Engenharia de Computação

COENC-AP

LÓGICA PROPOSICIONAL: LINGUAGEM E SEMÂNTICA

Professora Dra. Tamara Angélica Baldo

BIBLIOGRAFIA DA AULA:

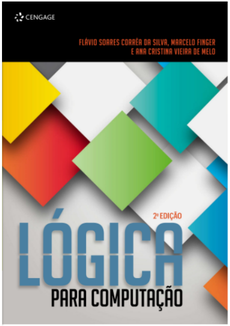

Figura: SILVA, F. S. C. da; FINGER, M.; MELO, A. C. de. Lógica para computação. 2.ed. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2018.

ORGANIZAÇÃO DA AULA:

- Linguagem e semântica
- Satisfatibilidade, validade e Tabela Verdade
- Consequência Lógica

ORGANIZAÇÃO DA AULA:

- Linguagem e semântica
- Satisfatibilidade, validade e Tabela Verdade
- Consequência Lógica

LINGUAGEM E SEMÂNTICA

- Estudo da Lógica Matemática e Computacional utiliza linguagem formal
- Linguagem formal são objetos matemáticos com regras precisamente definidas (sem ambiguidade)
- Proposição: é um enunciado ao qual pode-se atribuir valor verdade (verdadeiro ou falso)
- Operações na Lógica: permitem compor proposições complexas a partir de proposições mais simples
- A lógica proposicional não usa quantificadores: “todos”, “algum” ou “nenhum”.

LINGUAGEM E SEMÂNTICA

Alfabeto da Lógica Proposicional:

- Símbolos proposicionais (ou átomos): $P = \{p_1, p_2, \ldots\}$
- Conectivo unário: $\neg$
- Conectivos binários: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$
- Elementos de Pontuação: (,)

LINGUAGEM E SEMÂNTICA

- Fórmula: elementos da linguagem.
  - Caso básico: átomos
  - Caso 1: Se A pertence a linguagem, então $\neg A$ também
  - Caso 2: Se A e B pertencem a linguagem, então $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$ também

  Exemplo: Sejam os átomos p e q, exemplos de fórmulas p, q, $p \vee \neg q \rightarrow q$
- Subfórmulas: subfórmula de uma fórmula A é chamada de $Subf = \{A\}$, definida por:
  - Caso básico: $A = p$, $Subf(p) = \{p\}$, para toda fórmula atômica
  - Caso $A = \neg B$: $Subf = \{\neg B\} \cup Subf(B)$
  - Caso $A = B^{\circ} C$: $Subf = \{B^{\circ} C\} \cup Subf(B) \cup Subf(C)$, onde $\circ = \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$

LINGUAGEM E SEMÂNTICA

Tamanho ou complexidade da fórmula, representado por $|A|$ e definido por:

- $|p| = 1$
- $|\neg A| = 1 + |A|$
- $|A^\circ B| = 1 + |A| + |B|$, onde $^\circ = \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$

Exemplo: Qual a complexidade de $(p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$
Resposta: $|(p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)| = 9$

ORGANIZAÇÃO DA AULA:

- Linguagem e semântica
- Satisfatibilidade, validade e Tabela Verdade
- Consequência Lógica

SATISFATIBILIDADE, VALIDADE E TABELA VERDADE

- Uma fórmula é **satisfazível** se existe ao menos uma valoração VERDADEIRA
- Uma fórmula é **insatisfazível** se toda valoração for FALSA
- Uma fórmula é **válida** ou **tautologia**se toda valoração for VERDADEIRA
- Uma fórmula é **falsificável** se existe ao menos uma valoração FALSA

- **Tabela Verdade**: método exaustivo de geração de valores para uma dada fórmula

SATISFATIBILIDADE, VALIDADE E TABELA VERDADE

Exemplo de Tabela Verdade

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg p \vee \neg q$	$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg p \vee \neg q$	$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0

ORGANIZAÇÃO DA AULA:

- Linguagem e semântica
- Satisfatibilidade, validade e Tabela Verdade
- Consequência Lógica

CONSEQUÊNCIA LÓGICA

Quando uma fórmula é Consequência Lógica de outra ou de um conjunto de fórmulas?

- B é Consequência Lógica de A, representação $A \vDash B$, se toda valoração VERDEIRA de A também é VERDADEIRA em B, simultaneamente
- Podemos utilizar Tabela Verdade para verificar a Consequência Lógica
- Exemplo: é uma afirmação verdadeira $p \vee q \rightarrow r \vDash p \rightarrow r$ (verifique). Ou seja, neste caso, $p \vee q \rightarrow r$ implica logicamente em $p \rightarrow r$

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
APUCARANA

CONSEQUÊNCIA LÓGICA

- Uma fórmula B é Consequência Lógica de um conjunto de fórmulas Γ (também chamado de teoria), representado por $\Gamma \vDash B$, se todas as fórmulas de Γ forem VERDADEIRAS e B também for VERDADEIRA.

Teorema da Dedução: Seja Γ um conjunto de fórmulas e A e B fórmulas. Então: $\Gamma, A \vDash B$ se e somente se $\Gamma \vDash A \rightarrow B$

CONSEQUÊNCIA LÓGICA

Equivalência Lógica: Duas fórmulas A e B são logicamente equivalentes, representado por $A \equiv B$, se $A \vDash B$ e $B \vDash A$

Equivalências notáveis:

- $\neg\neg p \equiv p$ (eliminação da dupla negação)
- $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (Lei de De Morgan 1)
- $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (Lei de De Morgan 2)
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (Distributiva de $\wedge$ sobre $\vee$)
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (Distributiva de $\vee$ sobre $\wedge$)