Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
UTFPR - Campus Apucarana
Departamento Acadêmico de Matemática - DAMAT-AP

Curso: Engenharia de Computação / Engenharia Civil / Engenharia Elétrica
Disciplina: Álgebra Linear (2024-2)
Professor: Alisson C. Reinol

Lista de Exercícios 0

- Revisão: Vetores, matrizes e sistemas lineares

Nos exercícios 1 e 2, dados os vetores $u = (2, -3)$, $v = (1, -1)$ e $w = (-2, 1)$, determine:

1) $2u - v$

2) $\dfrac{1}{2}u - 2v - w$

3) Dados os vetores $u = (2, 3, -1)$, $v = (1, -1, 1)$ e $w = (-3, 4, 0)$, determine o vetor x tal que $3u - v + x = 4x + 2w$.

Nos exercícios 4 e 5, efetue os cálculos indicados usando as matrizes abaixo. Se algum cálculo não puder ser efetuado, explique por quê.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -5 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

4-a) $A + 2B$ b) $C - 3A$ c) A^2

5-a) $(AB)^t$ b) CE c) $(A - B)\,D$

Nos exercícios 6 e 7, considerando as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -5 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

calcule:

6) $\det(AB)$

7) $\det(C + 2D)$

Nos exercícios 8 e 9, use as matrizes A e B definidas anteriormente para verificar se:

8) $\det(A+B) = \det A + \det B$

9) $\det(AB) = \det A \cdot \det B$

Nos exercícios 10 e 11, calcule, caso exista, a inversa da matriz A.

10) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

11) $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

Nos exercícios 12 a 15, resolva os sistemas lineares e classifique-os de acordo com o número de soluções.

12) $\begin{cases} 3x + 2y &= 1 \\ 2x - y &= 3 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x + y &= a \\ 3x + 2y &= b \end{cases}$

14) $\begin{cases} x + 2y + 3z &= 10 \\ 3x + 4y + 6z &= 23 \\ 3x + 2y + 3z &= 10 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x + y + z + 3t &= 1 \\ x + y - z + 2t &= 0 \end{cases}$

16) Considere os vetores $v_1 = (-1, 2, -1)$, $v_2 = (3, 1, -2)$ e $v_3 = (1, 0, 2)$. Determine os valores de x, y e z tais que

$$x\, v_1 + y\, v_2 + z\, v_3 = (0, 0, 0).$$

Gabarito

1) $(3,-5)$ 2) $\left(1,-\dfrac{1}{2}\right)$ 3) $x=\left(\dfrac{11}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{4}{3}\right)$

4-a) $A+2B=\begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$, b) $C-3A$ não está definida, pois C e A não têm a mesma ordem,

c) $A^2=\begin{bmatrix} 11 & -4 \\ -8 & 3 \end{bmatrix}$,

5-a) $(AB)^t=\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$, b) CE não está definida, pois o número de colunas de C é diferente do número de linhas de E, c) $(A-B)\,D=\begin{bmatrix} 3 & -15 & 12 \\ 16 & -30 & -6 \end{bmatrix}$

6) $\det(AB)=-6$ 7) $\det(C+2D)=54$

8) A igualdade não se verifica 9) A igualdade se verifica

10) $A^{-1}=\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ 11) $A^{-1}=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

12) $S=\{(1,-1)\}$, SPD 13) $S=\{(-2a+b,3a-b)\}$, SPD

14) $S=\emptyset$, SI 15) $S=\{(-2+5z-y,y,z,1-2z)/y,z\in\mathbb{R}\}$, SPI

16) $x=y=z=0$