

# PESQUISA OPERACIONAL - LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Prof. Erico Lisboa

Modelar por programação linear e resolver os problemas propostos nesta lista.

1. Uma certa agroindústria do ramo alimentício tirou de produção uma certa linha de produto não lucrativo. Isso criou um considerável excedente na capacidade de produção. A gerência está considerando dedicar essa capacidade excedente a um ou mais produtos, identificados como produtos 1, 2 e 3. A capacidade disponível das máquinas que poderia limitar a produção está resumida na tabela a seguir:

Tipo de máquina	Tempo disponível (horas de máquina)
A	500
B	350
C	150

O número de horas de máquina requerido por unidade dos respectivos produtos é conhecido como coeficiente de produtividade (em horas de máquina por unidade), conforme representado a seguir:

Tipo de máquina	Produto 1	Produto 2	Produto 3
A	9	3	5
B	5	4	0
C	3	0	2

O lucro unitário estimado é de \$ 30, \$ 12 e \$ 15, respectivamente, para os produtos 1, 2 e 3. Determine a quantidade de cada produto que a firma deve produzir para maximizar seu lucro (CAIXETA-FILHO, 2001, adaptado de HILLIER e LIEBERMAN, 1988).

2. Uma certa corporação tem três fábricas filiais com capacidade de produção excedente. As três unidades têm capacidade para fabricar um certo produto, tendo a gerência decidido utilizar parte dessa capacidade de produção excedente para fazê-lo. Ele pode ser feito em três tamanhos - grande, médio e pequeno -, os quais geram um lucro unitário líquido de \$ 140, \$ 120 e \$ 100, respectivamente. As fábricas 1, 2 e 3 têm capacidade excedente de mão-de-obra e de equipamento para produzirem 750, 900 e 450 unidades do produto por dia, respectivamente, independentemente do tamanho ou combinação de tamanhos envolvidos. Entretanto, a quantidade de espaço disponível para estoque de produtos em processo também impõe um limite às taxas de produção. As fábricas 1, 2 e 3 têm 1.170, 1.080 e 450 metros quadrados de espaço disponível para estoque de produtos em processo, em um dia de produção, sendo que cada unidade dos tamanhos grande, médio e pequeno, produzida por dia, requer 1,8, 1,35 e 1,08 metros quadrados, respectivamente.

As previsões indicam que podem ser vendidas, por dia, 900, 1.200 e 750 unidades dos tamanhos grande, médio e pequeno, respectivamente.

Para manter uma carga de trabalho uniforme entre as fábricas, e para reter algum tipo de flexibilidade, a gerência decidiu que a produção adicional designada a cada fábrica deve utilizar a mesma porcentagem da capacidade excedente de mão-de-obra e de equipamento.

A gerência deseja saber a quantidade de produto, por tamanho, que deveria ser produzida em cada uma das fábricas, para maximizar o lucro (HILLIER e LIEBERMAN, 1988).

3. Uma determinada empresa quer utilizar do melhor modo possível os recursos de madeira de uma de suas regiões florestais. Dentro dessa região, há uma serraria e uma fábrica de compensados, o que possibilita que as toras possam ser convertidas em madeira beneficiada ou compensada.

Produzir uma mistura comercializável de  $1 \text{ m}^3$  de produtos beneficiados requer  $1 \text{ m}^3$  de pinho e  $4 \text{ m}^3$ . Produzir  $100 \text{ m}^2$  de madeira compensada requer  $2 \text{ m}^3$  de pinho e  $4 \text{ m}^3$  de canela.

A região em questão dispõe de  $32 \text{ m}^2$  de pinho e  $72 \text{ m}^3$  de canela. Compromissos de vendas exigem que sejam produzidos, durante o período em planejamento, pelo menos  $5 \text{ m}^3$  de madeira beneficiada e  $1.200 \text{ m}^2$  de madeira compensada. As contribuições ao lucro são de \$ 45 por  $1 \text{ m}^3$  de produtos beneficiados e \$ 60 por  $100 \text{ m}^2$  de madeira compensada. Determine as quantidades (em  $\text{m}^3$ ) de madeira beneficiada e de madeira compensada (em  $100 \text{ m}^2$ ) a serem produzidas (CAIXETA-FILHO, 2001, adaptado de WAGNER, 1986).

4. Uma fábrica de implementos agrícolas produz os modelos A, B e C, que proporcionam lucros unitários da ordem de \$ 16, \$ 30 e \$ 50, respectivamente. As exigências de produção mínimas mensais são de 20 para o modelo A, 120 para o modelo B e 60 para o modelo C.

Cada tipo de implemento requer uma certa quantidade de tempo para a fabricação das partes componentes, para a montagem e para testes de qualidade. Especificamente, uma dúzia de unidades do modelo A requer três horas para fabricar, quatro horas para montar e uma para testar. Os números correspondentes para uma dúzia de unidades do modelo B são 3,5, 5 e 1,5; e para uma dúzia de unidades do modelo C, são 5, 8 e 3. Durante o próximo mês, a fábrica tem disponíveis 120 horas de tempo de fabricação, 160 horas de montagem e 48 horas de testes de qualidade.

Formule e resolva o problema de programação de produção como um modelo de programação linear (CAIXETA-FILHO, 2001, adaptado de WAGNER, 1986).

5. Uma companhia petroquímica deseja encontrar a combinação ótima de dois possíveis processos de mistura. Para o processo 1, uma entrada unitária de um barril de óleo cru A e três barris de óleo cru B produz uma saída de 50 galões de gasolina X e 20 galões de gasolina Y. Para o processo 2, uma entrada unitária de quatro barris de óleo cru A e dois barris de óleo cru B produz uma saída de 30 galões de gasolina X e 80 galões de gasolina Y. Sejam ainda  $x_1$  e  $x_2$  o número de unidades de entrada que a companhia decide usar para o processo 1 e processo 2, respectivamente.

A quantidade máxima de óleo cru A disponível é de 120 barris, e de óleo cru B, 180 barris. Compromissos de vendas exigem que pelo menos 2.800 galões de gasolina X e 2.200 galões de gasolina Y sejam produzidos. Os lucros unitários do processo 1 e do processo 2 são  $p_1$  e  $p_2$ , respectivamente.

Formule e resolva o problema de mistura como um modelo de programação linear (CAIXETA-FILHO, 2001, adaptado de WAGNER, 1986).

6. Uma Companhia de Aviação Agrícola, que opera a partir de um determinado terminal, tem 8 aviões do tipo 1, 15 aviões do tipo 2 e 11 aviões do tipo 3, disponíveis para vôos. As capacidades de pesticidas para pulverização, em toneladas, são 45 para o tipo 1, 7 para o tipo 2 e 5 para o tipo 3.

A Companhia deve expedir aviões para as propriedades A e B. As necessidades de tonelagem são 20 na propriedade A e 28 na propriedade B. Sabe-se também que o excesso de pulverização em uma propriedade deve ser evitado; e que um avião pode voar somente uma vez durante o dia.

O custo de enviar um avião do terminal a cada propriedade, em \$, é dado pela seguinte tabela:

Propriedade	Avião tipo 1	Avião tipo 2	Avião tipo 3
A	23	15	1,4
B	58	20	3,8

Denotando por  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  os números de aviões de cada tipo enviados à propriedade A, e do mesmo modo,  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$  os aviões enviados à propriedade B, formule e resolva o modelo de programação linear pertinente ao problema (CAIXETA-FILHO, 2001, adaptado de WAGNER, 1986) .

7. Uma determinada empresa produz álcool anidro e álcool hidratado, a partir de uma usina que está organizada em três setores de produção. O processo de produção pode ser resumido da seguinte forma: o álcool anidro passa pelos setores I e III, sendo que cada tonelada desse produto consome 0,5 hora do setor I e 1/3 h do setor III, diariamente. Por outro lado, a produção de uma tonelada do álcool hidratado demanda 1 hora do setor II e 2/3 h do setor III, também diariamente.

Admitindo que cada setor esteja em operação 8 horas por dia, e que as receitas líquidas a serem obtidas para o álcool anidro e álcool hidratado sejam \$ 40 e \$ 30 por tonelada, respectivamente, qual deve ser a combinação ótima de níveis de produção a ser perseguida pela empresa?

8. A Divisão de Planejamento Estratégico de um determinado Conglomerado Agro-industrial está analisando a possibilidade de redirecionamento de seus negócios. As alternativas levantadas dão conta, basicamente, de novos investimentos em seringueira e nozes macadâmia - culturas já existentes no portfólio de investimentos do Conglomerado -, só que com vistas ao mercado externo. A estratégia diria então respeito a um aumento do faturamento do Conglomerado, mediante a abertura de contratos com novos importadores de subprodutos daquelas culturas.

Para simular esse novo cenário, foi incorporada à área agrícola do Conglomerado um lote de 16 ha. Além disso, uma empresa de consultoria em mercados foi contratada, passando a informação de que para cada talhão adicional de macadâmia a ser implantado, contratos com seis novos importadores poderão ser fechados; e que três novos contratos poderão ser esperados para cada novo talhão de seringueira a ser implantado. Na mesma proporção, contratos serão cancelados se talhões daquelas culturas forem erradicados.

A receita esperada a partir de cada talhão de macadâmia é de \$ 9/dia, e de \$ 18/dia para cada talhão de seringueira. Sabe-se também que a área padrão de cada talhão é de 2 ha.

Assim sendo, a estratégia a ser implementada deve contemplar o seguinte:

- ✓ no mínimo 18 novos contratos deverão ser fechados;
- ✓ número total de talhões do conglomerado deverá ser aumentado a partir da devida exploração do lote adquirido - mesmo que isso implique a redução do número de talhões de macadâmia.

Pede-se que sejam obtidas as recomendações a serem feitas com relação ao detalhamento da estratégia em si, ou seja, a distribuição das culturas na área adquirida, de tal forma que a receita seja maximizada (CAIXETA-FILHO, 2001, adaptado de LEE, MOORE e TAYLOR, 1985).

9. Uma refinaria produz três tipos de gasolina: verde, azul e comum. Cada tipo requer gasolina pura, octana e aditivo que são disponíveis nas quantidades de 9.000.000, 4.800.000 e 2.200.000 litros por semana, respectivamente. As especificações de cada tipo são:

- ✓ um litro de gasolina verde requer 0,22 litro de gasolina pura, 0,50 litro de octana e 0,28 litro de aditivo;
- ✓ um litro de gasolina azul requer 0,52 litro de gasolina pura, 0,34 litro de octana e 0,14 litro de aditivo;
- ✓ um litro de gasolina comum requer 0,74 litro de gasolina pura, 0,20 litro de octana e 0,06 litro de aditivo.

Como regra de produção, baseada em demanda de mercado, o planejamento da refinaria estipulou que a quantidade de gasolina comum deve ser no mínimo igual a 16 vezes a quantidade de gasolina verde e que a quantidade de gasolina azul seja no máximo igual a 600.000 litros por semana. A empresa sabe que cada litro de gasolina verde, azul e comum dá uma margem de contribuição para o lucro de \$ 0,30, \$ 0,25 e \$ 0,20 respectivamente, e seu objetivo é determinar o programa de produção que maximiza a margem total de contribuição para o lucro (ANDRADE, 2000).

10. O processo de fabricação de cimento pode ser representado por um fluxo de materiais, conforme a Figura 1 a seguir:

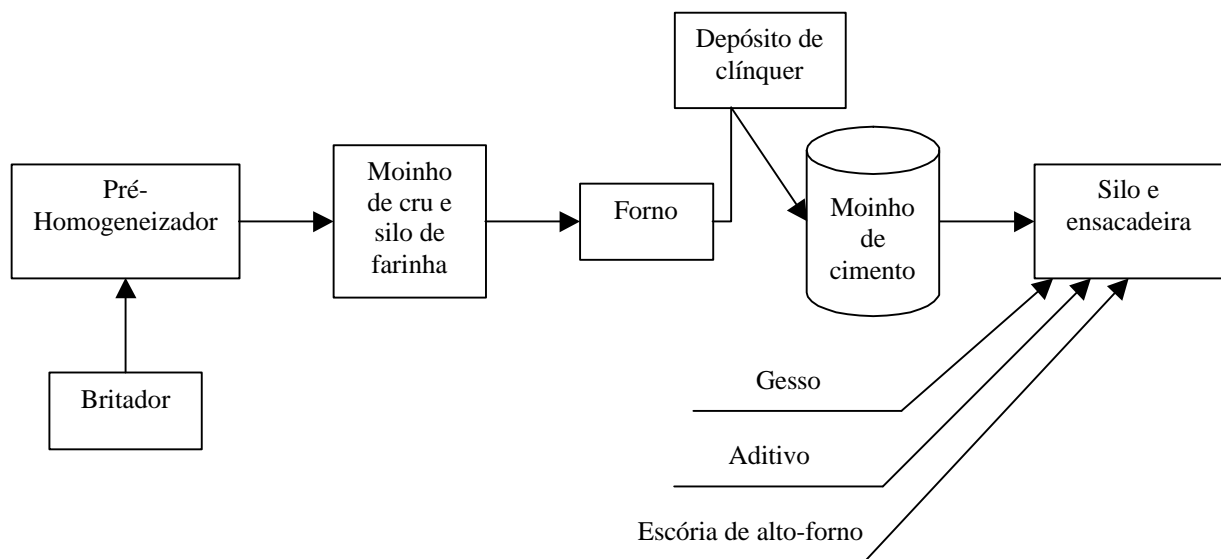


Figura A.1 - Processo simplificado de fabricação de cimento

Dois produtos são fabricados:

- ✓ cimento portland 320: CP320
- ✓ cimento alto-forno 250: AF250

As fórmulas convencionais de fabricação dos dois tipos de cimento são mostradas na tabela que se segue:

Componentes	CP 320	AF 250
Clínquer	85%	50%
Escória de alto-forno	75%	45%
Gesso	3%	2%
Aditivo	5%	2%

A produção de clínquer é limitada a um máximo de 1.100.000 toneladas por ano (capacidade do forno). Da mesma forma, a produção dos dois tipos de cimento também é limitada a 1.100.000 toneladas por ano (capacidade do moinho). As seguintes limitações adicionais são conhecidas:

- ✓ venda de clínquer a outros fabricantes de cimento: máximo de 200.000 t/ano
- ✓ compra de escória de usinas siderúrgicas: máximo de 180.000 t/ano
- ✓ compra de gesso e aditivo (cada um): máximo de 50.000 t/ano

Por outro lado, os seguintes dados de lucros e custos são conhecidos:

- ✓ contribuição marginal do CP320: \$ 41,00/t
- ✓ contribuição marginal do AF250: \$ 37,80/t
- ✓ contribuição marginal do clínquer: \$ 34,40/t
- ✓ preço da escória de siderúrgica: \$ 22,10/t
- ✓ preço do gesso: \$ 34,20/t
- ✓ preço do aditivo: \$ 1,90/t

A contribuição marginal é calculada como a receita líquida menos os custos fixos e variáveis, exceto escória, gesso e aditivo. O objetivo da empresa é calcular a produção total anual que maximiza o lucro total.