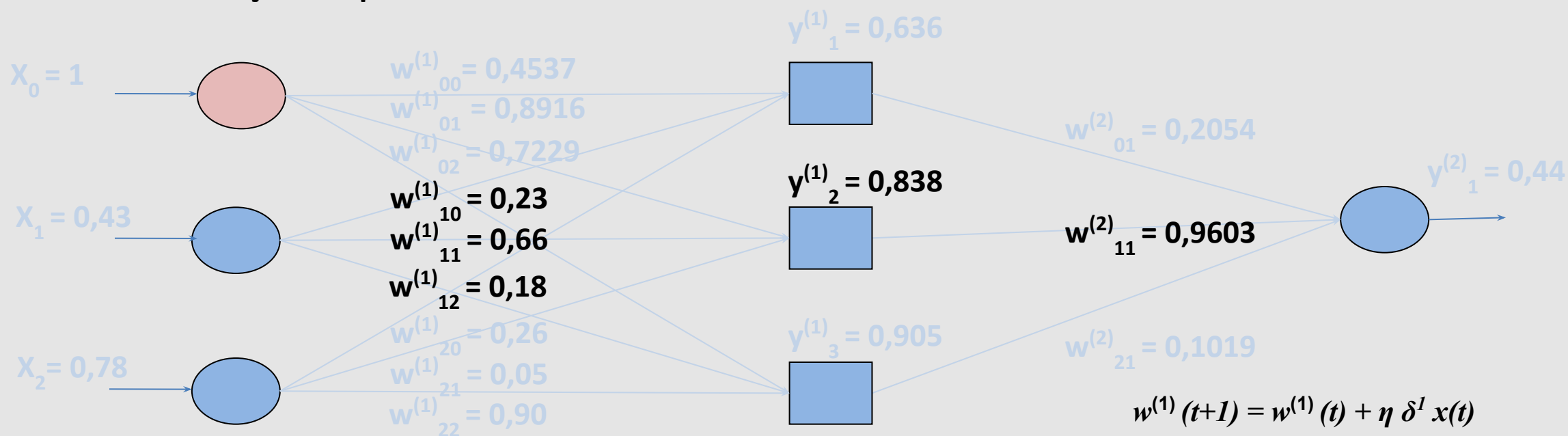
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 7. Calcula variação dos pesos da 1ª camada



$$\delta^{(1)}_2(t) = \left( \sum_{k=1}^n \delta^{(2)}_k * W_{kj}^{(2)} \right) * y'^{(1)}_1$$

$$\delta^{(1)}_2(t) = (0,2423 * 0,9603) * \text{ATANH}(0,838) = 0,2821$$

	$w^{(1)}(t)$	$\eta$	$\delta^{(1)}$	$x(t)$	$w^{(1)}(t+1)$
$w^{(1)}_{01}$	0.23	0.1	0.2821	1	0.2582
$w^{(1)}_{11}$	0.66	0.1	0.2821	0.43	0.6721
$w^{(1)}_{21}$	0.18	0.1	0.2821	0.78	0.2020

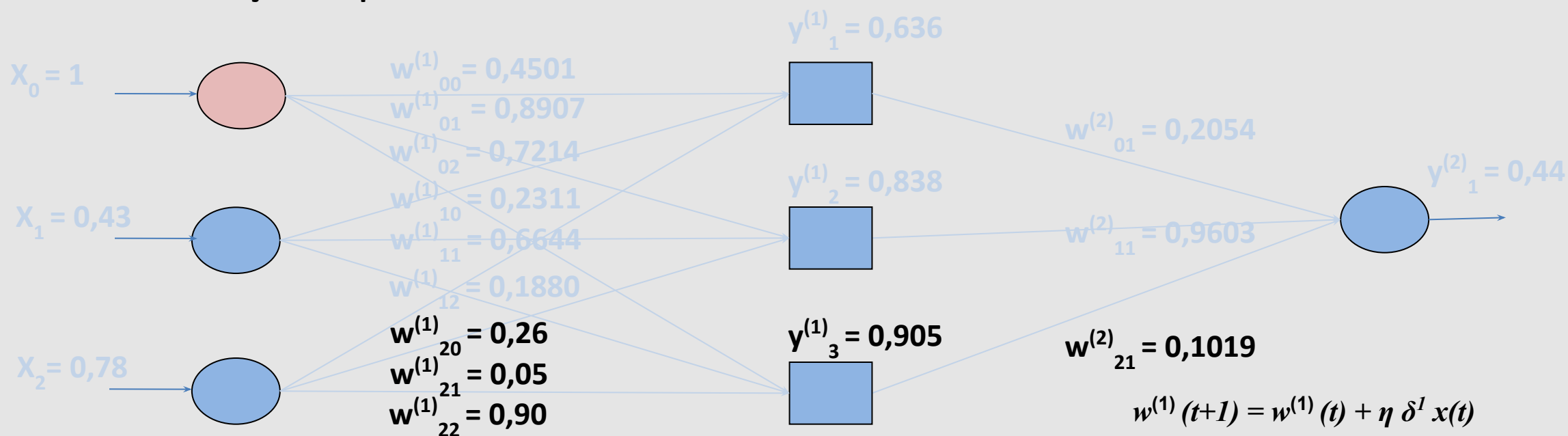
# Rede Neural MLP

## Treinamento

$$\eta = 0,1$$

$$d = 1$$

### 7. Calcula variação dos pesos da 1ª camada



$$\delta^{(1)}_3(t) = \left( \sum_{k=1}^n \delta^{(2)}_k * W_{kj}^{(2)} \right) * y'^{(1)}_1$$

$$\delta^{(1)}_3(t) = (0,2423 * 0,1019) * \text{ATANH}(0,905) = 0,0370$$

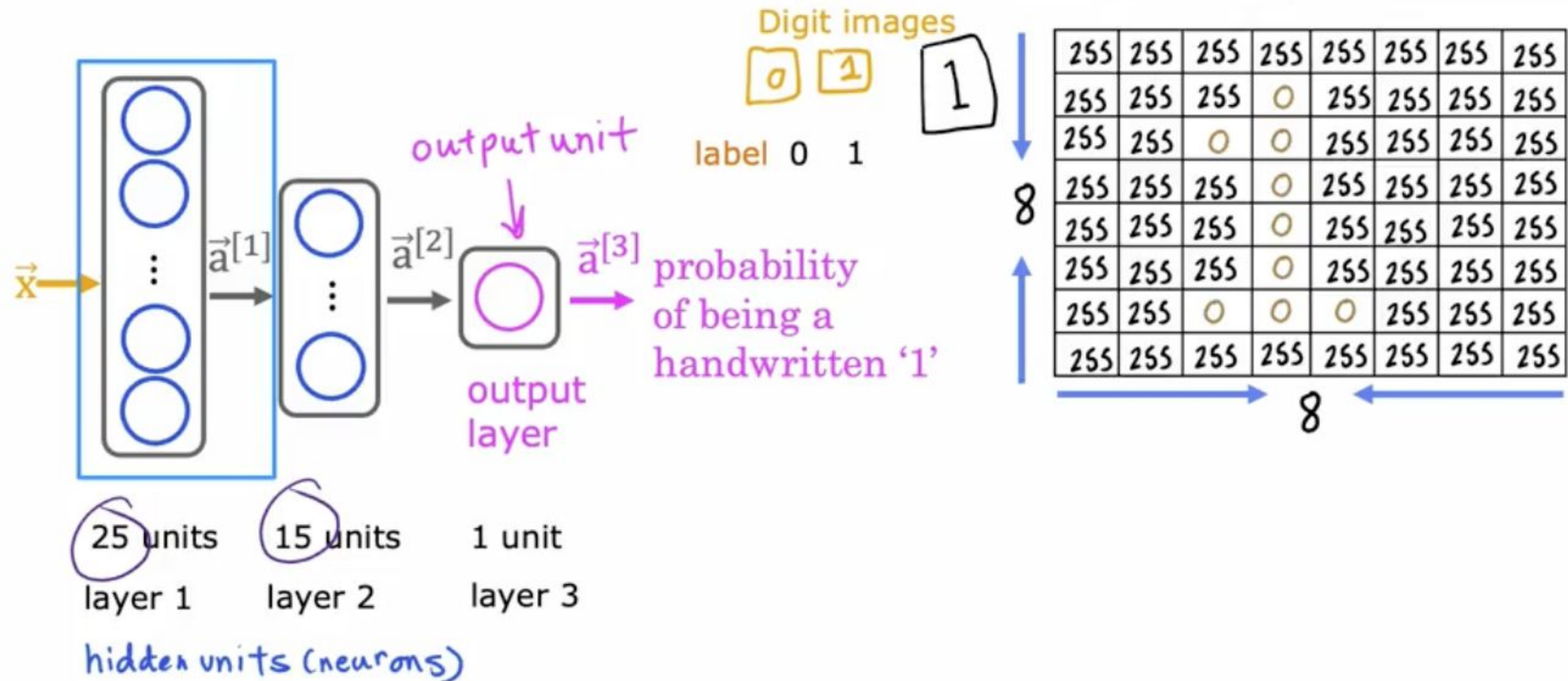
	$w^{(1)}(t)$	$\eta$	$\delta^{(1)}$	$x(t)$	$w^{(1)}(t+1)$
$w^{(1)}_{01}$	0.26	0.1	0.0370	1	0.2637
$w^{(1)}_{11}$	0.05	0.1	0.0370	0.43	0.0515
$w^{(1)}_{21}$	0.90	0.1	0.0370	0.78	0.9028

# Rede Neural MLP

**8. Repetir até  $k$  = número de interações desejada ou Erro = erro aceitável**

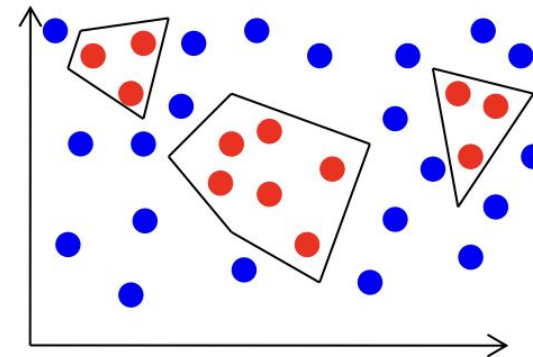
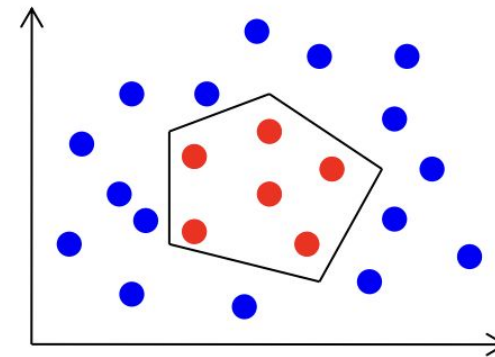
# Rede Neural MLP

## Handwritten digit recognition

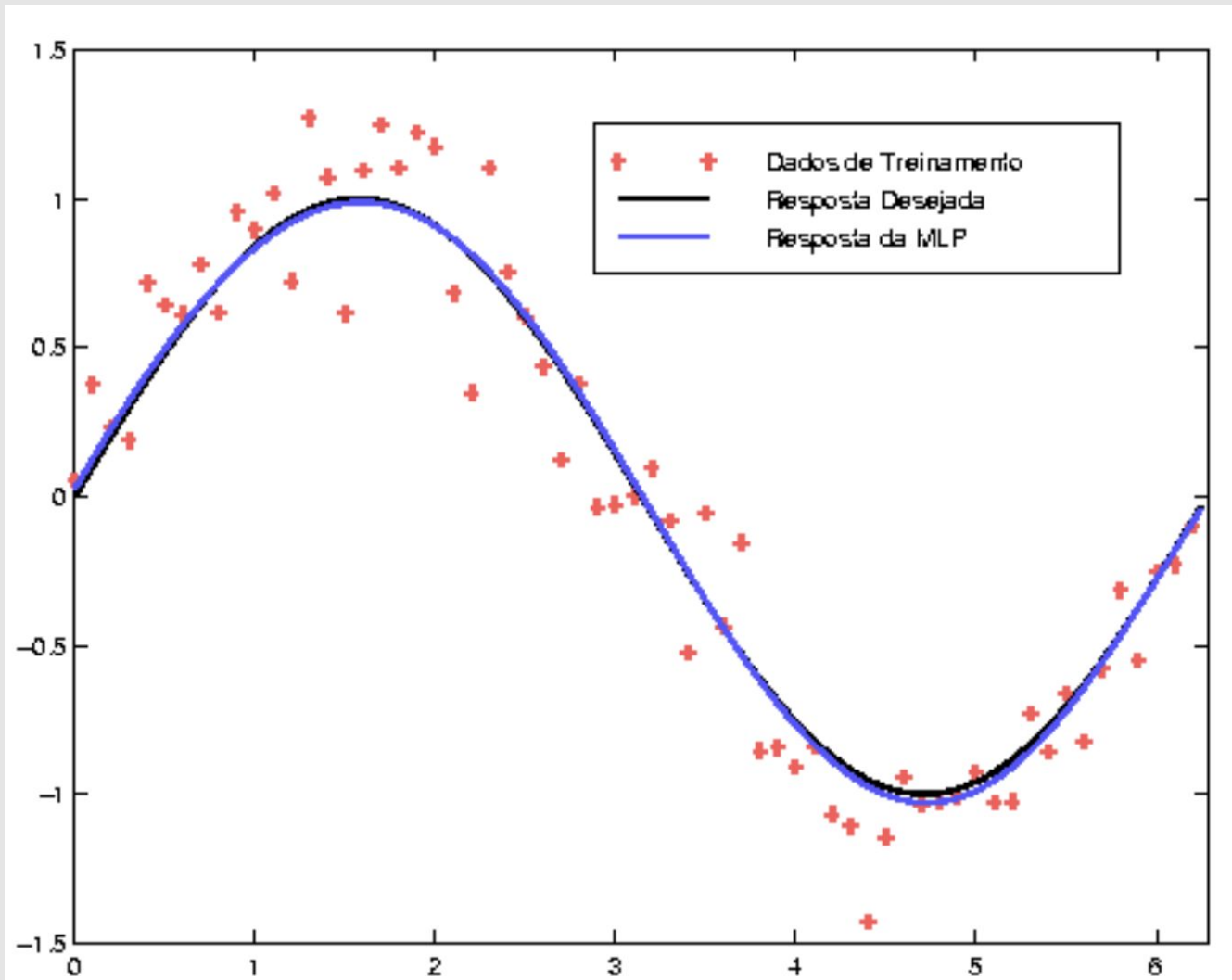


# Rede Neural: treinando um neurônio

- Adicionar uma camada oculta a rede permite que a rede possa gerar uma função de convex hull.
- Duas camadas ocultas permite a rede gerar um função com diferentes convex hulls.

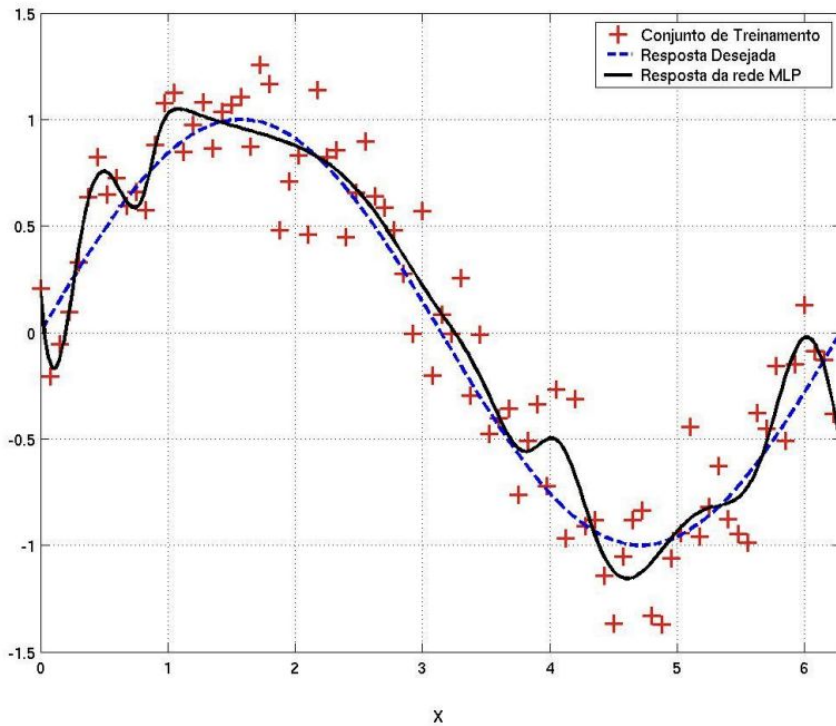


# Rede Neural: exemplo

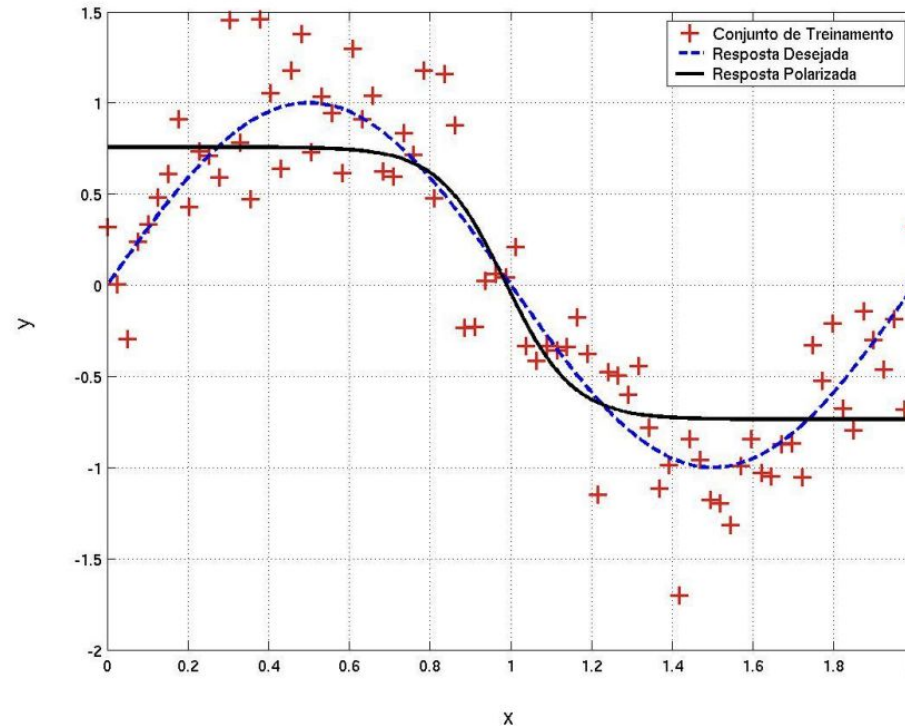




# Rede Neural: exemplo



**Overfitting**  
**Variância**



**Underfitting**  
**Vício**

# Rede Neural: múltiplas saídas



Pedestrian



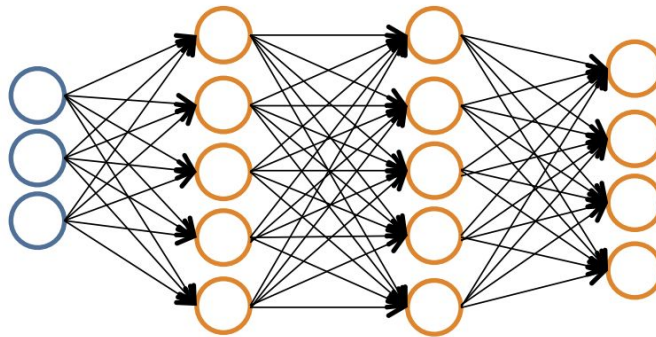
Car



Motorcycle



Truck



$$h_{\Theta}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^K$$

We want:

$$h_{\Theta}(\mathbf{x}) \approx \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

when pedestrian

$$h_{\Theta}(\mathbf{x}) \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

when car

$$h_{\Theta}(\mathbf{x}) \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

when motorcycle

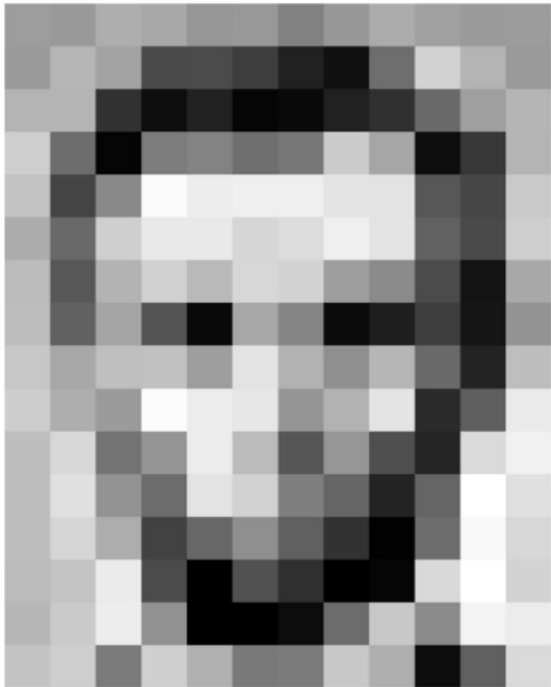
$$h_{\Theta}(\mathbf{x}) \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

when truck

# Rede Neural: Imagens

## What computers 'see': Images as Numbers

What you see



Input Image

What you both see

157	153	174	168	150	152	129	151	172	161	155	156
155	182	163	74	75	62	33	17	110	210	180	154
180	180	50	14	34	6	10	33	48	106	159	181
206	109	5	124	131	111	120	204	166	15	56	180
194	68	137	251	237	239	239	228	227	87	71	201
172	106	207	233	233	214	220	239	228	98	74	206
188	88	179	209	185	215	211	158	139	75	20	169
189	97	165	84	10	168	134	11	31	62	22	148
199	168	191	193	158	227	178	143	182	106	36	190
205	174	155	252	236	231	149	178	228	43	95	234
190	216	116	149	236	187	86	150	79	38	218	241
190	224	147	108	227	210	127	102	36	101	255	224
190	214	173	66	103	143	96	50	2	109	249	215
187	196	235	75	1	81	47	0	6	217	255	211
183	202	237	145	0	0	12	108	200	138	243	236
195	206	123	207	177	121	123	200	175	13	96	218

Input Image + values

What the computer "sees"

157	153	174	168	150	152	129	151	172	161	155	156
155	182	163	74	75	62	33	17	110	210	180	154
180	180	50	14	34	6	10	33	48	106	159	181
206	109	5	124	131	111	120	204	166	15	56	180
194	68	137	251	237	239	239	228	227	87	71	201
172	106	207	233	233	214	220	239	228	98	74	206
188	88	179	209	185	215	211	158	139	75	20	169
189	97	165	84	10	168	134	11	31	62	22	148
199	168	191	193	158	227	178	143	182	106	36	190
205	174	155	252	236	231	149	178	228	43	95	234
190	216	116	149	236	187	86	150	79	38	218	241
190	224	147	108	227	210	127	102	36	101	255	224
190	214	173	66	103	143	96	50	2	109	249	215
187	196	235	75	1	81	47	0	6	217	255	211
183	202	237	145	0	0	12	108	200	138	243	236
195	206	123	207	177	121	123	200	175	13	96	218

Pixel intensity values  
("pix-el"=picture-element)

Levin Image Processing & Computer Vision

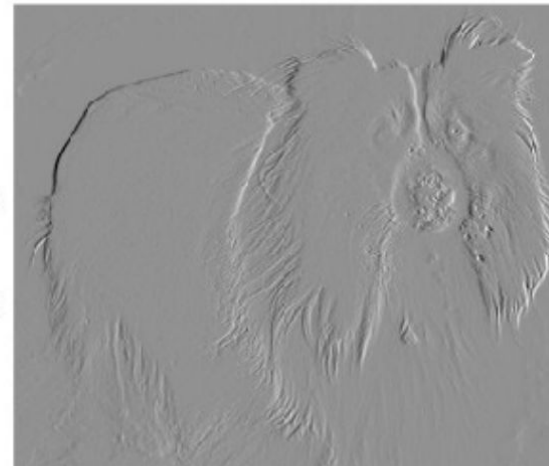
# Rede Neural: Imagens



Input

1	-1
---	----

Filter

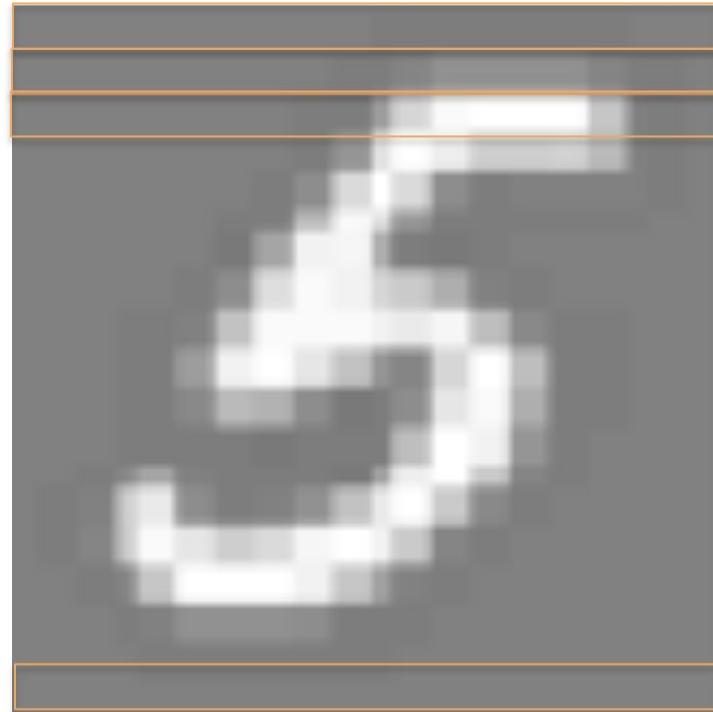


Output



20 × 20 pixel images

$d = 400$  10 classes



$x_1 \dots x_{20}$   
 $x_{21} \dots x_{40}$   
 $x_{41} \dots x_{60}$

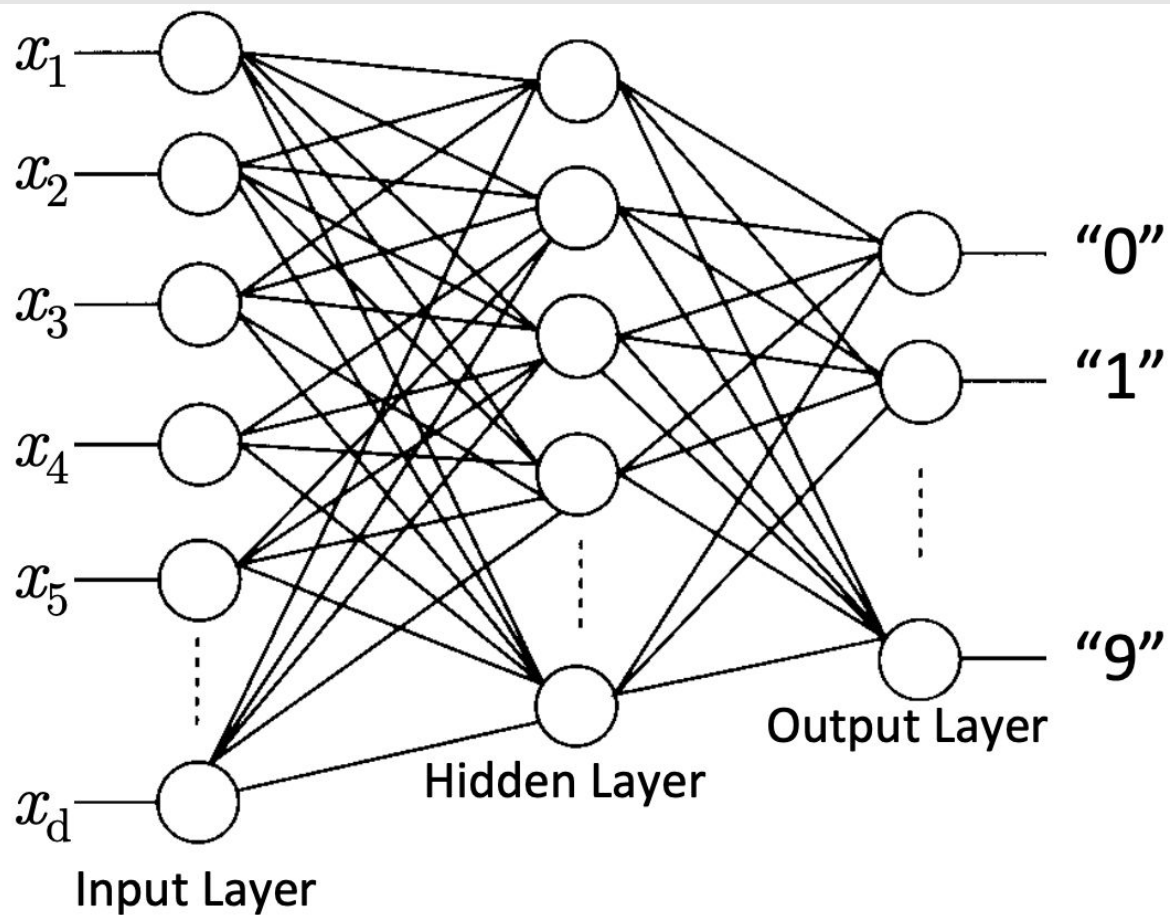
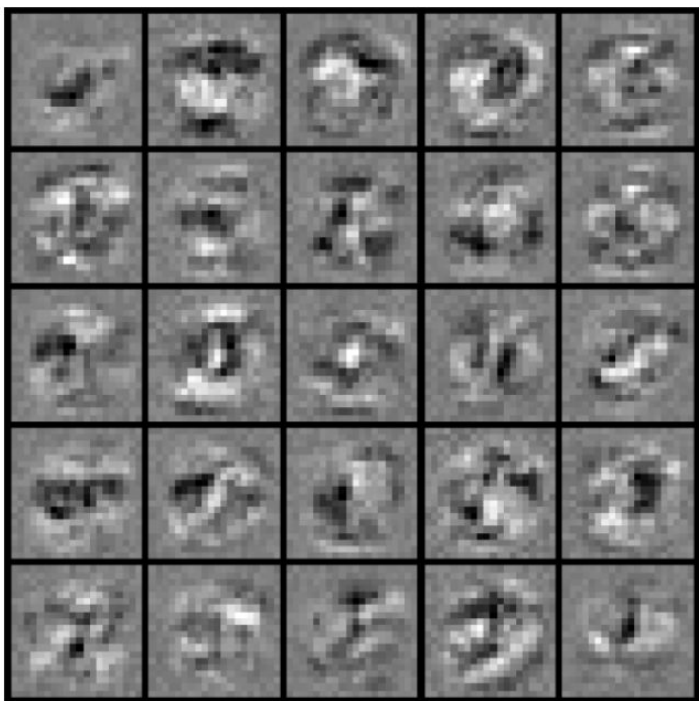
•  
•  
•

$x_{381} \dots x_{400}$

Each image is “unrolled” into a vector  $x$  of pixel intensities



7	9	6	5	8	7	4	4	1	0
0	7	3	3	2	4	8	4	5	7
6	6	3	2	9	2	3	3	2	6
1	3	7	1	5	6	5	2	4	4
7	0	9	2	7	5	8	9	5	4
4	6	6	5	0	2	1	3	6	9
8	5	1	8	9	3	8	7	3	6
1	0	2	8	2	3	0	5	1	5
6	7	8	2	5	3	9	7	0	0
7	9	3	9	8	5	7	2	9	8



Visualization of  
Hidden Layer

# Atividade

- Jupyter notebook
  - Google colab
  - Instalação local (de preferência Unix)
- Python (kernel)
- Exercício 1 (forward pass)
  - Varie os dados de entrada e os tamanhos da rede
  - Analise a arquitetura
  - Faça um debugging
  - Varie o número de amostras "n" na última célula. Qual o impacto?

# Atividade

- Exercício 2 (modelo treinado)
  - Varie os atributos utilizados
  - Mude o tamanho do conjunto de teste e a quantidade de épocas
  - Mude a função de ativação (relu, tanh, sigmoid)
- Exercício 3 (análise de rede)
  - Siga as instruções no notebook e responda as perguntas
- Exercício 4 (comparação)
  - Tente mudar o dataset
  - Compare os algoritmos



# OBRIGADO