

Usare Python o Matlab, a vostra scelta. I codici Python con estensione .ipynb o .py, oppure i codici Matlab con estensione .m, e i corrispondenti file .pdf contenenti l'esecuzione dei codici con i **commenti ai risultati** devono essere caricati sulla piattaforma ADA.

**Esercizio 1**

Data la seguente matrice  $A$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/12 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/12 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/3 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/12 & 1/2 \end{pmatrix}$$

- 1.1 Calcolare la fattorizzazione LU con pivot totale di  $A$  tale che  $PAQ = LU$ .
- 1.2 Calcolare l'inversa di  $A$  usando la fattorizzazione ottenuta al punto 1.1 e verificare di aver ottenuto un risultato significativo.
- 1.3 Calcolare il condizionamento di  $A$  in norma infinito, il condizionamento delle matrici  $U, L, P$  e  $Q$ , sempre in norma infinito. Commentare i risultati.
- 1.4 Calcolare il determinante di  $A$  usando la fattorizzazione ottenuta al punto 1.1.

**Esercizio 2.**

Si consideri la seguente funzione  $f(x)$ :

$$f(x) = x - x^{\frac{1}{3}} - 2.$$

- 2.1 Si faccia un plot di  $f(x)$  nell'intervallo  $[3, 5]$  insieme all'asse delle ascisse (sempre nell'intervallo  $[3, 5]$ ).
- 2.2 Applicare il metodo delle bisezioni nell'intervallo  $[3, 5]$  per trovare una stima dello zero  $\bar{x}$  di  $f(x)$ .
- 2.3 Determinare quale tra le seguenti funzioni iteratrici può essere scelta per generare un metodo di iterazione funzionale:

$$g_1(x) = x^{\frac{1}{3}} + 2 \tag{1}$$

$$g_2(x) = (x - 2)^3 \tag{2}$$

$$g_3(x) = \frac{2}{9}(x - 2)^{\frac{3}{2}} \tag{3}$$

- 2.4 Scegliere quindi la funzione iteratrice più appropriata e calcolare lo zero di  $f(x)$  usando il metodo di iterazione funzionale. Motivare la scelta fatta. Scegliere come punto iniziale  $x_0 = 3$  e un criterio di arresto a piacere con tolleranza assoluta (e relativa se il criterio lo richiede) di almeno  $10^{-6}$ .