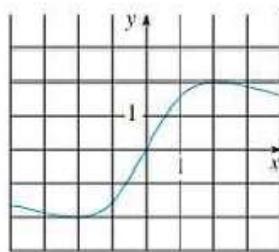


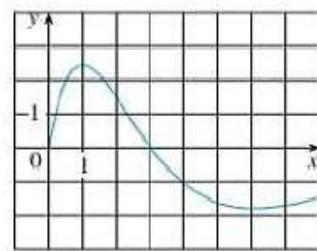
2.8 Exercícios

- 1-2** Use os gráficos dados para estimar o valor de cada derivada. Esboce então o gráfico de f' .

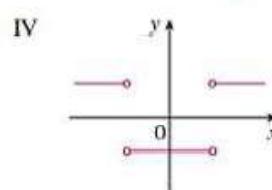
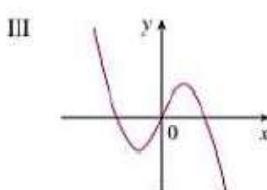
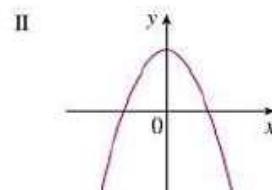
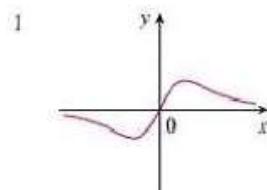
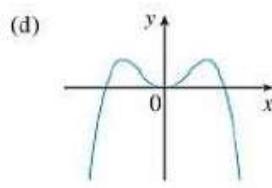
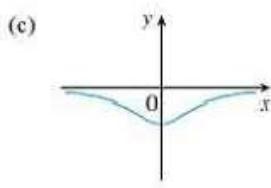
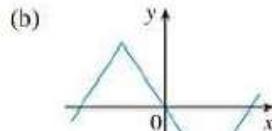
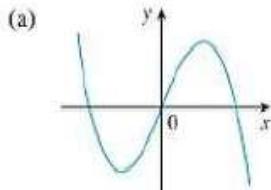
1. (a) $f'(-3)$
 (b) $f'(-2)$
 (c) $f'(-1)$
 (d) $f'(0)$
 (e) $f'(1)$
 (f) $f'(2)$
 (g) $f'(3)$



2. (a) $f'(0)$
 (b) $f'(1)$
 (c) $f'(2)$
 (d) $f'(3)$
 (e) $f'(4)$
 (f) $f'(5)$
 (g) $f'(6)$
 (h) $f'(7)$

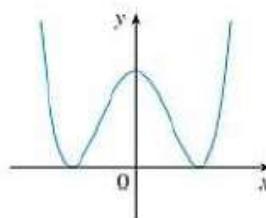


- 3.** Associe o gráfico de cada função em (a)-(d) com o gráfico de sua derivada em I-IV. Dê razões para suas escolhas.

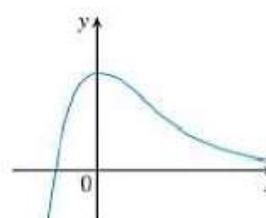


- 4-11** Trace ou copie o gráfico da função f dada. (Assuma que os eixos possuem escalas iguais.) Use, então, o método do Exemplo 1 para esboçar o gráfico de f' abaixo.

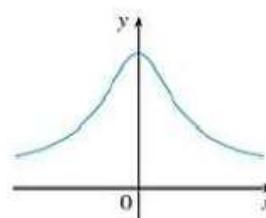
- 4.



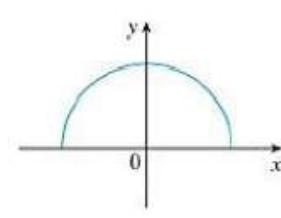
- 5.



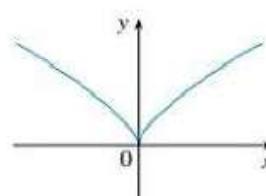
- 6.



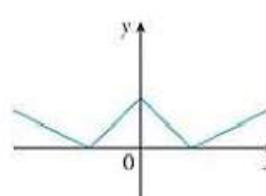
- 7.



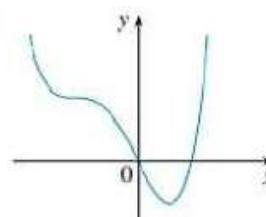
- 8.



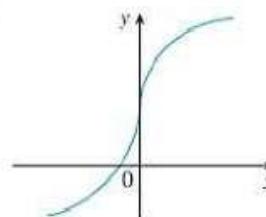
- 9.



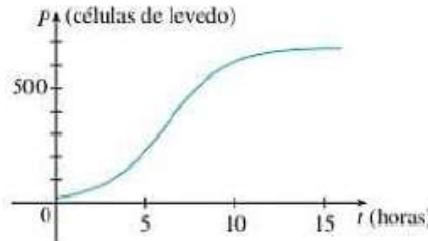
- 10.



- 11.

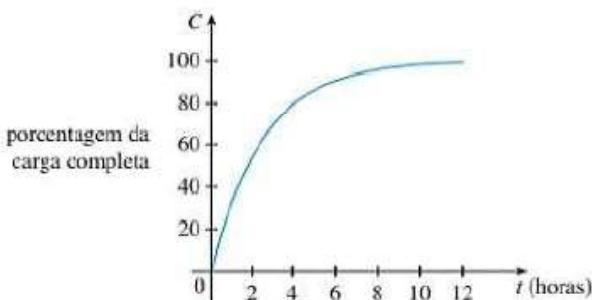


- 12.** O gráfico mostrado corresponde ao da função população $P(t)$ de cultura em laboratório de células de levedo. Use o método do Exemplo 1 para obter o gráfico da derivada $P'(t)$. O que o gráfico de P' nos diz sobre a população de levedo?

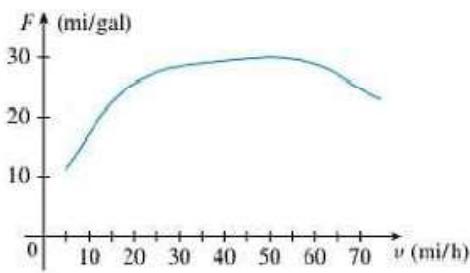


- 13.** Uma pilha recarregável é colocada no carregador. O gráfico mostra $C(t)$, a porcentagem de capacidade total que a pilha alcança como uma função do tempo t decorrido (em horas).

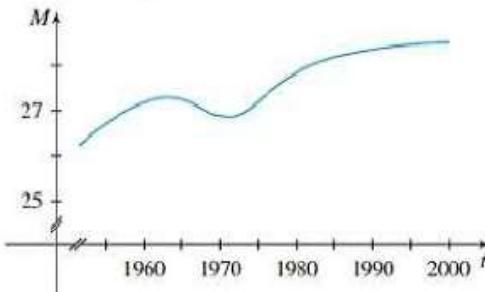
- (a) Qual o significado da derivada $C'(t)$?
 (b) Esboce o gráfico de $C'(t)$. O que o gráfico diz?



14. O gráfico (do Departamento de Energia dos EUA) mostra como a velocidade do carro afeta o rendimento do combustível. O rendimento do combustível F é medido em milhas por galão e a velocidade v é medida em milhas por hora.
 (a) Qual o significado da derivada $F'(v)$?
 (b) Esboce o gráfico de $F'(v)$.
 (c) Em qual velocidade você deve dirigir se quer economizar combustível?



15. O gráfico mostra como a idade média dos homens japoneses quando se casam pela primeira vez variou na última metade do século XX. Esboce o gráfico da função derivada $M'(t)$. Em quais anos a derivada foi negativa?



- 16–18 Faça um esboço cuidadoso de f e abaixo dele esboce o gráfico de f' , como foi feito nos Exercícios 4–11. Você pode sugerir uma fórmula para $f'(x)$ a partir de seu gráfico?

16. $f(x) = \sin x$

17. $f(x) = e^x$

18. $f(x) = \ln x$

19. Seja $f(x) = x^2$.

- (a) Estime os valores de $f'(0), f'(\frac{1}{2}), f'(1)$ e $f'(2)$ fazendo uso de uma ferramenta gráfica para dar zoom no gráfico de f .
 (b) Use a simetria para deduzir os valores de $f'(-\frac{1}{2}), f'(-1)$ e $f'(-2)$.
 (c) Utilize os resultados de (a) e (b) para conjecturar uma fórmula para $f'(x)$.
 (d) Use a definição de derivada para demonstrar que sua conjectura em (c) está correta.

20. Seja $f(x) = x^3$.

- (a) Estime os valores de $f'(0), f'(\frac{1}{2}), f'(1), f'(2)$ e $f'(3)$ fazendo uso de uma ferramenta gráfica para dar zoom no gráfico de f .
 (b) Use simetria para deduzir os valores de $f'(-\frac{1}{2}), f'(-1)$,
 $f'(-2)$ e $f'(-3)$.
 (c) Empregue os valores de (a) e (b) para fazer o gráfico de f' .
 (d) Conjecture uma fórmula para $f'(x)$.
 (e) Use a definição de derivada para demonstrar que sua conjectura em (d) está correta.

- 21–31 Encontre a derivada da função dada usando a definição. Diga quais são os domínios da função e da derivada.

21. $f(x) = 3x - 8$

22. $f(x) = mx + b$

23. $f(t) = 2,5t^2 + 6t$

24. $f(x) = 4 + 8x - 5x^2$

25. $f(x) = x^3 - 3x + 5$

26. $f(x) = x + \sqrt{x}$

27. $g(x) = \sqrt{9 - x}$

28. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x - 3}$

29. $G(t) = \frac{1 - 2t}{3 + t}$

30. $f(x) = x^{3/2}$

31. $f(x) = x^4$

32. (a) Esboce o gráfico de $f(x) = \sqrt{6 - x}$ começando pelo gráfico de $y = \sqrt{x}$ e usando as transformações da Seção 1.3.

- (b) Use o gráfico da parte (a) para esboçar o gráfico de f' .
 (c) Use a definição de derivada para encontrar $f'(x)$. Quais os domínios de f e f' ?

- (d) Use uma ferramenta gráfica para fazer o gráfico de f' e compare-o com o esboço da parte (b).

33. (a) Se $f(x) = x^4 + 2x$, encontre $f'(x)$.

- (b) Verifique se sua resposta na parte (a) foi razoável, comparando os gráficos de f e f' .

34. (a) Se $f(x) = x + 1/x$, encontre $f'(x)$.

- (b) Verifique se sua resposta na parte (a) foi razoável, comparando os gráficos de f e f' .

35. A taxa de desemprego $U(t)$ varia com o tempo. A tabela fornece a porcentagem de desempregados na força de trabalho australiana em meados de 1995 a 2004.

t	$U(t)$	t	$U(t)$
1995	8,1	2000	6,2
1996	8,0	2001	6,9
1997	8,2	2002	6,5
1998	7,9	2003	6,2
1999	6,7	2004	5,6

- (a) Qual o significado de $U'(t)$? Quais são suas unidades?

- (b) Construa uma tabela de valores para $U'(t)$.

36. Seja $P(t)$ a porcentagem da população das Filipinas com idade maior que 60 anos no instante t . A tabela fornece projeções dos valores desta função de 1995 a 2020.

t	$P(t)$	t	$P(t)$
1995	5,2	2010	6,7
2000	5,5	2015	7,7
2005	6,1	2020	8,9

- (a) Qual o significado de $P'(t)$? Quais são suas unidades?
 (b) Construa uma tabela de valores para $P'(t)$.
 (c) Faça os gráficos de P e P' .
37. A tabela fornece à altura a medida que o tempo passa de um típico pinheiro cultivado para madeira em local controlado.

Idade da árvore (anos)	14	21	28	35	42	49
Altura (pés)	41	54	64	72	78	83

Fonte: Arkansas Forestry Commission.

Se $H(t)$ é a altura da árvore após t anos, construa uma tabela de valores estimados de H' e esboce seu gráfico.

38. A temperatura da água afeta a taxa de crescimento da truta. A tabela mostra a quantidade de peso ganho por uma truta depois de 24 dias em diversas temperaturas da água.

Temperatura (°C)	15,5	17,7	20,0	22,4	24,4
Peso ganho (g)	37,2	31,0	19,8	9,7	-9,8

Se $W(x)$ for o peso ganho na temperatura x , construa uma tabela de valores estimados de W' e esboce seu gráfico. Quais são as unidades de $W'(x)$?

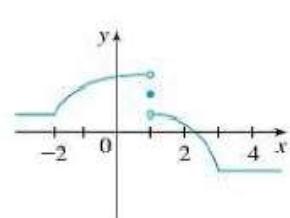
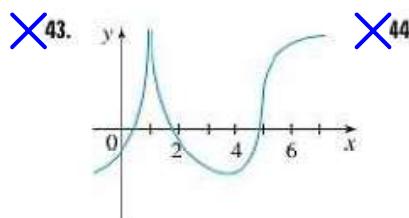
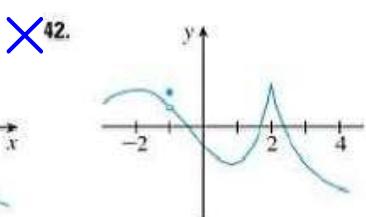
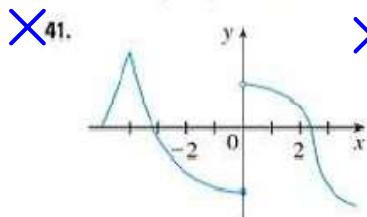
Fonte: Adaptado de J. Chadwick Jr., Temperature Effects on Growth and Stress Physiology of Brook Trout: Implications for Climate Change Impacts on an Iconic Cold-Water Fish. Tese de mestrado, Paper 897, 2012, scholar-works.umass.edu/theses/897.

39. Represente por P a porcentagem de energia elétrica de uma cidade que é produzida por painéis solares t anos após 1º de janeiro de 2000.
 (a) O que dP/dt representa nesse contexto?
 (b) Interprete a afirmação

$$\left. \frac{dP}{dt} \right|_{t=2} = 3,5$$

40. Suponha que N seja o número de pessoas no Canadá que viajam de carro para outro estado nas férias desse ano, quando o preço médio da gasolina é p dólares por litro. Você espera que a derivada dN/dp seja positiva ou negativa? Explique.

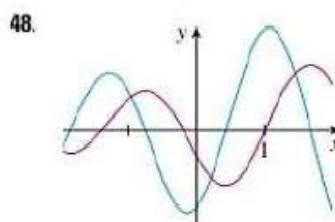
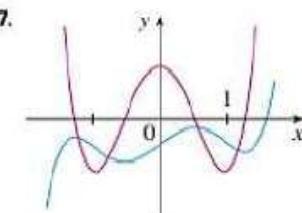
- 41–44 O gráfico de f é dado. Indique, justificando sua resposta, os números nos quais f não é diferenciável.



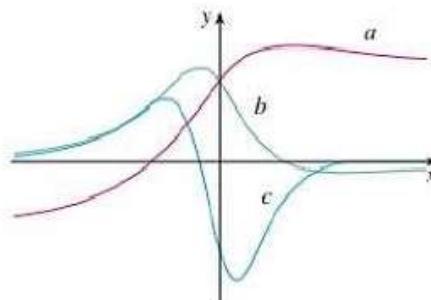
45. Faça o gráfico da função $f(x) = x + \sqrt{|x|}$. Dê zoom primeiro em direção ao ponto $(-1, 0)$ e, então, em direção à origem. Qual a diferença entre os comportamentos de f próximo a esses dois pontos? O que você conclui sobre a diferenciabilidade de f ?

46. Dê zoom em direção aos pontos $(1, 0)$, $(0, 1)$ e $(-1, 0)$ sobre o gráfico da função $g(x) = (x^2 - 1)^{2/3}$. O que você observa? Explique o que você viu em termos da diferenciabilidade de g .

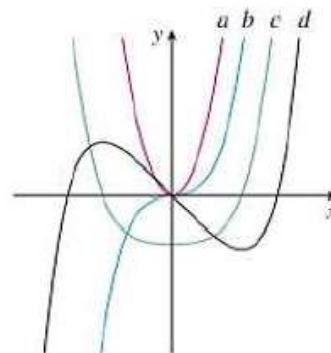
- 47–48 São mostrados os gráficos de uma função f e de sua derivada f' . Qual é maior, $f'(-1)$ ou $f''(1)$?



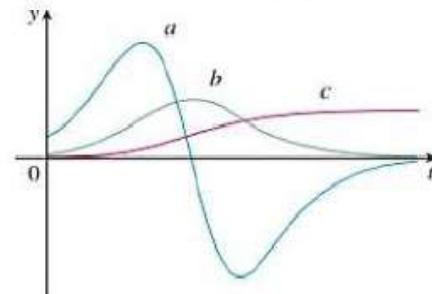
49. A figura mostra os gráficos de f , f' e f'' . Identifique cada curva e explique suas escolhas.



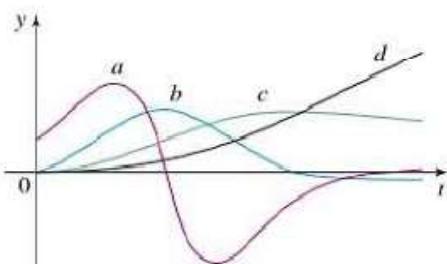
50. A figura mostra os gráficos de f , f' , f'' e f''' . Identifique cada curva e explique suas escolhas.



51. A figura mostra os gráficos de três funções. Uma é a função da posição de um carro, outra é a velocidade do carro e outra é sua aceleração. Identifique cada curva e explique suas escolhas.



- 52 A figura mostra os gráficos de quatro funções. Uma é a função da posição de um carro, outra é a velocidade do carro, outra é sua aceleração e outra é seu *jerk*. Identifique cada curva e explique suas escolhas.



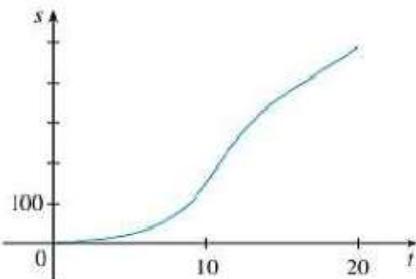
- 53–54 Use a definição de derivada para encontrar $f'(x)$ e $f''(x)$. A seguir, trace f , f' e f'' em uma mesma tela e verifique se suas respostas são razoáveis.

53. $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$

54. $f(x) = x^3 - 3x$

55. Se $f(x) = 2x^2 - x^3$, encontre $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ e $f^{(4)}(x)$. Trace f , f' , f'' e f''' em uma única tela. Os gráficos são consistentes com as interpretações geométricas destas derivadas?

56. (a) É mostrado o gráfico da função posição de um veículo, onde s é medido em metros e t , em segundos. Use-o para traçar a velocidade e a aceleração do veículo. Qual é a aceleração em $t = 10$ segundos?



- (b) Use a curva da aceleração da parte (a) para estimar o *jerk* em $t = 10$ segundos. Qual a unidade do *jerk*?

57. Seja $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

- (a) Se $a \neq 0$, use a Equação 5 da Seção 2.7 para encontrar $f'(a)$.
 (b) Mostre que $f'(0)$ não existe.
 (c) Mostre que $y = \sqrt[3]{x}$ tem uma reta tangente vertical em $(0, 0)$. (Relembre o formato do gráfico de f . Veja a Figura 13 na Seção 1.2.)

58. (a) Se $g(x) = x^{2/3}$, mostre que $g'(0)$ não existe.

- (b) Se $a \neq 0$, encontre $g'(a)$.

- (c) Mostre que $y = x^{2/3}$ tem uma reta tangente vertical em $(0, 0)$.
 (d) Ilustre a parte (c) fazendo o gráfico de $y = x^{2/3}$.

59. Mostre que a função $f(x) = |x - 6|$ não é diferenciável em 6. Encontre uma fórmula para f' e esboce seu gráfico.

60. Onde a função maior inteiro $f(x) = \lfloor x \rfloor$ não é diferenciável? Encontre uma fórmula para f' e esboce seu gráfico.

61. (a) Esboce o gráfico da função $f(x) = x|x|$.

- (b) Para quais valores de x é f diferenciável?

- (c) Encontre uma fórmula para f' .

62. (a) Esboce o gráfico da função $g(x) = x + |x|$.

- (b) Para quais valores de x é g diferenciável?

- (c) Encontre uma fórmula para g' .

63. Lembre-se de que uma função *f* é chamada *par* se $f(-x) = f(x)$ para todo x em seu domínio, e *ímpar* se $f(-x) = -f(x)$ para cada um destes x . Demonstre cada uma das afirmativas a seguir.

- (a) A derivada de uma função par é uma função ímpar.
 (b) A derivada de uma função ímpar é uma função par.

64. As derivadas à esquerda e à direita de f em a são definidas por

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$\text{e} \quad f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

se esses limites existirem. Então $f'(a)$ existe se, e somente se, essas derivadas unilaterais existirem e forem iguais.

- (a) Encontre $f'_-(4)$ e $f'_+(4)$ para a função

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ 5-x & \text{se } 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5-x} & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

- (b) Esboce o gráfico de f .

- (c) Onde f é descontínua?

- (d) Onde f não é diferenciável?

65. Nick começa trotando e corre cada vez mais rápido por 3 minutos, então anda por 5 minutos. Ele para em um cruzamento por 2 minutos, corre bem rápido por 5 minutos e depois anda por 4 minutos.

- (a) Esboce um gráfico possível da distância s que Nick cobriu depois de t minutos.

- (b) Esboce um gráfico de ds/dt .

66. Quando você abre uma torneira de água quente, a temperatura T da água depende de quanto tempo a água está fluindo.

- (a) Esboce um gráfico possível de T como uma função do tempo t que decorreu desde que a torneira foi aberta.

- (b) Descreva como é a taxa de variação de T em relação a t quando t está crescendo.

- (c) Esboce um gráfico da derivada de T .

67. Seja ℓ a reta tangente à parábola $y = x^2$ no ponto $(1, 1)$. O ângulo de inclinação de ℓ é o ângulo ϕ que ℓ faz com a direção positiva do eixo x . Calcule ϕ com a precisão de um grau.