DAMAT - Departamento de Matemática

Disciplina: **CGCO2B** - Cálculo Diferencial e Integral 2 (Eng. da Computação)

Docente: **Prof. Leandro da Silva Pereira**
Referencia: **20242**

Lista 1 (Até derivadas de ordem superior)

1) Seja $f(x, y) = x^2y + 1$. Determine:

a) $f(2, 1)$

b) $f(1, 2)$

c) $f(0, 0)$

d) $f(1, -3)$

e) $f(3a, a)$

f) $f(ab, a - b)$

2) Seja $f(x, y) = xy + 3$. Determine:

a) $f(x + y, x - y)$

b) $f(xy, 3x^2y^3)$

3) Encontre $f(g(x), h(y))$ sendo $f(x, y) = xe^{xy}$, $g(x) = x^3$ e $h(y) = 3y + 1$.

4) Se $f(x, y, z) = xy^2z^3+3$ determine:

a) $f(2, 1, 2)$

b) $f(-3, 2, 1)$

c) $f(0, 0, 0)$

d) $f(a, a, a)$

e) $f(t, t^2, -t)$

f) $f(a + b, a - b, b)$

Para os exercícios de 5 a 8, esboce o domínio de f. Utilize linhas sólidas para as porções da fronteira que estão incluídas no domínio e linhas tracejadas para as porções que não estão incluídas.

5. $f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$

6. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

7. $f(x, y) = \frac{1}{x - y^2}$

8. $f(x, y) = \ln(xy)$

9) Descreva com palavras o domínio da função $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{y^2+3}$.

10) Esboce o gráfico das seguintes funções (OBS: não precisa entregar esse não, basta usar o GEOGEBRA para plotar o gráfico das funções e ver como eles ficam):

a) $f(x,y) = 3$

b) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

c) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

d) $f(x,y) = x^2 + y^2$

e) $f(x,y) = x^2 - y^2$

f) $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2$

g) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$

h) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

i) $f(x,y) = y + 1$

j) $f(x,y) = x^2$

11) Esboce as curvas de nível $z = k$ para os valores especificados de k

a) $z = x^2 + y^2$; $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

b) $z = \frac{y}{x}$; $k = -2, -1, 0, 1, 2$.

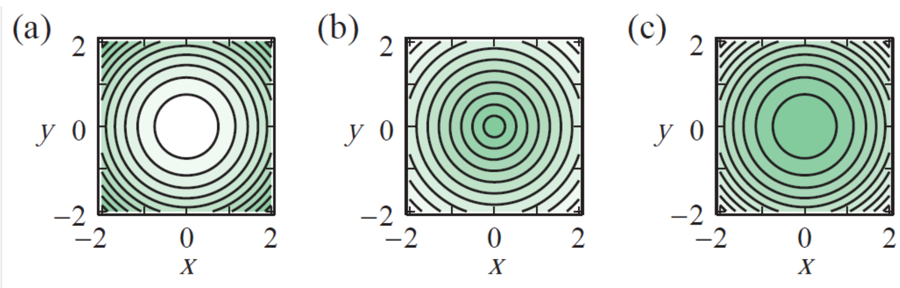
c) $z = x^2 + y$; $k = -2, -1, 0, 1, 2$.

d) $z = x^2 + 9y^2$; $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

e) $z = x^2 - y^2$; $k = -2, -1, 0, 1, 2$.

f) $z = y\operatorname{cossec}(x)$; $k = -2, -1, 0, 1, 2$.

12) Em cada parte associe por inspeção, explicando seu raciocínio, o mapa de contornos da figura abaixo com uma das três seguintes funções: $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $f(x,y) = x^2 + y^2$ e $f(x,y) = 1 - x^2 - y^2$. Observe que quanto maior o valor de z mais clara fica a cor no mapa de contornos e os contornos correspondem a valores igualmente espaçados de z.



13) Calcule os limites abaixo

a) $\lim_{(x,y)\to(1,3)} (4xy^2 - x)$

b) $\lim_{(x,y)\to(-1,2)} \frac{xy^3}{x+y}$

c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \ln(1 + x^2y^3)$

14) Mostre que os limites abaixo não existem:

a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3}{x^2+2y^2}$

b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{2x^2+y^2}$

c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x-y}{x^2+y^2}$

d) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\cos(xy)}{x^2+y^2}$

15) Calcule o limite fazendo a substituição $z = x^2 + y^2$ observando que $z \to 0^+$ se e somente se $(x,y) \to (0,0)$

a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1-\cos(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}$

d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

16) Calcule $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)$. (DICA: esse é o exemplo 7, página 942 da versão em português do livro do Anton).

17) Calcule os seguintes limites: (DICA: resolução muito parecida com o exercícios anterior)

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \sqrt{x^2+y^2}\ln(x^2+y^2)$

b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$

18) Seja $z = e^{2x}\,\mathrm{sen}(y)$. Determine:

a) $\frac{\partial z}{\partial x}$

b) $\frac{\partial z}{\partial y}$

c) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,y)}$

d) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x,0)}$

e) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,y)}$

f) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x,0)}$

g) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(\ln 2,0)}$

h) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(\ln 2,0)}$

19) Seja $f(x,y) = \sqrt{3x+2y}$.

a) Determine a inclinação da superfície $z = f(x,y)$ na direção x no ponto $(4,2)$

b) Determine a inclinação da superfície $z = f(x,y)$ na direção y no ponto $(4,2)$

20) Seja $f(x,y) = xe^{-y} + 5y$.

a) Determine a inclinação da superfície $z = f(x,y)$ na direção x no ponto $(3,0)$

b) Determine a inclinação da superfície $z = f(x,y)$ na direção y no ponto $(3,0)$

21) Seja $z = \mathrm{sen}(y^2 - 4x)$.

a) Determine a taxa de variação de z em relação a x no ponto $(2,1)$ com y mantido fixo.

b) Determine a taxa de variação de z em relação a y no ponto $(2,1)$ com x mantido fixo.

22) Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$ nos seguintes casos:

a) $z = 4e^{-x^2y^2}$

b) $z = \cos(x^5y^4)$

c) $z = x^3\ln(1 + xy^{-3/5})$

d) $z = e^{xy}\mathrm{sen}(4y^2)$

23) Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$ usando derivação implícita. Deixe sua resposta em termos de x, y e z.

a) $(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} = 1$ b) $\ln(2x^2 + y - z^3) = x$

24) Confirme que as derivadas parciais de segunda ordem mistas de f são iguais.

a) $f(x, y) = 4x^2 - 8xy^4 + 7y^5 - 3$

b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

c) $f(x, y) = e^x \cos(y)$

d) $f(x, y) = \ln(4x - 5y)$

25) Expresse as derivadas das funções abaixo em notação de "subscrito"

a) $\frac{\partial^3 f}{\partial y^2 \partial x}$ b) $\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}$ c) $\frac{\partial^4 f}{\partial y^2 \partial x^2}$ d) $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3}$