

Dizemos que um Sistema é correto se:

$$\Gamma \vdash A \text{ somente se } \Gamma \models A$$

Dizemos que um Sistema é completo se:

$$\Gamma \models A \text{ se } \Gamma \vdash A$$

→ Axiomatização: $(\vdash Ax)$

* Mais antigo;

* lema de inferência.

* Axiomas, "São unidade básica"

* Regras de inferência: permite inferir novas fórmulas a partir de outras já inferidas.

→ Substituição:

$$1) p[p := B] = B$$

$$2) q[p := B] = q, \text{ para } q \neq p$$

$$3) (\neg A)[p := B] = \neg (A[p := B])$$

$$4) (A_1 \circ A_2)[p := B] = A_1[p := B] \circ A_2[p := B] \text{ para } \circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$$

→ Modum ponens:

$$\text{A partir de } A \rightarrow B \text{ e } A \text{ inferir } B //$$

08.04.24

D S T Q Q S S

ex:

P	q	P → q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

MP, A4, A5

Definição: É uma sequência de fórmulas, que cada sequência é uma instância de axioma, ou é obtida por fórmulas de inferência corretas.

Definição: Um Teorema A, é uma fórmula que existe uma dedução. Representamos por $\vdash A$ ou $\vdash A$.

Fórmula dedutível: Uma fórmula A é dedutível a partir de Γ se há uma dedução para que $A_1, A_2, \dots, A_n = A$.

$\rightarrow \forall A_i \in \Gamma$

$\rightarrow \Gamma$ é uma instância de axioma.

$\rightarrow \Gamma$ é obtido de fórmulas anteriores (Melhor prova!)
 se $\Gamma = \emptyset$, A é teorema.

Teorema de dedução:

$\Gamma, a \vdash B \leftrightarrow \Gamma \vdash a \rightarrow B$

Ex: Demonstrar: $P \rightarrow Q, P \rightarrow R \vdash P \rightarrow Q \wedge R$

pelos teoremas de dedução: $P \rightarrow Q, P \rightarrow R, P \vdash Q \wedge R$

1. $P \rightarrow Q$ hipótese

2. $P \rightarrow R$ "

3. P (I. 1)

4. Q M.P (1, 3)

5. R M.P (2, 3)

6. $Q \rightarrow (R \rightarrow (Q \wedge R))$ (I. 1, 4) $P \vdash (Q \rightarrow (R \rightarrow (Q \wedge R)))$ $Q \vdash R$

7. $R \rightarrow (Q \wedge R)$ M.P (6, 4)

8. $Q \wedge R$ M.P (7, 5)

* DEDUÇÃO NATURAL

* Tem princípios bem definidos:

→ hipóteses podem ser introduzidas na prova e descerão ser descartadas até o fim, porém simulando a prova.

→ Para cada conectivo lógico, duas regras podem ser usadas: inserção e remoção.

12.04.24

D S T Q Q S S

EX: $\vdash_{PN} A \rightarrow (B \rightarrow A)$

(modus Ponens) Regras:

$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B} (\rightarrow E)$

$[A]^i$

$\frac{B}{A \rightarrow B} (\rightarrow I)^i$

$[A]^1 [B]^2$

$\frac{A}{B \rightarrow A} (\rightarrow I)^2$
 $\frac{B \rightarrow A}{A \rightarrow (B \rightarrow A)} (\rightarrow I)^1$

regras de conclusões

EX2: $\vdash_{PN} (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

$[A \rightarrow (B \rightarrow C)]^1 [A \rightarrow B]^2 [A]^3$
 $(B \rightarrow C) \quad (PE) \quad B \quad (PE)_{1,3}$

$\frac{C}{A \rightarrow C} (\rightarrow I)$

$\frac{(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)}{(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))} (\rightarrow I)^1$

EX3: $\vdash_{PN} A \wedge B \rightarrow A$

Regra:

$$\frac{[A \wedge B]'}{(AE)'} \quad A$$

$$\frac{A \quad B}{A \wedge B} (AI)$$

$$A \wedge P$$

$$\frac{A}{(A \wedge B) \rightarrow A} (E)$$

$$(E)'$$

$$\frac{A \wedge B}{A}$$

$$\frac{A \wedge B}{B}$$

$$(AE_1, AE_2)$$

Ex: $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$

$$\frac{[A]'}{A \wedge B} (AI)$$

$$[B]'$$

$$A \wedge B$$

$$A \wedge B$$

$$(-\rightarrow I)'$$

$$B \rightarrow (A \wedge B)$$

$$(-\rightarrow I)$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$$

Definição Formal de Dedução Natural

C dedução natural $\Gamma \vdash A$ pelo método do árvore que não contém fórmulas tal que:

- 1) C fórmula A (é a raíz da árvore) (Não confuso com o conjunto de dados)
- 2) C folhas da árvore de dedução são elementos de Γ ou hipóteses formuladas (suposições)
- 3) Cada "nó" intermediário é obtido pelas regras superiores da árvore por meio de introdução e remoção.

11.04.24

D S T Q A S S

4) Toda a suposição (Hipótese formulada), deve ser demonstrada por regras.

5) Uma regra pode destacar uma ou mais fórmulas isoladas.

* TABLEAUX ANALÍTICOS:

→ Os métodos de inferência anteriormente processam fórmulas apartes de hipóteses.

→ Nenhum método anterior para manuseio global de objeto preliminar de demonstração.

↳ Permite verificar a validade de um sequente.

→ Os anteriores não permitem lidar com $\Gamma \not\vdash A$ ou seja, a falsidade do sequente.

→ CUIDADO: $\Gamma \not\vdash A$ não implica em $\Gamma \vdash \neg A$.

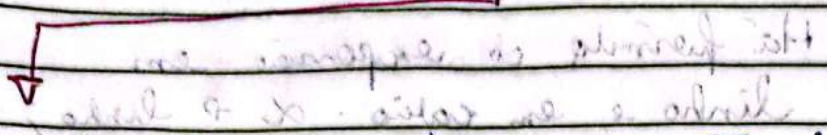
→ Tableau analítico é baseado em refutação, para prova $B \vdash A$, afirma-se a veracidade de B e a falsidade de A , na esperança de uma contradição.

→ Se obtivermos contradição o sequente é verdadeiro.

→ Se não, temos um contraexemplo.

→ Em todos os casos - se fórmulas Marcadas

1) tabeleiro é um problema decidable.



Se $\Gamma \models A$, então geo um TA falso $\Gamma \models_{TA} A$

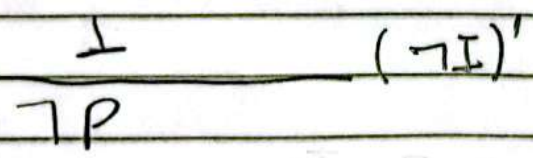
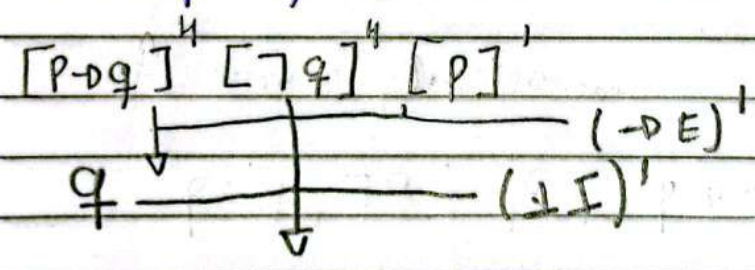
Se $\Gamma \not\models A$, então geo ao menos um caso saturnal $\Gamma \models A$ alento!

EXERCÍCIOS MARCADOS

ANEXO-01

pg 44 - 2.7)

b) $p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$



c) $\neg(p \wedge q) \vdash \neg p \vee \neg q$

POUCO ES PAGO

PRÓXIMA FOLHA:

12.04.24

D S T Q Q R S

2) $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$

1. $\vdash \neg(P \wedge Q)$

2. $F. \neg P \vee \neg Q$

3. $F.(P \wedge Q)$

4. $\vdash (P \wedge Q)$

5. IP

6. $\vdash \neg Q$

7. $F.Q$

\wedge
F.p F.q

X
Fis
Admits //

$(P \wedge Q) \vdash (P \wedge Q) \vdash (P \vee Q) \wedge (P \vee Q) \vdash (P \vee Q)$

$(P \wedge Q) \vdash (P \vee Q) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee Q) \vdash (P \vee Q)$

$[P] [P] [Q] [(P \vee Q) \wedge (P \vee Q)]$

$\wedge \vee$

$(3A)$

$(3A)$

$(2A)$

(IV)

$(8 \wedge 8) \vee 9$

1015-52.9

1015-52.9

P.F. 2

1. 1015-52.9

2. 1015-52.9

3. 1015-52.9

4. 1015-52.9