Lista 5 - Teste de Hipteses

1) Para os dois testes triviais abaixo, diga qual é o tamanho do teste, o poder e o que isso diz sobre a probabilidade dos erros do Tipo I e Tipo II.

(a) Sempre rejeita H_0, independente dos dados obtidos.

(b) Sempre aceita H_0, independente dos dados obtidos.

2) Para uma amostra aleatória $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de uma distribuição $Bernoulli(p)$, suponha que queremos testar

$$H_0 : p = 0.49 \quad vs \quad H_1 : p = 0.51$$

Considere que rejeita-se H_0 se $\sum_{i=1}^{n} X_i > c$. Use o TCL para encontrar c e n tais que a probabilidade dos dois erros sejam 0.01.

3) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de $U(\theta, \theta + 1)$. Para testar

$$H_0 : \theta = 0 \quad vs \quad H_1 : \theta > 0$$

use o teste

$$Rejeita\ H_0\ se\ X_{(n)} > 1\ ou\ X_{(1)} \geq k.$$

Encontre k para que o teste tenha tamanho α.

4) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ i.i.d $N(\mu, \sigma^2)$, μ_0 um valor específico de μ e σ^2 desconhecido. Para testar

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

mostre que o teste que rejeita H_0 se $|\bar{X} - \mu_0| > t_{n-1,\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$ tem tamanho α.

5) Para o teste acima, qual a relação entre a região de rejeição sugerida e um intervalo de confiança com $\gamma = 0.95$ para μ?

6) Considere a seguinte distribuição:

$$f(x;\theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x).$$

E que queremos testar

$$H_0 : \theta \leq 1 \quad vs \quad H_1 : \theta > 1$$

Para uma amostra de tamanho 1, calcule tamanho do teste e o poder quando rejeitamos H_0 se $X > 1/2$.

7) Um fabricante de artigos esportivos alega que a variância na resistência de uma certa linha de pesca é de 15.9. Uma a.a. de 15 carretéis de linha de pesca tem uma variância de 21.8. Sendo $\alpha = 0.05$, há evidências suficientes para rejeitar a alegação do fabricante? Suponha que a população seja normalmente distribuída.

8) Um fabricante garante que 90% das peças que fornece à linha de produção de uma determinada fábrica estão de acordo com as especificações exigidas. A análise de uma amostra de 200 peças revelou 25 defeituosas. A um nível de 5%, podemos dizer que é verdadeira a afirmação do fabricante?

9) Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória independente e igualmente distribuída da população com distribuição normal $N(\theta, 1)$. Considere as hipóteses $\theta = \theta_0\ versus \theta \neq \theta_0$. Encontre a região crítica gerada pelo teste da razão de verossímilhanças.

10) Um supervisor da qualidade quer testar, com base numa amostra aleatória de tamanho $n = 35$ e para um nível de significância $\alpha = 0,05$, se a profundidade média de um furo numa determinada peça é $72,4$mm. O que podemos dizer se ele obteve $\bar{x} = 73,2$mm e se sabe, de informações anteriores, que $\sigma = 2,1$mm?

11)