# FACULDADE PITÁGORAS

**Curso Superior em Tecnologia**
**Redes de Computadores e Banco de dados**

## Matemática Computacional

Prof. Ulisses Cotta Cavalca
<ulisses.cotta@gmail.com>

# LÓGICA PROPOSICIONAL

# EXERCÍCIOS

Belo Horizonte/MG

2014

# I. CONJUNÇÃO E DISJUNÇÃO

1. Dê o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:
   a) P: 3>1 ou 4>2
   b) Q: 3>1 ou 3=1
   c) R: 3(5+2) = 3,5 + 3,2
   d) S: ½ < ¾ ou 5 é divisor de 11

2. Sejam as proposições:

   ***p**: Pedro saiu.*
   ***q**: Maria está aqui.*

   Forme as sentenças na linguagem natural que correspondem às seguintes proposições:
   a) ~p
   b) ~q
   c) p ^ q
   d) p V q
   e) ~p V q
   f) ~ (p ^ q)
   g) p  V ~q
   h) ~ (p V q)

3. Sejam as proposições

   ***p**: Luiza é modelo.*
   ***q**: Luiza é atriz.*

   Escreva na forma simbólica cada uma das proposições abaixo:
   a) Luíza não é modelo.
   b) Luíza é modelo e atriz.
   c) Luíza é modelo e não é atriz.
   d) Luíza não é modelo e atriz.
   e) Luíza é modelo ou atriz.
   f) Luíza é modelo ou não é atriz.
   g) Luíza não é modelo ou atriz.
   h) Luíza não é modelo ou não é atriz
   i) Não é verdade que Luíza é modelo ou atriz.
   j) Não é verdade que Luíza não é modelo ou não é atriz.
   k) Luíza não é modelo nem atriz.

4. Construir a tabela verdade para as seguintes proposições
   a) p ^ ~p
   b) p V ~p
   c) p ^ ~q
   d) ~p V q
   e) ~p ^ ~q
   f) ~ (p V q)
   g) ~p  V ~q
   h) ~ (p ^ q)

## II. CONDICIONAL

1. Sejam as proposições:

   ***p**: Está calor* ***q**: É verão*

   Traduzir para a linguagem natural as seguintes proposições:

   a) $p \rightarrow q$
   b) $q \rightarrow p$
   c) $\sim p \rightarrow q$
   d) $p \rightarrow \sim q$
   e) $(p \wedge \sim q) \rightarrow p$
   f) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim q$
   g) $\sim (p \wedge q) \rightarrow p$
   h) $q \rightarrow (p \wedge q)$
   i) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

2. Determine o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:
   a) Se 3+2 = 7, então 4+4=8
   b) Não é verdade que se 2+2=5, então 4+4=10
   c) Se 3+3=8, então 2+2=4 ou 7+7≠14
   d) Se 5>2 e 2≠1, então 7+2=10 ou 2+3=5

3. Dada as proposições:

   ***p**: Gosto de pizza.* ***q**: Gosto de pipoca.* ***r**: Gosto de guaraná.*

   Traduzir para a linguagem natural as seguintes proposições:

   a) $q \rightarrow p$
   b) $(p \wedge q) \rightarrow r$
   c) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
   d) $(q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow q)$
   e) $(p \vee \sim q) \rightarrow \sim r$
   f) $\sim(q \vee r) \rightarrow p$
   g) $\sim p \rightarrow (q \wedge \sim r)$
   h) $p \rightarrow \sim (r \wedge q)$

4. Dadas as proposições:

   ***p**: Ivo é alto.* ***q**: Ivo é elegante.*

   Escreva cada uma das proposições na forma simbólica usando **p** e **q**.
   a) Ivo é alto e elegante
   b) Ivo é alto mas não é elegante
   c) É falso que Ivo é alto ou elegante.
   d) Ivo não é alto nem elegante
   e) Ivo é alto, ou Ivo não é alto e elegante.
   f) Não é verdade que Ivo não é alto ou não é elegante.
   g) Se Ivo é alto, então Ivo é elegante.
   h) Ivo não é alto, se não é elegante.

5. Construir a tabela-verdade de cada proposição:
   a) $\sim (p \rightarrow \sim q)$
   b) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

c) $\sim p \rightarrow (q \rightarrow p)$
d) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$
e) $(\sim p \wedge r) \rightarrow (q \vee r)$
f) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$

6. Admitindo falso o condicional $p \rightarrow q$, que valor lógico pode ter:

a) $(p \rightarrow q) \wedge r$
b) $(q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow q)$

## III. BICONDICIONAL

1. Dada as proposições:

***p**: O número 596 é divisível por 2.* ***q**: número 596 é divisível por 4.* ***r**: número 596 é divisível por 3.*

a) É falso que o número 596 é divisível por 2 e por 3, ou o número 596 não é divisível por 4.
b) O número 596 não é divisível por 2 ou por 4, mas é divisível por 3.
c) O número 596 é divisível por 2 e se, e se somente é divisível por 4, e não é divisível por 3.
d) É falso que o número 596 é divisível por 2 e por 4, mas é divisível por 3 e por 2.
e) Se não é verdade que o número 596 é divisível por 3, então é divisível por 2 e não por 4.

2. Determine o valor lógico de cada uma das proposições compostas no exercício 1.

3. Sabendo-se que V(p) = V(q) = V e V(r) = V(s) = F, determinar os valores lógicos das seguintes proposições:

a) $(p \wedge (q \vee r)) \rightarrow (p \rightarrow (r \vee q))$
b) $(q \rightarrow r) \leftrightarrow (\sim q \vee r)$
c) $(\sim p \vee \sim(r \wedge s))$
d) $\sim(q \leftrightarrow (\sim p \wedge s))$
e) $(p \leftrightarrow q) \vee (q \rightarrow \sim p)$
f) $(p \leftrightarrow q) \wedge (\sim r \rightarrow s)$
g) $\sim(\sim q \wedge (p \wedge \sim s))$
h) $\sim p \vee (q \wedge (r \rightarrow \sim s))$
i) $(\sim p \vee r) \rightarrow (q \rightarrow s)$
j) $\sim(\sim p \vee (q \wedge s))\ (r \rightarrow \sim s)$
k) $\sim q \wedge ((\sim r \vee s) \leftrightarrow (p \rightarrow \sim q))$
l) $\sim (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow s$

4. Considerando as proposições:

*p: 2 é número inteiro* *q: 2 é número par* *r: 2 é número primo*

a) $p \leftrightarrow q$
b) $\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim r$
c) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim r$
d) $\sim(\sim p \leftrightarrow q)$
e) $q \leftrightarrow (\sim q \wedge r)$
f) $(p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow (p \vee q)$

## IV. TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E INDETERMINAÇÃO

1. Construa a tabela verdade das proposições a seguir, e verifique se as mesmas são tautologias, contradições ou indeterminadas.
   a) $((p \vee q) \rightarrow \sim p) \rightarrow (q \wedge p)$
   b) $(p \leftrightarrow \sim q) \vee r$
   c) $\sim r \vee (p \leftrightarrow q)$
   d) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
   e) $\sim(\sim(\sim(p \wedge \sim q))) \wedge (\sim p \wedge \sim r)$
   f) $((p \vee q) \leftrightarrow (q \wedge p)) \rightarrow ((r \wedge p) \vee q)$
   g) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge (q \wedge r)) \rightarrow (p \wedge (p \vee r)))$
   h) $\sim p \leftrightarrow (q \vee (\sim r \rightarrow s))$
   i) $\sim(\sim(p \wedge q)) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
   j) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$
   k) $\sim(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

## V. ARGUMENTOS

1. Utilizando o diagrama de Euler-Venn, determine a validade dos seguintes argumentos:

   a) Todos os portugueses são europeus.
   Camões é português.
   Logo, Camões é europeu.

   b) Todos os portugueses são europeus.
   Sarte não é português
   Logo, Sartre é europeu.

   c) Nenhum dentista é sádico
   Todos os torturadores são sádicos
   Logo,nenhum torturador é dentista.

   d) Nenhum desonesto é riso.
   Nenhum político é desonesto
   Logo, nenhum político é rico.

   e) Todo desafinado tem coração.
   Nenhum cantor é desafinado,
   Logo, nenhum cantor tem coração.

   f) Toda criança é feliz.
   Algumas crianças são pobres.
   Logo, algum pobre é feliz.

   g) Alguns tubarões são capitalistas.
   Alguns tubarões sã peixes.
   Logo, alguns peixes são capitalistas.

2. Determine a validade dos seguintes argumentos:

   a) Todo A é B.
   Todo C é A.
   Logo, todo C é B.

   b) Nenhum A é B.
   Todo B é C.
   Logo, algum C é A.

   c) Algum A é B
   Nenhum A é C
   Logo, algum C é não-B

   d) Nenhum A é B
   Todo C é B
   Logo, nenhum C é A

   e) Todo A é B
   Algum C não é B
   Logo, algum C não é A

   f) Algum A é B
   Todo B é C
   Logo, algum C é A

3. Teste a validade dos seguintes argumentos:

   a) $(p \vee q), \neg q \vdash p$
   b) $\neg p, (\neg q \rightarrow p) \vdash q$
   c) $(p \rightarrow q), (r \rightarrow s), (p \vee r) \vdash (q \vee s)$

4. Teste a validade dos argumentos a seguir, mediante uso de tabelas verdade:

   a) Se $x=0$ e $y=z$, então $y>1$.
   $y < 1$.
   Portanto, $y \neq z$.

   b) Se $x=0$, então $x+y=y$.
   Se $y=z$, então $x+y \neq y$.
   Logo, se $x=0$, então $y \neq z$.

   c) Se 7 é menor que 4, então 7 não é primo.
   7 não é menor que 4.
   Logo, 7 é primo.

   d) Se 7 é primo, então 7 não divide 21.
   7 divide 21.
   Logo, 7 não é primo.

# VI. QUANTIFICADORES

1. Escreva simbolicamente, usando quantificadores:
   a) Todo número inteiro é par ou ímpar.
   b) Existem números inteiros que são pares e primos.
   c) Todo número real tem módulo não negativo.
   d) Se 3 < 4, então existe x tal que x ≤ 4.
   e) Todo número natural é inteiro.

2. Determine o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:
   a) $\exists x \in U / x+2=7$ , sendo U={1, 3, 5, 7}
   b) $\forall x \in U / x+2 \leqslant 7$ , sendo U={1, 3, 5, 7}
   c) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+1>0$
   d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2+1=0$

3. Dê a negação das proposições do Exercício 2.

4. Sendo A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, determine o valor lógico das proposições a seguir:
   a) $\forall x \in A, x+2 \leqslant 8$
   b) $\exists x \in A, x^2-5x+6=0$
   c) $\forall x \in A, x\ é\ par \vee x\ é\ primo$
   d) $\exists x \in A, x\ é\ divisor\ de\ 12 \wedge x\ é\ múltiplo\ de\ 8$
   e) $\forall x \in A, \frac{x+3}{2} \in A$

5. Dê a negação das proposições do Exercício 4

6. dê a negação das proposições a seguir:
   a) $(\exists x, p(x)) \wedge (\forall x, q(x))$
   b) $(\forall x, p(x)) \vee (\forall x, \neg q(x))$
   c) $(\exists x, p(x)) \rightarrow (\exists x, q(x))$
   d) $(\exists x, p(x)) \rightarrow (\forall x, \neg q(x))$

7. Sendo A = {1, 3, 5, 7, 9}, dê um contra-exemplo para cada uma das proposições a seguir:
   a) $\forall\, x \in A, x\ é\ primo$
   b) $\forall\, x \in A, x\ é\ par$
   c) $\forall\, x \in A, \frac{x+1}{2} \in A$
   d) $\forall\, x \in A, x\ é\ ímpar \wedge x\ é\ primo$

8. Dê a negação de cada uma das seguintes proposições:
   a) Existem homens que são corajosos.
   b) Todo problema de saúde tem solução.
   c) Existe pescador que não é mentiroso.
   d) Toda donzela tem um pai que é uma fera.
   e) Se existe algum tumulto, alguém é morto
   f) É dia e todos estão de pé.
   g) Se o professor está ausente, alguns alunos não completam seus trabalhos.
   h) Todos os alunos completaram seus trabalhos e o professor está presente.

## VII. REGRAS DE INFERÊNCIA

1. Encontre a forma de argumento para o argumento dado e determine se é válido. Podemos inferir que a conclusão é verdadeira se as premissas forem verdadeiras?

   *Se Sócrates é humano , então Sócrates é mortal*

   *Sócrates é humano*

   *Portanto , Sócrates é mortal*

2. Qual a regra de inferência usada em cada um dos argumentos abaixo? Apresente a respectiva construção dos argumentos em termos de proposições e conectores lógicos.
   a) Alice é graduada em matemática. Por isso, Alice é graduada ou em matemática ou em ciência da computação.
   b) Jerry é graduado em matemática e em ciência da computação. Por isso, Jerry é um graduado em matemática.
   c) Se o dia estiver chuvoso, então a piscina estará fechada. O dia está chuvoso. Por isso, a piscina está fechada.
   d) Se nevar hoje, a universidade estará fechada. A universidade não está fechada hoje. Por isso, não nevou hoje.
   e) Se eu for nadas, então eu ficarei no sol por muito tempo. Se eu ficar no sol por muito tempo, então eu me queimarei. Por isso, se eu for nadas, eu me queimarei.

# VIII. EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

1. Verifique as seguintes implicações e equivalências
   a) $(p \wedge (p \to q)) \Rightarrow q$
   b) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \Rightarrow (p \to r)$
   c) $((p \wedge q) \to r)) \Leftrightarrow (p \to (q \to r))$
   d) $(p \to q) \Rightarrow ((p \wedge r) \to (q \wedge r))$
   e) $((p \to q) \wedge (q \leftrightarrow r)) \Rightarrow (p \leftrightarrow r)$
   f) $((p \to q) \wedge (p \to r)) \Leftrightarrow (p \to (q \wedge r))$
   g) $((p \to q) \vee (p \to r)) \Leftrightarrow (p \to (q \vee r))$
   h) $((p \to q) \to r) \Leftrightarrow ((p \wedge \sim r) \to \sim q)$
2. Aplicando as Leis de De Morgan, dar a negação de cada uma das seguintes proposições:
   a) $p \wedge \sim q$
   b) $\sim p \vee q$
   c) $\sim p \wedge \sim q$
   d) $\sim p \vee \sim q$

3. Dar a negação em linguagem natural de cada uma das seguintes proposições:
   a) A lógica é fácil e Pedro será aprovado
   b) Maria é bonita ou não é elegante
   c) É noite e a cidade descansa

4. Dar a negação, em linguagem simbólica, das seguintes proposições:
   a) $q \to \sim p$
   b) $\sim p \to q$
   c) $\sim p \to (\sim q \wedge r)$
   d) $(p \wedge q) \to r$
   e) $(p \to q) \to r$
   f) $p \to (q \to r)$

5. Dar a negação, em linguagem natural, das seguintes proposições:
   a) Se está frio, então está chovendo
   b) Se está sol, então eu irei à praia
   c) Se Maria é bonita e rica, então ela é feliz
   d) O cinema fica lotado, se o filme é bom.

6. Através de equivalências, eliminar o conectivo "$\to$" nas proposições seguintes:
   a) $(p \to q) \to r$
   b) $p \to (p \vee q)$