

## Projeto 1 de Tópicos em Engenharia Mecatrônica

---

Nome: Gabriel Evangelista Correia RA: 250320

---

Parte 0:

---

```
clc ; clear; close all force;  
RA = '250320';  
d = digitosRA(RA)
```

```
d = 1×6  
    2    5    0    3    2    0
```

Utilizando a função `digitosRA`, transformamos a string `RA` em um número e com isso alocamos cada dígito desse número em uma posição do vetor `d`. Esse vetor será utilizado nos cálculos seguintes.

```
[L,Izz,M0,b,h] = dados_problema(d)
```

```
L = 20  
Izz = 2.9160e-05  
M0 = 25000  
b = 0.0600  
h = 0.1800
```

Aplicando a função `dados_problema` e passando como parâmetro o vetor "d" obtido no item acima, obtemos o comprimento da viga `L`, o segundo momento de área `Izz` e o momento fletor `M0`:

---

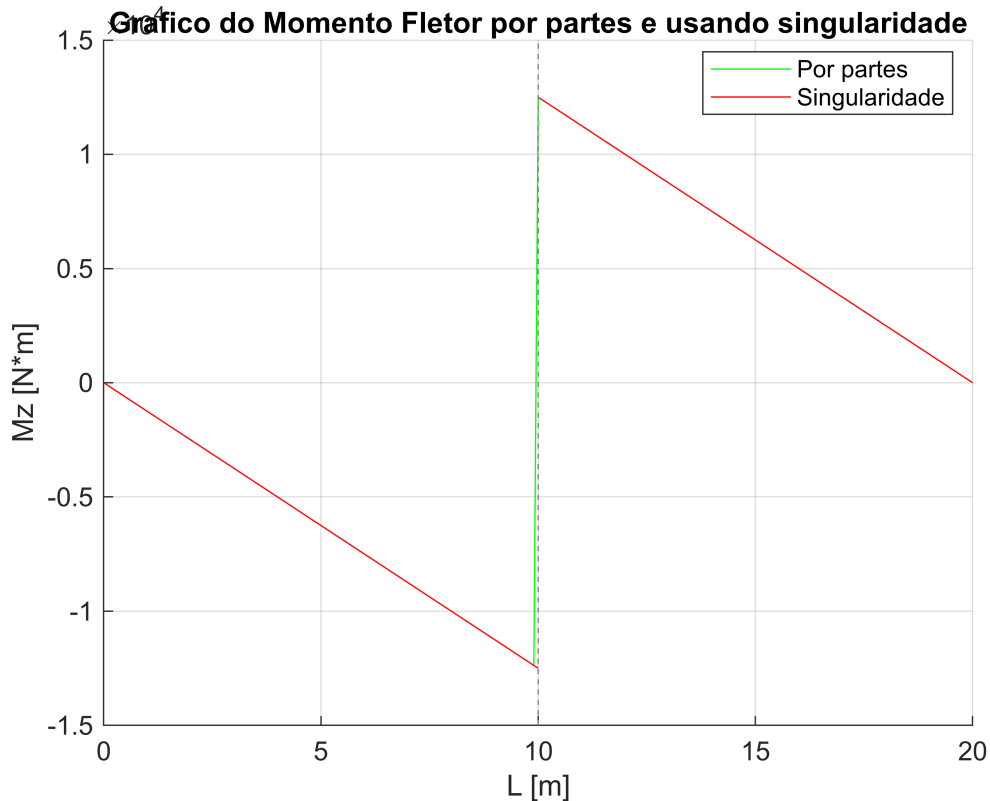
Parte 1:

---

```
E = 210e9; %Pa  
rho = 7850; %kg/m^3  
x = 0:0.1:L;  
P = M0/L;  
  
figure;  
hold on;  
grid on;  
  
%Primeiro Plot  
Mz = momento(P,L,M0);  
plot(x,Mz,'g');  
ylabel('Mz [N*m]');  
xlabel('L [m]');
```

### %Segundo Plot

```
Mz = @(x) P*L - M0 - P*x + M0*sin((x-L/2),0);  
fplot(Mz, [0 L], "r");  
legend('Por partes', 'Singularidade', 'Location','best');  
title('Grafico do Momento Fletor por partes e usando singularidade');  
hold off
```



Como nota-se pelo gráfico os resultados gerados pela curva gerada pela equação por partes e por singularidade são praticamente iguais.

```
Mz_obtem_maximo = @(x) -1*(P*L - M0 - P*x + M0*sin((x-L/2),0));  
x_max = fminbnd(Mz_obtem_maximo,0,20)
```

```
x_max = 10.0000
```

Para obter o x máximo, invertemos o sinal da função Mz e aplicamos a ela a função de encontrar o valor mínimo de x. Com isso, assumimos que esse valor de x equivale ao valor máximo da função Mz.

```
figure;  
hold on;  
grid on;  
  
%Primeiro Plot  
P=0;  
Vy = @(x) (1/(E*Izz))*(((P*L)-M0)*((x.^2)/2)-((P*x.^3)/6)+(M0/2)*sin((x-(L/2)),2));  
fplot(Vy,[0 L]);  
ylabel('Vy [m]');
```

```

xlabel('L [m]');

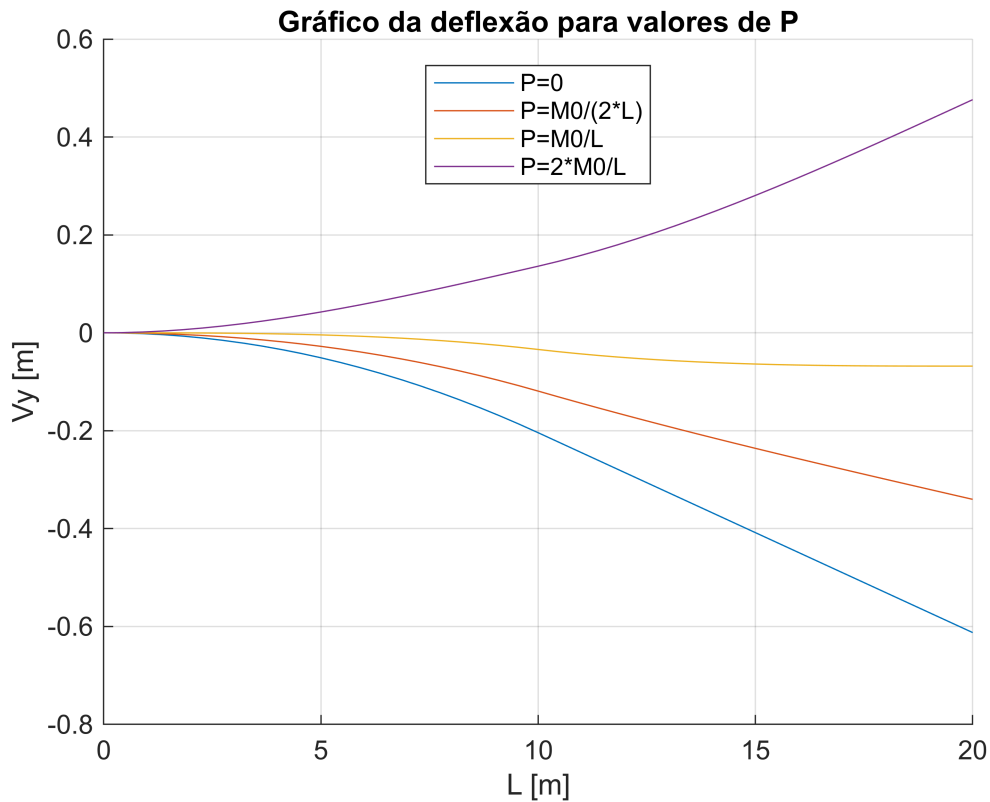
%Segundo Plot
P = M0/(2*L);
Vy = @(x) (1/(E*Izz))*(((P*L)-M0)*((x.^2)/2)-((P*x.^3)/6)+(M0/2)*sin((x-(L/2)),2));
fplot(Vy,[0 L]);
ylabel('Vy [m]');
xlabel('L [m]');

%Terceiro Plot
P=M0/L;
Vy = @(x) (1/(E*Izz))*(((P*L)-M0)*((x.^2)/2)-((P*x.^3)/6)+(M0/2)*sin((x-(L/2)),2));
fplot(Vy,[0 L]);
ylabel('Vy [m]');
xlabel('L [m]');

%Quarto Plot
P=2*M0/L;
Vy=@(x) (1/(E*Izz))*(((P*L)-M0)*((x.^2)/2)-((P*x.^3)/6)+(M0/2)*sin((x-(L/2)),2));
fplot(Vy,[0 L]);
ylabel('Vy [m]');
xlabel('L [m]');

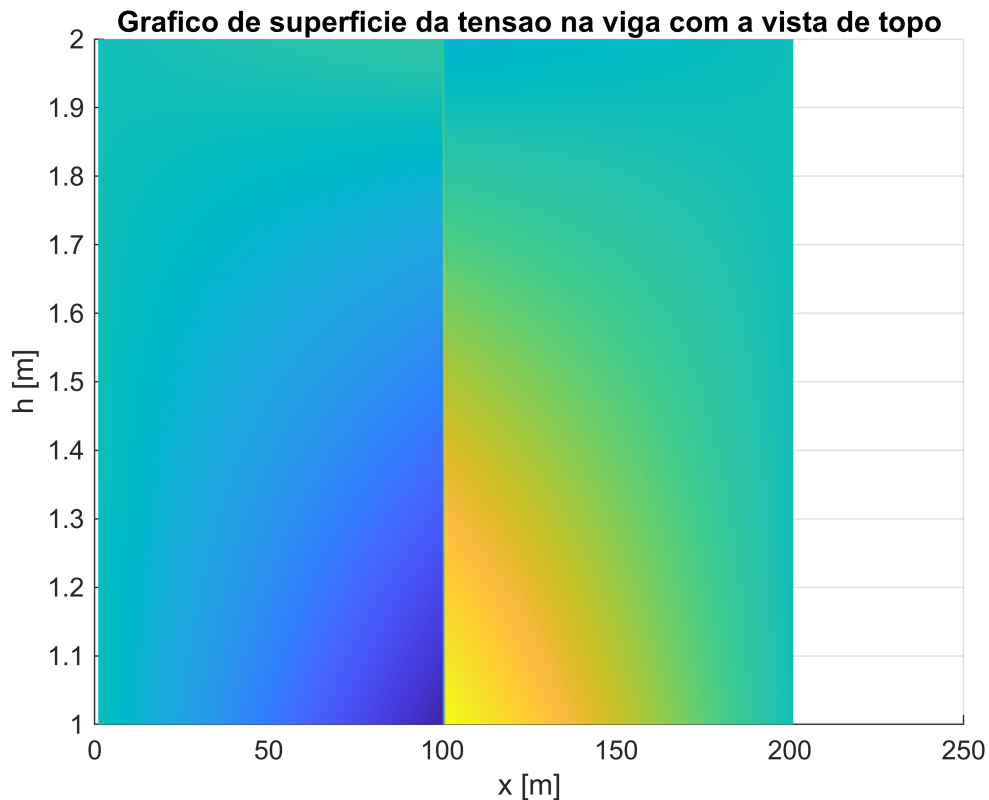
legend('P=0','P=M0/(2*L)','P=M0/L','P=2*M0/L', 'Location','best');
title('Gráfico da deflexão para valores de P');
hold off;

```



Utilizando a expressão de deflexão fornecida na descrição do projeto e a função `meshgrid` conseguimos plotar diferentes curvas de deflexão variando apenas o valor de  $P$ . No caso são plotadas as curvas de  $V_y$  em função de  $L$  variando apenas os valores de  $P$ , como mostrado na legenda.

```
P = M0/L;
y = -(h/2):0.1:h/2;
x = 0:0.1:L;
Mz = momento(P,L,M0);
[Mz_mesh,y_mesh] = meshgrid(Mz,y);
Tensao = -(Mz_mesh.*y_mesh)/Izz;
surf(Tensao)
shading interp;
view(2)
ylabel('h [m]');
xlabel('x [m]');
title('Gráfico de superfície da tensão na viga com a vista de topo');
```



Para criar o gráfico acima, utilizamos o método meshgrid com os parâmetros  $M_z$  e  $y$  para criar uma grade bidimensional com esses pontos. Com isso, utilizando a equação dada para tensão na descrição do projeto definimos o nosso terceiro eixo para conseguirmos plotar o gráfico. Por último, utilizando a função view(2) deixamos o gráfico representado numa vista 2D.

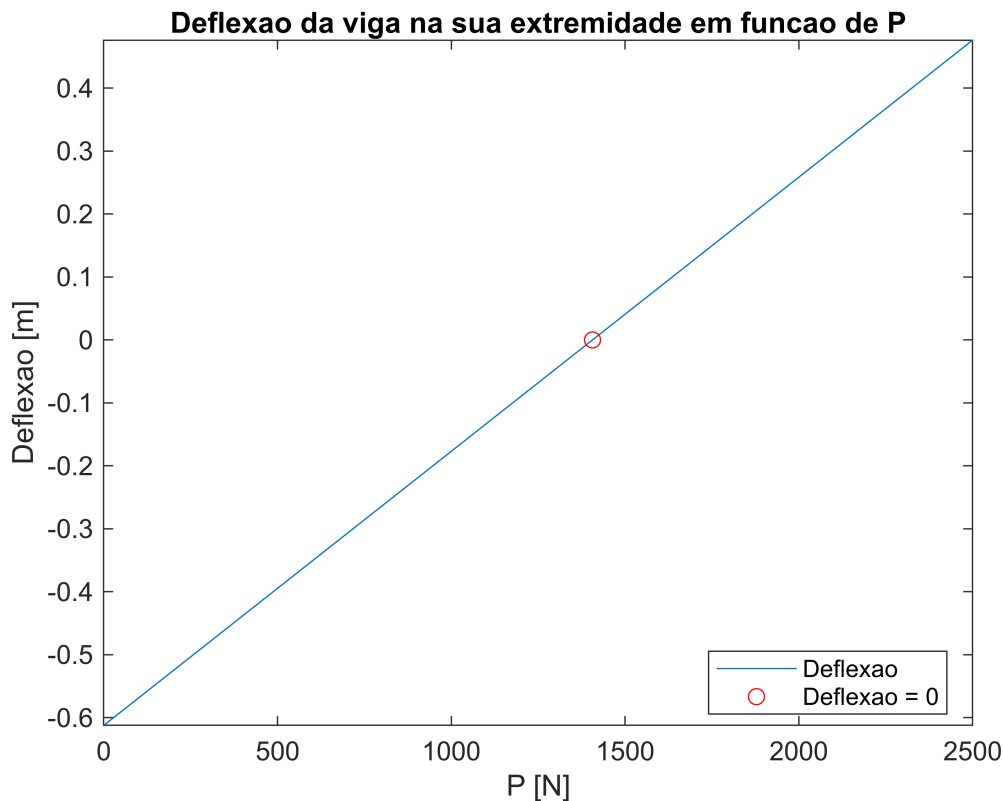
Parte 2:

```
L = 20;
E = 210e9; %Pa
Vy = @(P) (1/(E*Izz))*(((P*L)-M0)*((L.^2)/2)-((P*L.^3)/6)+(M0/2)*sin((L/2),2));
fplot(Vy,[0 (2*M0/L)]);
ylabel('Vy [m]');
xlabel('P [N]');%verificar unidade
raiz = fzero(Vy,1250)
```

```
raiz = 1.4062e+03
```

```
hold on
plot(raiz, 0, 'or')
ylabel('Deflexao [m]');
xlabel('P [N]');
legend('deflexao','deflexao nula','location','best')
title('Deflexao da viga na sua extremidade em funcao de P');
```

```
legend('Deflexao','Deflexao = 0','location','best')
hold off
```



Para conseguirmos plotar o grafico acima, substitui-se o valor de  $x$  por  $L$ , uma vez que é pedido a variação de  $V_y$  em funcao de  $P$  na extremidade da viga ( $x = L$ ). Com isso plotamos o grafico para ter uma noção inicial para que se possa estimar o valor da raiz. Com isso, Utilizamos o metodo `fzero` com o valor estimado, e conseguimos o valor exato da raiz da função pedida que é para  $P = 1406,3$  N. Com isso, podemos observar que para valores de  $P$  entre 0 e menor que 1406,3 a deflexao é negativa, enquanto para valores maiores que essa raiz a deflexao é positiva.

Parte 3:

```
P = M0/L;
Vy = @(x) (1/(E*Izz))*((P*L)-M0)*((x.^2)/2)-((P*x.^3)/6)+(M0/2)*sing((x-(L/2)),2));
fplot(Vy,[0 L]);
ylabel('Vy [m]');
xlabel('L [m]');
Vy_obtem_maximo = @(x) -1*(((1/(E*Izz))*(P*L-M0)*((x.^2)/(2))) - (P/
6*E*Izz)*(x.^3)+(1/E*Izz)*(M0/2)*sing((x-(L/2)),2));
x_maxi = fminbnd(Vy_obtem_maximo,0,20)
```

```
x_maxi = 4.7187e-05
```

```
x_min = fminbnd(Vy,0,20)
```

```
x_min = 19.9999
```

```
Vy_maxi = Vy(x_maxi)
```

```
Vy_maxi = -3.5746e-18
```

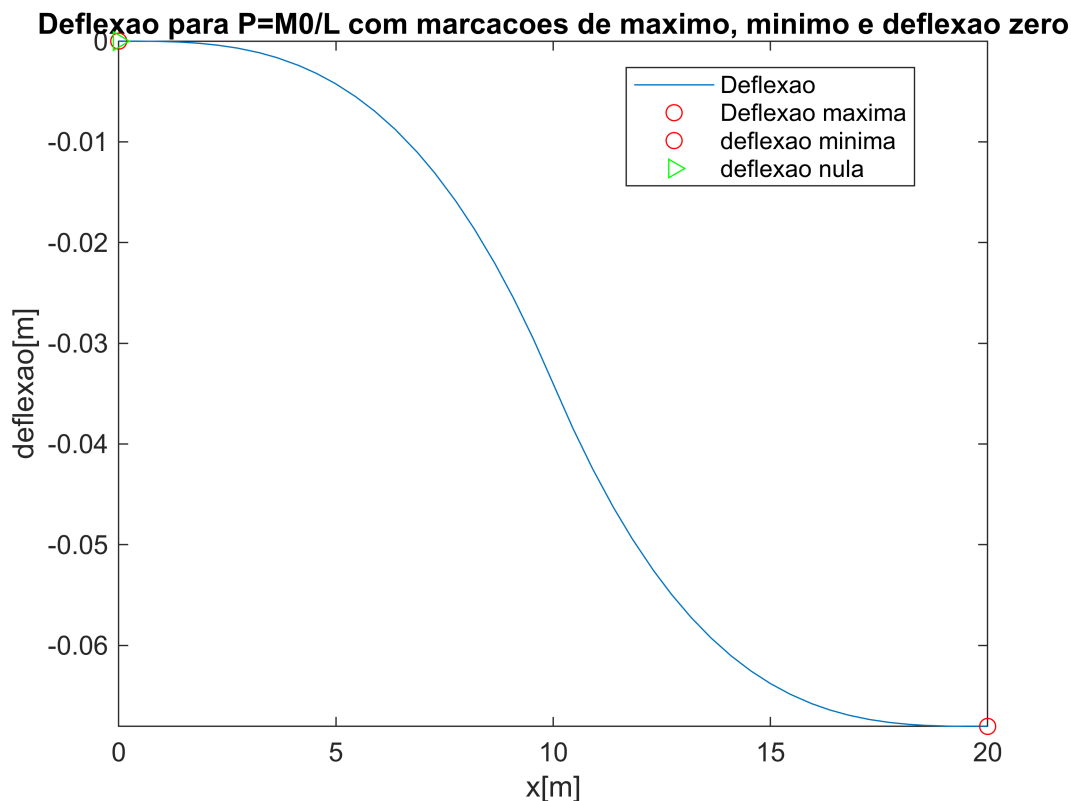
```
Vy_min = Vy(x_min)
```

```
Vy_min = -0.0680
```

```
deflexao_zero = fzero(Vy, 0)
```

```
deflexao_zero = 0
```

```
hold on  
plot(x_maxi, Vy_maxi, 'or')  
plot(x_min, Vy_min, 'or')  
plot(0, deflexao_zero, '>g')  
title('Deflexao para P=M0/L com marcacoes de maximo, minimo e deflexao zero');  
xlabel('x[m]');  
ylabel('deflexao[m]');  
legend('Deflexao', 'Deflexao maxima', 'deflexao minima', 'deflexao  
nula', 'location', 'best');  
hold off
```



Nessa parte do projeto escolhi a função de otimização `fminbnd` devido a sua praticidade. Primeiro para poder estimar os valores máximos e mínimos deve-se plotar o gráfico da função para fazer essa análise. Para encontrarmos o valor exato de  $x$  mínimo aplicamos a função `fminbnd` a função  $V_y$  estimando o valor de  $x$ . Para obter o valor exato de  $x$  máximo utilizamos a mesma função porém para a função  $-V_y$ . Agora, tendo os valores de  $x$  mínimo e máximo basta fazermos  $V_y(x_{\min})$  e  $V_y(x_{\max})$  para obtermos  $V_y$  mínimo e máximo. Para encontrarmos os pontos onde a deflexão é nula devemos utilizar a função `Fzero` de  $V_y$ . Por último marcamos todos esses pontos no gráfico.

Parte 4:

```
g = 9.81; %m/s^2
w0 = rho*b*h*g;
P = M0/L;

%[A]*[X] = [B], sendo [X] = [Ra Ma Rd]
```

Considerando  $w_0$ :

```
%Considerando w0
A = [L 1 0; 3*L/2 1 0; 1 0 1];
B1 = [(w0/2)*(L^2)-M0; w0*((3*L/2)^2)/2-M0-P*((3*L/2)-L); w0*((3*L)/2)-P];
X1 = A\B1;
Ra = X1(1, 1)
```

```
Ra = 1.9542e+04
```

```
Ma = X1(2, 1)
```

```
Ma = -2.4951e+05
```

```
Rd = X1(3, 1)
```

```
Rd = 4.1585e+03
```

Considerando  $w_0 = 0$ :

```
%Considerando w0=0
w0 = 0;
B2 = [(w0/2)*(L^2)-M0; w0*((3*L/2)^2)/2-M0-P*((3*L/2)-L) ; w0*((3*L)/2)-P];
X2 = A\B2;
Ra = X2(1, 1)
```

```
Ra = -1250
```

```
Ma = X2(2, 1)
```

```
Ma = 0
```



```
Rd = X2(3, 1)
```

```
Rd = 0
```

Somente a força P é aplicada:

```
%Somente a força P é aplicada
```

```
B3 = [0; P*((3*L/2)-L) ; -P];
```

```
X3 = A\B3;
```

```
Ra = X3(1, 1)
```

```
Ra = 1.2500e+03
```

```
Ma = X3(2, 1)
```

```
Ma = -2.5000e+04
```

```
Rd = X3(3, 1)
```

```
Rd = -2500
```

Somente o momento M0 é aplicado:

```
%Somente M0 é aplicado
```

```
B4 = [-M0; -M0 ; 0];
```

```
X4 = A\B4;
```

```
Ra = X4(1, 1)
```

```
Ra = 1.2127e-13
```

```
Ma = X4(2, 1)
```

```
Ma = -2.5000e+04
```

```
Rd = X4(3, 1)
```

```
Rd = -1.1369e-13
```

Nessa parte do projeto, desejamos encontrar 3 incógnitas como é dito no enunciado, sendo elas Ra, Ma e Rd. Para isso nós temos 3 equações, tendo portanto um sistema determinado.

Com isso, escolhi representar meu sistema na forma matricial na forma  $[A] \cdot [X] = [B]$ , sendo a matriz A aquela formada pelos fatores que multiplicam as incógnitas, a matriz B formada pelos elementos que não dependem de nenhuma das 3 incógnitas, e a matriz X a matriz que fornece o resultado das 3 incógnitas.

Para encontrar a matriz x utilizei o método "\ " fazendo  $A \setminus B$  e armazenando o resultado em X. Essa função facilita muito os cálculos, uma vez que são pedidos alguns casos diferentes dentro do problema, e seguindo essa lógica bastou mudar o valor da matriz B para encontrar o novo resultado.

Para apresentar os dados eu optei por separar em tópicos, sendo eles: Considerando  $w_0$ , considerando  $w_0=0$ , somente a força P é aplicada, somente M0 é aplicado. Para expor o resultado acessei as posições na matriz e printei nela o resultado de cada caso sendo Ra, Ma, Rd.

Segue as funções utilizadas no código:

```
function [d] = digitosRA(RA)

% Funcao que retorna uma matriz d com cada
% digito do RA escrito alocado em uma posicao
% do vetor

d = [];
for i = 1:length(RA)
    numero = str2num(RA(i));
    d = [d numero];
end
end

function [L,Izz,M0,b,h] = dados_problema(d)

% Funcao que retorna todos os dados utilizados
% nos exercicios seguintes

if (d(5) == 0 && d(6) == 0)
    L = 5;
else
    L = 10*d(5) + d(6);
end
b = (10*d(3) + 2*d(4))*1e-2;
h = 3*b;
M0 = (10*d(1) + d(2))*1000;
Izz=(b*(h^(3)))/12;
end

function y = sing(x,n)

% singularity function y = <x-a>^n
```

```

    if n>=0
        y = x.^n.*(x>=0);
    else
        y = 0*x;
    end
end

function [Mz] = momento(P,L,M0)

    % Funcao que retorna o momento definido
    % por partes

    x = 0:0.1:L;
    l = length(x);
    Mz = 1:l;
    for i = 1:l
        if(i<(l/2))
            Mz(i) = P*L-M0-P*x(i);
        end

        if(i>=(l/2))
            Mz(i) = P*(L-x(i));
        end
    end
end
end

```