Introduction au signal et bruit
Exercices

Gabriel Dauphin

September 17, 2025

Contents

Chapter 1

Relations entrées-sorties sans effet mémoire

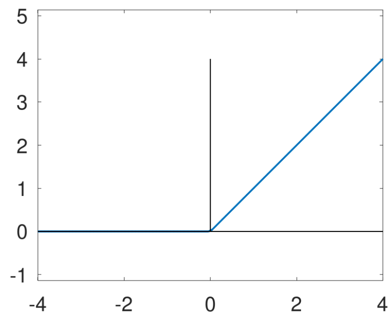

Figure 1.1: Relation entrée-sortie associée à un Relu (exercice 1)

Exercice 1 *Le graphique représente la relation entrée-sortie d'un* `Relu` *pour* `Rectified Linear Unit`*.*

1. *En utilisant la figure 1.1, combien valent les signaux en sortie lorsque respectivement, les signaux en entrées valent* -3 *et* 3 *?*
2. *Combien valent les puissances de ces signaux ?*
3. *Proposez une formule utilisant la valeur absolue, l'addition et la multiplication pour modéliser cette relation ?*
4. *On considère le filtre* $\mathcal{H}_1(x) = 0.5x$ *et* $\mathcal{H}_2(x) = |x|$*, montrez comment en les associant on peut fabriquer le filtre* `Relu`*.*
5. *Écrire le pseudo-code permettant de générer la figure 1.1.*

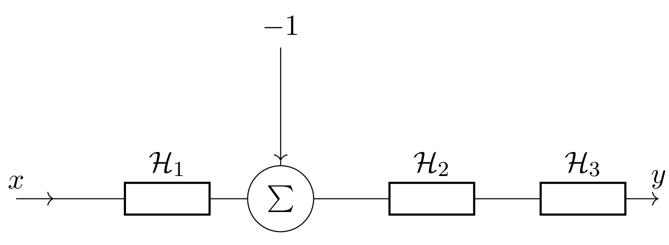

Figure 1.2: Schéma décrivant $\mathcal{H}$ à partir de $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3$ pour l'exercice 2.

Exercice 2 *Les filtres* $\mathcal{H}_1$*,* $\mathcal{H}_2$ *et* $\mathcal{H}_3$ *sont définis par*

$$\mathcal{H}_1(x) = |x| \quad \mathcal{H}_2(x) = \min(1, x) \quad \mathcal{H}_3(x) = \max(0, x) \tag{1.1}$$

On appelle $\mathcal{H}$ *le filtre décrit par la figure 1.2 et défini par les filtres* $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3$*. et associé à la relation transformant* x *en* y*.*

1. *Calculez les sorties* y *associées aux valeurs* $-2, -1, 0, 1, 2$ *pour* x*.*
2. *Écrivez la formule modélisant* $\mathcal{H}$ *?*
3. *Dessinez la relation associée à* $\mathcal{H}$ *transformant* x *en* y *sur un graphe.*

Chapter 2

Signaux temps continu, fonction affine par morceaux

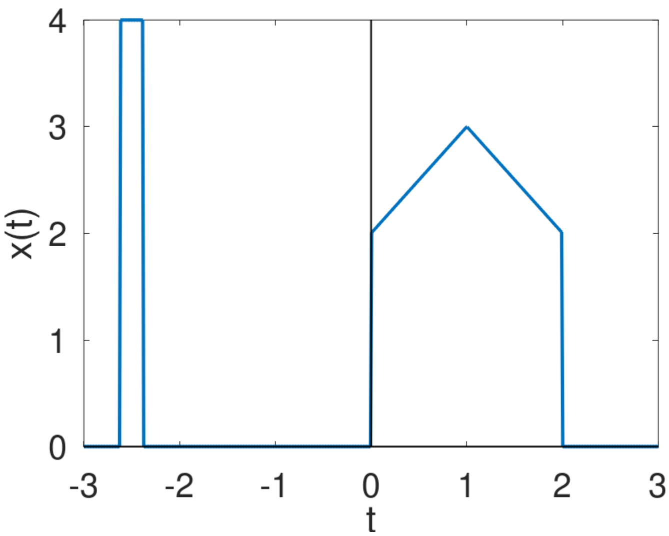

Figure 2.1: Visualisation de $x(t)$ qui a la forme d'une maison avec son lampadaire (exercice 3).

Exercice 3 *On considère le signal $x(t)$ décrit par la figure 2.1.*

1. *Calculez les valeurs de $x(t)$ pour les valeurs de t $-2.5, 0.5, 1, 2.5$.*
2. *Écrivez une formule décrivant $x(t)$ au moyen de différents intervalles de temps.*
3. *Utilisez quelques unes des fonctions de base présentées en cours pour définir $x(t)$.*
4. *Utilisez le crochet d'Iverson pour décrire $x(t)$.*

Exercice 4 *On considère le signal $x(t)$ ainsi défini*

$$x(t) = (at+b) [\![t_1 \leq t \leq t_2]\!] \tag{2.1}$$

1. *Représentez ce signal pour $a = 1$, $b = 0$ et $t_1 = 2$, $t_2 = 3$.*
2. *Représentez ce signal pour $a = -1$, $b = 1$ et $t_1 = 0$, $t_2 = 1$.*
3. *Montrez que pour $a = 0$, $x(t)$ peut se mettre sous la forme*
$$x(t) = \alpha\Pi(\gamma t + \delta) \tag{2.2}$$
4. *Montrez que pour $a > 0$, $x(t)$ peut se mettre sous la forme*
$$x(t) = \alpha\Pi(\gamma t + \delta) + \beta\mathbb{C}(\gamma t + \delta) \tag{2.3}$$
5. *Donnez un pseudo-code permettant de visualiser de signal.*

Chapter 3

Définition et utilisation de la transformée de Fourier

Exercice 5 *On cherche à déterminer la transformée de Fourier de* $s(t) = e^{-|t|}$.

1. *Calculer la somme et l'énergie de ce signal.*
2. *On note* $s_1(t) = s(t)[\![t \geq 0]\!](t)$*. Calculez la transformée de Fourier de* $s_1(t)$ *notée* $\widehat{S}_1(f)$.
3. *On note* $s_2(t) = s(t)[\![t \leq 0]\!](t)$*. Calculez la transformée de Fourier de* $s_2(t)$ *notée* $\widehat{S}_2(f)$.
4. *On remarque* $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ *pour* $t \neq 0$*. Que peut-on en déduire sur la relation entre* $\widehat{S}(f)$ *et* $\widehat{S}_1(f)$ *et* $\widehat{S}_2(f)$.
5. *Déduisez* $\widehat{S}(f)$.
6. *En établissant le lien avec la première question, déterminez* $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+4\pi^2 t^2}\, dt$.

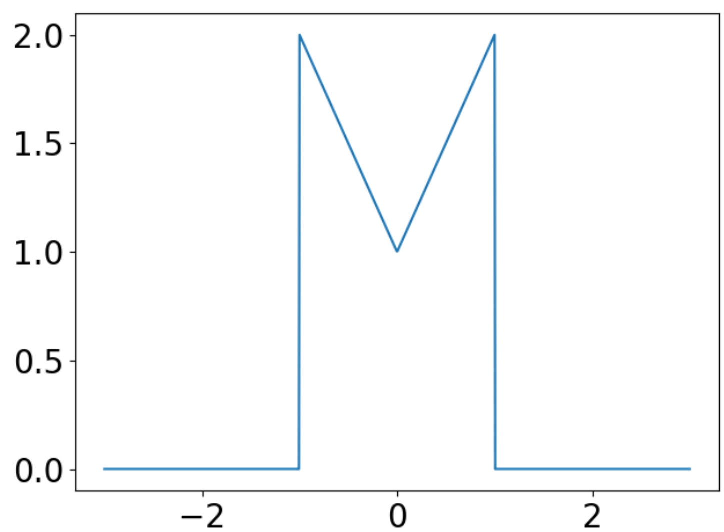

Figure 3.1: Visualisation du signal $x(t)$ (exercice 6).

Exercice 6 *On considère le signal noté* $x(t)$ *et décrit par la figure 3.1. Donnez un pseudo-algorithme permettant de calculer sa transformée de Fourier.*

Exercice 7 *On considère le signal* $x(t) = e^{-|t|}$ *dont la transformée de Fourier vaut* $\widehat{X}(f) = \frac{1}{1+4\pi^2 f^2}$*. On considère*

$$y(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x(t-n)}{2^n} \tag{3.1}$$

Montrez que la transformée de Fourier de $y(t)$ est

$$\widehat{Y}(f) = \frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2} \left(\frac{1}{1 - \frac{e^{-j2\pi f}}{2}} \right) \tag{3.2}$$

Chapter 4

Propriété de la transformée de Fourier

Exercice 8 *Cet exercice cherche à illustrer la notion de parité.*

1. *On considère le signal* $s(t) = e^{-|t|}$*. Montrez que la transformée de Fourier de ce signal est à valeurs réelles.*
2. *En considérant différents fonctions de bases, proposez un algorithme montrant que la transformée de Fourier d'un signal pair est réel et que la transformée de Fourier d'un signal impair est imaginaire pur.*

Exercice 9 *On se donne des fonctions de bases et des tirages aléatoires. Montrez comment par simulation on peut confirmer que* $TF\left[x\left(\frac{t}{a}\right)\right](f) = a\widehat{X}(af)$ *pour* $a > 0$*.*

Chapter 5

Diracs

Exercice 10 *On considère le signal* $x(t) = \Pi(t) = [\![-0.5 \leq t \leq 0.5]\!](t)$.

1. *Calculez sa dérivée* $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$.
2. *Calculez* $z(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$.
3. *Calculez la transformée de Fourier de* $y(t)$ *notée* $\widehat{Y}(f)$ *et en déduire celle de* $x(t)$ *notée* $\widehat{X}(f)$.
4. *Représentez les signaux* $x(t), y(t), z(t)$.

Exercice 11 *On considère un oscillateur obtenu avec un comparateur (un amplificateur opérationnel monté en comparateur) et une capacité qui se charge et se décharge avec une résistance en fonction de la sortie du comparateur.*

1. *Proposez un montage électronique ou un schéma*
2. *Donnez l'algorithme permettant de simuler le fonctionnement de cet oscillateur.*

Chapter 6

Transformées de Fourier et dérivation

Chapter 7

Équations différentielles

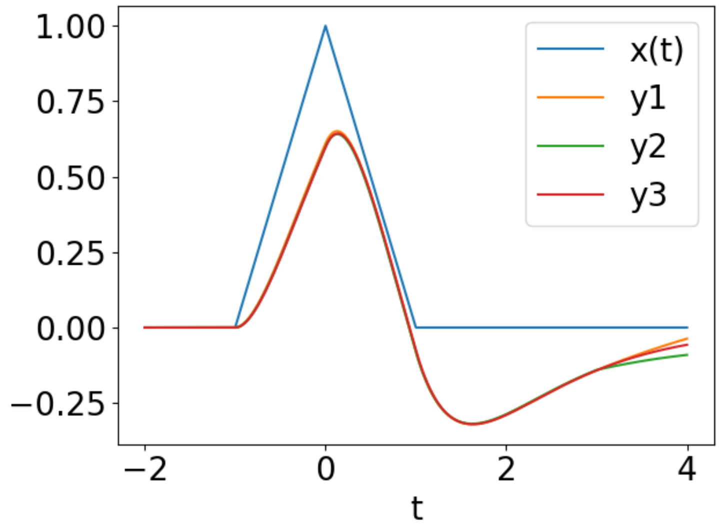

Figure 7.1: Visualisation de l'entrée $x(t)$ et de la sortie $y(t)$ illustrant l'exercice 12.

Exercice 12 *On considère un filtre défini par l'équation différentielle*

$$LC\frac{d^2}{dt^2}y(t) + RC\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = RC\frac{d}{dt}x(t) \tag{7.1}$$

avec $R = 3$, $C = 0.5$, $L = 1$. On considère un signal en entrée défini par $x(t) = \mathbb{T}(t)$ et on cherche à simuler le signal de sortie $y(t)$ associé à ce filtre décrit par l'équation (7.1).

1. *Montrez que*

$$\frac{d}{dt}\mathbb{T}(t) = \int_{-\infty}^{t} \left[\delta(\tau-1) - 2\delta(\tau) + \delta(\tau+1)\right] \, d\tau \tag{7.2}$$

2. *On appelle $\tilde{y}(t)$ la solution de cette deuxième équation différentielle*

$$LC\frac{d^2}{dt^2}\tilde{y}(t) + RC\frac{d}{dt}\tilde{y}(t) + \tilde{y}(t) = \delta(t) \tag{7.3}$$

   Exprimez $y(t)$ en fonction de $\tilde{y}(t)$.

3. *En utilisant les fonctions* `sol_eq_diff`, `deriver`, `integrer` *et* `retarder` *de* `seb`, *donnez un pseudo-programme permettant de simuler $y(t)$.*

Exercice 13 *On considère un filtre dont la réponse fréquentielle vérifie*

$$\widehat{H}(f) = \frac{j2\pi f\mathtt{RC}}{1 - 4\pi^2 f^2 + 4j\mathtt{RC}\pi f} \tag{7.4}$$

1. *Trouvez l'équation différentielle associée à la relation entrée-sortie ?*

2. *Trouvez l'équation différentielle associée à la réponse impulsionnelle ?*

3. *Proposez un algorithme permettant de caculer la réponse impulsionnelle.*

Exercice 14 *On considère l'équation différentielle associée à une relation entrée-sortie :*

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t) \tag{7.5}$$

1. *Donnez la réponse fréquentielle.*

2. *Donnez un algorithme donnant la réponse impulsionnelle.*

3. *Écrivez le polynôme caractéristique.*

4. *Trouvez les solutions de ce polynôme.*

5. *En déduire la réponse impulsionnelle.*

Chapter 8

Filtres et effet mémoire

Exercice 15 *Dans cet exercice, on cherche à montrer par simulation que*

$$\Pi(t) * \Pi(t) = \mathbb{T}(t) \tag{8.1}$$

où $\Pi(t) = [\![|t| \leq 0.5]\!](t)$ *et* $\mathbb{T}(t) = (1 - |t|)[\![|t| \leq 1]\!](t)$.

1. *Montrez que* $\Pi(t) * \Pi(t) = \mathrm{sinc}^2(f)$ *où* $\mathrm{sinc}(f) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$.
2. *Proposez un algorithme utilisant la transformée de Fourier pour montrer l'équation (8.1).*
3. *Donnez un autre algorithme utilisant le produit de convolution pour démontrer aussi l'équation (8.1).*

Exercice 16 *Dans cet exercice, on cherche à montrer par simulation que*

$$\Pi(t) * \Pi(t) = \mathbb{T}(t) \tag{8.2}$$

où $\Pi(t) = [\![|t| \leq 0.5]\!](t)$ *et* $\mathbb{T}(t) = (1 - |t|)[\![|t| \leq 1]\!](t)$.

1. *On note* $s(t) = \Pi(t) * \Pi(t)$, *donnez une expression intégrale à* $s(t)$.
2. *Montrez que pour* $t < -1$, $s(t) = 0$.
3. *Montrez que* $s(-t) = s(t)$ *et que donc* $s(t)$ *est un signal pair.*
4. *En déduire que pour* $t > 1$, $s(t) = 0$.
5. *Montrez que* $s(0) = 1$.
6. *Montrez que* $s(t) = 1 - t$ *pour* $t \in [0, 1]$.
7. *Déduisez que* $s(t) = \mathbb{T}(t)$.

Chapter 9

Description fréquentielle des filtres

Exercice 17 *On considère un filtre de réponse impulsionnelle*

$$h(t) = \cos(2\pi t)e^{-t}[\![t \geq 0]\!](t) \tag{9.1}$$

Ce filtre est un passe-haut. Donnez un algorithme permettant de trouver les deux fréquences de coupure et sa bande passante.

Exercice 18 *On considère un filtre de réponse impulsionnelle*

$$h(t) = \cos(2\pi t)e^{-|t|} \tag{9.2}$$

1. *Montrer que la réponse fréquentielle de ce filtre est*

$$\widehat{H}(f) = \frac{1}{1+4\pi^2(f-1)^2} + \frac{1}{1+4\pi^2(f+1)^2} \tag{9.3}$$

   Pour cela vous pouvez utiliser le fait que $\cos(2\pi t) = \frac{1}{2}e^{-j2\pi t} + \frac{1}{2}e^{j2\pi t}$ *et que quand* z *est un complexe,* $\frac{1}{z} + \frac{1}{\overline{z}} = \frac{2\Re e(z)}{|z|^2}$.

2. *Pourquoi en observant* $h(t)$*, on pouvait savoir que* $\widehat{H}(f) = |\widehat{H}(f)|$

3. *En observant l'équation (9.3), montrez trouvez la valeur de* $f > 0$ *qui maximise* $|\widehat{H}(f)|$.

4. *On considère maintenant*

$$|\widehat{H}(f)| = \frac{1}{1+16\pi^2} + \frac{1}{1+4\pi^2(f-1)^2} \tag{9.4}$$

   Montrez que ceci est une bonne approximation de $|\widehat{H}(f)|$ *autour de* $f = 1$.

5. *En utilisant cette nouvelle approximation, calculez les deux fréquences de coupures et la bande passante.*

Exercice 19 *On considère un signal non-périodique défini par* $x(t) = e^{-t}[\![0 \leq t < 1]\!](t)$ *et un signal périodique obtenu en périodisant* $x(t)$.

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t-k) \tag{9.5}$$

1. *Donnez l'algorithme permettant de tracer* $y(t)$ *pour* $t \in [-3, 3]$.

2. *Donnez l'algorithme permettant d'estimer* M_y *et* P_y.

3. *Donnez l'algorithme permettant de calculer la série de Fourier associée à* $y(t)$.

4. *Donnez un algorithme permettant de vérifier expérimentalement que* $P_y = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\widehat{Y}_k|^2$ *et que* $M_y = \widehat{Y}_0$ *non pas seulement pour ce signal spécifiquement mais pour des signaux construits à partir de* $x(t)$ *et tirés aléatoirement.*

Exercice 20 *On considère un signal non-périodique défini par $x(t) = e^{-t}[\![0 \leq t < 1]\!](t)$ et un signal périodique obtenu en périodisant $x(t)$.*

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t-k) \tag{9.6}$$

1. *Représentez graphiquement $x(t)$ et $y(t)$ pour $t \in [-3, 3]$.*

2. *Calculez A_x et en déduire M_y.*

3. *Calculez E_x et en déduire P_y.*

4. *Montrez que les coefficients de la série de Fourier sont*

$$\widehat{Y}_k = \frac{1-e^{-1}}{1+j2\pi k} \tag{9.7}$$

5. *En utilisant le fait que*

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+4\pi^2k^2} = \frac{1}{2}\frac{e+1}{e-1} \tag{9.8}$$

   montrez qu'on retrouve le résultat précédent $P_y = \frac{1}{2}\frac{e^2-1}{e^2}$.

Exercice 21 *On considère un signal défini par*

$$x(t) = \Pi(t) - \frac{1}{2}\Pi\left(\frac{t}{3}\right) \tag{9.9}$$

On note $y(t)$ le signal périodisé en répétant l'intervalle $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$. On considère le filtre défini par l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t) \tag{9.10}$$

1. *Représentez graphiquement $y(t)$ pour $t \in [-3, 3]$.*

2. *Montrez que $\widehat{X}(f) = \mathrm{sinc}(f) - \frac{3}{2}\,\mathrm{sinc}(f)$.*

3. *En déduire que $\widehat{Y}_k = \frac{1}{3}\,\mathrm{sinc}(\frac{k}{3}) - \frac{1}{2}\delta_k$, δ_k étant la suite nulle sauf en $k = 0$ ou elle vaut 1.*

4. *Calculez la réponse fréquentielle du filtre*

5. *En déduire la $\widehat{Y}_k$.*

6. *Proposez une approximation de $y(t)$.*

Chapter 10

Signaux périodiques

Chapter 11

Filtres agissant sur des signaux périodiques

Chapter 12

Échantillonnage d'un signal non-périodique

Exercice 22 *On considère le signal $x(t) = e^{-t}[\![t \geq 0]\!](t)$ et on souhaite illustrer la question du repliement spectral.*

1. *Donnez un algorithme permettant de simuler y_n le signal $x(t)$ échantillonné à la fréquence f_e.*
2. *Donnez un algorithme permettant de simuler $\widehat{Y}(f)$ la transformée de Fourier de y_n.*
3. *Donnez un algorithme permettant de simuler $\widehat{Z}(f)$, défini par*

$$\widehat{Z}(f) = \left| \frac{1}{f_e}\widehat{Y}(f) - \widehat{X}(f) - \widehat{X}(f - f_e) - \widehat{X}(f + f_e) \right| \tag{12.1}$$

$x(t)$ présente une discontinuité en $t = 0$, aussi il est nécessaire pour la valeur de $x(t)$ en $t = 0$ d'utiliser

$$\frac{1}{2} \lim_{t \to 0^-} x(t) + \frac{1}{2} \lim_{t \to 0^+} x(t) = \frac{1}{2} \tag{12.2}$$

Exercice 23 *On considère le signal $x(t) = e^{-t}[\![t \geq 0]\!](t)$ et on souhaite calculer la transformée de Fourier du signal échantillonné. On considère f_e une fréquence d'échantillonnage. On note y_n le signal $x(t)$ échantillonné à la fréquence f_e.*

1. *Montrez que $y_n = e^{-nT_e} - \frac{1}{2}\delta_n$*
2. *Montrez que*

$$\widehat{Y}(f) = -0.5 + \frac{1}{1 - e^{-T_e - j2\pi f T_e}} \tag{12.3}$$

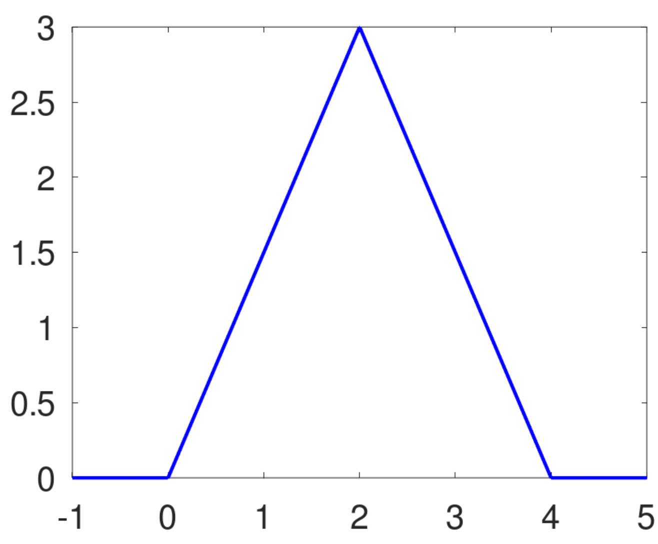

Figure 12.1: Graphe de $x(t)$ relatif à l'exercice 24.

Exercice 24 *Le signal montré sur la figure 12.1 est noté $x(t)$. Sa transformée de Fourier est notée $\widehat{X}$.*

1. *$x(t)$ est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*
2. *Donnez une expression de $x(t)$ sous la forme de sa description sur plusieurs intervalles.*
3. *Donnez une expression de $x(t)$ en fonction de $[\![\,]\!]$.*
4. *Calculez $x(0)$, $x(1)$, E_x.*
5. *Calculez $\widehat{X}(0)$ et $\widehat{X}(1)$.*
6. *Construire $y_1(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$*
7. *Construire $y_1(t) = x\left(t-1\right)$*
8. *Construire $y_1(t) = \frac{1}{2}x\left(t\right)$*
9. *Construire $y_1(t) = x\left(t\right) - x\left(t-2\right)$*

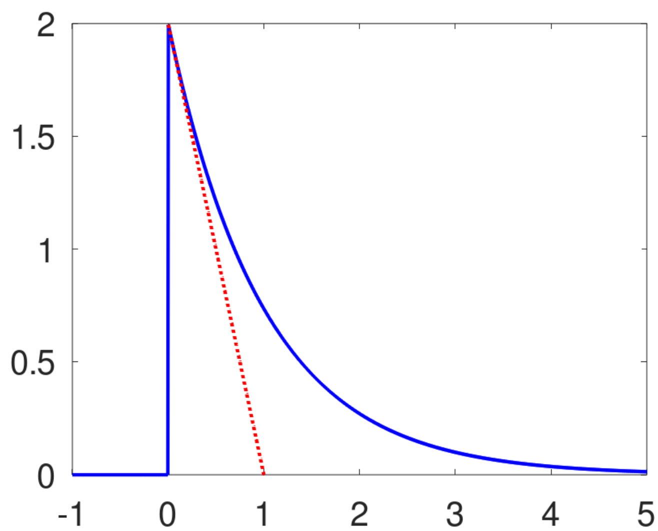

Figure 12.2: Graphe de $x(t)$ et de sa tangente pour l'exercice 27.

Exercice 25 *Le signal montré sur la figure 16.1 est noté $x(t)$. Sa transformée de Fourier est notée $\widehat{X}$. Ce signal est de la forme $x(t) = ae^{-bt}\mathbf{1}(t \geq 0)$.*

1. *$x(t)$ est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*
2. *Justifiez la valeur de a avec la courbe exponentielle sur la figure 16.1.*
3. *Justifiez la valeur de b avec la ligne tangente à la courbe exponentielle sur la figure 16.1.*
4. *Donnez une expression de $x(t)$ en fonction de $\mathbf{1}()$.*
5. *Calculez $x(0)$, $x(1)$, E_x.*
6. *Calculez $\widehat{X}(0)$ et $\widehat{X}(1)$.*
7. *Construire $y_1(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$*
8. *Construire $y_1(t) = x\left(t-1\right)$*
9. *Construire $y_1(t) = \frac{1}{2}x\left(t\right)$*
10. *Construire $y_1(t) = x\left(t\right) - x\left(t-2\right)$*

Exercice 26 *Le signal étudié ici est* $x(t) = t\mathbf{1}(t \in [0,1[) + (2-t)\mathbf{1}(t \in [1,2[)$ *On considère* $y(t)$ *obtenu en périodisant le signal* $x(t)$ *pour* $t \in [0,3]$.

1. $x(t)$ *est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*

2. $y(t)$ *est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*

3. *Dessiner* $x(t)$ *pour* $t \in [-1,5]$ *sur un graphe.*

4. *Dessiner* $y(t)$ *pour* $t \in [-1,5]$ *sur le même graphe.*

5. *Calculez* $x(0)$, $x(-2)$, E_x *et* P_x.

6. *Calculez* $y(0)$, $y(-2)$, E_y *et* P_y.

7. *Calculez* $\widehat{X}_0$ *et* $\widehat{Y}_0$.

8. *Calculez* $\widehat{X}_0$ *et* $\widehat{Y}_0$.

9. *Dessiner sur le graphe* $y_1(t) = y\left(\frac{t}{2}\right)$

10. *Dessiner sur le graphe* $y_2(t) = y\left(t-1\right)$

11. *Dessiner sur le graphe* $y_3(t) = \frac{1}{2}y\left(t\right)$

12. *Dessiner sur le graphe* $y_4(t) = y\left(t\right) - y\left(t-2\right)$

Chapter 13

Modélisation stochastique du bruit

Chapter 14

Filtrage des processus aléatoires

Chapter 15

Autocorrélation et densité spectrale

Chapter 16

Densité de probabilité et filtrage

16.1 Exercices

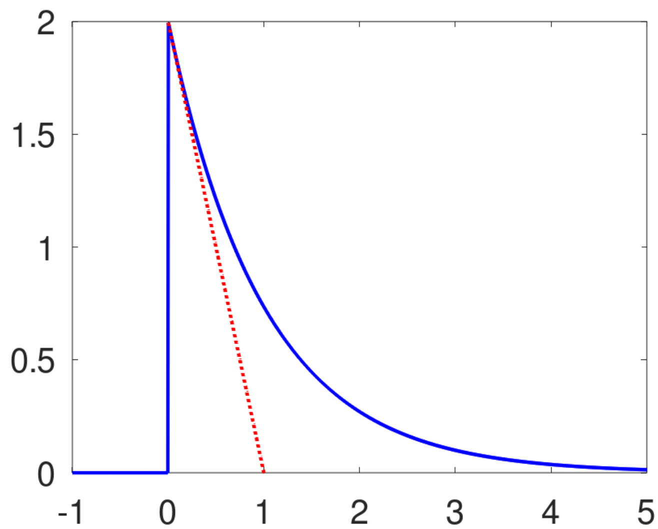

Figure 16.1: Graphe de $x(t)$ et de sa tangente pour l'exercice 27.

Exercice 27 *Le signal montré sur la figure 16.1 est noté $x(t)$. Sa transformée de Fourier est notée $\widehat{X}$. Ce signal est de la forme $x(t) = ae^{-bt}\mathbf{1}(t \geq 0)$.*

1. *$x(t)$ est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*
2. *Justifiez la valeur de a avec la courbe exponentielle sur la figure 16.1.*
3. *Justifiez la valeur de b avec la ligne tangente à la courbe exponentielle sur la figure 16.1.*
4. *Donnez une expression de $x(t)$ en fonction de $\mathbf{1}()$.*
5. *Calculez $x(0)$, $x(1)$, E_x.*
6. *Calculez $\widehat{X}(0)$ et $\widehat{X}(1)$.*
7. *Construire $y_1(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$*
8. *Construire $y_1(t) = x\left(t-1\right)$*
9. *Construire $y_1(t) = \frac{1}{2}x\left(t\right)$*
10. *Construire $y_1(t) = x\left(t\right) - x\left(t-2\right)$*

Exercice 28 *Le signal étudié ici est $x(t) = t\mathbf{1}(t \in [0,1[) + (2-t)\mathbf{1}(t \in [1,2[)$ On considère $y(t)$ obtenu en périodisant le signal $x(t)$ pour $t \in [0,3]$.*

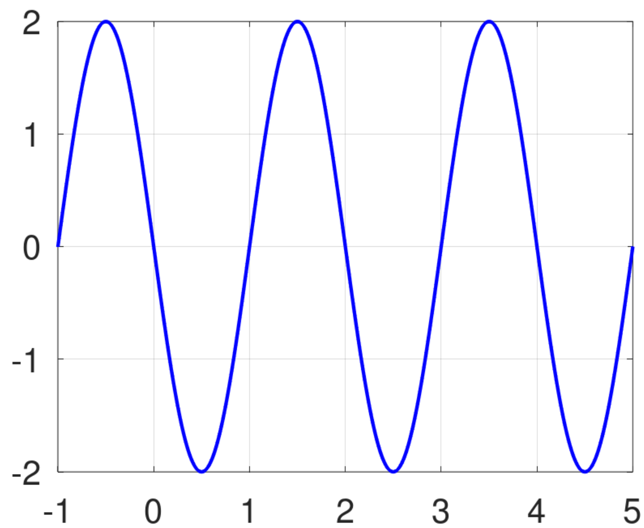

Figure 16.2: Graphe de $x(t)$ relatif à l'exercice 29.

1. *$x(t)$ est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*
2. *$y(t)$ est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique.*
3. *Dessiner $x(t)$ pour $t \in [-1, 5]$ sur un graphe.*
4. *Dessiner $y(t)$ pour $t \in [-1, 5]$ sur le même graphe.*
5. *Calculez $x(0)$, $x(-2)$, E_x et P_x.*
6. *Calculez $y(0)$, $y(-2)$, E_y et P_y.*
7. *Calculez $\widehat{X}_0$ et $\widehat{Y}_0$.*
8. *Calculez $\widehat{X}_0$ et $\widehat{Y}_0$.*
9. *Dessiner sur le graphe $y_1(t) = y\left(\frac{t}{2}\right)$*
10. *Dessiner sur le graphe $y_2(t) = y\left(t - 1\right)$*
11. *Dessiner sur le graphe $y_3(t) = \frac{1}{2}y\left(t\right)$*
12. *Dessiner sur le graphe $y_4(t) = y\left(t\right) - y\left(t - 2\right)$*

Exercice 29 *Le signal montré sur la figure 16.2 est noté $x(t)$. Sa transformée de Fourier est notée $\widehat{X}$. Ce signal est de la forme $x(t) = a\cos(bt + c)$.*

1. *$x(t)$ est-il un signal temps continu, temps discret, périodique, non-périodique, déterministe ou aléatoire.*
2. *Justifiez la valeur de a en observant la valeur maximale et minimale sur la figure 16.2.*
3. *Justifiez la valeur de b en mesurant la période sur la figure 16.2.*
4. *Justifiez la valeur de c en interprétant cette courbe comme en retard (ou en avance) par rapport à $a\cos(bt)$ sur la figure 16.1.*
5. *Calculez $x(0)$, $x(1)$, P_x.*
6. *Calculez $\widehat{X}_0$ et $\widehat{X}_1$.*
7. *Dessiner sur le graphe $y_1(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$*

8. *Dessiner sur le graphe* $y_1(t) = x\,(t-1)$

9. *Dessiner sur le graphe* $y_1(t) = \frac{1}{2}x\,(t)$

10. *Dessiner sur le graphe* $y_1(t) = x\,(t) - x\,(t-2)$