METAHEURÍSTICAS 2024-2025



- Tema 1. Introducción a las Metaheurísticas
- Tema 2. Modelos de Búsqueda: Entornos y Trayectorias vs Poblaciones
- Tema 3. Metaheurísticas Basadas en Poblaciones
- Tema 4: Algoritmos Meméticos
- Tema 5. Metaheurísticas Basadas en Trayectorias
- Tema 6. Metaheurísticas Basadas en Adaptación Social
- Tema 7. Aspectos Avanzados en Metaheurísticas
- Tema 8. Metaheurísticas Paralelas
- Tema 9. Modelos de IA Evolutivos. Aprendizaje Evolutivo

Objetivos

- Analizar las características de las técnicas basadas en búsqueda local y las estructuras del entorno.
- Entender el funcionamiento y estructura general de los algoritmos de optimización simples basados en búsquedas locales.
- Ante un problema abordable mediante este tipo de técnica determinar la representación y operadores de vecindario más acordes.
- Entender el concepto de algoritmo basado en poblaciones.

ALGORÍTMICA

TEMA 2. Modelos de Búsqueda: Entornos y Trayectorias vs Poblaciones

- 1. Introducción. Busqueda basada en Trajectorias vs Búsqueda basada en Poblaciones
- 2. Búsqueda Aleatoria versus Búsqueda Local
- 3. Métodos de Búsqueda Local Básicos
- E.-G. Talbi. Metaheuristics. From design to implementation. Wiley, 2009
- J. Brownlee. Clever Algorithms (Nature-Inspired Programming Recipes). 2012, Brownlee.

http://cleveralgorithms.com/

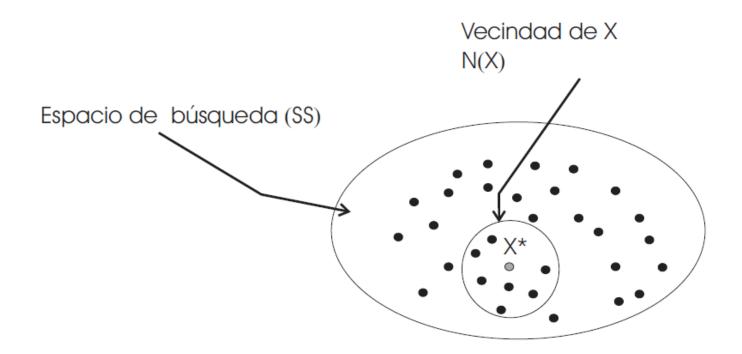
- 1.1. Término "LOCAL". Estructura de entorno. Proceso de búsqueda
- 1.2. Búsqueda basada en Poblaciones
- 1.1. Término "LOCAL". Estructura de entorno. Proceso de búsqueda

El término "local" se utiliza frecuentemente en los estudios teóricos y prácticos de las metaheurísticas de búsqueda.

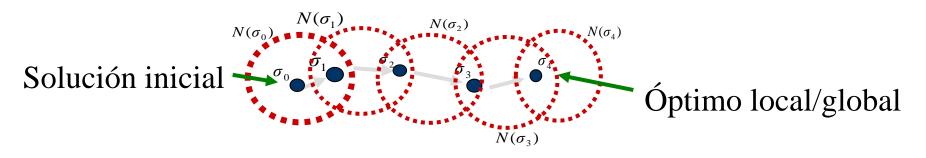
Se asocia al uso de <u>estructuras de entorno</u>, reflejando el concepto de proximidad o vecindad entre las soluciones alternativas del problema.

1.1. Término "LOCAL"

Todas las soluciones incluidas en el entorno de la solución actual, que viene delimitado por un operador de generación de soluciones, se denominan soluciones vecinas.



Los algoritmos basados en esta estrategia efectúan un <u>estudio</u> local del espacio de búsqueda, puesto que analizan el entorno de la solución actual para decidir cómo continuar el recorrido de la búsqueda.



Una búsqueda local es un proceso que, dada la solución actual en la que se encuentra el recorrido, selecciona iterativamente una solución de su entorno para continuar la búsqueda.

Una búsqueda local es un proceso que, dada la solución actual en la que se encuentra el recorrido, selecciona iterativamente una solución de su entorno para continuar la búsqueda.

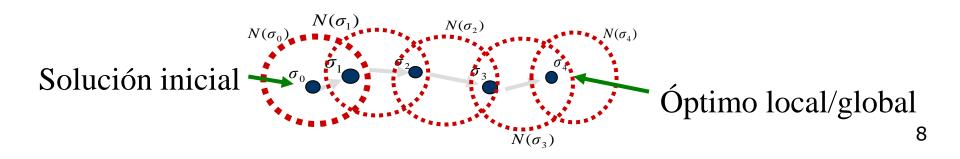
Basta con diseñar la estructura de entorno para obtener un modelo genérico de algoritmo de búsqueda.

DESCRIPCIÓN

- Se fija una codificación para las soluciones.
- Se define un operador de generación de vecino y, en consecuencia, se fija una estructura de entorno para las mismas.
- Se escoge una solución del entorno de la solución actual hasta que se satisfaga el criterio de parada.

ELEMENTOS BÁSICOS EN EL PROCESO DE BÚSQUEDA

- Proceso de elección de la solución inicial.
- Operador de vecino: Proceso de selección de solución/generación de una solución vecina:
 S → S', S' ∈ E(S) (también notado N(S)).
- Proceso de aceptación de solución vecina como solución actual.



```
Procedimiento Búsqueda por Entornos
Inicio
   GENERA(Solución Inicial)
   Solución Actual ← Solución Inicial;
   Mejor Solución ← Solución Actual;
 Repetir
   Solución Vecina ← GENERA_VECINO(Solución Actual);
   Si Acepta(Solución Vecina)
       entonces Solución Actual ← Solución Vecina;
   Si Objetivo(Solución Actual) es mejor que Objetivo(Mejor Solución)
       entonces Mejor Solución ← Solución Actual;
 Hasta (Criterio de parada);
 DEVOLVER (Mejor Solución);
Fin
```

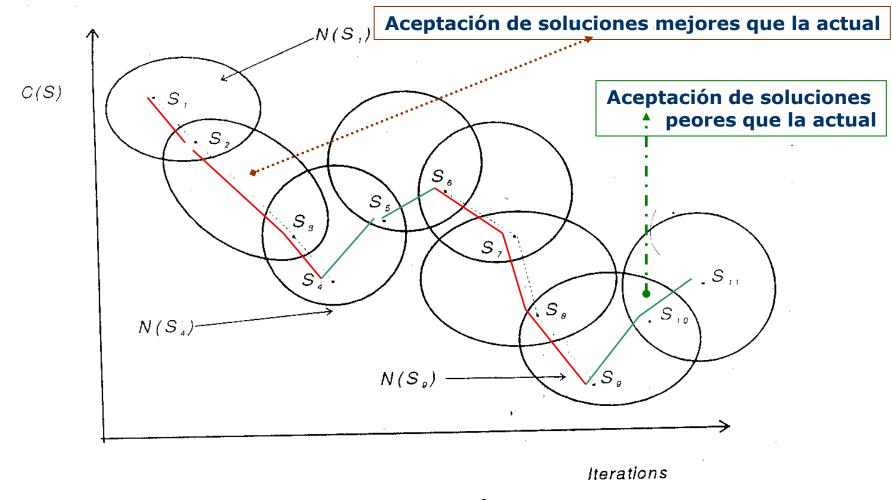
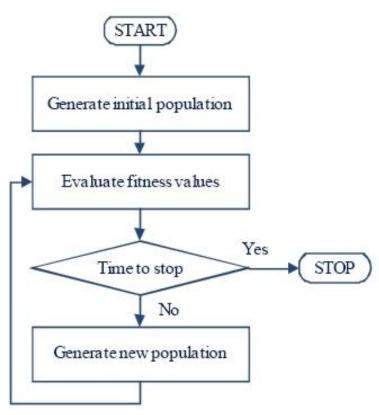


Figura que muestra una trayectoria de búsqueda basada en entornos

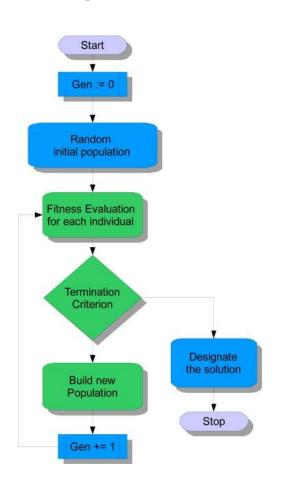
1.2. Búsqueda basada en Poblaciones

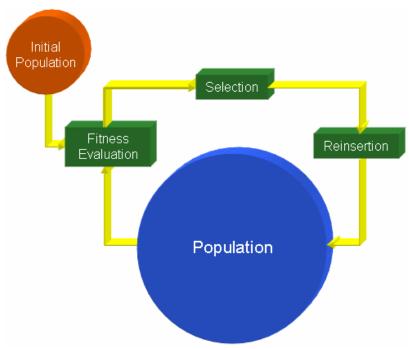


En un modelo de poblaciones de soluciones debemos definir cómo generar nuevas poblaciones.

Las nueva población debería estar asociada a la anterior y tener en cuenta la calidad de las anteriores soluciones.

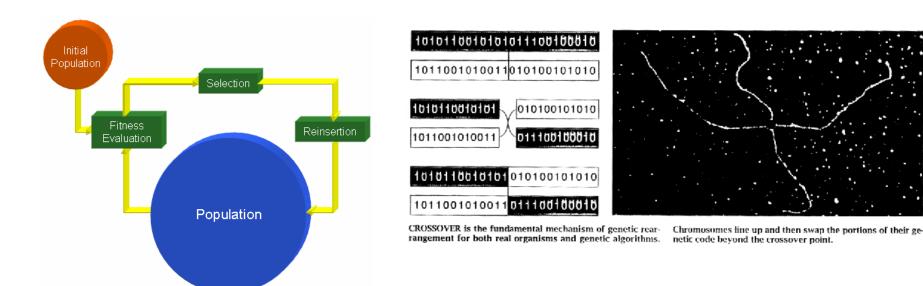
1.2. Búsqueda basada en Poblaciones





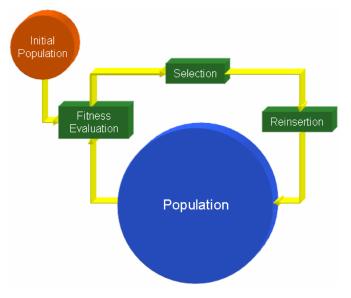
Se podría tener un modelo que seleccione soluciones, opere con ellas y puedan ser reinsertadas en la población dando lugar a una nueva población.

1.2. Búsqueda basada en Poblaciones

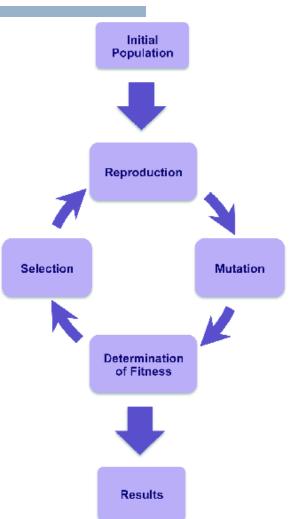


Se podría tener un modelo que seleccione soluciones, opere con ellas y puedan ser reinsertadas en la población dando lugar a una nueva población. Podemos imitar a la genética, cómo se combinan cromosomas (algoritmos genéticos)

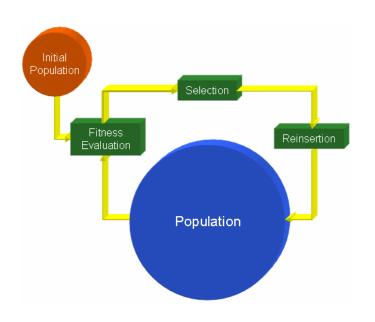
1.2. Búsqueda basada en Poblaciones



Se podría tener un modelo que seleccione soluciones, opere con ellas y puedan ser reinsertadas en la población dando lugar a una nueva población. Podemos imitar a la evolución de especies y la genética, cómo se combinan cromosomas (algoritmos genéticos)



1.2. Búsqueda basada en Poblaciones



¿Otras propuestas de obtención de poblaciones?

Se podría tener un modelo que seleccione soluciones, opere con ellas y puedan ser reinsertadas en la población dando lugar a una nueva población. Podemos imitar a la evolución de especies y la genética, cómo se combinan cromosomas (algoritmos genéticos)





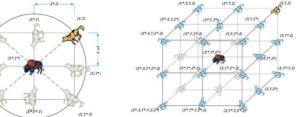
Grey Wolf Optimizer

Seyedali Mirjalili^{a,} ♣, ≝, Seyed Mohammad Mirjalili^{b,} ≝, Andrew Lewis^{a,} ≝

¿Otras propuestas de obtención de poblaciones?



Grey Wolf Optimization



¿Otras propuestas de Metaheurísticas?

Published: 05 July 2020
Comprehensive Taxonomies of Nature- and Bio-inspired
Optimization: Inspiration Versus Algorithmic Behavior,

Critical Analysis Recommendations

<u>Daniel Molina</u> [™], <u>Javier Poyatos</u>, <u>Javier Del Ser</u>, <u>Salvador García</u>, <u>Amir Hussain</u> & <u>Francisco Herrera</u>

Cognitive Computation 12, 897–939(2020) | Cite this article

6 Citations | 0 Altmetric | Metrics



Comprehensive Taxonomies of Nature- and Bio-inspired Optimization: Inspiration versus Algorithmic Behavior, Critical Analysis and Recommendations (from 2020 to 2024)

Daniel Molina, Javier Poyatos, Javier Del Ser, Salvador García, Amir Hussain, Francisco Herrera

https://arxiv.org/abs/2002.08136

- 2.1. Búsqueda Aleatoria Pura
- 2.2. Búsqueda Aleatoria por Recorrido al Azar

En esta sección pretendemos estudiar el comportamiento de la búsqueda aleatoria, realizando un estudio de su eficacia y eficiencia, el cual justificará el uso de los procedimientos de búsqueda local.

2.1. Búsqueda Aleatoria Pura

 Se elige aleatoriamente una muestra de soluciones del espacio de búsqueda y se devuelve la mejor.

Se diría que el entorno de una solución es todo el espacio de búsqueda:

E(s) = "todo el espacio de búsqueda".

Procedimiento Búsqueda Aleatoria Pura

```
Inicio
  GENERA(Solución Inicial)
  Solución Actual ← Solución Inicial;
  Mejor Solución ← Solución Actual;
 Repetir
  GENERA(Solución Actual); %Generación Aleatoria
  Si Objetivo(Solución Actual) es mejor que Objetivo(Mejor Solución)
       entonces Mejor Solución ← Solución Actual;
 Hasta (Criterio de parada);
 DEVOLVER (Mejor Solución);
Fin
```

EJEMPLO:

Búsqueda Aleatoria Pura para el Viajante de Comercio

Iteración	Solución			
1	(1 2 4 3 8 5 9 6 7)			
2	(9 6 4 7 8 5 1 2 3)			
3	$(2\ 4\ 1\ 5\ 8\ 3\ 9\ 7\ 6)$			
4	(475183269)			
5	(769583124)			
6	(8 3 7 2 1 5 7 6 9)			
7	$(2\ 5\ 1\ 3\ 9\ 8\ 4\ 6\ 7)$			
8	$(1\ 4\ 2\ 3\ 8\ 5\ 6\ 9\ 7)$			
9	$(3\ 4\ 2\ 1\ 5\ 8\ 7\ 9\ 6)$			
10	(7 4 9 3 8 5 6 2 1)			

Una ejecución de la Búsqueda Aleatoria Pura

ESTUDIO TEÓRICO DE LA EFICIENCIA DE LA BÚSQUEDA ALEATORIA PURA

Si el problema tiene m soluciones y el óptimo es único, la probabilidad de que al generar aleatoriamente una solución se obtenga la óptima es 1/m.

Sean A_i los sucesos siguientes, que determinan la probabilidad absoluta de obtener el óptimo en la iteración i:

$$P(A_i) = 1/m \ \forall i = 1, ..., n.$$

La probabilidad de obtener el óptimo en n iteraciones sería:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) =$$

$$= 1 - P((A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)^c)$$

$$= 1 - P(A_1^c \cap A_2^c \cap \dots \cap A_n^c)$$

$$= 1 - P(A_1^c) P(A_2^c) \cdots P(A_n^c)$$

$$= 1 - (1 - P(A_1)) (1 - P(A_2)) \cdots (1 - P(A_n))$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{m}\right) \left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{m}\right)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{m}\right)^n$$

La expresión anterior se puede emplear para derivar el valor de *n* que, con una probabilidad suficientemente grande, garantiza la eficacia del método.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) = 1 - \left(1 - \frac{1}{m}\right)^n > 1 - \alpha$$

Si α es tal que $0 < \alpha < 1$ (probabilidad *a priori* de error en la búsqueda, es decir, probabilidad de que la BA no encuentre el óptimo), entonces:

Es decir, n sería el nº de iteraciones necesario para garantizar la obtención del óptimo con probabilidad 1-α

$$\iff \alpha > \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{n}$$

$$\iff \log(\alpha) > \log\left(\left(1 - \frac{1}{m}\right)^{n}\right)$$

$$\iff \log(\alpha) > n\log\left(\left(1 - \frac{1}{m}\right)\right)$$

$$\iff n > \frac{\log(\alpha)}{\log(1 - 1/m)}$$

EJEMPLO:

Valores de n (número de iteraciones necesario) para distintos valores de la probabilidad de fallo α y del tamaño del espacio de búsqueda m

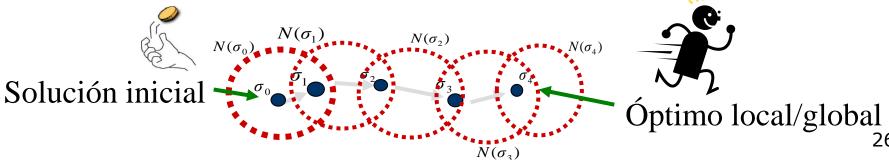
P _{fall}	P _{éxito}	n ^o sol	nºIt.
0	1-α	m	n
α			
0.1	0.9	1000	2302
0.2	0.8	1000	1609
0.3	0.7	1000	1203
0.4	0.6	1000	916
0.1	0.9	2000	4605
0.2	0.8	2000	3219
0.3	0.7	2000	2408
0.4	0.6	2000	1833

P _{fall}	P _{éxito}	nºsol	nºIt.
0	1-α	m	n
α			
0.1	0.9	3000	6907
0.2	0.8	3000	4828
0.3	0.7	3000	3612
0.4	0.6	3000	2748
0.1	0.9	4000	9210
0.2	0.8	4000	6437
0.3	0.7	4000	4816
0.4	0.6	4000	3664
			-

Número de iteraciones para la búsqueda aleatoria pura

2.2. Búsqueda Aleatoria Por Recorrido al Azar

- Se obtiene desde la descripción de una Búsqueda por Entornos.
- La solución inicial se genera aleatoriamente.
- El entorno de cualquier solución es propio (no consta de todas las soluciones del espacio de búsqueda).
- La solución vecina a la solución actual se escoge aleatoriamente dentro del entorno y se acepta automáticamente.
- Se almacena la mejor solución obtenida hasta el momento. Ésta es la solución que se devuelve finalmente.
- En definitiva, puede considerarse como una búsqueda local en la que se acepta el primer vecino generado, independientemente de que sea mejor o peor que la solución actual.



- 3.1. Introducción. Procedimiento Base
- 3.2. Búsqueda Local del Mejor
- 3.3. Búsqueda Local del Primer Mejor
- 3.4. Ejemplo: Viajante de Comercio
- 3.5. Problemas de la Búsqueda Local



3.1. Introducción. Procedimiento Base

- Consiste en el muestreo de soluciones vecinas mejores que la actual en el entorno de ésta.
- Hay dos versiones: del Mejor y del Primer Mejor.
- En ambos casos, el algoritmo devuelve la última solución visitada (no es necesario ir almacenando la mejor solución).

Procedimiento General Búsqueda Local

Inicio

GENERA(Solución Inicial); Solución Actual ← Solución Inicial;



Repetir

GENERA_SOLUCIÓN_ENTORNO(Solución Vecina tal que Objetivo(Solución Vecina) mejor que Objetivo(Solución Actual));

Si Objetivo(Solución Vecina) **mejor que** Objetivo(Solución Actual) entonces Solución Actual ← Solución Vecina;

Hasta (Objetivo(Solución Vecina) peor o igual que Objetivo(Solución Actual), ∀ S ∈ E(Solución Actual));

DEVOLVER(Solución Actual);

Fin

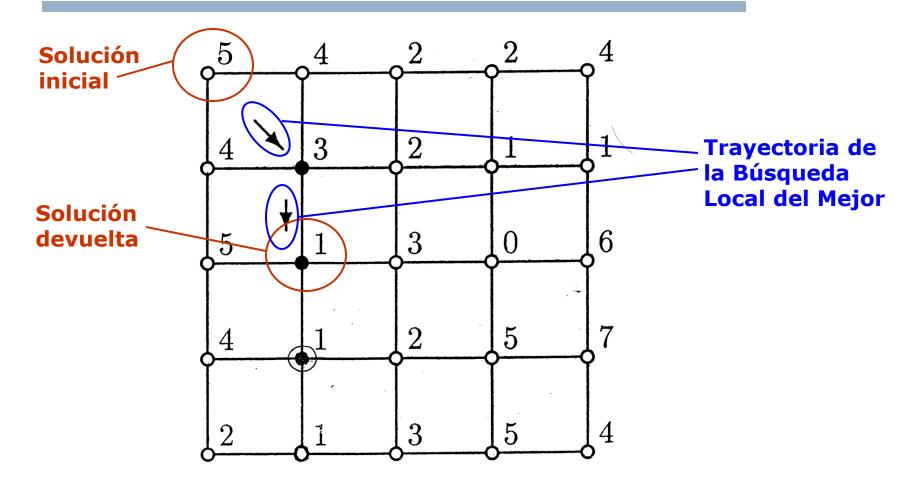
3.2. Búsqueda Local del Mejor

Steepest-Ascent Hill Climbing (best neighbor)

- Genera el entorno completo de la solución actual y selecciona la mejor solución vecina.
- Si ésta es mejor que la solución actual, la sustituye y se continúa la iteración.
- En otro caso, el algoritmo finaliza.

Procedimiento Búsqueda Local del Mejor

```
Inicio
  GENERA(S_{act});
  Repetir
      Mejor Vecino \leftarrow S_{act}
      Repetir para toda S' \in E(S_{act})
          S' \leftarrow GENERA\_VECINO(S_{act});
          Si Objetivo(S') mejor que Objetivo(Mejor Vecino) entonces
              Mejor Vecino \leftarrow S':
      Fin-Repetir-para
      Si Objetivo(Mejor Vecino) mejor que Objetivo(S<sub>act</sub>) entonces
          S<sub>act</sub> ← Mejor Vecino;
  Hasta (Objetivo(Mejor Vecino) peor o igual que Objetivo(S<sub>act</sub>));
  DEVOLVER(S_{act});
Fin
```



EJEMPLO: $E(s) = \{si / si = (xi \pm \{0,1\}, yi \pm \{0,1\}) \land si \neq s\}$

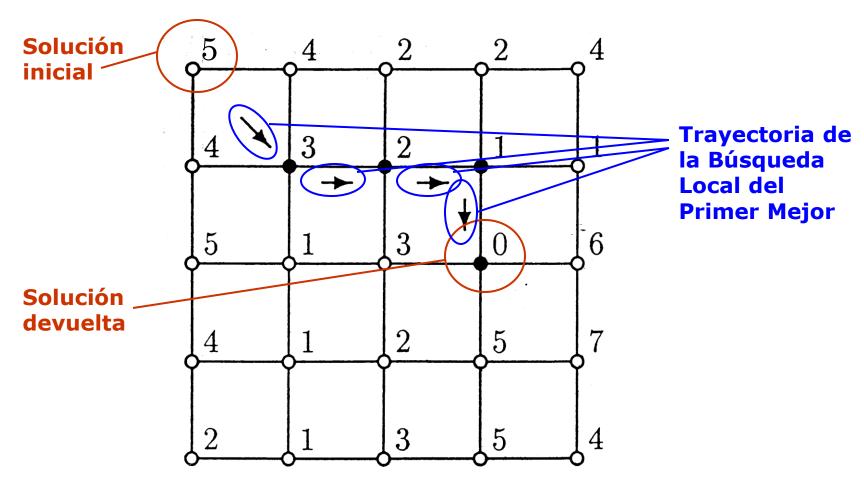
3.3. Búsqueda Local del Primer Mejor

Simple Hill Climbing (first-best neighbor)

- Se va generando paso a paso el entorno de la solución actual hasta que se obtiene una solución vecina que mejora a la actual o se construye el entorno completo.
- En el primer caso, la solución vecina sustituye a la actual y se continúa iterando.
- En el segundo, se finaliza la ejecución del algoritmo.

Procedimiento Búsqueda Local del Primer Mejor

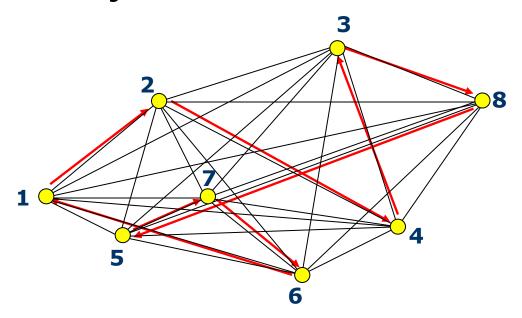
```
Inicio
  GENERA(S_{act});
  Repetir
      Repetir
          S' \leftarrow GENERA\_VECINO(S_{act});
      Hasta (Objetivo(S') mejor que Objetivo(S_{act})) O
              (se ha generado E(S_{act}) al completo)
      Si Objetivo(S') mejor que Objetivo(S<sub>act</sub>) entonces
          S_{act} \leftarrow S';
  Hasta (Objetivo(S') peor o igual que Objetivo(S<sub>act</sub>));
  DEVOLVER(S_{act});
Fin
```



EJEMPLO: $E(s) = \{si / si = (xi \pm \{0,1\}, yi \pm \{0,1\}) \land si \neq s\}$

3.4. Ejemplo: Viajante de Comercio

■ Ejemplo: Viajante de Comercio



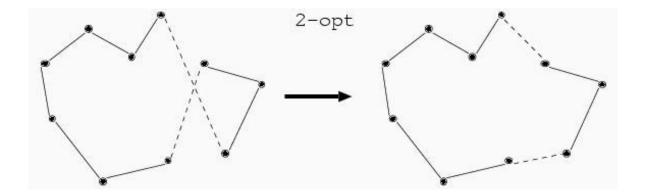
 Representación de una solución: Camino (1 2 4 3 8 5 7 6)

- 1. Esquema de representación: Permutación de {1, ..., n}.
- 2. Función objetivo:

$$Min\ C(S) = \sum_{i=1}^{n-1} (D[S[i], S[i+1]]) + D[S[n], S[1]]$$

3. Mecanismo de generación de la solución inicial: Permutación *aleatoria*.

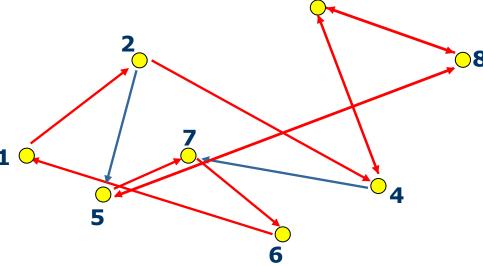
4. Operador de generación de nuevas soluciones: escoger dos posiciones e intercambiar sus valores (2-opt):



- Mecanismo de selección: Selección del mejor o el primer mejor.
- 6. Criterio de parada: Cuando el vecino generado no mejore a la solución actual.

Otro operador: Viajante de Comercio

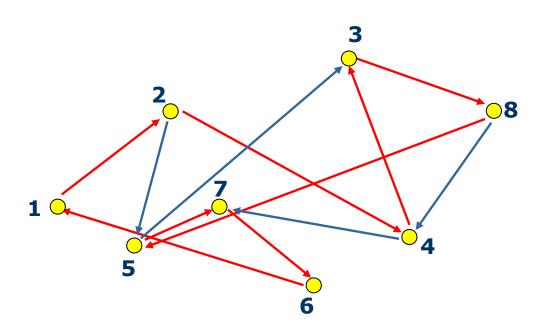
 Inversión simple (2-Opt): se escoge una sublista y se invierte el orden



Intercambio: se escogen dos elementos y se intercambian

 $(1 \ 2 \ \underline{4} \ 3 \ 8 \ \underline{5} \ 7 \ 6)$

 $(1 \ 2 \ \underline{5} \ 3 \ 8 \ \underline{4} \ 7 \ 6)$



TSP: Factorización del Movimiento 2-Opt

- Sea $f(\pi)$ el coste de la solución original
- Para generar π' , el operador de vecino elimina los arcos:

$$\pi(i)\pi(i+1) \ y \ \pi(j) \ \pi(j+1),$$

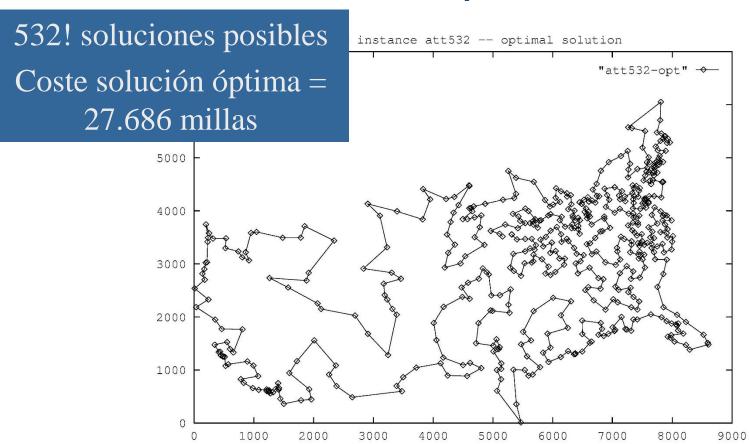
y restablece el circuito con los arcos:

$$\pi(i)\pi(j+1) \ y \ \pi(j) \ \pi(i+1)$$

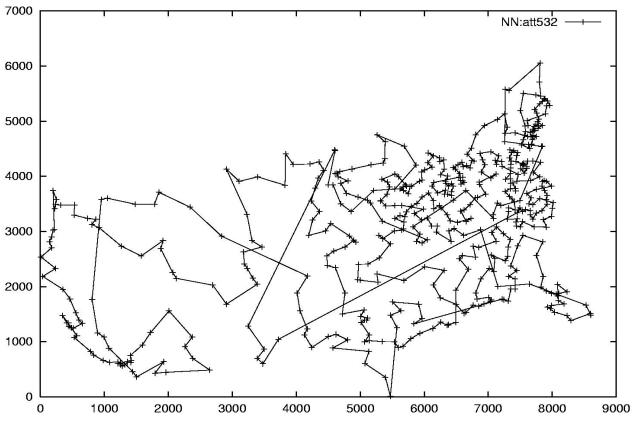
• y la variación en el coste de $f(\pi)$ es:

$$f(\pi') = f(\pi) + \Delta f(\pi)$$

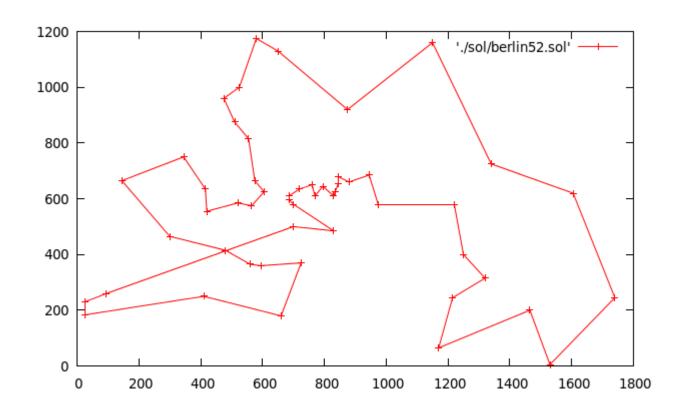
Solución óptima



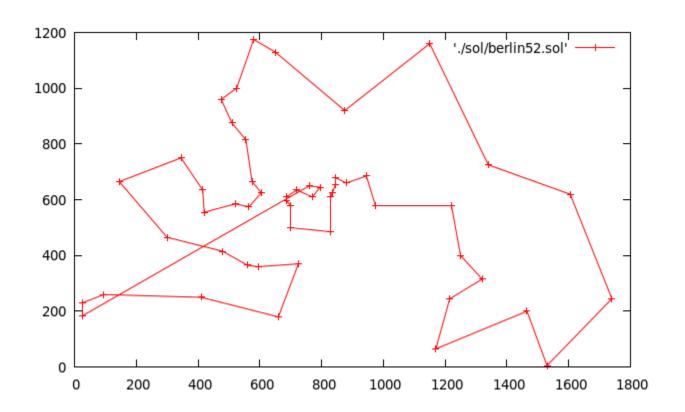
Solución obtenida en una ejecución del algoritmo de Búsqueda Local del Mejor



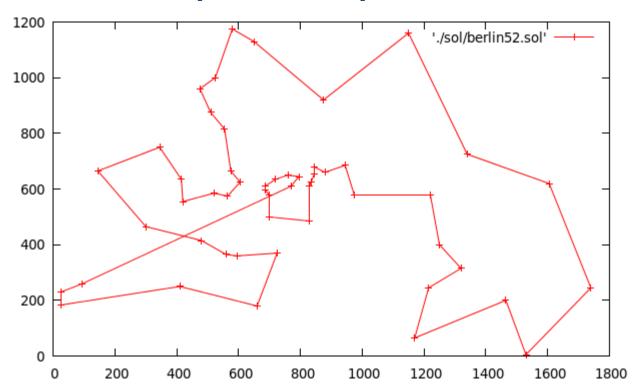
TSP - Instancia Berlin52



Solución obtenida con la técnica de vecino más cercano



Solución obtenida con la técnica de vecino más cercano y después la Búsqueda 2-OPT



Preguntas:

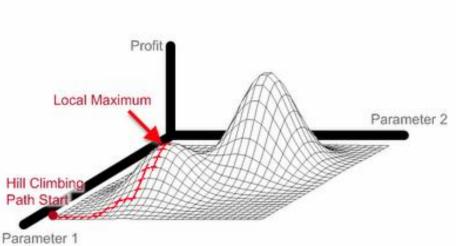
- ¿Cómo de diferente puede llegar a ser la solución vecina respecto de la solución actual según el operador de vecindario empleado?
- ¿Cuál es el tamaño del entorno generado por cada operador de vecino?
- El efecto al aplicar un operador concreto, ¿es el mismo en todos los problemas?

Por ejemplo, ¿es lo mismo generar un vecino por intercambio de 2 posiciones en TSP que en otro problema?

3.5. Problemas de la Búsqueda Local

 Suele caer en óptimos locales, que a veces están bastante alejados del óptimo global del problema





The problem with hill climbing is that it gets stuck on "local-maxima"

3.5. Problemas de la Búsqueda Local

SOLUCIONES: 3 opciones para salir de los óptimos locales

- Permitir movimientos de <u>empeoramiento</u> de la solución actual Ejemplo: Enfriamiento Simulado, Búsqueda Tabú (T5).
- Modificar la <u>estructura de entornos</u>
 Ejemplo: Búsqueda Tabú, Búsqueda en Entornos Variables: VNS, ...(T5)
- Volver a <u>comenzar la búsqueda</u> desde otra solución inicial Ejemplo: Búsquedas Multiarranque, ILS, VNS, ... (T5).

Bibliografía general

[Tal09] E.-G. Talbi. Metaheuristics. From design to

implementation. Wiley, 2009

[Bro12] J. Brownlee. Clever Algorithms (Nature-Inspired

Programming Recipes). 2012, Brownlee.

http://cleveralgorithms.com/

http://cleveralgorithms.com/

- 6. Algorithms
 - 1. Stochastic Algorithms
 - 1. Random Search
 - Adaptive Random Search
 - Stochastic Hill Climbing
 - Iterated Local Search
 - Guided Local Search

METAHEURÍSTICAS 2024-2025



- Tema 1. Introducción a las Metaheurísticas
- Tema 2. Modelos de Búsqueda: Entornos y Trayectorias vs Poblaciones
- Tema 3. Metaheurísticas Basadas en Poblaciones
- Tema 4: Algoritmos Meméticos
- Tema 5. Metaheurísticas Basadas en Trayectorias
- Tema 6. Metaheurísticas Basadas en Adaptación Social
- Tema 7. Aspectos Avanzados en Metaheurísticas
- Tema 8. Metaheurísticas Paralelas
- Tema 9. Modelos de IA Evolutivos. Aprendizaje Evolutivo