

## ***EXERCÍCIOS***

1) Considere as proposições  $p$ : *Está frio* e  $q$ : *Está chovendo*. Traduza para linguagem corrente as seguintes proposições:

- a)  $p \vee \sim q$     b)  $p \rightarrow q$     c)  $\sim p \wedge \sim q$     d)  $p \leftrightarrow \sim q$     e)  $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (q \wedge \sim p)$

2) Considere as proposições  $p$ : *A Terra é um planeta* e  $q$ : *A Terra gira em torno do Sol*. Traduza para linguagem simbólica as seguintes proposições:

- a) Não é verdade: que a Terra é um planeta ou gira em torno do Sol.  
b) Se a Terra é um planeta então a Terra gira em torno do Sol.  
c) É falso que a Terra é um planeta ou que não gira em torno do Sol.  
d) A Terra gira em torno do Sol se, e somente se, a Terra não é um planeta.  
e) A Terra não é nem um planeta e nem gira em torno do Sol.

(*Expressões da forma "não é nem p e nem q" devem ser vistas como "não p e não q"*)

3) Escreva a negação das seguintes proposições numa sentença o mais simples possível.

- a) É falso que não está frio ou que está chovendo.  
b) Se as ações caem aumenta o desemprego.  
c) Ele tem cabelos louros se e somente se tem olhos azuis.  
d) A condição necessária para ser um bom matemático é saber lógica.  
e) Jorge estuda física mas não estuda química.

(*Expressões da forma "p mas q" devem ser vistas como "p e q"*)

4) Dada a condicional: “Se  $p$  é primo então  $p = 2$  ou  $p$  é ímpar”, determine:

- a) a contrapositiva    b) a recíproca

5)

- a) Supondo  $V(p \wedge q \leftrightarrow r \vee s) = F$  e  $V(\sim r \wedge \sim s) = V$ , determine  $V(p \rightarrow r \wedge s)$ .  
b) Supondo  $V(p \wedge (q \vee r)) = V$  e  $V(p \vee r \rightarrow q) = F$ , determine  $V(p)$ ,  $V(q)$  e  $V(r)$ .  
c) Supondo  $V(p \rightarrow q) = V$ , determine  $V(p \wedge r \rightarrow q \wedge r)$  e  $V(p \vee r \rightarrow q \vee r)$ .

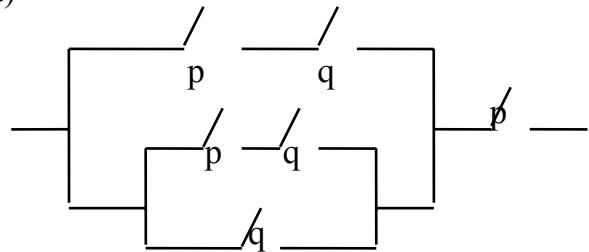
6) Utilizando as propriedades das operações lógicas, simplifique as seguintes proposições:

- a)  $(p \vee q) \wedge \sim p$   
b)  $p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q)$

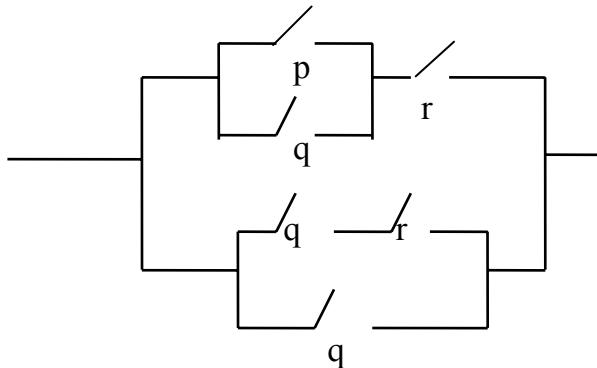
- c)  $p \wedge (p \vee q) \rightarrow (p \vee q) \wedge q$   
d)  $\sim(p \rightarrow q) \wedge ((\sim p \wedge q) \vee \sim(p \vee q))$   
e)  $\sim p \rightarrow (p \vee \sim(p \vee \sim q))$

7) Escrever as expressões relativas aos circuitos. Simplificá-las e fazer novos esquemas.

a)



b)



8) Verifique a validade ou não dos seguintes argumentos sem utilizar tabela-verdade:

- a)  $p \vee q, \sim r \vee \sim q \vdash \sim p \rightarrow \sim r$   
b)  $p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow \sim p, s \rightarrow \sim r \vdash \sim(p \wedge s)$   
c)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee s \vdash q \vee r$

d) Se o déficit público não diminuir, uma condição necessária e suficiente para inflação cair é que os impostos sejam aumentados. Os impostos serão aumentados somente se o déficit público não diminuir. Se a inflação cair, os impostos não serão aumentados. Portanto, os impostos não serão aumentados.

9) Sendo  $A = \{1, 2, 3\}$ , determine o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:

- a)  $\exists x \in A; x^2 + x - 6 = 0$       b)  $\sim(\forall x \in A; x^2 + x = 6)$   
c)  $\forall x \in A; x^2 - 1 < 0$       d)  $\sim(\exists x \in A; |x - 1| \leq 2)$

10) Dê o conjunto-verdade em  $R$  das seguintes sentenças abertas:

a)  $x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - 9 = 0$       b)  $x^2 > 4 \leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

11) Dê a negação das seguintes proposições:

- a)  $(\forall x \in A; p(x)) \wedge (\exists x \in A; q(x))$
- b)  $(\exists x \in A; p(x)) \rightarrow (\forall x \in A; \sim q(x))$
- c) Existem pessoas inteligentes que não sabem ler nem escrever.
- d) Toda pessoa culta é sábia se, e somente se, for inteligente.
- e) Para todo número primo, a condição suficiente para ser par é ser igual a 2.

12) Use o diagrama de Venn para decidir quais das seguintes afirmações são válidas:

- a) Todos os girassóis são amarelos e alguns pássaros são amarelos, logo nenhum pássaro é um girassol.
- b) Alguns baianos são surfistas. Alguns surfistas são louros. Não existem professores surfistas. Conclusões:
  - i) Alguns baianos são louros.
  - ii) Alguns professores são baianos.
  - iii) Alguns louros são professores.
  - iv) Existem professores louros.

## Respostas:

1)

- a) "Está frio ou não está chovendo"
- b) "Se está frio então está chovendo"
- c) "Não está frio e não está chovendo"
- d) "Está frio se e somente se não está chovendo"
- e) "Está frio e não está chovendo se e somente se está chovendo e não está frio"

2)

- a)  $\sim(p \vee q)$ ; b)  $p \rightarrow q$  c)  $\sim(p \vee \sim q)$  d)  $\sim p \wedge \sim q$  e)  $q \leftrightarrow \sim p$

3)

- a) "Não está frio ou está chovendo"
- b) "As ações caem e não aumenta o desemprego"
- c) "Ele tem cabelos louros e não tem olhos azuis ou ele tem olhos azuis e não tem cabelos louros"
- d) A proposição é equivalente a "Se é um bom matemático então sabe lógica"  
cuja negação é "É um bom matemático e não sabe lógica"
- e) "Jorge não estuda lógica ou estuda química"

4)

- a) contrapositiva: "Se  $p \neq 2$  e  $p$  é par então  $p$  não é primo"
- b) recíproca: "Se  $p = 2$  ou  $p$  é ímpar então  $p$  é primo"

5)

- a) Supondo  $V(p \wedge q \leftrightarrow r \vee s) = F$  (1) e  $V(\sim r \wedge \sim s) = V$  (2), determine  $V(p \rightarrow r \wedge s)$ .  
Solução: De (2) temos que  $V(r) = V(s) = F$ ; Usando estes resultados em (1) obtemos:  $V(p) = V(q) = V$ , logo,  $V(p \rightarrow r \wedge s) = F$
- b) Supondo  $V(p \wedge (q \vee r)) = V$  (1) e  $V(p \vee r \rightarrow q) = F$  (2), determine  $V(p)$ ,  $V(q)$  e  $V(r)$ .  
Solução: De (1) concluímos que  $V(p) = V$  e  $V(q \vee r) = V$  e de (2) temos que  $V(q) = F$ , logo  $V(r) = V$
- c) Supondo  $V(p \rightarrow q) = V$ , determine  $V(p \wedge r \rightarrow q \wedge r)$  e  $V(p \vee r \rightarrow q \vee r)$ .  
Solução: Vamos supor  $V(p \wedge r \rightarrow q \wedge r) = F$ . Temos assim que  $V(p \wedge r) = V$  e  $V(q \wedge r) = F$ , o que nos permite concluir que  $V(p) = V(r) = V$  e  $V(q) = F$ , o que contradiz  $V(p \rightarrow q) = V$ . Logo,  $V(p \wedge r \rightarrow q \wedge r) = V$ . Analogamente, mostramos que  $V(p \vee r \rightarrow q \vee r) = V$

6) Utilizando as propriedades das operações lógicas, simplifique as seguintes proposições:

- a)  $(p \vee q) \wedge \sim p \Leftrightarrow (p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p) \Leftrightarrow F \vee (q \wedge \sim p) \Leftrightarrow (q \wedge \sim p)$
- b)  $p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q) \Leftrightarrow p \wedge (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow p \wedge ((\sim p \vee (q \wedge \sim q)) \Leftrightarrow p \wedge (\sim p \vee F) \Leftrightarrow p \wedge \sim p \Leftrightarrow F$
- c)  $p \wedge (p \vee q) \rightarrow (p \vee q) \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$
- d)  $\sim(p \rightarrow q) \wedge ((\sim p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \wedge ((\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)) \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned}
 & (p \wedge \neg q) \wedge ((\neg p \wedge (q \vee \neg q)) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge V) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \wedge \neg p \Leftrightarrow \\
 & (p \wedge \neg p) \wedge \neg q \Leftrightarrow F \wedge \neg q \Leftrightarrow F \\
 e) \quad & \neg p \rightarrow (p \vee \neg(p \vee \neg q)) \Leftrightarrow p \vee (p \vee \neg(p \vee \neg q)) \Leftrightarrow (p \vee (\neg p \wedge q)) \Leftrightarrow \\
 & (p \vee \neg p) \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow V \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p \vee q
 \end{aligned}$$

7)

$$a) (p \wedge q) \vee ((p \wedge q) \vee q) \wedge p \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee q) \wedge p \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$b) ((p \vee q) \wedge r) \vee ((q \wedge r) \vee q) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge r) \vee q \Leftrightarrow (p \vee q \vee q) \wedge \\
 (r \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (r \vee q) \Leftrightarrow q \vee (p \wedge r)$$

8) Verifique a validade ou não dos seguintes argumentos sem utilizar tabela-verdade:

a) *Válido*      b) *Válido*

c) *Sofisma* - Considerando  $V(p)=V(q)=V(r) = F$  e  $V(s) = V$ , todas as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa )

d) Considere p: O déficit público não diminui; q: A inflação cai; r: Os impostos são aumentados.

Analise o argumento:  $p \rightarrow (q \leftrightarrow r), r \rightarrow p, q \rightarrow \neg r \vdash \neg r$  (*Válido*)

9)

a) *Verdade* ( $x = 2$ )      b) *Verdade*

c) *Falso* ( $x = 1$  é um contra exemplo)      d) *Falso*

10) a)  $\mathbb{R} - \{2\}$       b)  $[-2, 2]$

11)

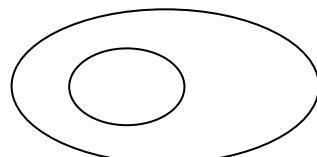
a)  $(\exists x \in A; \neg p(x)) \vee (\forall x \in A; \neg q(x))$       b)  $(\exists x \in A; p(x)) \wedge (\exists x \in A; q(x))$

c) “Todas as pessoas inteligentes sabem ler ou escrever”

d) “Existe pessoa culta que é sábia e não é inteligente ou que é inteligente e não é sábia”

e) “Existe um número primo que é igual a 2 e não é par”

12) a) O diagrama a seguir mostra que o *argumento é falso*:



b) O diagrama a seguir mostra que todos os *argumentos são falsos*:

