

Matemática

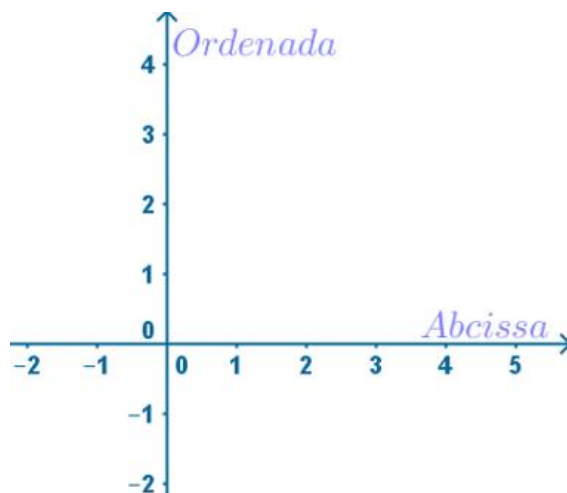
Aula 7

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Profa. Me. Alessandra Azzolini

Plano Cartesiano

O **plano cartesiano** é um sistema de coordenadas que leva esse nome devido ao seu criador, o matemático e filósofo René Descartes. O plano cartesiano de duas dimensões, ou seja, duas orientações: A horizontal, que chamamos de **abscissa** ou eixo x , e a vertical, que chamamos de **ordenada** ou eixo y , configurando assim duas dimensões no espaço.

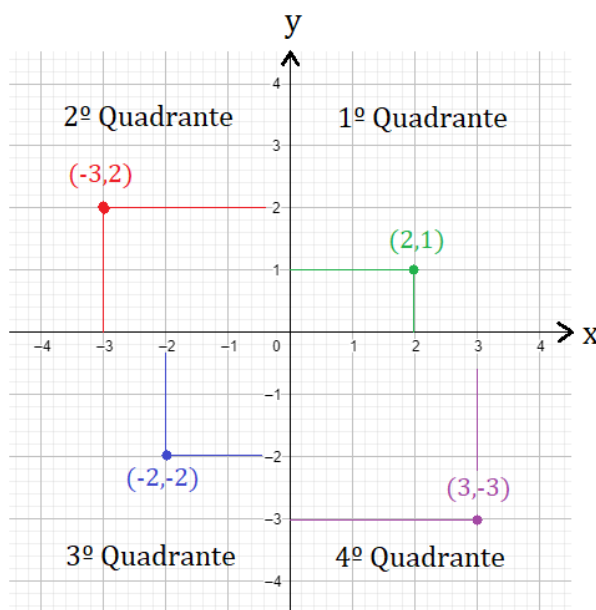


Plano cartesiano com destaque para a abscissa e a ordenada

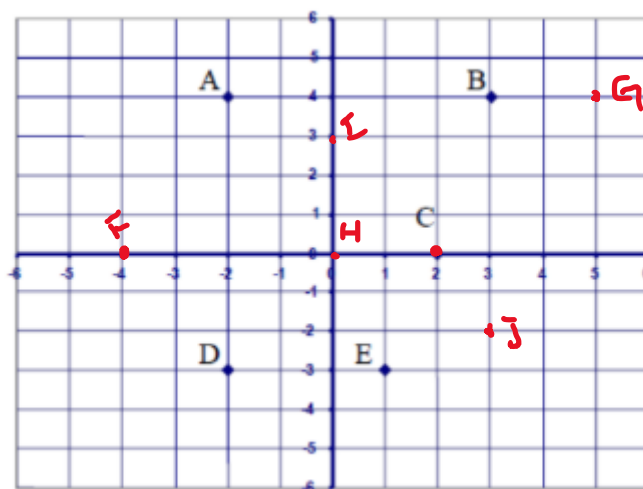
Pares ordenados e Quadrantes

Um par ordenado é formado por dois números reais que representam uma coordenada. A ordem escolhida é a seguinte: Primeiro vêm as coordenadas x e, depois, as coordenadas y , que são colocadas entre parênteses para representar uma localização qualquer (x,y)

Veja a figura abaixo a representação dos pontos $(2,1)$, $(-3,2)$, $(-2,-2)$ e $(3,-3)$. Cada ponto está posicionado em um quadrante onde, a partir do primeiro, os outros 3 são dispostos no sentido anti-horário ao plano.



6. Dê as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E e marque no plano cartesiano os pontos F (-4,0), G(5, 4) H(0, 0) I (0, 3) J (3, -2)



Resposta: A(-2, 4), B (3, 4), C(2,0), D(-2, -3), E(1, -3)

Função afim ou polinomial do 1º grau

Uma função é considerada polinomial do 1º grau quando sua representação matemática é um polinômio de grau 1, sendo representada, de maneira geral, pela forma $f(x) = ax + b$, com a e b sendo números reais e $a \neq 0$. Os números representados por a e b são chamados *coeficientes*, enquanto x é a *variável independente*.

Fórmula geral da função afim ou polinomial do primeiro grau

$$f(x) = ax + b$$

x = domínio

$f(x)$ = imagem

a = coeficiente angular

b = coeficiente linear

Exemplos:

$$f(x) = 3x + 2 \rightarrow \text{coeficientes: } a = 3 \text{ e } b = 2$$

$$f(x) = -2x + 5 \rightarrow \text{coeficientes: } a = -2 \text{ e } b = 5$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - 3 \rightarrow \text{coeficientes: } a = \frac{1}{5} \text{ e } b = -3$$

$$f(x) = \frac{2}{3} - x \rightarrow \text{coeficientes: } a = -1 \text{ e } b = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = 3x \rightarrow \text{coeficientes: } a = 3 \text{ e } b = 0$$

Exemplo

Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 900,00, e uma variável, que corresponde a uma comissão de 8% do total de vendas que ele fez durante o mês. Pede-se

a. Expressar a lei da função que representa seu salário mensal.

$$S(x) = 900 + 0,08x$$

b. Determine os coeficientes:

$$\text{Linear} = 900$$

$$\text{Angular} = 0,08$$

c. Calcular o salário do vendedor sabendo que durante um mês ele vendeu R\$ 50 000,00 em produtos.

$$S(x) = 900 + 0,08x$$

$$S(50.000,00) = 900 + 0,08 \cdot 50.000,00$$

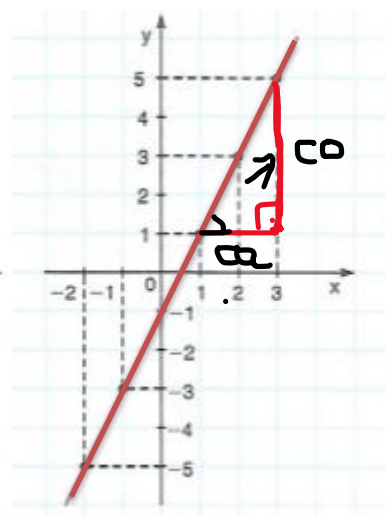
$$S(50.000,00) = 4900,00$$

Gráfico de uma função polinomial do 1º grau

Para construir o gráfico de uma função polinomial do 1º grau, atribuímos valores do domínio à variável x e calculamos as respectivas imagens.

Vamos construir, por exemplo, o gráfico da função real f dada por $y = 2x - 1$.

x	y	pontos do gráfico
-2	-5	$(-2, -5)$
-1	-3	$(-1, -3)$
0	-1	$(0, -1)$
1	1	$(1, 1)$
2	3	$(2, 3)$
3	5	$(3, 5)$



$$y = ax + b$$

$$y = 2x - 1$$

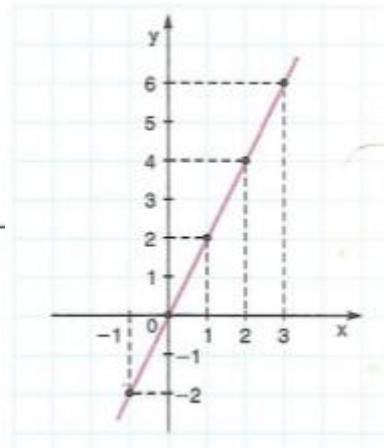
$$a = \frac{b}{a} = \frac{0}{0}$$

$$a = \frac{1}{0} = 2$$

O que será que acontece com um gráfico quando $b = 0$?

Observe a construção do gráfico da função linear $y = 2x$

x	y	pontos
-1	-2	$(-1, -2)$
0	0	$(0, 0)$
1	2	$(1, 2)$
2	4	$(2, 4)$
3	6	$(3, 6)$



Obs: para desenhar o gráfico de uma reta são necessários **apenas dois pontos**. No exemplo acima escolhemos 4 pontos, mas bastaria escolher dois elementos do domínio, encontrar suas imagens, e logo após traçar a reta que passa por esses 2 pontos

Algumas conclusões importantes:

- ✓ O gráfico da função linear $y = ax$ ($a \neq 0$) é sempre uma reta que passa pela origem do sistema cartesiano.
- ✓ O gráfico da função polinomial do 1º grau $y = ax + b$ ($a \neq 0$) intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0, b)$.

Construir o gráfico da função $y = 2 - x$

Sabendo que o gráfico de uma função polinomial do 1º grau é uma reta, basta determinar dois pontos distintos e traçar a reta que passe por eles.

$$f(x) = 2 - x$$

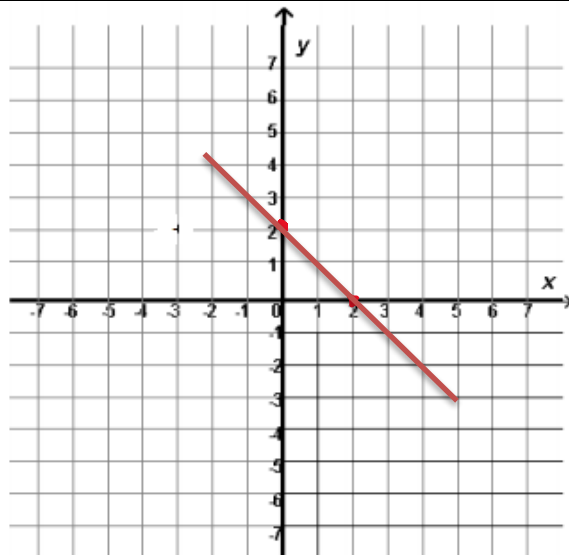
$$f(0) = 2 - 0 = 2$$

$$0 = 2 - x \Rightarrow x = 2$$

Coeficiente linear = 2

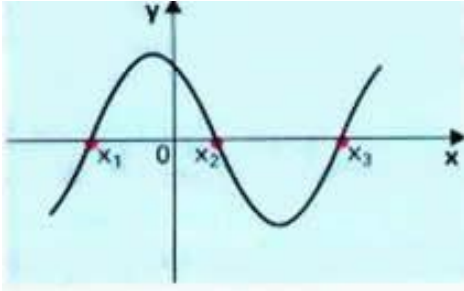
Coeficiente angular = -1

x	f(x)
0	2
2	0



Zeros da função - (raízes)

Dada uma função $y=f(x)$, os valores de x para os quais $f(x)=0$ são chamados **raízes** da função. No gráfico cartesiano, as raízes são abscissas dos pontos onde o gráfico corta o eixo horizontal. Observe o gráfico abaixo:



Neste gráfico, temos:

$$f(x_1) = 0$$

$$f(x_2) = 0$$

$$f(x_3) = 0$$

Portanto x_1 , x_2 e x_3 são raízes da função.

Exemplo

Determine o zero da função (raiz), ou seja $f(x) = 0$ das funções:

a) $f(x) = x + 6$

$$x + 6 = 0$$

$$x = -6$$

b) $y = -2x + 4$

$$-2x + 4 = 0$$

$$-2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

Construir o gráfico da função $y = 4x + 5$

$$f(x) = 4x + 5$$

$$4x + 5 = 0$$

$$4x = -5$$

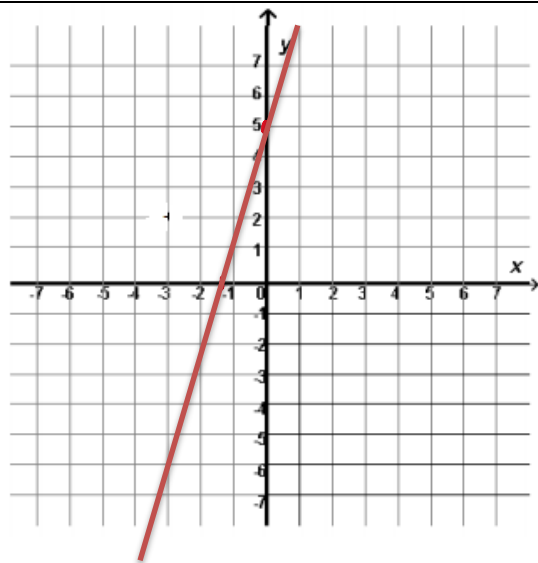
$$x = -\frac{5}{4}$$

Zero da função

Coefficiente linear =

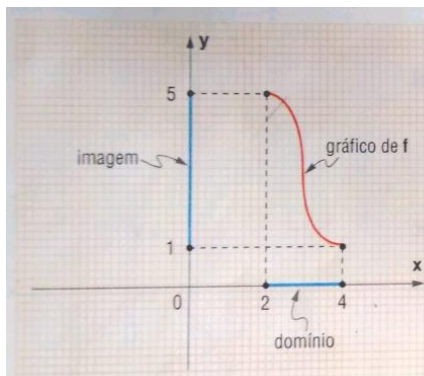
Coefficiente angular =

x	$f(x)$
0	5
-1,25	0



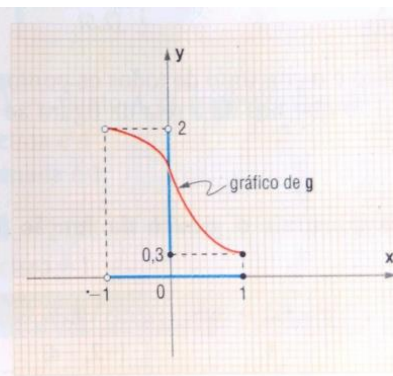
Determinação do domínio e da imagem de uma função, conhecendo o gráfico.

Observando o gráfico de uma função no plano cartesiano podemos, às vezes, determinar o domínio **D** e o conjunto **Im** da função, projetando o gráfico nos eixos.



$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\} = [2, 4]$$

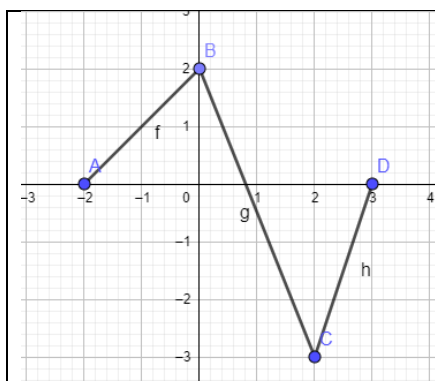
$$Im(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\} = [1, 5]$$



$$D(g) = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 1\} = (-1, 1]$$

$$Im(g) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0,3 \leq x < 2\} = [0,3, 2)$$

Dada a função f , cujo gráfico é dado a seguir, assinale a alternativa correta:



- a) $D(f) = [-2, 3]$ e $Im(f) = [-3, -2]$
- b) $D(f) = [-2, 3]$ e $Im(f) = [-3, 2]$**
- c) $D(f) = [-3, 2]$ e $Im(f) = [-2, 3]$
- d) $D(f) = [-3, -2]$ e $Im(f) = [2, 3]$
- e) $D(f) = [-3, 3]$ e $Im(f) = [-2, -2]$

Exercícios

1. Construa os gráficos das funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por: Análise e verifique se ela é crescente ou decrescente.

a) $f(x) = 3x - 6$

Zero da função(raiz)

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

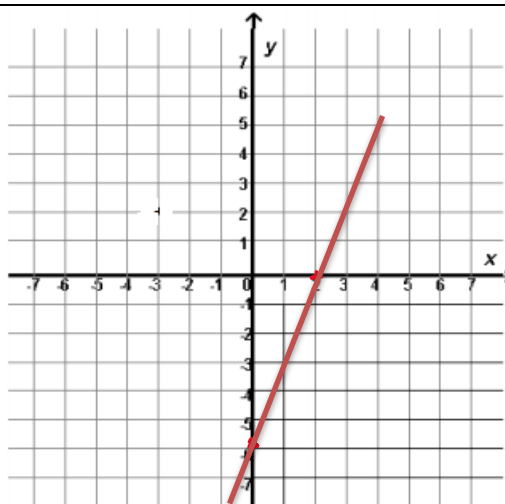
$$x = \frac{6}{3} = 2$$

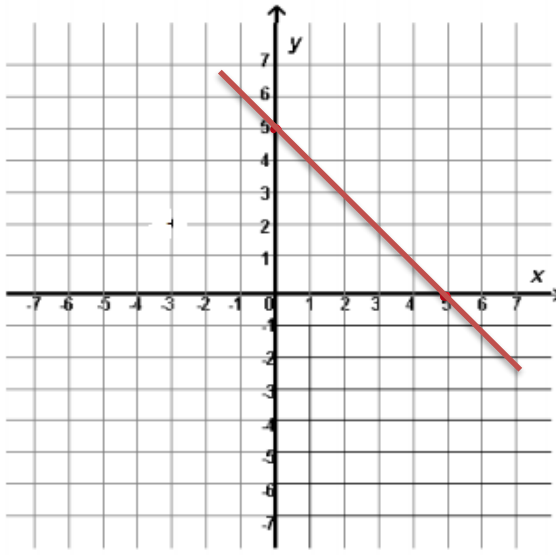
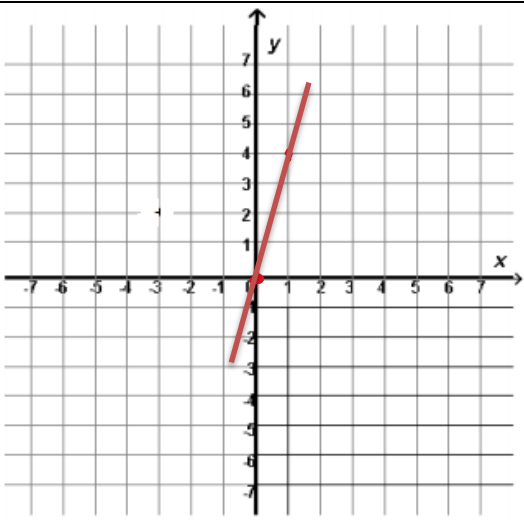
Coefficiente linear = -6

Coefficiente angular = 3

x	$f(x)$
0	-6
2	0

$$f(0) = 3 \cdot 0 - 6 = -6$$



<p>b) $f(x) = -x + 5$ $f(0) = -0 + 5 = 5$ Zero da função(raiz) $-x + 5 = 0$ $-x = -5$ $x = \frac{-5}{-1}$ $x = 5$</p> <p>Coeficiente linear = 5 Coeficiente angular = -1</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f(x)$	0	5	5	0	
x	$f(x)$						
0	5						
5	0						
<p>c) $f(x) = 4x$ $f(0) = 4 \cdot 0 = 0$ $f(1) = 4 \cdot 1 = 4$ Zero da função(raiz) $4x = 0$ $x = \frac{0}{4}$ $x = 0$</p> <p>Coeficiente linear = Coeficiente angular =</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f(x)$	0	0	1	4	
x	$f(x)$						
0	0						
1	4						

]

2. Dada a função polinomial do 1º grau $f(x) = 4x - 1$, determine:

a. $f(0) = -1$

$f(0) = 4 \cdot 0 - 1 = -1$

b. $f(-1) = -5$

3. Para quais valores reais de x na função $f(x) = 1 - 3x$ tem-se:

a) $f(x) = 4$

$1 - 3x = 4$

$-3x = 4 - 1$

$x = \frac{3}{-3}$

$x = -1$

$$b) f(x) = 0$$

$$1 - 3x = 0$$

$$-3x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

4. O custo de fabricação de x unidades de um produto é $C = 100 + 2x$. Cada unidade é vendida pelo preço $p = R\$ 3,00$. Para haver um lucro igual a $R\$ 1\,250,00$ devem ser vendida x unidades. Determine o valor de x .

$$L = R - C$$

$$L = 3x - (100 + 2x)$$

$$L = 3x - 100 - 2x$$

$$L = x - 100$$

$$1250 = x - 100$$

$$x - 100 = 1250$$

$$x = 1250 + 100$$

$$x = 1350$$

5. O Uber é uma aplicativo individual de passageiros. O preço a ser pago por uma corrida em São Paulo do aplicativo inclui uma parcela fixa, os quilômetros rodados. O **Uber X**: R\$ 1,40 por **KM**. **Uber SELECT**: R\$ 1,53 por **KM**. **Uber BLACK**: R\$ 2,32 por **KM**. O Calculo é feito por meio de uma tabela dinâmica. Porém se considerarmos em um determinado horário uma pessoa pegou o Uber Select e pagou uma tarifa fixa de R\$ 2,50.

a. Expresse o valor P a ser pago em função da distância x (em quilômetros) percorrida.

$$S(x) = 2,50 + 1,53x$$

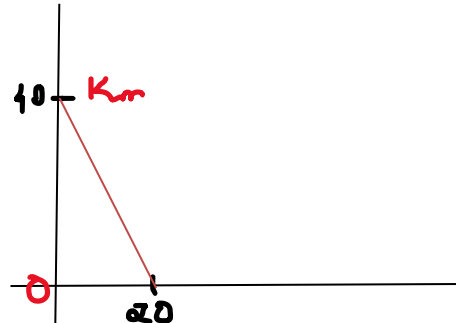
b. Calcule o preço de uma corrida de 17 km.

$$S(17) = 2,50 + 1,53 \cdot (17)$$

$$S(17) = 28,51$$

5. Um móvel se movimenta com velocidade constante obedecendo a fórmula matemática $s = 40 - 2t$, sendo s a posição do móvel, em metros, e t o tempo, em segundos. Construa o gráfico dessa função.

t	s
0	40
20	0



$s = 40 - 2 \cdot 0$	$40 - 2t = 0$
$s = 40 - 0$	$-2t$
$s = 40$	$= -40$
	$t = \frac{-40}{-2}$
	$t = 20$

7. Após o pagamento de todos os custos na importação de um produto, uma empresa calcula o faturamento que terá com ele usando a lei $f(x) = 8x - 640$, em que $f(x)$ é o faturamento líquido de x unidades vendidas. Qual a quantidade mínima que essa empresa terá de vender para obter lucro?

$$8x - 640 > 0$$

$$8x > 640$$

$$x > \frac{640}{8}$$

$$x > 80$$

Resp: A quantidade mínima que essa empresa terá de vender 81 peças.

8. Uma indústria implantou um programa de prevenção de acidentes de trabalho. Esse programa prevê que o número y de acidentes varie em função do tempo t (em anos) de acordo com a lei $y = 28,8 - 3,6t$. Nessas condições, quantos anos essa indústria levará para erradicar os acidentes.

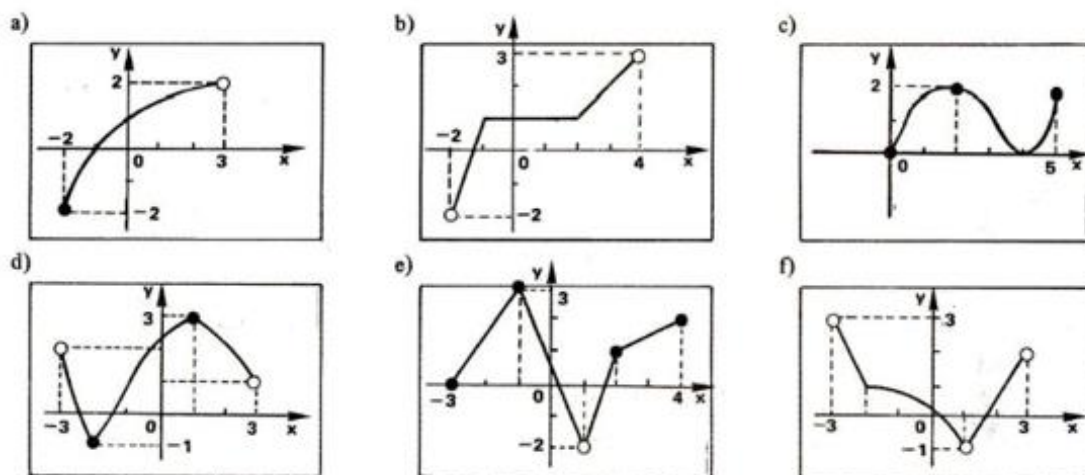
$$28,8 - 3,6t = 0$$

$$-3,6t = -28,8$$

$$t = \frac{-28,8}{-3,6}$$

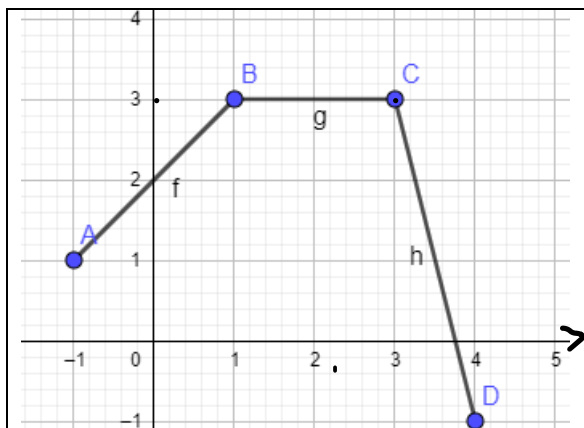
$$t = 8 \text{ anos}$$

9. Os seguintes gráficos representam funções. Determine o domínio **D** e conjunto **Im** de cada uma delas:



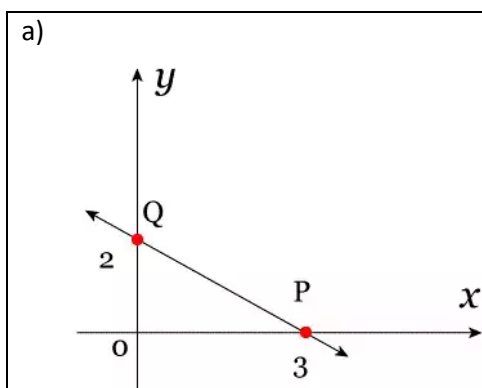
a) $D = [-2, 3[$ $Im = [-2, 2[$	b) $D =]-2, 4[$ $Im =]-2, 3[$	c) $D = [0, 5]$ $Im = [0, 2]$
d) $D =]-3, 3[$ $Im = [-1, 3]$	e) $D = [-3, 4]$ $Im =]-2, 3]$	f) $D =]-3, 3[$ $Im =]-1, 3[$

10. Responda às questões a partir do gráfico da função f dado:

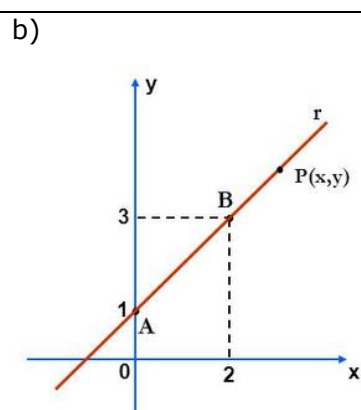


- Qual é o domínio e qual é a imagem de f ?
[-1,4]
- Em quantos pontos o gráfico corta o eixo x ? E o eixo y ? x em 1 ponto e y em 1 ponto
- $f(1,7)$ é maior, menor ou igual a $f(2,9)$?
Iguais
- Qual é o valor máximo de $f(x)$? E o valor mínimo?
valor máximo $f(x) = 3$
valor mínimo $f(x) = -1$
- Qual ponto do gráfico tem abscissa -1?
Ponto A
- O ponto $(4, -1)$ pertence ao gráfico de f ?
Ponto D
- Qual é o valor de x quando $f(x) = 3$?
 $x = 3$

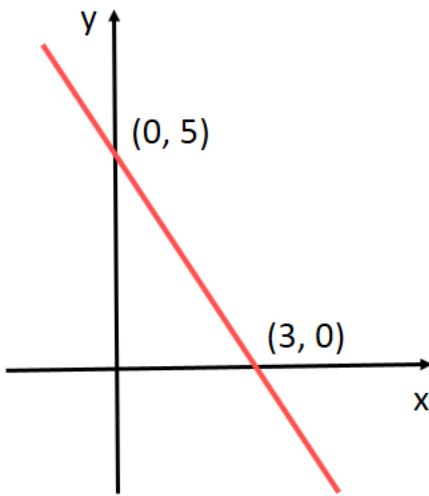
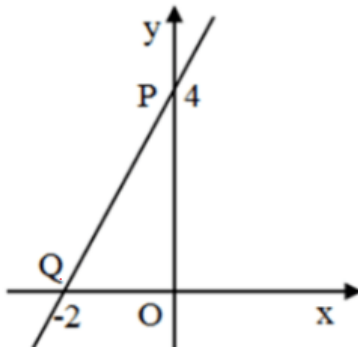
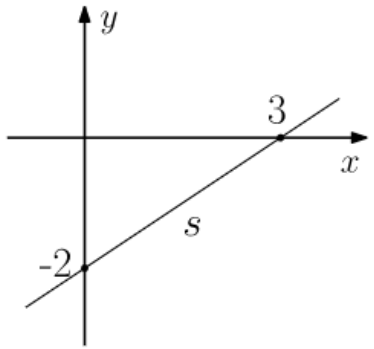
11. Dada uma reta, que passa pelos os pontos, determine a função.



Resp: $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$



Resp: $f(x) = x + 1$

<p>c)</p>  <p><i>Resp: $f(x) = -\frac{5}{3}x + 5$</i></p>	<p>d)</p>  <p><i>Resp: $f(x) = 2x + 4$</i></p>	<p>e)</p>  <p><i>Resp: $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$</i></p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

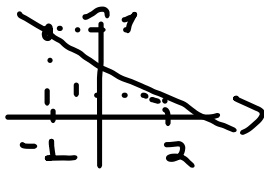
12. Determine a função afim

a) $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$

$$\begin{cases} \text{se } x = 1 \text{ então } y = 5 \\ \text{se } x = -3, \text{ então } y = -7 \end{cases}$$

.

$y = ax + b$ $\begin{cases} 5 = a \cdot 1 + b \\ -7 = a(-3) + b \end{cases}$ $\begin{cases} 5 = a + b \\ -7 = -3a + b \end{cases}$ <p><i>Resp: $y = 3x + 2$</i></p>	$\begin{cases} a + b = 5 & \cdot (3) \\ -3a + b = -7 \end{cases}$ $\begin{cases} 3a + 3b = 15 \\ -3a + b = -7 \end{cases} \quad +$ <hr style="border: 1px solid red;"/> $0a + 4b = 8$ $4b = 8$ $b = \frac{8}{4}$ $b = 2$ <div style="display: flex; justify-content: flex-end; align-items: flex-end;"> $\begin{aligned} a + b &= 5 \\ a + 2 &= 5 \\ a &= 5 - 2 \\ a &= 3 \end{aligned}$ </div>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



b) $f(-1) = 7$ e $f(2) = 1$

$y = ax + b$ $\begin{cases} 7 = a \cdot (-1) + b \\ 1 = a(2) + b \end{cases}$ $\begin{cases} 7 = -a + b \\ 1 = 2a + b \end{cases}$ <p>Resp: $y = -2x + 5$</p>	$\begin{cases} -a + b = 7 \\ 2a + b = 1 \cdot (-1) \end{cases}$ $\begin{cases} -a + b = 7 \\ -2a - b = -1 \end{cases} \quad +$ <hr style="border: 1px solid red;"/> $-3a = 6$ $-3a = 6$ $a = \frac{6}{-3}$ $a = -2$ $-a + b = 7$ $-(-2) + b = 7$ $2 + b = 7$ $\underline{-b = 7 - 2}$ $\underline{b = 5}$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

c) $f(2) = -2$ e $f(1) = 1$. Determine $f(5)$.

$y = ax + b$ $\begin{cases} -2 = a \cdot (2) + b \\ 1 = a(1) + b \end{cases}$ $\begin{cases} -2 = 2a + b \\ 1 = a + b \end{cases}$ <p>Resp: $y = -3x + 4$</p> <p>$f(5) = -3 \cdot (5) + 4$ $f(5) = -11$</p>	$\begin{cases} 2a + b = -2 \quad \cdot (-1) \\ a + b = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} -2a - b = 2 \\ a + b = 1 \end{cases} \quad +$ <hr style="border: 1px solid red;"/> $-a = 3$ $-a = 3 \cdot (-1)$ $a = -3$ $a + b = 1$ $-3 + b = 1$ $b = 1 + 3$ $b = 4$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------