1. Si $\alpha=0$, la suma vale 0 para cada valor de n y 0 es un múltiplo de todos los números.
2. Si $\alpha=1$ y $n=2$, la suma vale 3, el cual no es múltiplo de 2.
3. Si $\alpha=2$, la suma vale $2+4+6+\dots+2n=2(1+2+3+\dots+n)=\frac{2n(n+1)}{2}=n(n+1)$. Este es un múltiplo de n porque n es uno de los factores de ese número.
4. Similarmente, cuando $\alpha=2k$, la suma vale $kn(n+1)$. Este también es múltiplo de n.
5. $\alpha=2k+1$ nunca es una solución para $n=2$ porque $2k+1+(2k+1)2=(2k+1)3$ y como $2k+1$ es impar y 3 también lo es, esto nunca será un múltiplo de 2.
6. $\alpha=0.5$ no es una solución para $n=2$ porque $\lfloor 0.5(1)\rfloor+\lfloor 0.5(2)\rfloor=0+1=1$ y 1 no es un múltiplo de 2.
7. Si $0.5\leq\alpha<1$ y $n=2$, la suma será $\lfloor\alpha\rfloor+\lfloor\alpha 2\rfloor=0+1=1$ porque el valor de $\alpha 2$ siempre será menor que 2 y 1 no es un múltiplo de 2, si $0<\alpha<0.5$ siempre hay un n tal que $1\leq\alpha n<2$ que causará que la suma sea $\lfloor\alpha\rfloor+\lfloor 2\alpha\rfloor+\dots+\lfloor\alpha n\rfloor=0+0+\dots+1$ lo cual solo es un múltiplo para $n=1$, entonces $0<\alpha<1$ no es una solución para todos los n enteros y positivos. En resumen, si $0<\alpha<1$, el n más bajo tal que $1\leq\alpha n<2$ nos dará una suma igual a 1, el cual no es múltiplo de n. Nótese que n será 1 si $\alpha=1$ y ya se demostró que $\alpha=1$ no es una solución.
8. Si $\alpha=-1$ y $n=2$, la suma vale $-1-2=-3$ el cual no es múltiplo de 2, para $-1<\alpha<0$, el mínimo n tal que $-2\leq\alpha n<-1$ nos dará la suma $\lfloor\alpha\rfloor+\lfloor 2\alpha\rfloor+\dots+\lfloor\alpha n\rfloor=-1-1-\dots-2$, esta es una suma del número -1 repetido $n-1$ veces menos 2, esta suma vale $-n+1-2=-n-1$, esto no es un múltiplo de $n\neq 1$. Nótese que para que $n=1$ en la expresión $-2\leq\alpha n<-1$, α debe cumplir que $-2\leq\alpha<-1$.
9. Todos los números reales se pueden representar así porque si $\beta=0$, $2k$ nos permite representar todos los números pares, si $\beta=1$, $2k+\beta$ nos permite representar todos los números impares, $0<\beta<1$ nos permite representar todos los números entre $2k$ y $2k+1$ y $-1<\beta<0$ nos permite representar todos los números entre $2k-1$ y $2k$. Entonces todos los números del segmento $[2k-1,2k+1]$ se pueden representar, el segmento tiene una longitud de 2, todos los números de la forma $2k$ difieren en 2 como mínimo y los segmentos que cubren 2 números pares consecutivos solo tienen un punto en común, todos los números reales se pueden representar con valores de la forma $2k+\beta$.
10. Para un α de la forma $2k+\beta$ tal que $\beta>0$ y $k>0$, la suma tendrá un comportamiento parecido al de la suma que vale con $\alpha=2k$, pero esta tendrá un término que para un n lo suficientemente alto será $2kn+1$, haciendo que la suma valga $kn(n+1)+1$ lo cual no será múltiplo de $n\neq 1$, este n será el n más bajo tal que $(2k+\beta)n\geq 2kn+1$. Para $\beta<0$ y $k<0$ la suma tendrá la forma $kn(n+1)-n$ hasta que se llegue a un n tan alto que $(2k+\beta)n\leq 2kn-1$, para ese n la suma tendrá el valor de $kn(n+1)-n-1$, este no será un múltiplo de $n\neq 1$. Este n será el n más bajo que cumpla que $(2k+\beta)n\leq 2kn-1$. Para $\beta<0$ y $k>0$ la suma tendrá un valor de $kn(n+1)-n$ hasta que llegue el n más bajo tal que $(2k+\beta)n\leq 2kn-1$ el cual nos dará una suma de $kn(n+1)-n-1$ que no será un múltiplo de $n\neq -1$. Para $\beta>0$ y $k<0$ la suma tendrá el valor de $kn(n+1)$ hasta que $(2k+\beta)n\geq 2kn+1$, entonces la suma valdrá $kn(n+1)+1$ que no será un múltiplo de $n\neq 1$. Nótese que para que $n=1$ sea el número más bajo que cumple las condiciones mencionadas, β tiene que ser igual a 1 o a -1, los cuales son números de la forma $2k\pm 1$, estos siempre son impares y ya se demostró que ningún número impar es una solución.