Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieria
Informatica 1

Laboratorio #2

Jeremy Cáceres y Gabriel Lemus

Ejercicio #1

Demostrar utilizando inducción:

$$\forall\ n.\ n^3 \geq n^2$$

donde $n \in \mathbb{N}$

Caso Base:

$n = 0$

$$\begin{aligned} 0^3 &\geq 0^2 \\ 0 * 0 * 0 &\geq 0 * 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Caso Inductivo:

- $n = n + 1$
- $(n+1)^3 \geq (n+1)^2 \rightarrow$ Hipótesis Inductiva

Demostración.

$$\begin{aligned} (n+1)^3 &\geq (n+1)^2 \\ (n+1)(n+1)(n+1) &\geq (n+1)(n+1) \\ (n+1)\cancelto{1}{(n+1)(n+1)} &\geq \cancelto{1}{(n+1)(n+1)} \\ n+1 &\geq 1 \\ n &\geq 0 \end{aligned}$$

□

Ejercicio #2

Demostrar utilizando inducción la desigualdad de Bernoulli:

$$\forall\ n.\ (1+x)^n \geq nx+1$$

donde $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Q}$ y $x \geq -1$

Consejo: Es possible demostrar esto demostrando una propiedad más fuerte donde el lado izquierdo es mayor que $nx+1$

Caso Base:

$n = 0$

$$\begin{aligned} (1+x)^0 &\geq (0)(x)+1 \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

Caso Inductivo:

- $n = n+1$
- $(1+x)^{n+1} \geq (n+1)(x)+1 \rightarrow$ Hipótesis Inductiva

Demostración.

$$\begin{array}{rcll} (1+x)^{n+1} & \geq & (n+1)(x)+1 & \\ (1+x)^n(1+x) & \geq & (nx+1)(1+x) & \because (1+x)^n \geq nx+1 \\ (1+x)^n(1+x) & \geq & nx+nx^2+1+x & \\ (1+x)^n(1+x) & \geq & 1+x(n+1)+nx^2 & \\ (1+x)^n(1+x) & \geq & 1+x(n+1) & \because n \geq 0, x^2 \geq 0 \qquad \therefore nx^2 \geq 0 \\ (1+x)^{n+1} & \geq & x(n+1)+1 & \end{array}$$

$\square$