INTRODUÇÃO AOS TESTES DE HIPÓTESES

Os testes de hipóteses constituem outra forma de inferência estatística. **Hipóteses são afirmações sobre parâmetros populacionais**. Agora iremos testar se essas hipóteses podem ser consideradas verdadeiras ou não. Os testes de hipóteses são muito objetivos, pois o resultado final é a **ACEITAÇÃO** ou **REJEIÇÃO** da hipótese formulada.

Etapas de um teste de hipóteses:

1. Formular as hipóteses
2. Definir qual o nível de significância será utilizado (alfa)
3. Verificar qual o teste adequado e calcular a estatística de teste
4. Decidir pela aceitação ou rejeição da hipótese de nulidade.
5. Conclusão experimental

A hipótese nula (H_o) é a hipótese sob a qual a teste é realizado. Essa hipótese será ACEITA ou REJEITADA. Se os dados amostrais estiverem de acordo com a hipótese nula formulada, a estatística de teste nos levará a uma aceitação. Por outro lado, se os dados amostrais não estiverem em sintonia com a hipótese formulada, o teste nos levará a uma rejeição da hipótese nula.

A hipótese alternativa (H_1 ou H_a) é uma hipótese complementar a H_o. Por isso,se rejeitamos H_o, consequentemente aceitamos H_1.

O nível de significância do teste (α) é definido pelo pesquisador. Ele significa aprobabilidade de cometermos erro tipo I, ou seja, rejeitarmos H_o sendo a mesma verdadeira.

A decisão estatística é a REJEIÇÃO ou ACEITAÇÃO de H_o.

A conclusão experimental consiste em explicar com palavras simples o resultado de um teste de hipóteses.

Os testes que iremos estudar são os mais famosos e encontrados em praticamente todos os livros de Estatística.

- Teste-t de Student para comparação de duas médias (amostras emparelhadas)
- Teste-t de Student para comparação de duas médias (amostras independentes)

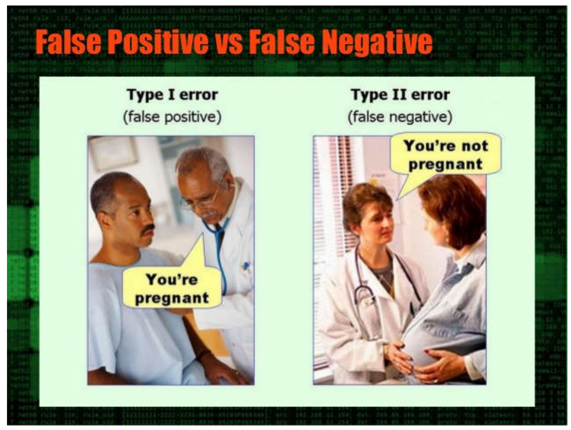
ERROS COMETIDOS NOS TESTES DE HIPÓTESES

São dois os tipos de erros que podemos cometer na realização de um teste de hipóteses:

- Rejeitar a hipótese $\mathbf{H_0}$, quando ela é verdadeira.
- Não rejeitar a hipótese $\mathbf{H_0}$, quando ela é falsa.

A Tabela a seguir resume as situações acima.

	Aceitar H_o	Rejeitar H_o
H_o Verdadeira	Decisão correta	Erro tipo I
H_o Falsa	Erro tipo II	Decisão correta



TESTE-*t* PARA AMOSTRAS PAREADAS

Utilizado para testarmos a hipótese de que a média populacional ANTES e DEPOIS de algum determinado “tratamento” ou “situação” sofreu alteração significativa.

A estatística de teste baseia-se nas diferenças (DEPOIS – ANTES) para cada elemento da amostra.

Estatística de teste:

i. Calcule as diferenças entre os valores observados depois (x_2) e antes (x_1):

$$d = x_2 - x_1$$

ii. Calcule a média dessas diferenças:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

iii. Calcule a variância dessas diferenças:

$$S_d^2 = \frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1}$$

iv. Calcule o valor de t (t_{calc}), que está associado a (n – 1) graus de liberdade, pela fórmula:

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{S_d^2}{n}}}$$

v. Comparar o valor de t calculado (t_{calc}) com o valor de t tabelado (t_{tab}) ao nível de significância (α) estabelecido no início. Na tabela deve ainda olhar o grau de liberdade (GL).

- se (t_{calc}) ≥ (t_{tab}): rejeita-se a H_0 e aceita-seH_1
- se (t_{calc}) < (t_{tab}): aceita-se a H_0 e rejeita-se H_1

Obs.: para encontrar o valor do t calculado na tabela, temos que definir o grau de liberdade (GL), que é dado pelo número de elementos menos um (n–1). Sabendo o grau de significância (alfa) que por padrão é 5%, procuramos na tabela. O valor que buscamos é dado pelo cruzamento do grau de liberdade (GL) com o nível de significância (α).

Para verificar se duas drogas diferentes, usadas como antitussígenos (bloqueadores de tosse), alteram o tempo de sono, foi feito um ensaio com 9 voluntários. Os tempos de sono dos voluntários com cada droga estão na tabela.

	Drogas	
Voluntário	**A**	**B**
1	7	9
2	7	7
3	6	6
4	6	8
5	9	10
6	6	8
7	7	7
8	8	8
9	5	7

Para fazer o teste:

a. As hipóteses em teste são:

H_0→o tempo médio de sono é o mesmo para as duas drogas.

H_1→o tempo médio de sono é diferente para as duas drogas.

b. Nível de significância → 5%

c. Calcule as diferenças entre os tempos de sono com cada droga, para cada voluntário. $\mathrm{d} = \mathrm{x}_2 - \mathrm{x}_1$

	Drogas		
Voluntário	**A**	**B**	**Diferença**
1	7	9	−2
2	7	7	0
3	6	6	0
4	6	8	−2
5	9	10	−1
6	6	8	−2
7	7	7	0
8	8	8	0
9	5	7	−2

d. Calcule a média das diferenças:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} \qquad \bar{d} = \frac{-9}{9} = -1$$

e. Calcule a variância das diferenças:

$$S_d^2 = \frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1} \qquad S_d^2 = \frac{17 - \frac{(-9)^2}{9}}{9-1}$$

$$S_d^2 = \frac{17 - 9}{8} = 1$$

f. Calcule o valor de t:

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} \qquad t = \frac{-1}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = -3$$

g. Compare o valor de t_{calc} e t_{tab}.

Como o valor absoluto de ***t*** calculado (3,00) é maior que o valor de ***t*** tabelado (2,31), rejeita a hipótese de que o tempo de sono para as duas drogas, em média, o mesmo.

- se (t_{calc}) ≥ (t_{tab}): rejeita-se a H_0 e aceita-se H_1
- se (3,00) > (2,31): rejeita-se a H_0 e aceita-se H_1

Obs.: se o valor de t_{calc} for negativo, para efeito de comparação utilizamos o valor absoluto (em módulo).

EXERCÍCIOS

1. Uma droga é tradicionalmente usada para o alívio de dor nos casos de enxaqueca. Uma empresa oferece um genérico. Para verificar se o efeito do genérico não é significativamente inferior, foi feito um ensaio com 7 voluntários. Todos os voluntários usaram, em períodos distintos, tanto a droga tradicional como o genérico. Os tempos de alívio da dor assinalados pelos voluntários com cada droga estão registrados na tabela. Usando α = 10%, formule as hipóteses e explique os resultados. t = –1,87

	Droga	
Voluntário	**Tradicional**	**Genérico**
1	4,5	4
2	5,5	5,5
3	6	6
4	6	5
5	5,5	4,5
6	5,5	6
7	8	6,5

2. Calcule o valor de t para o experimento que objetivou medir a redução de sólidos totais (mg/L) antes e depois da aplicação de tratamento físico-químico em uma estação de tratamento. t = –3,94

Antes do tratamento	Depois do tratamento
30	8
25	12
34	21
32	30
34	21
12	12
15	11
18	13
13	12
23	13
23	12
12	12

3. Na tabela abaixo são dados os pesos de 9 pessoas, antes e depois de uma dieta. Usando α = 1%, formule as hipóteses e explique os resultados. t = –2,0

Peso antes e depois da dieta

Antes	Depois
77	80
62	58
61	61
80	76
90	79
72	69
86	90
59	51
88	81

4. Dez cobaias foram submetidas ao tratamento de engorda com certa ração. Os pesos em gramas, antes e após o teste são dados a seguir. A 1% de significância, podemos concluir que o uso da ração contribuiu para o aumento do peso médio dos animais. t = 2,96

Cobaias submetidas ao tratamento de engorda com certa ração

Antes	Depois
635	640
704	712
662	681
560	558
603	610
745	740
698	707
575	585
633	635
669	682

5. Deseja-se investigar o efeito do álcool sobre o reflexo na direção. Uma amostra de 10 motorista foi convidada a utilizar um simulador de direção antes e depois de ingerir bebida e o tempo até uma reação (pisar no freio) foi verificado.

Motorista	Antes	Depois
1	10	20
2	80	70
3	45	50
4	60	80
5	45	90

6	100	120
7	45	55
8	80	90
9	25	50
10	50	60

6. A Tabela abaixo apresenta dados de pressão sanguínea sistólica de mulheres na faixa etária de 30 a 35 anos que não usavam anticoncepcional e depois passaram a usar. Formule as hipóteses nula e alternativa e explique os resultados.

Tab. – Pressão sangüínea sistólica de mulheres de 30 a 35 anos segundo o uso de anticoncepcionais

Antes	Depois
111	109
119	113
121	120
113	117
116	108
126	120
128	122
123	124
122	115
121	112

7. Consideremos os dados sobre batimento de pulso numa amostra de 10 estudantes de enfermagem, do gênero masculino, onde a média foi de 67,9 e o desvio padrão de 1,66 batidas por minuto. Um ano depois, foi calculada a média dos batimentos de pulso dos mesmos estudantes e obteve-se a média de 73,1 batidas por minuto e desvio padrão de 2,56. Formule as hipóteses nula e alternativa e explique os resultados, sabendo que o t calculado foi igual a 6,0 para um nível de significância igual a 5% e um grau de liberdade igual a 9.

....

....

....

LISTA 6 – Teste-*t* pareado

Nome: ....

Curso: ....

1. Consideremos os dados sobre a altura de uma amostra de 10 crianças desnutridas, do gênero feminino do estado do PR, onde a média foi de 1,31 m e o desvio padrão de 0,02 m. Um mês depois, após a administração da mistura de grãos, foi novamente calculada a média da altura das mesmas crianças e obteve-se a média de 1,40 m e desvio padrão de 0,03 m. As médias das alturas neste período ainda continuam as mesmas? (α = 1%). t = 11,4

Altura em meses, após a utilização da mistura de grãos

Mês1	Mês2
1,32	1,42
1,29	1,38
1,3	1,4
1,35	1,44
1,28	1,35
1,31	1,35
1,3	1,4
1,33	1,39
1,34	1,45
1,28	1,4

2. Deseja-se comparar dois métodos para determinar a quantidade de amido em batatas. Uma amostra de 16 batatas foi analisada pelos dois métodos, obtendo-se os seguintes resultados: t = 1,77

Batata	Método1	Método2
1	21,7	21,5
2	18,7	18,7
3	18,3	18,3
4	17,5	17,4
5	18,5	18,3
6	15,6	15,4
7	17	16,7
8	16,6	16,9
9	14	13,9
10	17,2	17
11	21,7	21,4
12	18,6	18,6
13	17,9	18
14	17,7	17,6
15	18,3	18,5
16	15,6	15,5

3. Com base nos dados apresentados na tabela teste, no nível de significância de 5%, a hipótese de que o calibre da veia esplênica é, em média, o mesmo, antes e após a oclusão da veia porta. t = 4,74

Calibre da veia esplênica antes e após a oclusão da porta

Cão	Oclusão da veia porta	
	Antes	Depois
1	75	85
2	50	75
3	50	70
4	60	65
5	50	60
6	70	90

4. Dois laboratórios determinam a quantidade de cloro de amostras de água tomadas ao mesmo tempo em cada dia. Há evidência suficiente nos resultados para afirmar que existem diferenças significativas entre os dois laboratórios? t = 0,738

Amostras	Laboratório A	Laboratório B
1	1,15	1
2	1,86	1,9
3	0,75	0,9
4	1,82	1,8
5	1,14	1,2
6	1,65	1,7
7	1,9	1,95

TESTE-*t* PARA AMOSTRAS INDEPENDENTES

É uma técnica estatística que permite testarmos a hipótese de que duas médias populacionais são idênticas. É extremamente utilizada para comparação de dois grupos independentes.

Estatística de teste:

i. Calcular a média em cada grupo:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

ii. Calcular a variância de cada grupo:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}$$

iii. Calcular a variância ponderada, dada pela fórmula:

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + \ (n_2 - 1) \cdot S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

iv. Calcular o valor de t, que está associado a $n_1 + n_2 - 2$ graus de liberdade, pela fórmula:

$$t = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \cdot S_p^2}}$$

v. Comparar o valor *calculado* de *t* (em valor absoluto) como o valor *tabelado* de *t*, no nível estabelecido de significância e com os mesmos graus de liberdade.
   - se (t_{calc}) ≥ (t_{tab}): rejeita-se a H_0 e aceita-seH_1
   - se (t_{calc}) < (t_{tab}): aceita-se a H_0 e rejeita-se H_1

Exemplos:

1. Uma nutricionista quer comparar o efeito de duas dietas alimentares para perda de peso. Seleciona voluntários e os divide, ao acaso, em dois grupos: um grupo foi indicado para a dieta A, e o outro grupo para a dieta B. Os dados estão na tabela. Faça o teste–*t*, ao nível de 5% de significância.

Perda de peso, em Kg

Dieta	
A	**B**
12	15
8	19
15	15
13	12
10	13
12	16
14	15
11	
12	
13	

Para o exemplo, estabelecemos as hipóteses:

H_0→ as perdas de peso são, em média, as mesmas, para qualquer das duas dietas.

H_1→ as dietas determinam perdas médias de peso diferentes.

Nível de significância → 5%

Para fazer o teste:

a. Calcular as médias de cada grupo:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \qquad \bar{x}_1 = 12 \qquad \bar{x}_2 = 15$$

b. Calcular as variâncias de cada grupo:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1} \qquad S_1^2 = 4 \qquad S_2^2 = 5$$

c. Calcular a variância ponderada:

$$S_p^2 = \frac{(10 - 1) \cdot 4 + \ (7 - 1) \cdot 5}{10 + 7 - 2} = 4{,}4$$

d. Calcular o valor de t segundo o grau de liberdade:

$$t = \frac{15 - \ 12}{\sqrt{\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{7}\right) \cdot 4{,}4}} = 2{,}902$$

e. Comparar o valor de t_{calc} e t_{tab}.

Como o valor absoluto de ***t*** calculado (2,902) é maior que o valor de ***t*** tabelado (2,13), no nível de 5% de significância, rejeita a hipótese de que as duas dietas determinam, em média, a mesma perda de peso.

Ao nível de significância de 0,10, determine se as resistências médias em 2 lotes de fibra de náilon são iguais, com base nas seguintes observações amostrais:

Lote L	Lote N
30	32
28	33
27	31
28	30
32	29

Para fazer o teste:

a. Calcular as médias de cada grupo:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \qquad \bar{x}_1 = 29 \qquad \bar{x}_2 = 31$$

b. Calcular as variâncias de cada grupo:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1} \qquad S_1^2 = 4 \qquad S_2^2 = 2{,}5$$

c. Calcular a variância ponderada:

$$S_p^2 = \frac{(5-1)\cdot 4 + (5-1)\cdot 2{,}5}{5+5-2} = 3{,}25$$

d. Calcular o valor de t segundo o grau de liberdade:

$$t = \frac{31 - 29}{\sqrt{\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)\cdot 3{,}25}} = 1{,}75$$

e. Comparar o valor de t_{calc} e t_{tab}.

Como o valor absoluto de ***t*** calculado (1,75) é menor que o valor de ***t*** tabelado (1,86), no nível de 10% de significância, aceita a hipótese de que a resistência média da fibra de náilon nos dois lotes são iguais.

<u>EXERCÍCIOS</u>

1. Calcule o valor de t para um experimento que objetivou avaliar a eficiência de dois tratamentos na redução de sólidos solúveis numa estação de tratamento. t = 2,57

Tratamento A	Tratamento B
30	8
25	12
34	21
32	30
34	21
12	12
15	11
18	13
13	12
23	13
23	12
12	12

2. Deseja-se saber se 2 máquinas de empacotar café estão fornecendo o mesmo peso médio em kg. Extraem-se duas amostras, uma de cada máquina (supondo que os pesos das amostras sigam uma distribuição normal): t = 4,59

   Máquina Nova – 36 amostras, média = 0,81 kg, variância = 0,00020 kg^2

   Máquina Velha – 39 amostras, média = 0,78 kg, variância = 0,00135 kg^2

   Qual é a sua conclusão a 5% de significância?

3. Pesquisadores comportamentais criaram um índice para mensurar o grau de ansiedade de vestibulandos. Esse índice vai de 0 (ansiedade mínima) até 100 (ansiedade máxima). Dois grupos de vestibulandos foram investigados. O grupo 1 é formado por vestibulandos de universidades públicas e o grupo 2 é formado por vestibulandos de universidades privadas.

Resultados do levantamento realizado pelos pesquisadores:

Grupo1	Grupo2
65	62
58	63
78	36
60	34
68	56
69	50
66	42
70	57
53	46
71	68

	63	48
	63	42
		52
		43
		43
Média	65,33	49,47
Desvio padrão	6,61	10,07

4. Foram coletados dados sobre índice de glicemia de 20 pessoas, sendo 11 do Canadá e 9 do Brasil. Os brasileiros têm, em média, glicemia de 75,2 mcg; e os canadenses, de cerca de 85,7 mcg. Formule as hipóteses e explique a resposta, ao nível de significância de 10%, usando t calculado de 1,83.

....

....

....

5. O tempo médio de efeito de um remédio foi testado em dois grupos de pessoas. O primeiro grupo possuía 505 pessoas, e o segundo, 425. A média do primeiro igual a 45 minutos com variância de 4. A média do segundo foi de 38 minutos, com variância de 6 minutos. Você quer saber se o efeito do remédio foi diferente entre os grupos. Formule as hipóteses a serem testadas e explique o resultado, para um nível de significância (α) igual a 5%, utilizando um t calculado de 48,01.

....

....

....

LISTA 7 – Teste-*t* independente

Nome:..

Curso:...

1. Para mais bem conhecer o efeito do frio, pesquisadores fizeram um experimento com ratos de laboratório. Doze ratos foram divididos ao acaso em dois grupos. Um grupo ficou, durante 12 horas, na temperatura de 26 ºC e o outro grupo numa temperatura de 5ºC, pelo mesmo tempo. Depois os pesquisadores mediram a pressão sanguínea dos 12 ratos. Os resultados estão na tabela. O que você conclui? t = –18,51

Pressão sanguínea dos ratos

5°C	152	157	179	182	176	149
26°C	384	369	354	375	366	423

2. Determine se o número médio de atendimentos diários é igual para estes dois PS: t = –1,66

	A	B
	18	14
	14	15
	10	11
	13	14
	9	20
	13	21
	8	12
	7	10
	16	18
Total	108	135

3. Num estudo comparativo do tempo médio de adaptação para uma amostra aleatória de 50 homens e 50 mulheres num grande complexo industrial, surgiram as seguintes estatísticas amostrais:

	Homens	Mulheres
Média	3,2 anos	3,7 anos
Desvio padrão	0,8 anos	0,9 anos

Pode-se concluir, ao nível de 0,1, que homens tenham tempo médio de adaptação menor do que as mulheres? t = 2,94

4. Duas pesquisas independentes sobre salários em duas áreas metropolitanas muito separadas revelaram a seguinte informação sobre o salário médio de operadores de equipamento pesado:

Estatísticas	Área	
	A	B
Núm pessoas	25	25
Média	\$ 6,50/h	\$ 7,00/h
Variância	\$ 1,50/h	\$ 1,00/h

Pode-se concluir, ao nível de 0,05, que os salários médios sejam diferentes? t = 1,58

5. Uma grande cadeia de magazines está interessada em saber se o valor médio das compras é maior em suas lojas do centro da cidade ou no shopping Center de certa localidade. Teste a afirmação de que ambas são iguais, contra a alternativa de que ambas não são iguais, ao nível de 0,01. Uma amostra aleatória das transações nos dois locais deu os seguintes dados:

	Centro	Shopping
Média	\$ 45,00	\$ 43,50
Amostra n	100	100

(Suponha que o desvio padrão seja de \$ 10,00 em ambos os casos). t = –1,06

6. As resistências de dois tipos de material, que segue o modelo normal, foram medidas, mostrando os resultados da tabela. Fixado um nível de significância de 10%, existe evidências de que o material do tipo X seja mais resistente do que o material do tipo Y? t = 1,30

Tipo X	54	55	58	50	61
Tipo Y	51	54	55	52	53

7. Dez cobaias adultas criadas em laboratório, foram separadas, aleatoriamente, em dois grupos: um foi tratado com ração normalmente usada no laboratório (padrão) e o outro grupo foi submetido a uma nova ração (experimental). As cobaias foram pesadas no início e no final do período de duração do experimento. Os ganhos de peso (em gramas) observados foram os seguintes: t = –4,535

Peso em g ratos adultos, cfe ração

Ração	
Padrão	Experimental
200	220
180	200
190	210
190	220
180	210

Valores de *t*, segundo os graus de liberdade e o valor de α.

Graus de liberdade	α *10%*	*5%*	*1%*
1	6,31	12,71	63,66
2	2,92	4,30	9,92
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,36	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,06
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,14	2,98
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,10	2,88
19	1,73	2,09	2,86
20	1,73	2,09	2,84
21	1,72	2,00	2,83
22	1,72	2,07	2,20
23	1,71	2,07	2,81
24	1,71	2,06	2,80
25	1,71	2,06	2,79
26	1,71	2,06	2,78
27	1,70	2,05	2,77
28	1,70	2,05	2,76
29	1,70	2,04	2,76
30	1,70	2,04	2,75
40	1,68	2,02	2,70
60	1,67	2,00	2,66
120	1,66	1,90	2,62
∞	1,64	1,96	2,58