GABRIEL MATTHEUS BEZERRA ALVES DE CARVALHO – 9779429
VICTOR SOUZA CEZARIO – 9790919

2º TRABALHO PRÁTICO
INTEGRAÇÃO NUMÉRICA PELO MÉTODO DE SIMPSON

SÃO CARLOS – SP

JULHO 2018

INTRODUÇÃO

É proposto o desenvolvimento de um programa que, utilizando o método de Simpson 1/3 composta, calcule um valor aproximado da integral (1). Usando isso, pode-se verificar que F(1)F(2) < 0, em que F(1) = I(f)(1) - 0,45, F(2) = I(f)(2) – 0,45, e assim determinar o intervalo onde F(x) possui raiz.

$$I(f)(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \qquad (1)$$

Finalmente, o programa deve determinar a raiz da equação (2) utilizando o método de Newton com precisão EPS = 10^{-10} e x_0 = 0,5.

$$\int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt = 0.45 \qquad (2)$$

MÉTODOS

A Fórmula de Simpson 1/3 Composta utilizada é dada pela equação (3). Ela é mais precisa em relação à Fórmula de Simpson 1/3 Simples pois divide o intervalo em N subintervalos, diminuindo o h.

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2j-1}) + f(x_n)\right] \qquad (3)$$

Já o Método de Newton utilizado no último item do trabalho é dado pela sequência recursiva (4), com x_0 conhecido e realizada até que a precisão desejada seja atingida.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n \in \mathbb{N} \qquad (4)$$

RESOLUÇÕES

a) O código-fonte do programa pode ser analisado abaixo:

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

// Calcula f(x) para um dado x
double calculaFx(double x){
	double res = (pow(M_E, (-pow(x, 2)) / 2)) / (sqrt(2*M_PI));

	return res;
}

// Calcula a integral I(F)(x) para um dado x e um valor de N, utilizando a Fórmula de Simpson 1/3 Composta
double simpsonComposta(double x, int N){
	double h, fx0, fxN, integral, sum1 = 0, sum2 = 0;

	h = (x - 0)/N;
	fx0 = calculaFx(0);
	fxN = calculaFx(x);

	for(int j = 1; j < N/2; j++){
		sum1 += calculaFx((2*j-1)*h);
		sum2 += calculaFx(2*j*h);
	}
	sum1 += calculaFx(2*(N/2-1)*h);

	integral = (h/3)*(fx0 + fxN + 4*sum1 + 2*sum2);

	return integral;
}
```

```c
// Usa o método de Newton para determinar a raiz da equação descrita
double metodoDeNewton(int N){
        double xn1 = 0.5, xn, eps = pow(10, -10);
        int  i =0;

        do{
                xn = xn1;
                xn1 = xn - ((simpsonComposta(xn, N) - 0.45) / calculaFx(xn));
        }
        while (fabs(xn1 - xn) >= eps);

        return xn1;
}

int main(int argc, char *argv[]){
        int N;
        double res, x;

        printf("Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: ");
        scanf("%lf", &x);

        printf("Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: ");
        scanf("%d", &N);

        res = simpsonComposta(x, N);

        printf("O valor aproximado da integral: %lf\n", res);

        res = simpsonComposta(1, N) - 0.45;
        res *= simpsonComposta(2, N) - 0.45;

        printf("F(1)F(2) = %lf\n", res);

        res = metodoDeNewton(N);
        printf("Raiz = %lf\n", res);

        return 0;
}
```

b)

A Figura 1 apresenta um caso de teste com X = 5 e N = 1000, enquanto que a Figura 2 dispõe de um teste que usou N = 5000, para o mesmo valor X = 5. Para ambos os casos, o valor aproximado da integral, o produto entre F(1)F(2) e o valor encontrado da raíz são os mesmos.

```
Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: 5
Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: 1000
O valor aproximado da integral: 0.500000
F(1)F(2) = -0.002961
Raiz = 1.644854
```

Figura 1: teste para X = 5 e N = 1000.

```
Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: 5
Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: 5000
O valor aproximado da integral: 0.500000
F(1)F(2) = -0.002961
Raiz = 1.644854
```

Figura 2: teste para X = 5 e N = 5000.

O mesmo ocorre nas figuras 3 e 4, que apresentam testes utilizando X = 20 e, respectivamente, N = 1500 e N = 10000.

```
Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: 20
Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: 1500
O valor aproximado da integral: 0.500000
F(1)F(2) = -0.002961
Raiz = 1.644854
```

Figura 3: teste para X = 20 e N = 1500.

```
Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: 20
Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: 10000
O valor aproximado da integral: 0.500000
F(1)F(2) = -0.002961
Raiz = 1.644854
```

Figura 4: teste para X = 20 e N = 10000.

Por fim, são apresentados, nas figuras 5 e 6, outros casos de teste, com valores grandes para X e N.

```
Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: 100
Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: 5000
O valor aproximado da integral: 0.500000
F(1)F(2) = -0.002961
Raiz = 1.644854
```

Figura 5: teste para X = 100 e N = 5000.

```
Digite o valor de X a ser usado no intervalo da integral: 300
Digite o valor de N a ser usado nos sub-intervalos da integral: 5000
O valor aproximado da integral: 0.500000
F(1)F(2) = -0.002961
Raiz = 1.644854
```

Figura 6: teste para X = 300 e N = 5000.