

Matemática

Aula 2

OPERAÇÕES NUMÉRICAS ELEMENTARES

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Potenciação, Radiciação e suas propriedades.

$$7 + 7 : 7 + 7 \cdot 7 - 7$$

$$7 + 1 + 7 \cdot 7 - 7$$

$$7 + 1 + 49 - 7$$

$$50$$



Conjuntos Numéricos

Diagrama de Euler-Venn

	<p>O conjunto dos números naturais (N) é um subconjunto dos números inteiros: $\mathbb{Z} (\mathbb{N} \subset \mathbb{Z})$.</p> <p>O conjunto dos números inteiros (Z) é um subconjunto dos números racionais: $\mathbb{Z} (\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q})$.</p> <p>O conjunto dos números racionais (Q) é um subconjunto dos números reais (R).</p> <p>Os conjuntos dos números naturais (N), inteiros (Z), racionais (Q) e irracionais (I) são subconjuntos dos números reais (R).</p>
--	--

Os **conjuntos numéricos** reúnem diversos conjuntos cujos elementos são números. Eles são formados pelos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. O ramo da matemática que estuda os conjuntos numéricos é a Teoria dos conjuntos.

Confira abaixo as características de cada um deles tais como conceito, símbolo e subconjuntos.

Respondam:

Dos números representados no conjunto a seguir, indique aqueles que são números naturais:

Conjunto = $\{-3, -1, 234, \dots, 0, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Solução = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Conjunto dos Números Naturais (N)

O conjunto dos números naturais é representado por **N**. Ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Subconjuntos dos Números Naturais

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$ ou $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$: conjuntos dos números naturais não-nulos, ou seja, sem o zero.

$\mathbb{N}_p = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$, em que $n \in \mathbb{N}$: conjunto dos números naturais pares.

$\mathbb{N}_i = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n+1, \dots\}$, em que $n \in \mathbb{N}$: conjunto dos números naturais ímpares.

$\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$: conjunto dos números naturais primos.

O zero surgiu de uma necessidade de representar espaços vazios entre dois números naturais.

Conjunto dos Números Inteiros (Z)

O conjunto dos números inteiros é representado por **Z**. Reúne todos os elementos dos números naturais (N) e seus opostos. Assim, conclui-se que N é um subconjunto de Z ($N \subset Z$):

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Subconjuntos dos Números Inteiros

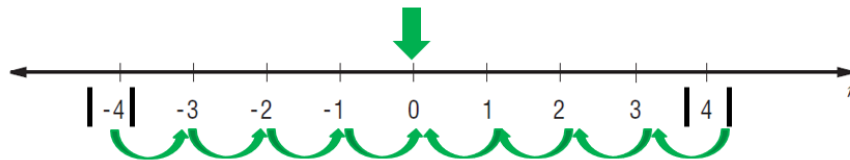
$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ou $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$: conjuntos dos números inteiros não-nulos, ou seja, sem o zero.

$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$: conjunto dos números inteiros e não-negativos. Note que $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$.

$\mathbb{Z}^*_+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$: conjunto dos números inteiros positivos e sem o zero.

$\mathbb{Z}_- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$: conjunto dos números inteiros não-positivos.

$\mathbb{Z}^*_- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$: conjunto dos números inteiros negativos e sem o zero.



$$0,32323232\dots = 32/99$$

Conjunto dos Números Racionais (Q)

O conjunto dos números racionais é representado por **Q**. Reúne todos os números que podem ser escritos na forma p/q , sendo p e q números inteiros e $q \neq 0$.

$$\mathbb{Q} = \{0, \pm 1, \pm 1/2, \pm 1/3, \dots, \pm 2, \pm 2/3, \pm 2/5, \dots, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4, \dots\}$$

Note que todo número inteiro é também número racional. Assim, Z é um subconjunto de Q.

Subconjuntos dos Números Racionais

\mathbb{Q}^* = subconjunto dos números racionais não-nulos, formado pelos números racionais sem o zero.

\mathbb{Q}_+ = subconjunto dos números racionais não-negativos, formado pelos números racionais positivos e o zero.

\mathbb{Q}^*_+ = subconjunto dos números racionais positivos, formado pelos números racionais positivos, sem o zero.

\mathbb{Q}_- = subconjunto dos números racionais não-positivos, formado pelos números racionais negativos e o zero.

\mathbb{Q}^*_- = subconjunto dos números racionais negativos, formado pelos números racionais negativos, sem o zero.

Exercício

1- (IESES – IGP – SC) Faça a leitura das frases sobre conjuntos numéricos:

I. O número natural n pode ser chamado antecessor de $n+1$.

II. O conjunto dos números naturais é um subconjunto dos números inteiros.

III. A soma de dois números inteiros ímpares é sempre um número inteiro par.

$$(2n + 1) + (2n + 1) = 4n + 2$$

IV. Entre dois números racionais, a e b , com $a < b$, existe sempre outro número racional. A sequência correta é:

a) Apenas as assertivas I, III e IV estão corretas.

b) Apenas as assertivas III e IV estão corretas.

c) As assertivas I, II, III e IV estão corretas.

d) Apenas as assertivas I e II estão corretas.

2 - (Fuvest-SP) Na figura estão representados geometricamente os números reais 0 , x , y e 1 .



Qual a posição do número $x \cdot y$?

a) À esquerda de 0 .

b) Entre 0 e x .

c) Entre x e y .

d) Entre y e 1 .

e) À direita de 1 .

Conjunto dos Números Irracionais (I)

O conjunto dos números irracionais é representado por **I**. Reúne os números decimais não exatos com uma representação infinita e não periódica, por exemplo: $3,141592\dots$ ou $1,203040\dots$

Importante ressaltar que as **dízimas periódicas** são números racionais e não irracionais. Elas são números decimais que se repetem após a vírgula, por exemplo: $1,3333333\dots$

Conjunto dos Números Reais (R)

O conjunto dos números reais é representado por **R**. Esse conjunto é formado pelos números racionais (**Q**) e irracionais (**I**). Assim, temos que $R = Q \cup I$. Além disso, **N**, **Z**, **Q** e **I** são subconjuntos de **R**.

Mas, observe que se um número real é racional, ele não pode ser também irracional. Da mesma maneira, se ele é irracional, não é racional.

Subconjuntos dos Números Reais

$R^* = \{x \in R \mid x \neq 0\}$: conjunto dos números reais não-nulos.

$R^+ = \{x \in R \mid x \geq 0\}$: conjunto dos números reais não-negativos.

$R^{*+} = \{x \in R \mid x > 0\}$: conjunto dos números reais positivos.

$R^- = \{x \in R \mid x \leq 0\}$: conjunto dos números reais não-positivos.

$R^{*-} = \{x \in R \mid x < 0\}$: conjunto dos números reais negativos.

Regra de Sinais

Quando vamos realizar alguma operação (**soma**, **subtração**, **multiplicação** ou **divisão**) que envolva números **negativos**, é preciso estar atento em **qual será o sinal do resultado** para não cometer nenhum erro. Vamos te ajudar a entender como essas regras funcionam.

Módulo de um número

Uma coisa importante para se entender as regras de sinais é o **módulo** de um número, que nada mais é do que **o valor do número sem o sinal**, por exemplo:

- O módulo de -5 é 5 e o módulo de 5 também é 5
- O módulo de -3 é 3 e o módulo de 3 também é 3

Outro modo de escrever isso é da forma $|-5| = 5$ (O módulo de -5 é 5).

Soma de dois números positivos

Ao se somar **dois números positivos** fazemos a **soma normalmente**. Por exemplo:

- $5 + 3 = 8$
- $7 + 9 = 16$

Soma de um número positivo com um número negativo

Quando somamos **um número positivo a um negativo**, estamos, na verdade, **subtraindo o módulo** daquele número, por exemplo:

- $5 + (-2) = 5 - 2 = 3$

Veja que ao se somar o -2 ao 5, estamos subtraindo 2 de 5. Outro exemplo nos mostra que essa soma pode ser negativa:

- $2 + (-5) = 2 - 5 = -3$
- $(-4) + 8 = 4$

Soma de dois números negativos

Ao se somar **dois números negativos**, o resultado sempre será o **negativo da soma dos módulos**, por exemplo:

- $-3 + (-4) = -3 - 4 = -7$
- $-5 + (-8) = -13$

Multiplicação de dois números positivos

Ao somar **dois números positivos**, fazemos a **multiplicação normalmente**. Por exemplo:

- $5 \cdot 3 = 15$
- $7 \cdot 9 = 63$

Multiplicação de um número positivo com um número negativo

A multiplicação de **um número positivo com um número negativo** sempre resulta em **um número negativo**, e o módulo do resultado é a multiplicação dos módulos, por exemplo:

- $7 \cdot (-2) = -(7 \cdot 2) = -14$
- $-7 \cdot 8 = -(7 \cdot 8) = -56$

Multiplicação de dois números negativos

A multiplicação de **dois números negativos** sempre resulta em **um número positivo** e o módulo do resultado é a multiplicação dos módulos, por exemplo:

- $(-4) \cdot (-3) = +(4 \cdot 3) = 12$
- $(-6) \cdot (-7) = +(6 \cdot 7) = 42$

Resumo

- Ao se somar dois números de mesmo sinal, some os módulos e mantenha o sinal;
- Ao se somar dois números de sinais diferentes o sinal do maior módulo permanece;
- Ao se multiplicar dois números com mesmo sinal o resultado será positivo;
- Ao se multiplicar dois números de sinais opostos o resultado será negativo.

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Para resolver uma expressão numérica, efetuamos as operações obedecendo à seguinte ordem:

1º) Potenciação e radiciação.

2º) Multiplicações e divisões.

3º) Adições e Subtrações.

EXEMPLO

1º) $-5 + 9 \cdot 2$

$-5 + 18$

13

Há expressões onde aparecem os sinais de associação e que devem ser eliminados nesta ordem:

1º) parênteses ()

2º) colchetes []

3º) chaves { }

Porém podemos colocar apenas parênteses.

3 - Resolva as expressões numéricas abaixo:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 10 - (-2 + 5) + 4 = \\ & = 10 - 3 + 4 = \\ & = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & (10 - 4) \cdot (9 - 3) : 3 = \\ & = 6 \cdot 6 : 3 = \\ & = 36 : 3 = \\ & = 12 \end{aligned}$$

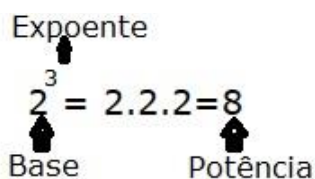
$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 10 - 4 \cdot 9 - 3 : 3 = \\ & = 10 - 36 - 1 = \\ & = -26 - 1 = \\ & = -27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & -25 - (12 + (20 : (16 - 6) \cdot 5)) = \\ & = -25 - (12 + (20 : 10 \cdot 5)) = \\ & = -25 - (12 + (2 \cdot 5)) = \\ & = -25 - (12 + 10) = \\ & = -25 - 22 = \\ & = -47 \end{aligned}$$

POTENCIAÇÃO

A operação de potenciação representa multiplicarmos um mesmo número numa quantidade de fatores (números que se multiplicam) igual ao expoente. Em uma potenciação temos:

Exemplos:



Expoente

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Base Potência

$$\text{a)} \quad 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$-2^4 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$$

$$3^{-2} = \left(\frac{1}{3^2}\right) = \frac{1}{9}$$

Consiste em calcularmos qual o número que multiplicado por ele mesmo, conforme o índice do radical, resulta no radicando, o número que está dentro do radical.

Exemplos:

Indice Raiz
↑ ↑
 $\sqrt[3]{8} = 2$
↓ ↓
Radical Radicando

a) $\sqrt{64} = 8$

b) $\sqrt[3]{27} = 3$

c) $\sqrt[4]{16} = 2$

EXEMPLO

$$\begin{aligned} 2^\circ) 40 - [25 - (2^3 - 6)^2] &= \\ &= 40 - [25 - (8 - 6)^2] = \\ &= 40 - [25 - (2)^2] = \\ &= 40 - [25 - 4] = \\ &= 40 - 21 = 19 \end{aligned}$$

4 - Resolva as expressões numéricas abaixo:

$$\begin{aligned} \text{a) } 5^2 - (-2)^3 - 2 \cdot (3 - 9)^2 &= \\ &= 5^2 - (-2)^3 - 2 \cdot (-6)^2 = \\ &= 25 - (-8) - 2 \cdot 36 = \\ &= 25 - (-8) - 72 = \\ &= 25 + 8 - 72 = \\ &= -39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (7^2 - 1) : 3 + 2 \cdot 5 &= \\ &= (49 - 1) : 3 + 2 \cdot 5 = \\ &= 48 : 3 + 2 \cdot 5 = \\ &= 16 + 10 = \\ &= 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4^2 - 10 + (2^3 - 5) &= \\ &= 4^2 - 10 + (8 - 5) = \\ &= 4^2 - 10 + 3 = \\ &= 16 - 10 + 3 = \\ &= 6 + 3 = \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 8^2 + (5 - 2^0) : (9 - 7)^2 = \\ & = 8^2 + (5 - 1) : (9 - 7)^2 = \\ & = 8^2 + 4 : (2)^2 = \\ & = 64 + 4 : 4 = \\ & = 64 + 1 = \\ & = 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & (8^2 + (5 - 2^0)) : (9 - 7)^2 = \\ & = (8^2 + (5 - 1)) : (9 - 7)^2 = \\ & = (8^2 + 4) : (2)^2 = \\ & = (64 + 4) : 4 = \\ & = 68 : 4 = \\ & = 17 \end{aligned}$$

OPERAÇÃO COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Breve explicação Histórica

A palavra fração vem do latim *fractione* e que dizer “*dividir, quebrar, rasgar*”.

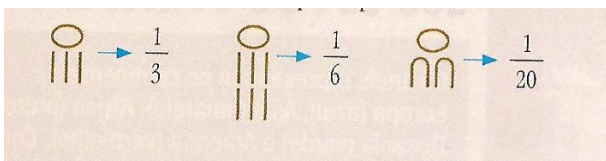
No dicionário podemos encontrar como definição de fração os sinônimos “*porção, parte de um todo*”.

Em suas pesquisas, os historiadores matemáticos identificaram o uso de frações no Egito Antigo. As terras que margeavam o rio Nilo eram divididas entre os grupos familiares, em troca de pagamento de tributos ao Estado.

Como o rio Nilo sofria inundações periódicas, as terras tinham de ser sempre medidas, já que o tributo era pago proporcionalmente à área a ser cultivada

Os números fracionários surgiram então da necessidade de representar uma medida que não tem a quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de se repartir a unidade de medida.

Os egípcios conheciam as frações de numerador 1, e esta era a forma que eles usavam para representá-las:



Souza, Maria Helena de

Matemática / Maria Helena de Souza, Walter Spinelli. – São Paulo : Ática, 1998.

Convém lembrar dois elementos da fração:

3 \Rightarrow Numerador

$\frac{3}{5}$ \Rightarrow Denominador

ENTENDENDO FRAÇÕES EM SITUAÇÕES PROBLEMA:

- 1) Uma empresa tem R\$ 30.000,00 em caixa, e pretende utilizar $\frac{1}{3}$ desse valor para a compra de novos acessórios de TI. Quantos reais essa empresa utilizará nessa compra.

O conectivo “de” entre valores representa, na matemática, a operação de multiplicação. Se falamos em gastar $\frac{1}{3}$ de R\$ 30.000,00, temos:

$$\frac{1}{3} \text{ de } 30.000,00$$

$$\frac{1}{3} * 30.000,00 = \frac{1}{3} * \frac{30.000,00}{1} = \frac{30.000,00}{3} = 10.000,00$$

- 2) Uma empresa já produziu 10.000 peças de um determinado produto. Sabendo-se que a produção até o momento equivale a $\frac{1}{4}$ do total a ser produzido, quantas peças a empresa irá montar?

$$\frac{1}{4} = 10.000,00$$

$$1 = \frac{4}{4} = \frac{1}{4} \cdot 4$$

$$10.000,00 \cdot 4 = 40.000,00$$

Frações Irredutíveis

Por vezes você se encontrará com situações ao longo do curso nas quais frações serão utilizadas. Para efetuar cálculos envolvendo frações, tais cálculos serão mais fáceis se você simplificar as frações, ou reduzi-las.

Simplificar, ou reduzir uma fração, representa obter uma fração equivalente onde o numerador e o denominador representem o menor valor possível.

Exemplo:

$$\frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{24 : 2}{36 : 2} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3}$$

Observe que os numeradores e denominadores foram sendo divididos, sucessivamente, por um mesmo valor. Esses valores são números primos.

Número primo é todo e qualquer número que possui **apenas** dois divisores **distintos**: o próprio número e o número 1.

Os 10 primeiros números primos são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Quando uma fração não pode ser simplificada dizemos que está na sua forma **irredutível**.

Redução de duas ou mais frações ao mesmo denominador

Quando chegarmos na soma de frações, veremos que é necessário que as frações tenham o mesmo denominador. O processo de reduzir as frações ao mesmo denominador nos leva ao conceito de MMC (Mínimo Múltiplo Comum). Para entender esse conceito é importante entendermos o jogo de palavras que ele representa:

- a) **Mínimo:** Menor
- b) **Múltiplo:** Que está na tabuada
- c) **Comum:** Que faça parte da tabuada de ambos os números.

Ou seja, “o menor número que esteja na tabuada dos números cujo MMC queremos saber, excetuando-se o zero”.

Exemplos:

- 1) MMC entre 2 e 5 para $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{5}$. Observe que, na tabuada do 2, temos os múltiplos (0, 2, 4, 6, 8, **10**, 12, 14, 16, 18, 20 ...).

Na tabuada do 5 temos os múltiplos (0, 5, **10**, 15, 20,...).

Observe que dois ou mais números podem ter infinitos múltiplos, mas o MMC é o menor, ou seja, o primeiro entre eles.

Para reescrever as duas frações em um mesmo denominador, devemos dividir o MMC pelo denominador e multiplicar pelo numerador, obtendo-se assim um novo numerador, ou seja:

$$\frac{1.5}{2.5} = \frac{5}{10}$$
$$\frac{2.2}{5.2} = \frac{4}{10}$$
$$\frac{1.5}{2.5} + \frac{2.2}{5.2} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

Para que seja possível somar frações, elas deverão conter o mesmo denominador. Basta manter o denominador e somar ou subtrair os numeradores. Se os denominadores estiverem diferentes, devemos antes transformar as frações em um mesmo denominador.

$$\frac{1.3}{2.3} + \frac{1.2}{3.2} =$$
$$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Exemplos

a) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{11}{9}$

b) $\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Observe que a fração obtida é redutível. Assim sendo, devemos reduzi-la ao máximo.

c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9} = \frac{27}{36} + \frac{20}{36} = \frac{47}{36}$

4, 9		2
2, 9		2
1, 9		3
1, 3		<u>3</u>
1, 1		36

Observe que se trata de uma fração irredutível, pois tanto numerado quanto denominador não possuem denominadores comuns.

MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES:

Para multiplicarmos frações, basta multiplicarmos numerador com numerador e denominador com denominador. Importante fazer a simplificação (redução) das frações, sempre que possível, antes da multiplicação.

Exemplos

Nesse primeiro exemplo, observe que todo número inteiro é uma fração com denominador igual a 1

$$\text{a)} \quad 3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{7}$$

$$\text{b)} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{18:6}{12:6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2:2}{3:3} \cdot \frac{9:3}{4:2} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

DIVISÕES DE FRAÇÕES.

Antes de aprendermos a dividir frações, devemos entender o conceito de números inversos. Quando falamos em números inversos, devemos inverter numerador com denominador. Ou seja:

$$\text{a)} \quad \text{O inverso de } \frac{3}{2} \text{ é } \frac{2}{3}$$

$$\text{b)} \quad \text{O inverso de } 3 \text{ é } \frac{1}{3}, \text{ pois todo número inteiro é uma fração de denominador igual a 1, conforme já vimos anteriormente}$$

Para efetuarmos a divisão de frações, devemos manter a primeira fração e multiplicá-la pelo inverso da segunda fração.

Exemplos:

$$\text{a)} \quad \frac{2}{5} : \frac{3}{8} = \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{15}$$

$$\text{b)} \quad 3 : \frac{9}{4} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

A operação de potenciação representa multiplicarmos um mesmo número numa quantidade de fatores (números que se multiplicam) igual ao expoente. Em uma potenciação temos:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}$$

Expoente Negativo

Para calcularmos uma potência de expoente negativo devemos:

- a) Inverter a base
- b) Fazer o oposto do expoente.

Lembramos que, por oposto, devemos entender como sendo o número com “sinal” invertido. Ou seja, o oposto de 2 é -2, o oposto de -5 é 5.

Exemplos:

$$a) 3^{-2} = \left(\frac{3}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$b) \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$$

$$c) \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{4}{1}\right)^3 = -64$$

RADICIAÇÃO

Consiste em calcularmos qual o número que multiplicado por ele mesmo, conforme o índice do radical, resulta no radicando, o número que está dentro do radical.

$$a) \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$b) \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$$

OPERAÇÕES COM POTÊNCIAS.

Algumas operações com potências recebem algumas propriedades as quais facilitam a obtenção dos resultados> São elas:

a) Multiplicação de Potências de mesma base: Deve-se manter a base e somar os expoentes. Exemplos:

a. $a^3 \cdot a^5 = a^{3+5} = a^8$

b. $2^4 \cdot 2^7 = 2^{11}$

$$2^4 \cdot 2^7 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{11}$$

b) Divisão de Potências de mesma base: Deve-se manter a base e subtrair os expoentes. Exemplos:

a. $2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$

b. $3^7 : 3^9 = 3^{7-9} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

$$2^5 : 2^3 = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^2$$

c) Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplica-se o expoente. Exemplos:

a. $(3^5)^2 = 3^{5 \cdot 2} = 3^{10}$

b. $(2^4)^{-3} = 2^{4 \cdot (-3)} = 2^{-12}$

$$(3^5)^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 3^{10}$$

Atenção: as operações a seguir são diferentes. É preciso estar atento:

$$(2^3)^2 = 2^6$$

\neq

$$2^{3^2} = 2^9$$

$$5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64}$$

$$9^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{9^2} = \sqrt[3]{81}$$

Operações com Radicais

Assim como as potências, os radicais também têm suas propriedades as quais podem ajudar na resolução de exercícios.

a) Adição e Subtração de Radicais.

Somente é possível se os radicais forem semelhantes. Por radical semelhante entende-se que tenham o mesmo radicando e o mesmo índice. Mas cuidado, as vezes os radicandos parecem diferentes, mas se você efetuar a decomposição verá que são semelhantes.

Observe os exemplos abaixo.

a. $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (8)\sqrt{2} = \sqrt{2}$

b. $8\sqrt[3]{7} - 10\sqrt[3]{7} = -2\sqrt[3]{7}$

c. $5\sqrt{2} + 7\sqrt[6]{8} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt[6]{2^{3 \cdot 3}} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

b) Multiplicação e Divisão de Radicais.

Somente é possível se os radicais possuírem o mesmo índice. Você deve manter o índice e multiplicar os radicandos. Exemplos:

a. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5 \cdot 3} = \sqrt[3]{15}$

b. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2 \cdot 5} = \sqrt{10}$

c. $\sqrt[5]{12} : \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{12 : 4} = \sqrt[5]{3}$

EXERCÍCIOS

1. Para encher uma certa caixa d'água são necessários 80 baldes cheios de água. Cada balde representa qual fração da quantidade de água necessária para encher a caixa?

Resp: Cada balde representa $\frac{1}{80}$.

2. Uma determinada empresa tem 840 funcionários. Em um determinado dia, por conta da greve do metrô, faltaram $\frac{2}{5}$ dos funcionários. Quantos funcionários faltaram? Quantos estiveram presentes?

$$\frac{2}{5} \text{ de } 840$$

$$\frac{2}{5} \cdot 840 = \frac{2}{5} \cdot \frac{840}{1} = \frac{1680}{5} = 336$$

$$840 - 336 = 504$$

Resp: Faltaram 336 funcionário e estavam presente 504.

3. Obtenha a forma irredutível das frações:

a. $\frac{105 : 21}{63 : 21} = \frac{5}{3}$

b. $\frac{240 : 60}{300 : 60} = \frac{4}{5}$

$$\frac{105 : 3}{63 : 3} = \frac{35 : 7}{21 : 7} = \frac{5}{3}$$

4. Em um determinado projeto de uma empresa, o setor de comunicações já utilizou $\frac{2}{3}$ da verba e o setor comercial utilizou $\frac{1}{4}$ da mesma verba. Que fração da verba os dois setores já utilizaram?

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2.4}{3.4} + \frac{1.3}{4.3} =$$

$$= \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

5. Do faturamento mensal de uma empresa, $\frac{1}{10}$ é destinado ao fluxo de caixa, $\frac{1}{2}$ para os investimentos em infraestrutura e treinamento e o restante a despesas operacionais. Qual fração do faturamento corresponde às despesas operacionais?

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1.1}{10.1} + \frac{1.5}{2.5}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6 : 2}{10 : 2} = \frac{3}{5}$$

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

Resp: A fração do faturamento que corresponde às despesas operacionais é $\frac{2}{5}$.

6. Em uma pesquisa realizada em uma empresa, verificou-se que $\frac{2}{3}$ dos funcionários falavam uma segunda língua. Desses, $\frac{3}{4}$ falavam inglês. Qual fração dos funcionários falavam inglês?

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2:2}{3:3} \cdot \frac{3:3}{4:2} =$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Resp: A fração dos funcionários falavam inglês $\frac{1}{2}$.

7. Numa empresa, $\frac{5}{8}$ dos funcionários chegam ao trabalho usando transporte público.

Desses, $\frac{4}{5}$ usam o metrô. Que fração de funcionários dessa empresa usa o metrô?

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{5}{8}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20:20}{40:20} = \frac{1}{2}$$

Resp: A fração de funcionários dessa empresa usa o metrô é $\frac{1}{2}$.

8. Calcule o valor das expressões:

a) $-\sqrt{\frac{49}{25}} =$

Resp: $-\frac{7}{5}$

b) $\sqrt{0,49} =$

Resp: 0,7

c) $4 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} + 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} =$

$$4 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{2} + \frac{5}{5} = 3$$

Resp: 3

d) $\frac{+\frac{3}{2}}{-\frac{9}{3}} =$

$$\frac{3}{9} : \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

$$= \frac{3}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{18} = -\frac{1}{2}$$

e) $(-0,2) \cdot (0,12) =$

$$= \left(-\frac{2}{10}\right) \cdot \left(\frac{12}{100}\right) = -\frac{24}{1000}$$

$$= -0,024$$

$$\begin{array}{r} 0,12 \\ \times -0,2 \\ \hline 0,024 \end{array}$$

9. O valor da expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ é:

- a) $\frac{1}{10}$
- b) $-\frac{1}{10}$
- c) 10
- ~~d) -10~~
- e) -1

$$\left(\frac{2}{1}\right)^1 - \left(-\frac{2}{1}\right)^2 - \left(\frac{2}{1}\right)^3$$

$$2 - 4 - 8$$

$$-2 - 8$$

10. Efetuando-se $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)$ obtém-se:

- a) $-\frac{5}{4}$
- b) $\frac{13}{8}$
- c) 5
- d) $\frac{75}{8}$
- ~~e) $\frac{49}{4}$~~

$$\frac{9}{4} + 2^2 \cdot \frac{5}{2}$$

$$\frac{9}{4} + 4 \cdot \frac{5}{2}$$

$$\frac{9}{4} + \frac{20}{2}$$

$$\frac{9}{4} + \frac{10}{1} \times$$

$$\frac{49}{4}$$

11. Efetuando-se $(1/3)^{10} \cdot (1/3)^{10} : (1/3)^{10}$, obtém-se:

- a) 9000
- ~~b) $(1/3)^{10}$~~
- c) $1/9$
- d) $-1/9$
- e) -9

$$10 + 10 - 10$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)$$

12. Efetuando-se $\frac{(2 \cdot 17)^6}{(17^2)^3}$ obtém-se:

- ~~a) 64~~
- b) 32
- c) 16
- d) 8
- e) 4

$$\frac{2^6 \cdot 17^6}{17^6} = 2^6 = 64$$

13. O valor da expressão $(2^3)^2 \div \sqrt[3]{-64} + \sqrt{2,25}$ é:

a) 17,5

b) 8

c) 6,5

d) -1

☒ e) -14,5

$$2^6 \div (-4) + \sqrt{\frac{225}{100}}$$

$$64 \div (-4) + \frac{15}{10}$$

$$-16 + 1,5$$

$$-14,5$$

