



# Geometria Cotada

Pontos e Retas

---

PCC3101 – Geometria Gráfica para  
Engenharia



# Geometria Cotada

---

- O que é ?
  - Uma forma de representação de elementos geométricos do espaço 3D no plano (2D);



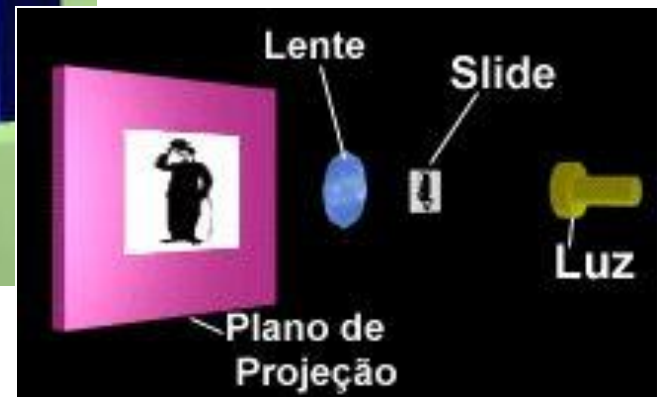
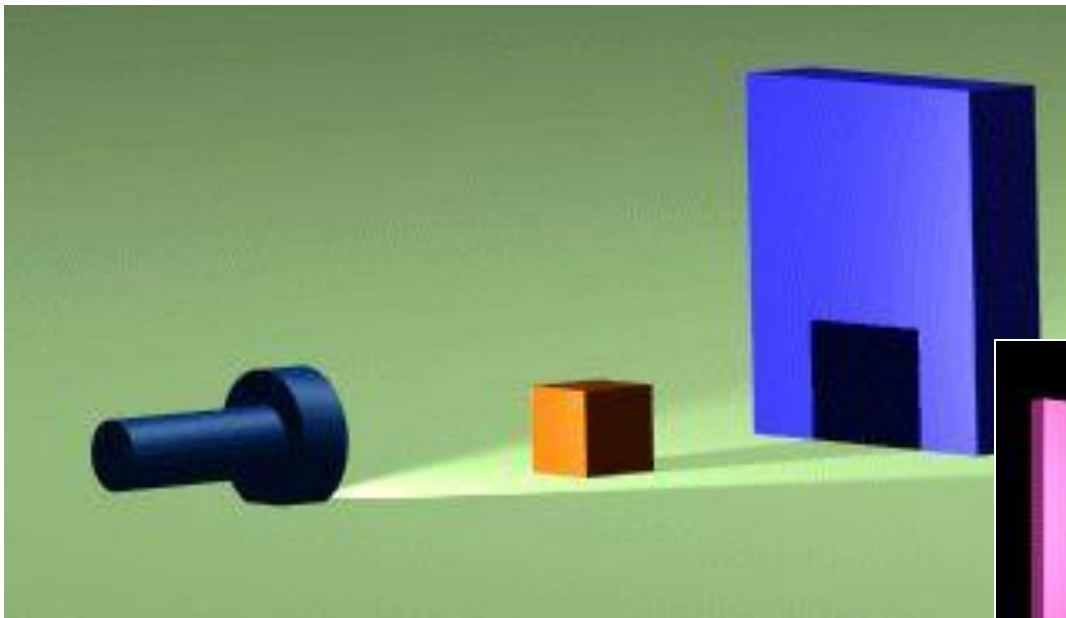
# Geometria Cotada

---

- Para que serve ?
  - Representação de elementos 3D no plano (folha de papel, tela do computador, etc.);
  - Solução de problemas espaciais;
  - Fundamentação para Superfícies Topográficas

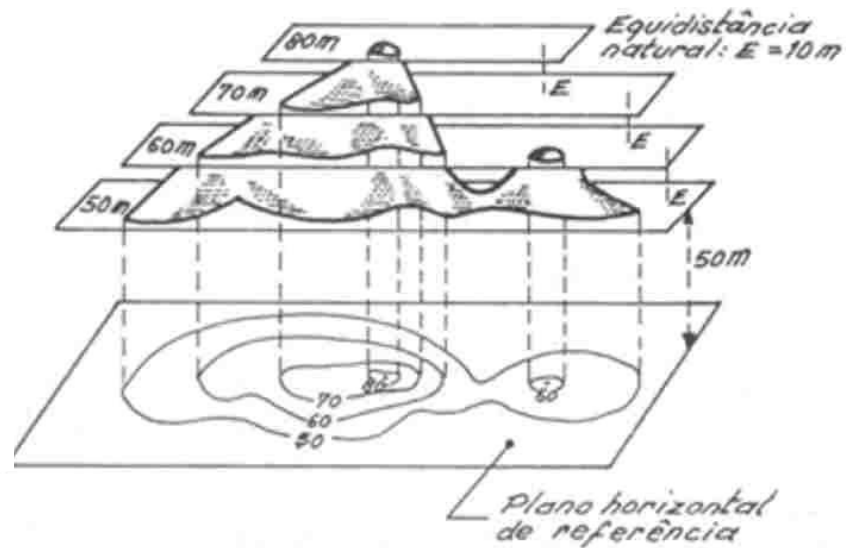
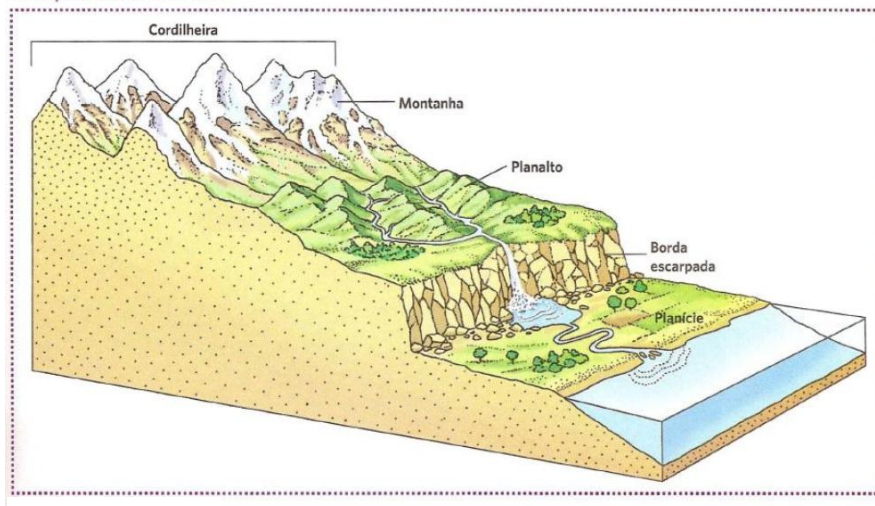
# Projeção

- Como fazer  $3D \rightarrow 2D$  ?
  - através de uma projeção !



# Geometria Cotada

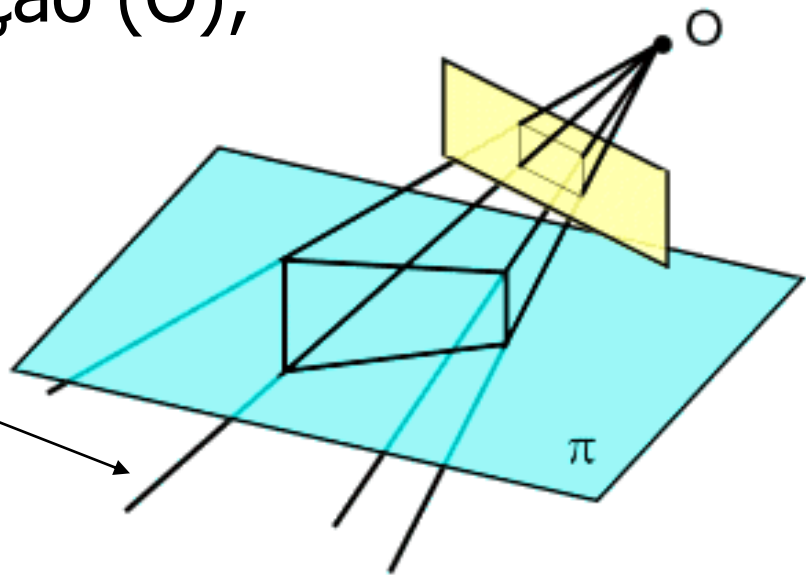
Principais formas de relevo



# Projeção

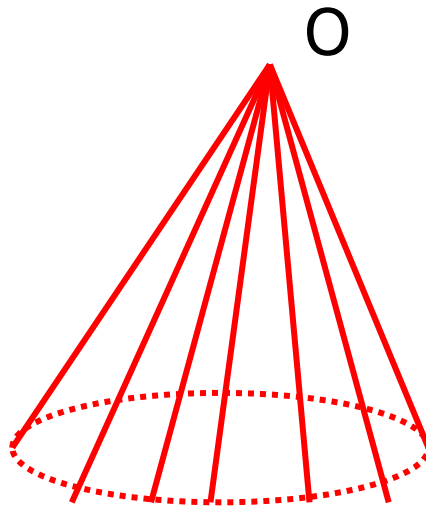
- Elementos básicos:
  - Plano de projeção ( $\pi$ );
  - Centro de projeção (O);
  - Objetos a serem projetados

Raios visuais ou  
projetantes



# Projeção Cônica

- Centro de projeção “próximo” do plano de projeção;
- Raios visuais formam um “cone”;

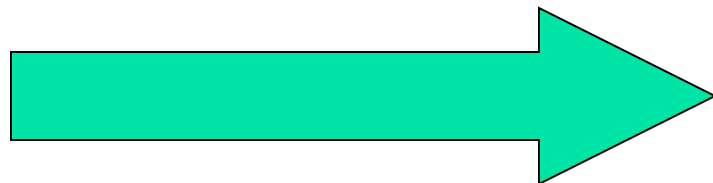
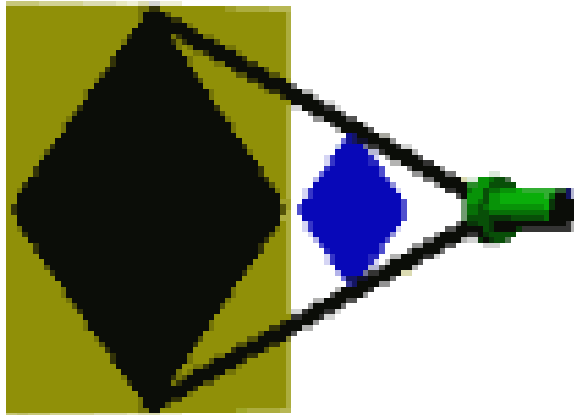




# Projeção Cilíndrica

---

- Se o centro de projeção for afastado...



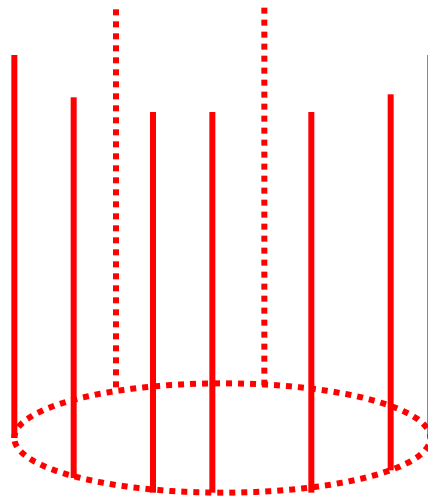




# Projeção Cilíndrica

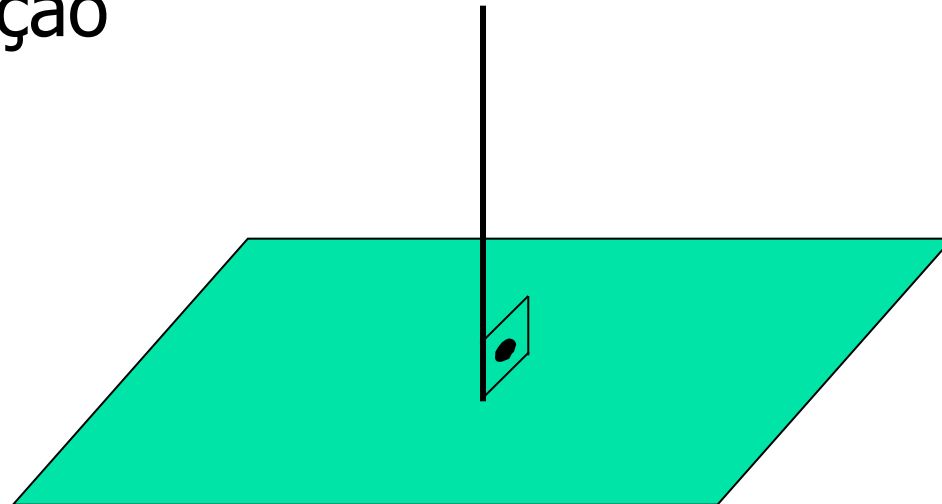
---

- ... até muito longe ( $\rightarrow \infty$ )...
- os raios visuais formam um cilindro.



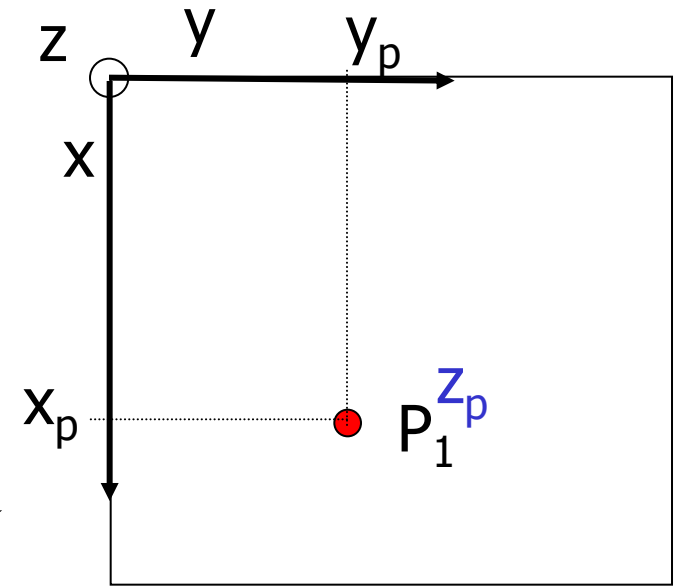
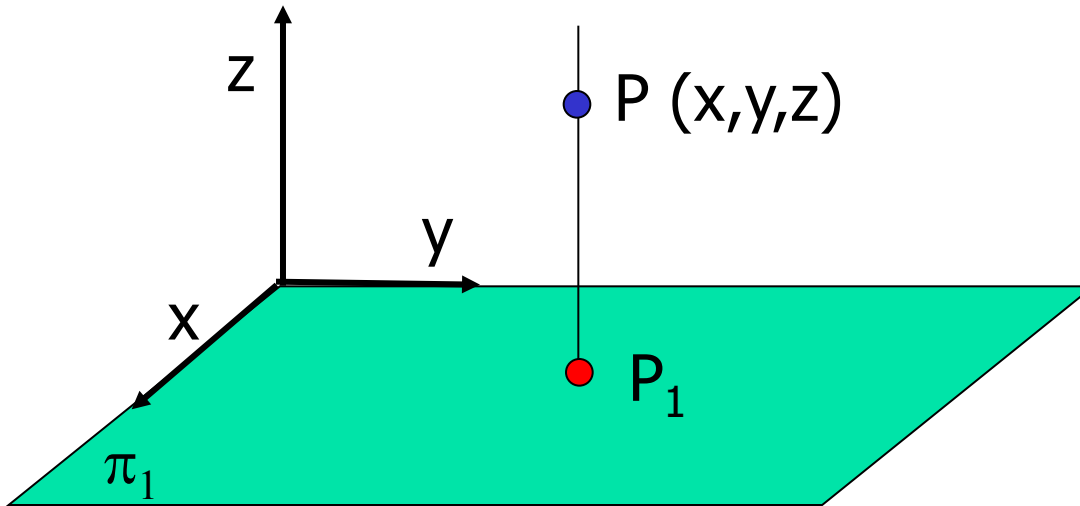
# Projeção Cilíndrica Ortogonal

- É o tipo de proj. usada em Geom. Cotada
  - Projeção Cilíndrica +
  - Direção de projeção ortogonal ao plano de projeção



# Representação em G. Cotada

## ■ Ponto



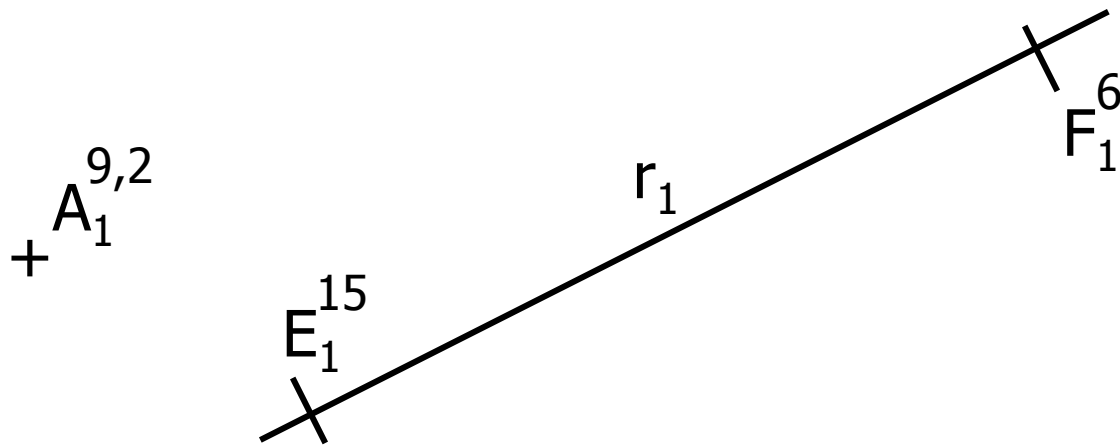
Falta  $z_p$  !  $\rightarrow$  cota



# Representação em G. Cotada

---

## ■ Exemplos



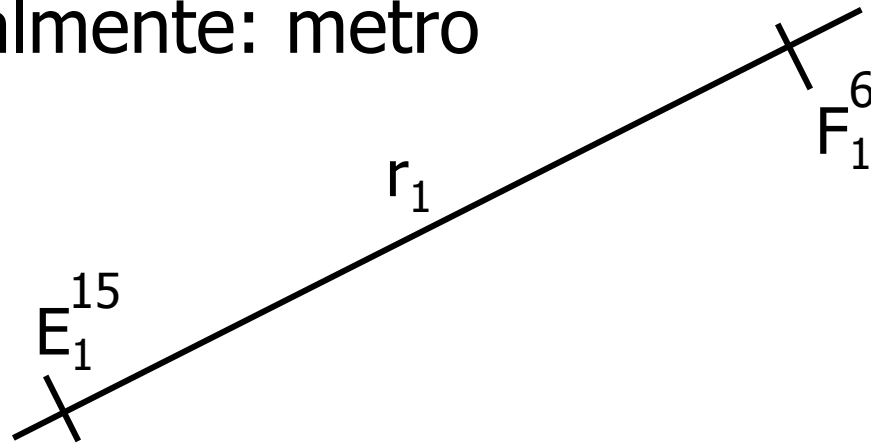


# Unidade

---

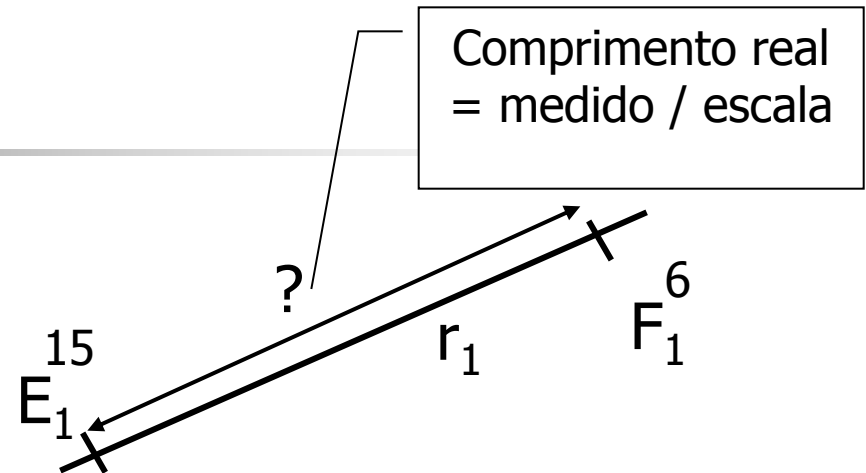
- 9,2 o quê ? 15 e 6 ?
- É necessário especificar uma unidade;
- Normalmente: metro

+  $A_1^{9,2}$



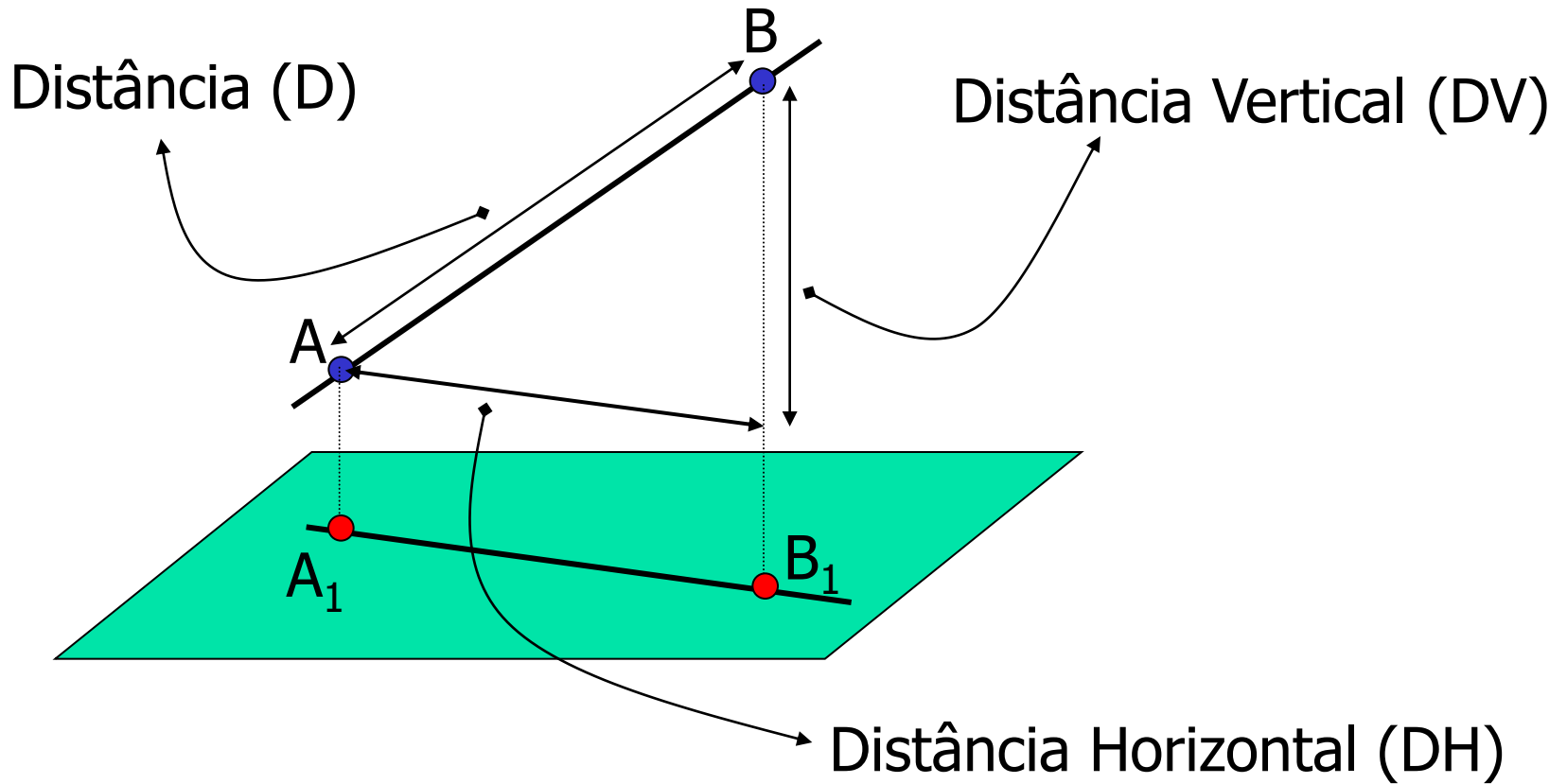
# Escala

- Sempre cabe tudo na folha ? Não !
- É necessário adotar uma escala;
- Escalas de redução
  - 1:2
  - 1:10
  - 1:50
  - 1:250
  - 1:1000
  - Etc.



- Escalas de ampliação
  - 2:1
  - 10:1
  - Etc.
- Escala Natural
  - 1:1

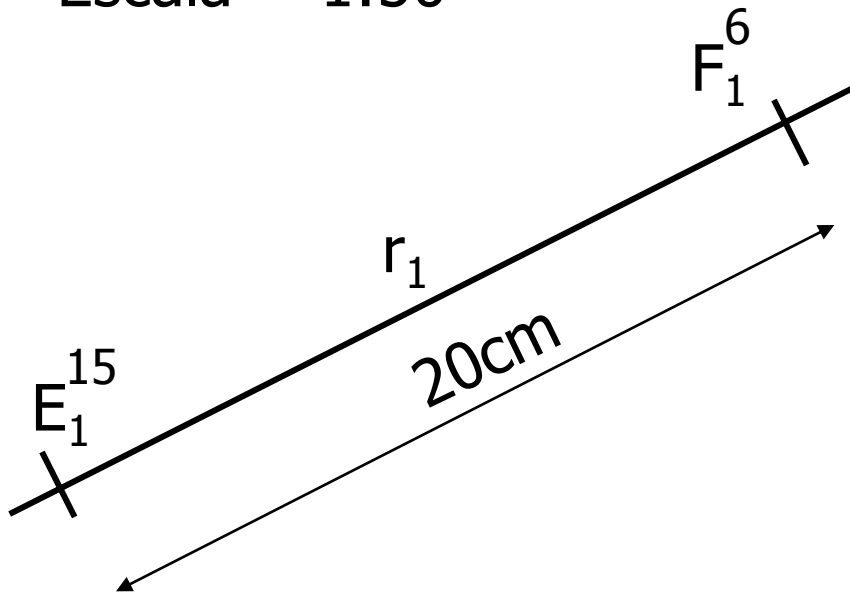
# Distâncias





# Distâncias

Unidade = metro  
Escala = 1:50



$$\mathbf{DH} = 0,2\text{m} * 50 = \mathbf{10\text{ m}}$$

$$\mathbf{DV} = 15\text{m} - 6\text{m} = \mathbf{9\text{ m}}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \sqrt{(\text{DH}^2 + \text{DV}^2)} = \\ &= \sqrt{(10^2 + 9^2)} = \\ &= \mathbf{13,45\text{ m}}\end{aligned}$$





# Exercício

**Exercício 3.2:** São dados os pontos  $A_1^{2,3}$  e  $B_1^{7,5}$  (ignore  $C_1$ , por enquanto).  
Determine:

- Distância horizontal entre A e B = \_\_\_\_\_
- Distância vertical entre A e B = \_\_\_\_\_
- Distância entre A e B = \_\_\_\_\_

Unidade: metro          escala: 1:100

$A_1^{2,3}$   
+

$B_1^{7,5}$   
+



# Exercício

---

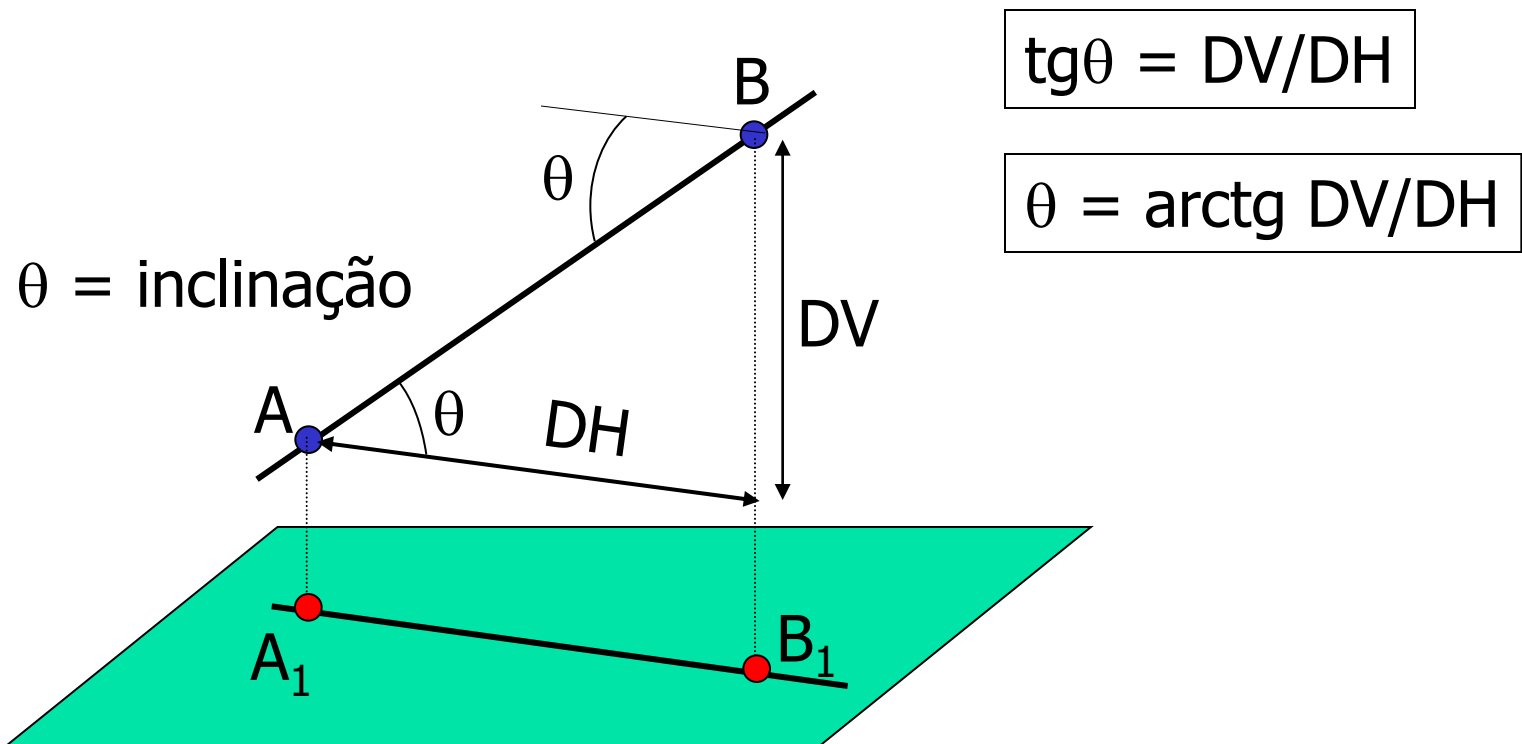
**Exercício 3.3:** Ao realizar o exercício anterior, você utilizou o Teorema de Pitágoras para calcular distância entre os pontos **A** e **B**? Existe outra maneira de determinar esta distância sem usar o teorema? Tente elaborar um procedimento para determinar GRAFICAMENTE a distância entre os pontos **A** e **B**. Aplique o procedimento elaborado abaixo e verifique se a distância determinada graficamente é igual à distância calculada algebricamente no exercício 3.2 (ignore a projeção **C<sub>1</sub>**, por enquanto):

$$A_1^{2,3} \\ +$$

$$C_1 \\ +$$

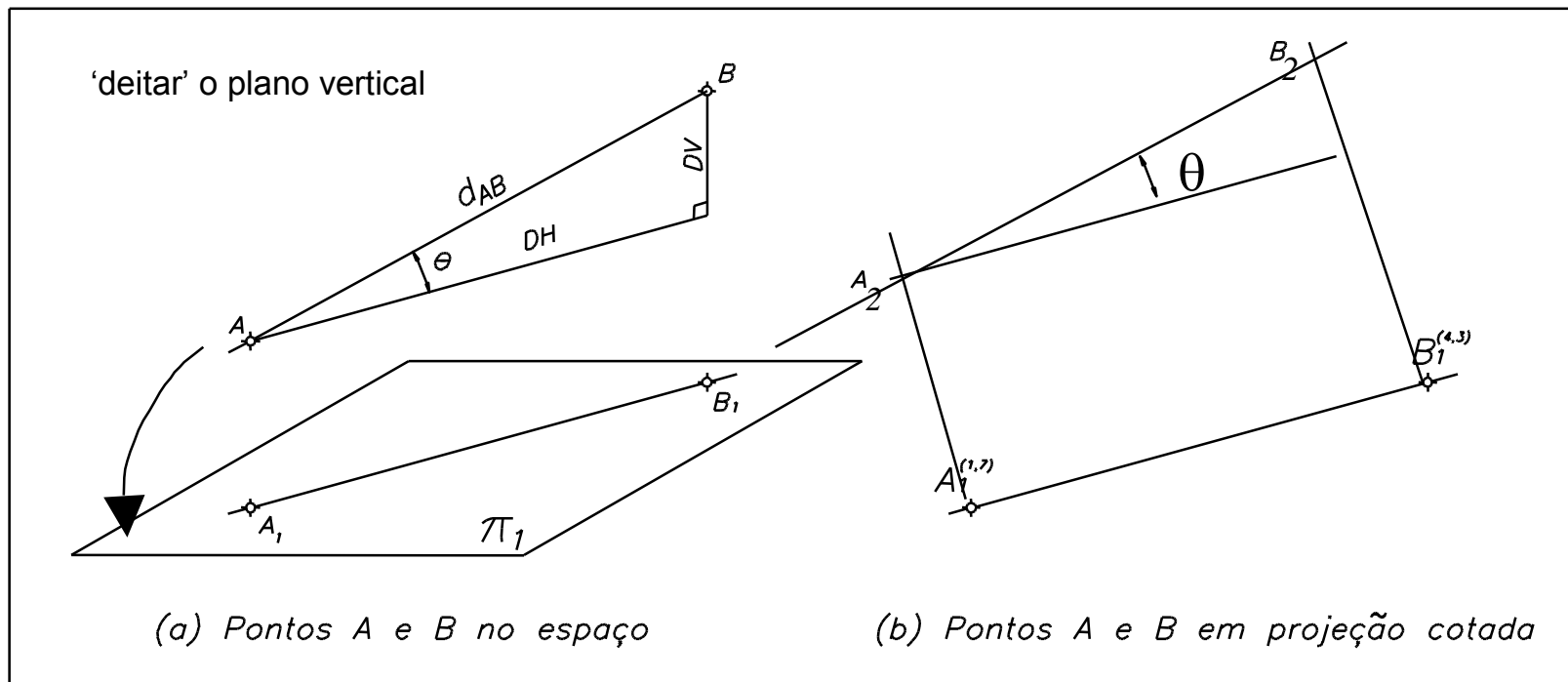
$$B_1^{7,5} \\ +$$

# Inclinação ou Mergulho

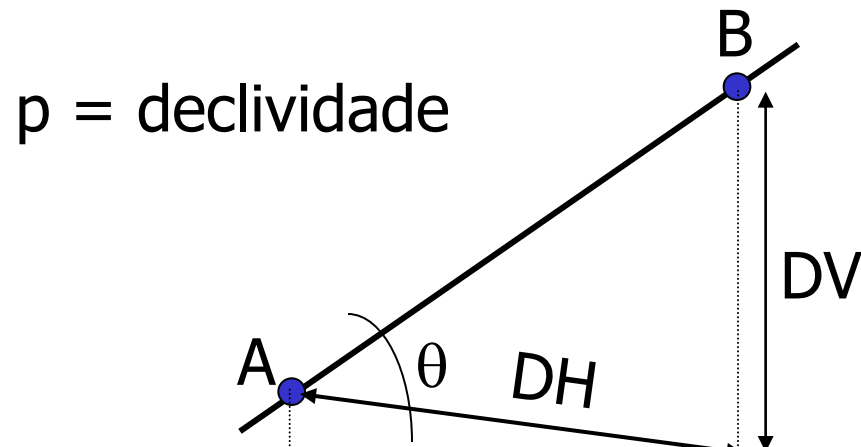


# Inclinação ou Mergulho

## Método gráfico para determinar inclinação de uma reta



# Declividade



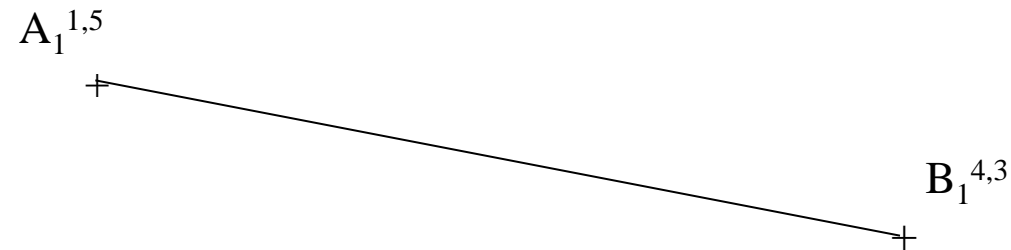
$$p = DV / DH = \text{tg}\theta$$

$$0 \leq p \leq \infty$$

# Exercício

**Exercício 3.4:** São dados os pontos  $A_1^{1,5}$  e  $B_1^{4,3}$ . Determine a inclinação da reta AB por método gráfico. Calcule sua declividade.

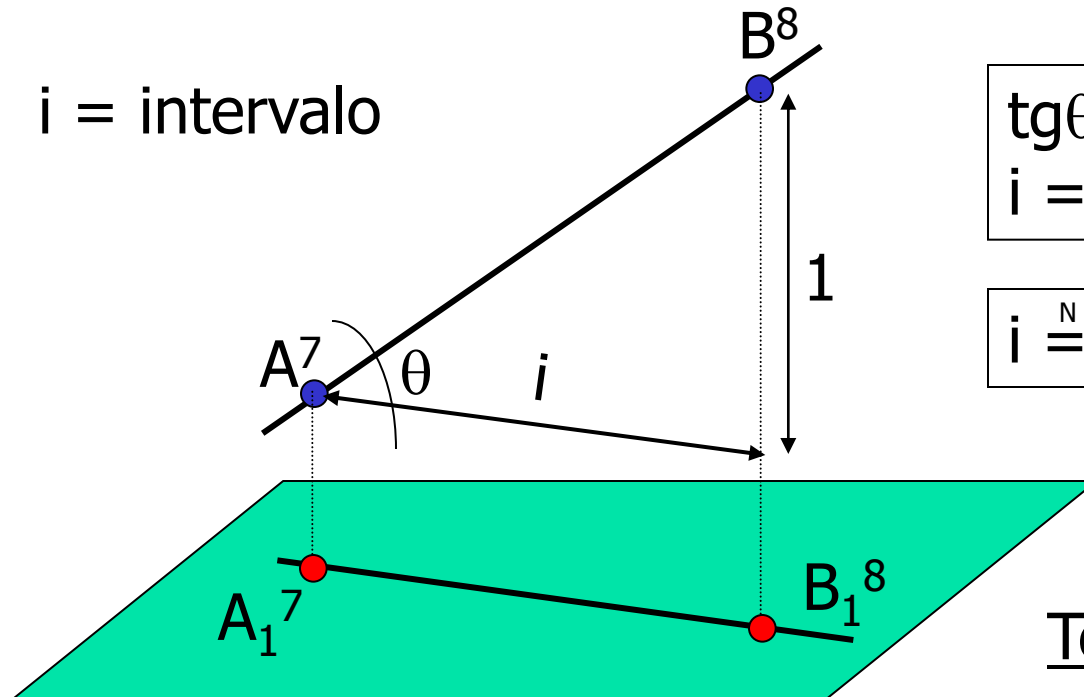
Unid.: metro    escala: 1:100



# Intervalo

- Distância horizontal percorrida quando se sobe ou desce 1 unidade

$i$  = intervalo



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= 1/i \\ i &= 1/\operatorname{tg} \theta = \cotg \theta \end{aligned}$$

$$i \stackrel{N}{=} DH/DV = 1/p$$

Tem unidade (ex: m)



# Pertinência ponto-reta

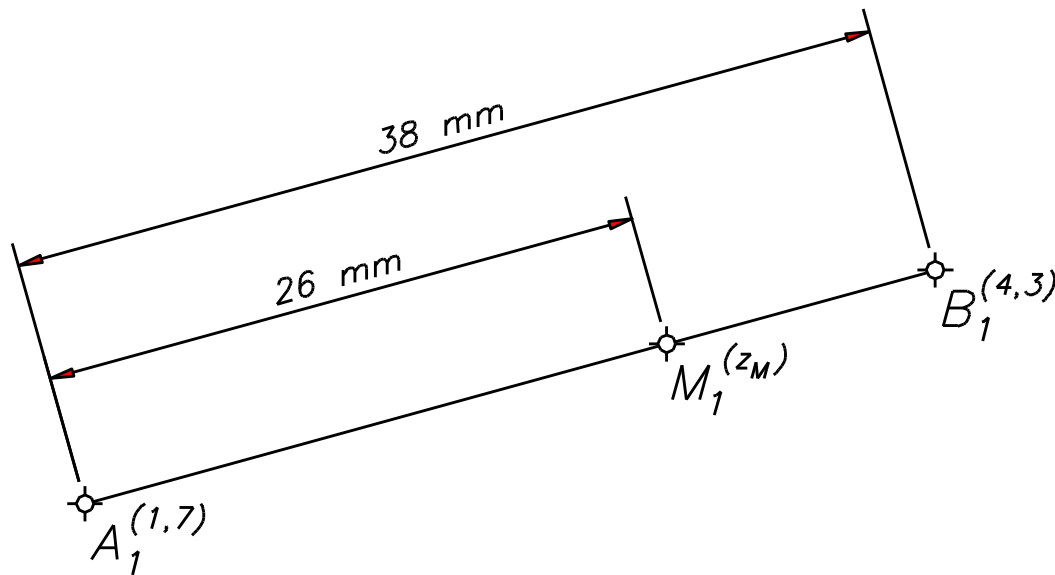
---

- Para que um ponto pertença a uma reta, é necessário que:
  - a projeção do ponto pertença à projeção da reta;
  - a cota do ponto seja igual à cota do ponto da reta cuja projeção coincida com a projeção do ponto dado.



# Pertinência ponto-reta

## ■ Determinação Analítica



$$\frac{4,3 - 1,7}{38} = \frac{Z_M - 1,7}{26}$$

$$Z_M = 3,48 \text{ m}$$



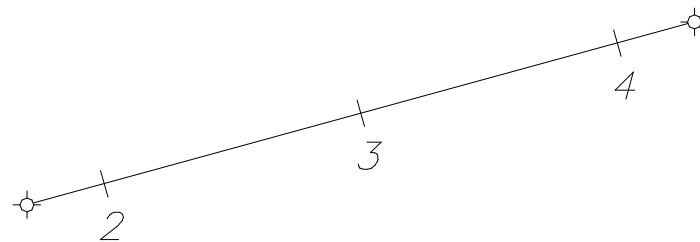
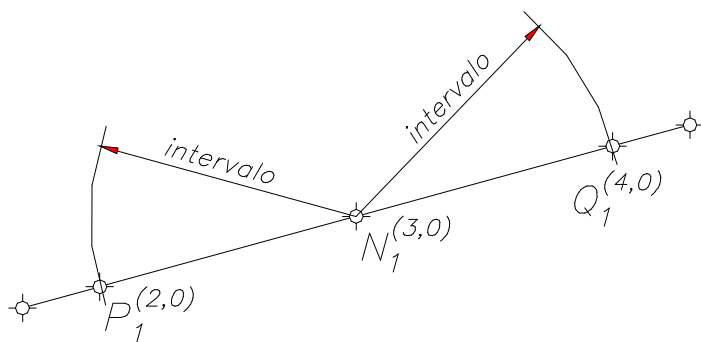
# Pertinência ponto-reta

---

- Determinação Gráfica
  - Usando o método gráfico para graduação...

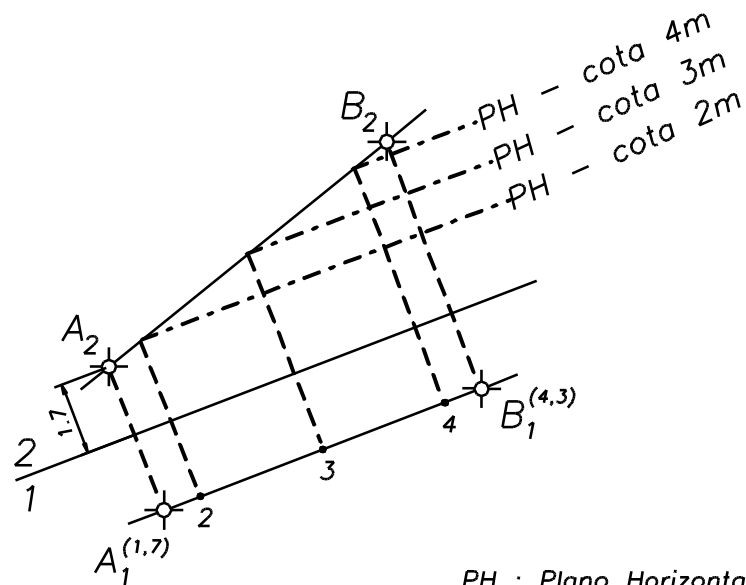
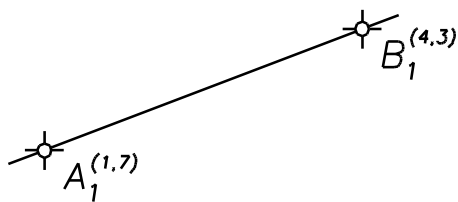
# Graduação de Retas

- Graduar: marcar pontos de cota inteira



# Graduação de Retas

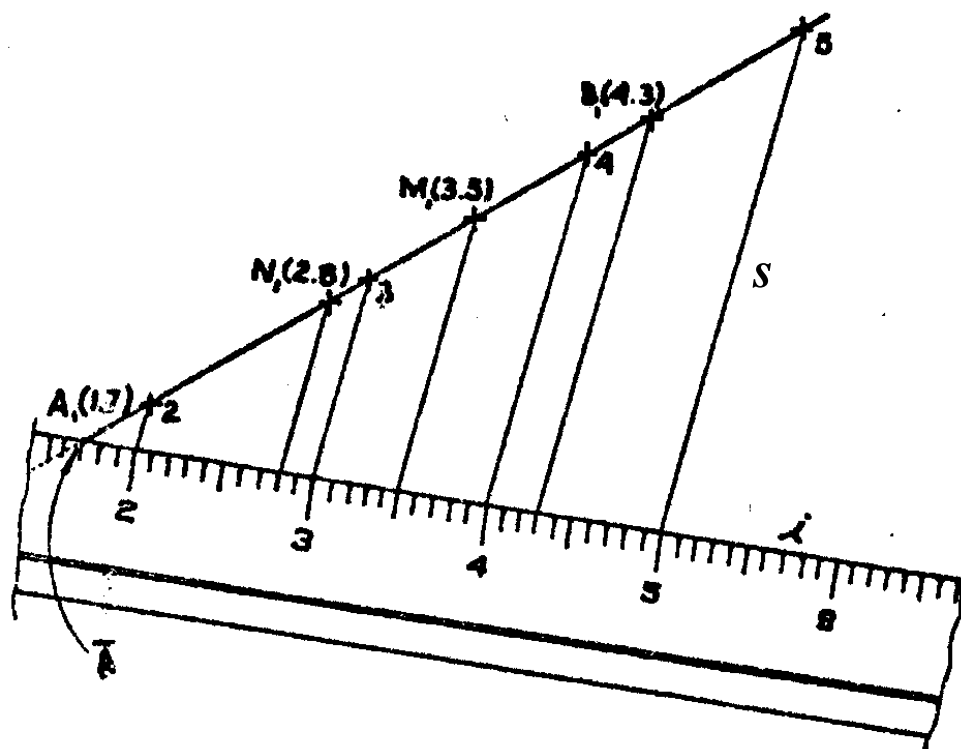
## ■ Método Gráfico 1



PH : Plano Horizontal  
de cota inteira

# Graduação de Retas

## ■ Método Gráfico 2





# Exercício

---

**Exercício 3.5:** Determine a cota do ponto C sabendo-se que ele pertence à reta AB:

Unidade: metro          escala: 1:100

$A_1^{2,3}$   
+

$C_1$   
+

$B_1^{7,5}$   
+



# Exercício

**Exercício 3.6:** São dados os pontos  $C_1^{2,7}$  e  $D_1^{9,6}$ . Sabendo-se que a distância horizontal entre eles é 10 metros:

- .Determine a escala da folha cotada: \_\_\_\_\_
- .Graduar a reta CD por método gráfico.
- .Determine seu intervalo:  $i =$  \_\_\_\_\_
- .Verifique se o ponto E pertence a reta CD (☐sim ☐não). Justifique.
- .Determine graficamente o ponto  $F^{7,3}$  que pertence a reta CD.

Unidade: metro

$C_1^{2,7}$   
+

$E_1^{11,9}$   
+

$D_1^{9,6}$   
+



# Exercício

---

**Exercício 3.7:** São dados os pontos  $A_1^{5,2}$  e  $B_1^{13,5}$ . Gradue a reta AB por método gráfico e determine seu intervalo.

Unidade: metro          escala: 1:50

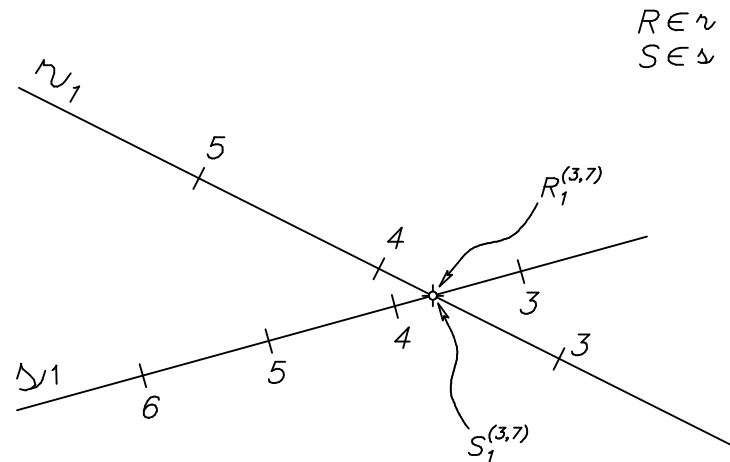
$A_1^{5,2}$   
+

$B_1^{13,5}$   
+



# Retas Concorrentes

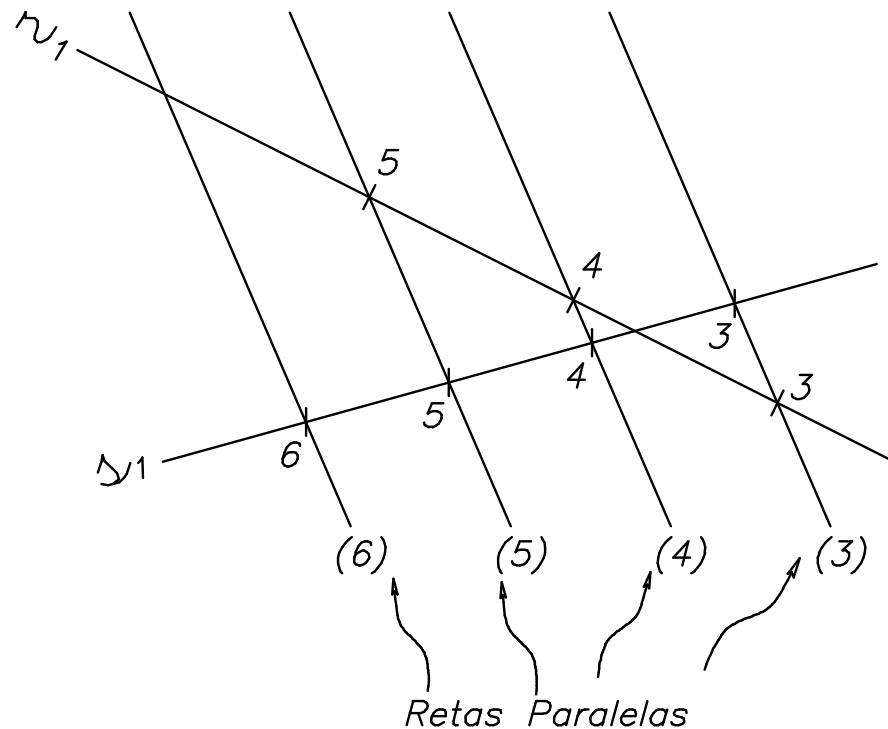
- Duas retas são concorrentes quando:
  - Suas projeções no plano horizontal  $\pi_1$  têm um ponto comum e
  - nesse ponto, ambas as retas têm a mesma cota.





# Retas Concorrentes

- Método gráfico de verificação de concorrência





# Teorema 1

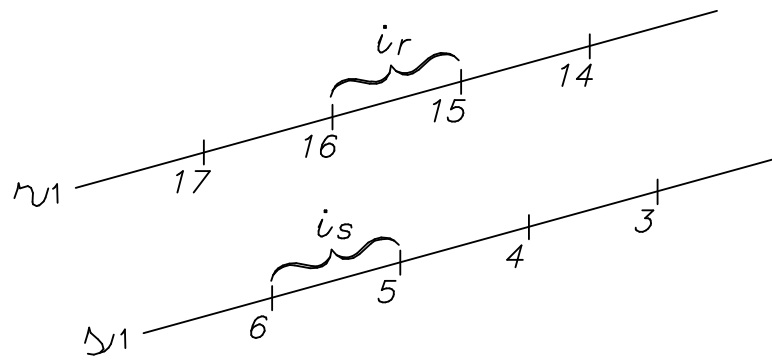
---

Teorema da Conservação do Paralelismo:

*“NA PROJEÇÃO CILÍNDRICA, O  
PARALELISMO SE CONSERVA”.*

# Retas Paralelas

- Duas retas são paralelas quando:
  - suas projeções são paralelas e
  - seus intervalos são iguais e
  - suas graduações são concordantes (têm o mesmo sentido de crescimento).



$$i_r = i_s$$



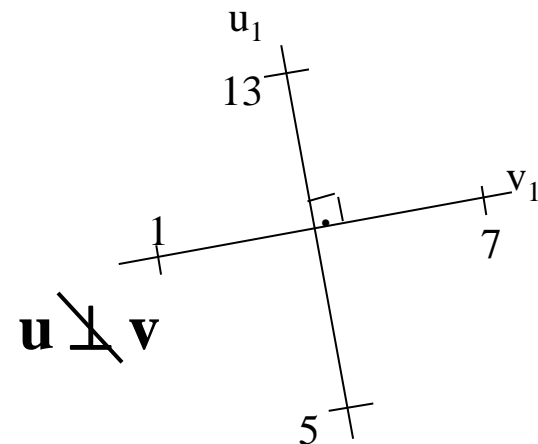
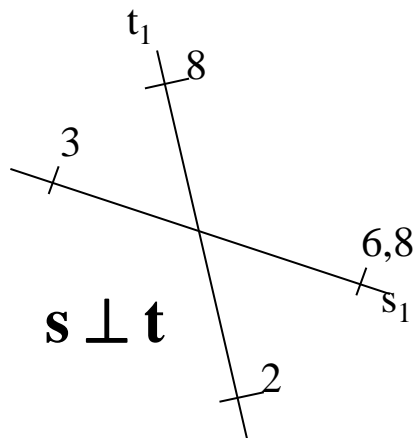
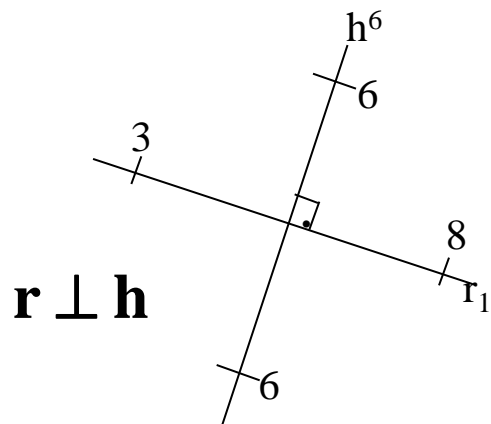
## Teorema 2

---

Teorema da Conservação do Perpendicularismo:

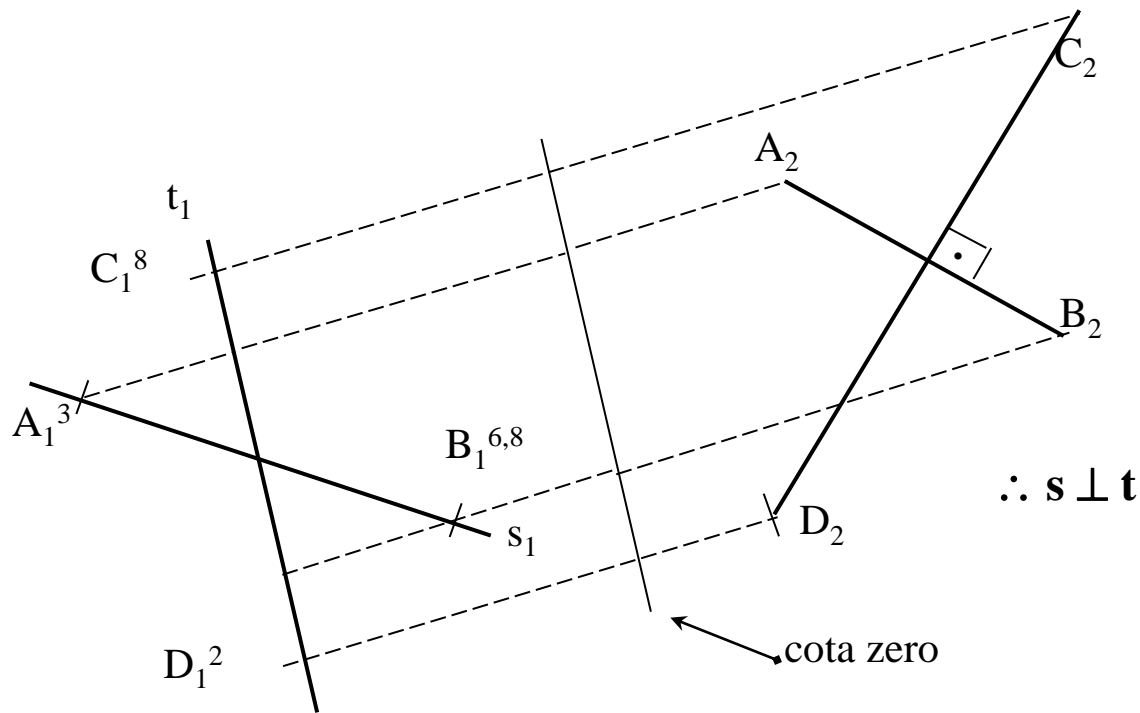
“NA PROJEÇÃO CILÍNDRICA, RETAS  
ORTOGONAIS / PERPENDICULARES SÓ  
CONSERVAM O PERPENDICULARISMO  
QUANDO PELO MENOS UMA DELAS FOR  
PARALELA AO PLANO DE PROJEÇÃO”.

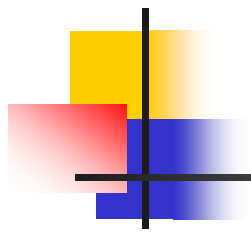
# Retas Perpendiculares



# Retas Perpendiculares

## ■ Verificação da ortogonalidade





FIM