4. (a) Encontre a inclinação da reta tangente à curva $y = x - x^3$ no ponto $(1, 0)$
(i) usando a Definição 1. (ii) usando a Equação 2.
(b) Encontre a equação da reta tangente da parte (a).
(c) Faça um gráfico da curva e da reta tangente em janelas retangulares cada vez menores centrados no ponto $(1, 0)$ até que a curva e a tangente pareçam indistinguíveis.

5–8 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

5. $y = 4x - 3x^2$, $(2, -4)$

6. $y = x^3 - 3x + 1$, $(2, 3)$

7. $y = \sqrt{x}$, $(1, 1)$

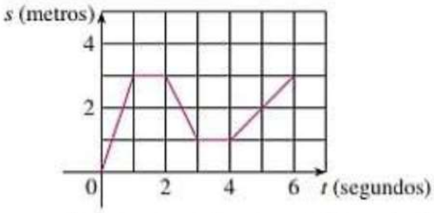
8. $y = \dfrac{2x + 1}{x + 2}$, $(1, 1)$

---

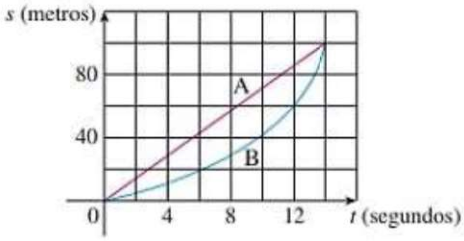
9. (a) Encontre a inclinação da tangente à curva $y = 3 + 4x^2 - 2x^3$ no ponto onde $x = a$.
(b) Encontre as equações das retas tangentes nos pontos $(1, 5)$ e $(2, 3)$.
(c) Faça o gráfico da curva e de ambas as tangentes em uma mesma tela.

10. (a) Encontre a inclinação da tangente à curva $y = 1/\sqrt{x}$ no ponto onde $x = a$.
(b) Encontre as equações das retas tangentes nos pontos $(1, 1)$ e $(4, \frac{1}{2})$.
(c) Faça o gráfico da curva e de ambas as tangentes em uma mesma tela.

11. (a) Uma partícula começa se movendo para a direita ao longo de uma reta horizontal; o gráfico de sua função posição é mostrada na figura. Quando a partícula está se movendo para a direita? E para a esquerda? Quando está parada?
(b) Trace um gráfico da função velocidade.



12. São dados os gráficos das funções das posições de dois corredores, A e B, que correm 100 metros rasos e terminam empatados.



(a) Descreva e compare como os corredores correram a prova.
(b) Em que instante a distância entre os corredores é maior?
(c) Em que instante eles têm a mesma velocidade?

13. Se uma bola for atirada ao ar com velocidade de 10 m/s, sua altura (em metros) depois de t segundos é dada por $y = 10t - 4{,}9t^2$. Encontre a velocidade quando $t = 2$.

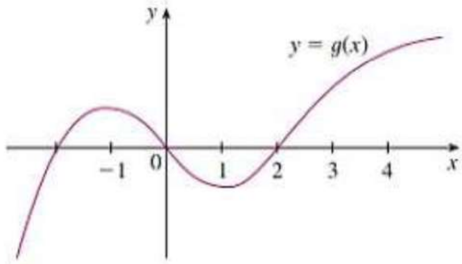
14. Se uma pedra for lançada para cima no planeta Marte com velocidade de 10 m/s, sua altura (em metros) após t segundos é dada por $H = 10t - 1{,}86t^2$.
(a) Encontre a velocidade da pedra após um segundo.
(b) Encontre a velocidade da pedra quando $t = a$.
(c) Quando a pedra atinge a superfície?
(d) Com que velocidade a pedra atinge a superfície?

15. O deslocamento (em metros) de uma partícula movendo-se ao longo de uma reta é dado pela equação do movimento $s = 1/t^2$, onde t é medido em segundos. Encontre a velocidade da partícula nos instantes $t = a$, $t = 1$, $t = 2$ e $t = 3$.

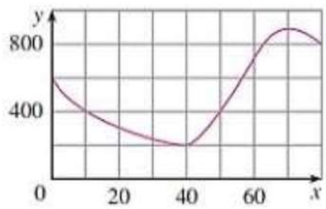
16. O deslocamento (em metros) de uma partícula movendo-se ao longo de uma reta é dado pela equação $s = t^2 - 8t + 18$, onde t é medido em segundos.
(a) Encontre as velocidades médias sobre os seguintes intervalos de tempo:
(i) $[3, 4]$ (ii) $[3{,}5; 4]$
(iii) $[4, 5]$ (iv) $[4; 4{,}5]$
(b) Encontre a velocidade instantânea quando $t = 4$.
(c) Faça o gráfico de s como uma função de t e desenhe as retas secantes cujas inclinações são as velocidades médias da parte (a). A seguir, trace a reta tangente cuja inclinação é a velocidade instantânea da parte (b).

17. Para a função g cujo gráfico é dado, arrume os seguintes números em ordem crescente e explique seu raciocínio:

$$0, \quad g'(-2), \quad g'(0), \quad g'(2), \quad g'(4).$$



18. É mostrado o gráfico de uma função f.
(a) Encontre a taxa de variação média de f no intervalo $[20, 60]$.
(b) Identifique um intervalo no qual a taxa de variação média de f é 0.
(c) Qual intervalo fornece a maior taxa média de variação, $[40, 60]$ ou $[40, 70]$?
(d) Calcule $\dfrac{f(40) - f(10)}{40 - 10}$; o que esse valor representa geometricamente?



19. Para a função f traçada no Exercício 18,
(a) Faça uma estimativa de $f'(50)$.
(b) É verdade que $f'(10) > f'(30)$?
(c) É verdade que $f'(60) > \dfrac{f(80) - f(40)}{80 - 40}$? Explique.

20. Encontre uma equação para a reta tangente ao gráfico de $y = g(x)$ em $x = 5$ se $g(5) = -3$ e $g'(5) = 4$.

21. Se uma equação de uma reta tangente à curva $y = f(x)$ no ponto onde $a = 2$ é $y = 4x - 5$, encontre $f(2)$ e $f'(2)$.

22. Se a reta tangente a $y = f(x)$ em $(4, 3)$ passar pelo ponto $(0, 2)$, encontre $f(4)$ e $f'(4)$.

23. Esboce o gráfico de uma função f para a qual $f(0) = 0$, $f'(0) = 3$, $f'(1) = 0$ e $f'(2) = -1$.

24. Esboce o gráfico de uma função g para a qual $g(0) = g(2) = g(4) = 0$, $g'(1) = g'(3) = 0$, $g'(0) = g'(4) = 1$, $g'(2) = -1$, $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$ e $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$.

25. Esboce o gráfico de uma função g que é contínua em seu domínio $(-5, 5)$ e para a qual $g(0) = 1$, $g'(0) = 1$, $g'(-2) = 0$, $\lim_{x\to-5^+} g(x) = \infty$ e $\lim_{x\to 5^-} g(x) = 3$.

26. Esboce o gráfico de uma função f para a qual o domínio é $(-2, 2)$, $f'(0) = -2$, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \infty$, f é contínua em todos os números de seu domínio exceto ± 1 e f é ímpar.

27. Se $f(x) = 3x^2 - x^3$, encontre $f'(1)$ e use-o para encontrar uma equação da reta tangente à curva $y = 3x^2 - x^3$ no ponto $(1, 2)$.

28. Se $g(x) = x^4 - 2$, encontre $g'(1)$ e use-o para encontrar uma equação da reta tangente à curva $y = x^4 - 2$ no ponto $(1, -1)$.

29. (a) Se $F(x) = 5x/(1 + x^2)$, encontre $F'(2)$ e use-o para encontrar uma equação da reta tangente à curva $y = 5x/(1 + x^2)$ no ponto $(2, 2)$.

(b) Ilustre a parte (a) traçando a curva e a reta tangente na mesma tela.

30. (a) Se $G(x) = 4x^2 - x^3$, encontre $G'(a)$ e use-o para encontrar uma equação da reta tangente à curva $y = 4x^2 - x^3$ nos pontos $(2, 8)$ e $(3, 9)$.

(b) Ilustre a parte (a) traçando a curva e as retas tangentes na mesma tela.

31–36 Encontre $f'(a)$.

31. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$

32. $f(t) = 2t^3 + t$

33. $f(t) = \dfrac{2t + 1}{t + 3}$

34. $f(x) = x^{-2}$

35. $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$

36. $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{1 - x}}$

37–42 Cada limite representa a derivada de certa função f em certo número a. Diga o que são f e a em cada caso.

37. $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h}$

38. $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{e^{-2+h} - e^{-2}}{h}$

39. $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^6 - 64}{x - 2}$

40. $\displaystyle\lim_{x\to 1/4} \frac{\frac{1}{x} - 4}{x - \frac{1}{4}}$

41. $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\cos(\pi + h) + 1}{h}$

42. $\displaystyle\lim_{\theta\to \pi/6} \frac{\operatorname{sen}\theta - \frac{1}{2}}{\theta - \pi/6}$

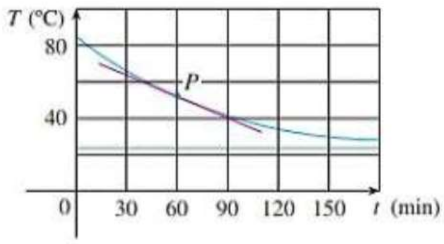
43–44 Uma partícula se move ao longo de uma reta com equação de movimento $s = f(t)$, onde s é medido em metros e t em segundos. Encontre a velocidade e a velocidade escalar quando $t = 4$.

43. $f(t) = 80t - 6t^2$

44. $f(t) = 10 + \dfrac{45}{t+1}$

45. Uma lata de refrigerante morna é colocada na geladeira. Esboce o gráfico da temperatura do refrigerante como uma função do tempo. A taxa de variação inicial da temperatura é maior ou menor que a taxa de variação após 1 hora?

46. Um peru assado é tirado de um forno quando a sua temperatura atinge 85 °C e colocado sobre uma mesa, em uma sala na qual a temperatura é 24 °C. O gráfico mostra como a temperatura do peru diminui e finalmente chega à temperatura ambiente. Por meio da medida da inclinação da reta tangente, estime a taxa de variação da temperatura após 1 hora.



47. Pesquisadores mediram a concentração média de álcool no sangue $C(t)$ de oito homens começando uma hora depois do consumo de 30 mL de etanol (correspondentes a duas doses de bebidas alcoólicas).

t (horas)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$C(t)$ (mg/mL)	0,33	0,24	0,18	0,12	0,07

(a) Encontre a taxa média de variação de C com relação a t em cada intervalo de tempo:

(i) $[1,0,\ 2,0]$ (ii) $[1,5,\ 2,0]$
(iii) $[2,0,\ 2,5]$ (iv) $[2,0,\ 3,0]$

Em cada caso, inclua as unidades.

(b) Faça uma estimativa da taxa instantânea de variação em $t = 2$ e interprete seu resultado. Quais são as unidades?

Fonte: Adaptado de P. Wilkinson et al., Pharmacokinetics of Ethanol after Oral Administration in the Fasting State, *Journal of Pharmacokinetics and Biopharmaceutics* 5 (1977): 207–24.

48. O número N de franquias de uma cadeia popular de cafeterias é dado na tabela. (São dados os números de franquias em 1º de outubro.)

Ano	2004	2006	2008	2010	2012
N	8.569	12.440	16.680	16.858	18.066

(a) Encontre a taxa média de crescimento

(i) de 2006 a 2008 (ii) de 2008 a 2010

Em cada caso, inclua as unidades. O que você pode concluir?

(b) Faça uma estimativa da taxa instantânea de crescimento em 2010 tomando a média de duas taxas médias de variação. Quais são as unidades?

(c) Faça uma estimativa da taxa instantânea de crescimento em 2010 medindo a inclinação de uma tangente.

49. A tabela mostra o número de passageiros P que chegaram à Irlanda por avião, em milhões.

Ano	2001	2003	2005	2007	2009
P	8,49	9,65	11,78	14,54	12,84

(a) Determine a taxa média de crescimento de P

(i) de 2001 a 2005 (ii) de 2003 a 2005
(iii) de 2005 a 2007

Em cada caso, inclua as unidades.

(b) Dê uma estimativa da taxa de crescimento instantânea em 2005, tomando a média de duas taxas médias de variação. Quais são suas unidades?

50. A tabela mostra os valores da carga viral $V(t)$ no paciente 303 de HIV, medida em cópias de RNA por mL, t dias após o início do tratamento com ABT-538.

t	4	8	11	15	22
$V(t)$	53	18	9,4	5,2	3,6

(a) Encontre a taxa média de variação de V com relação a t em cada intervalo de tempo:
(i) $[4, 11]$ (ii) $[8, 11]$
(iii) $[11, 15]$ (iv) $[11, 22]$
Quais são as unidades?

(b) Faça uma estimativa e interprete o valor da derivada $V'(11)$.

Fonte: Adaptado de D. Ho et al., Rapid Turnover of Plasma Virions and CD4 Lymphocytes in Hiv-1 Infection, *Nature* 373 (1995): 123–26.

51. O custo (em dólares) de produzir x unidades de uma certa mercadoria é $C(x) = 5\,000 + 10x + 0{,}05x^2$.

(a) Encontre a taxa média da variação de C em relação a x quando os níveis de produção estiverem variando
(i) de $x = 100$ a $x = 105$
(ii) de $x = 100$ a $x = 101$

(b) Encontre a taxa instantânea da variação de C em relação a x quando $x = 100$. (Isso é chamado *custo marginal*. Seu significado será explicado na Seção 3.7.)

52 Se um tanque cilíndrico comporta 100.000 litros de água, que podem escoar pela base do tanque em uma hora, então a Lei de Torricelli fornece o volume V de água que restou no tanque após t minutos como

$$V(t) = 100\,000\left(1 - \tfrac{1}{60}t\right)^2 \qquad 0 \leqslant t \leqslant 60$$

Encontre a taxa pela qual a água está escoando para fora do tanque (a taxa instantânea da variação de V em relação a t) como uma função de t. Quais são suas unidades? Para os instantes $t = 0$, 10, 20, 30, 40, 50 e 60 minutos, encontre a taxa do escoamento e a quantidade de água restante no tanque. Resuma o que você achou em uma ou duas sentenças. Em que instante a taxa do escoamento é a máxima? E a mínima?

53. O custo da produção de x quilogramas de ouro provenientes de uma nova mina é $C = f(x)$ dólares.

(a) Qual é o significado da derivada $f'(x)$? Quais são suas unidades?

(b) O que significa a afirmativa $f'(50) = 36$?

(c) Você acha que os valores de $f'(x)$ irão crescer ou decrescer a curto prazo? E a longo prazo? Explique.

54. O número de bactérias depois de t horas em um laboratório experimental controlado é $n = f(t)$.

(a) Qual é o significado da derivada $f'(5)$? Quais são suas unidades?

(b) Suponha que haja uma quantidade ilimitada de espaço e nutrientes para as bactérias. Qual será maior: $f'(5)$ ou $f'(10)$? Se a oferta de nutrientes for limitada, isso afetaria sua conclusão? Explique.

55. Seja $H(t)$ o custo diário (em dólares) para aquecer um prédio de escritórios quando a temperatura externa for t graus Celcius.

(a) Qual é o significado de $H'(15)$? Quais são as unidades?

(b) Você esperaria que $H'(15)$ fosse positiva ou negativa? Explique.

56. A quantidade (em quilogramas) de café vendida por uma companhia para uma lanchonete ao preço de p dólares por quilogramas é dada por $Q = f(p)$.

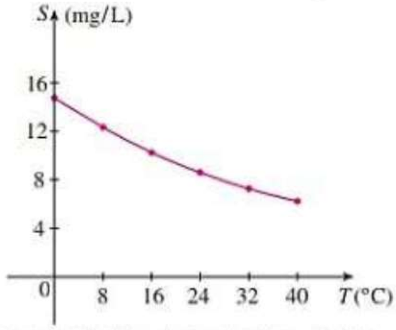
(a) Qual o significado da derivada $f'(8)$? Quais são suas unidades?

(b) $f'(8)$ é positivo ou negativo? Explique.

57. A quantidade de oxigênio que pode ser dissolvido em água depende da temperatura da água. (Logo, a poluição térmica influencia o nível de oxigênio da água.) O gráfico mostra como a solubilidade do oxigênio varia em função da temperatura T da água.

(a) Qual o significado da derivada $S'(T)$? Quais são suas unidades?

(b) Dê uma estimativa do valor $S'(16)$ e interprete-o.

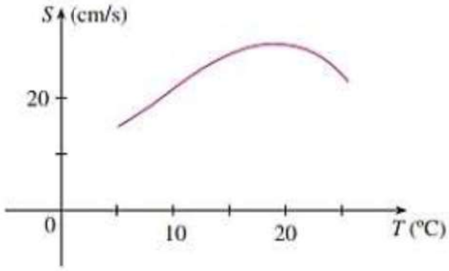


Fonte: Adaptado de Kupchella & Hyland, *Environmental Science: Living Within the System of Nature*, 2ª ed. (Boston: Allyn and Bacon, 1989).

58. O gráfico mostra a influência da temperatura T sobre a velocidade máxima S de nado de salmões Coho.

(a) Qual o significado da derivada $S'(T)$? Quais são suas unidades?

(b) Dê uma estimativa dos valores de $S'(15)$ e $S'(25)$ e interprete-os.



59–60 Determine se existe ou não $f'(0)$.

59. $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \dfrac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

60. $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \dfrac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

61. (a) Trace o gráfico da função $f(x) = \operatorname{sen} x - \frac{1}{1.000}\operatorname{sen}(1.000x)$ na janela de visualização $[-2\pi, 2\pi]$ por $[-4, 4]$. Que inclinação o gráfico parece ter na origem?

(b) Amplie para a janela de visualização $[-0{,}4;\ 0{,}4]$ por $[-0{,}25;\ 0{,}25]$ e faça uma estimativa do valor de $f'(0)$. Isso está de acordo com sua resposta para a parte (a)?

(c) Agora amplie para a janela de visualização $[-0{,}008;\ 0{,}008]$ por $[-0{,}005;\ 0{,}005]$. Você quer rever sua estimativa para $f'(0)$?