

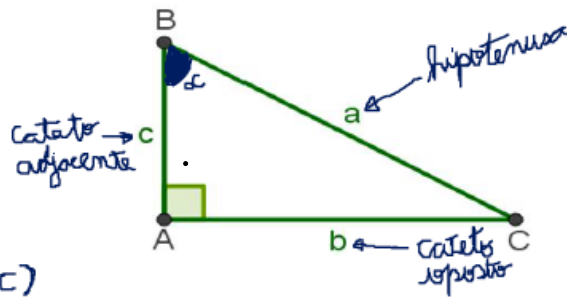
Elementos de Trigonometria

As relações trigonométricas existentes no **triângulo retângulo** admitem três casos: **seno**, **cosseno** e **tangente**.

$$\text{Seno } \alpha = \frac{\text{cateto oposto (b)}}{\text{hipotenusa (a)}}$$

$$\text{Cosseno } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente (c)}}{\text{hipotenusa (a)}}$$

$$\text{Tangente } \alpha = \frac{\text{cateto oposto (b)}}{\text{cateto adjacente (c)}}$$



É válida a seguinte relação:

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Teorema de Pitágoras)}$$

Com base no Teorema de Pitágoras e nas relações trigonométricas anteriores podemos escrever outras relações decorrentes:

$$(1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$$

$$(2) \operatorname{sec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha}$$

$$(3) \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$(4) \text{Relação Trigonométrica Fundamental (RTF): } \operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$(5) 1 + \cotg^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

$$(6) \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \operatorname{sec}^2 \alpha$$

As fórmulas de adição de arcos são umas das mais utilizadas com o objetivo de determinar os valores de seno, cosseno e tangente para diversos ângulos com base em valores conhecidos.

$$(7) \text{sen}(a + b) = \text{sen}a \cdot \cos b + \text{sen}b \cdot \cos a$$

$$(8) \text{sen}(a - b) = \text{sen}a \cdot \cos b - \text{sen}b \cdot \cos a$$

$$(9) \cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \text{sen}a \cdot \text{sen}b$$

$$(10) \cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \text{sen}a \cdot \text{sen}b$$

$$(11) \text{tg}(a + b) = \frac{\text{tga} + \text{tgb}}{1 - (\text{tga} \cdot \text{tgb})}$$

$$(12) \text{tg}(a - b) = \frac{\text{tga} - \text{tgb}}{1 + (\text{tga} \cdot \text{tgb})}$$

As funções trigonométricas do arco duplo. São elas:

$$(12) \text{sen}(2a) = 2 \cdot \text{sen}a \cdot \cos a$$

$$(13) \cos(2a) = \cos^2 a - \text{sen}^2 a$$

$$(14) \text{tg}(2a) = \frac{2 \cdot \text{tg} a}{1 - \text{tg}^2 a}$$

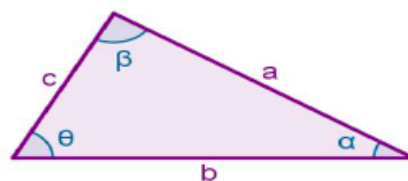
Triângulos Quaisquer:

A lei dos cossenos deve ser utilizada em situações que envolvem triângulos não retângulos. Esses triângulos não possuem ângulo reto, portanto, as relações trigonométricas de seno, cosseno e tangente não são válidas. Para determinar valores de medidas de ângulos e de lados, utilizamos a lei dos cossenos, que é expressa pela seguinte lei de formação:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \theta$$

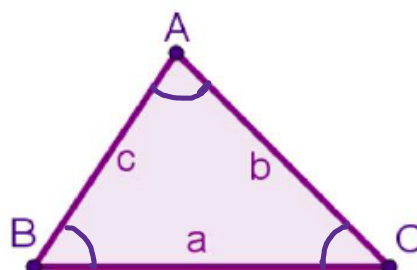
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$$

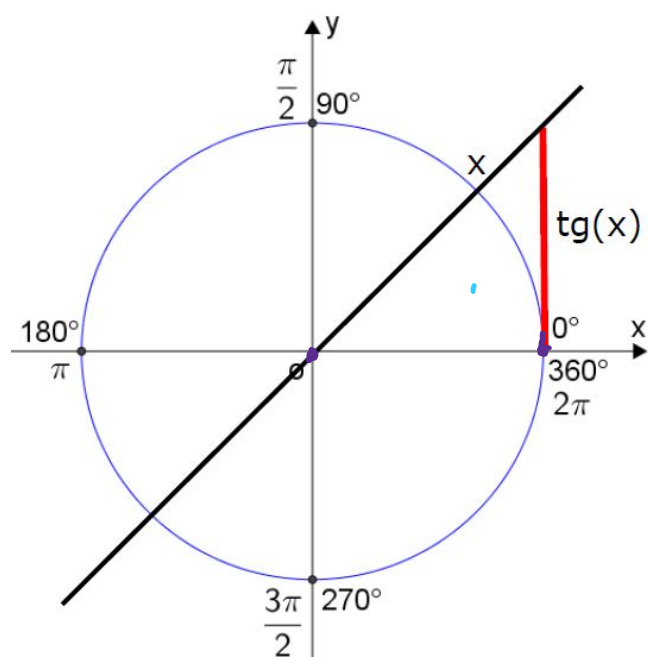


Temos também a lei dos senos expressa por:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$$



O ciclo trigonométrico



Para nós, usaremos como unidade de medida de ângulo, **grau** ou **radiano**.

Converter para radiano, os seguintes angulos dados em grau:

0°

30°

45°

60°

90°

120°

135°

150°

180°

210°

225°

240°

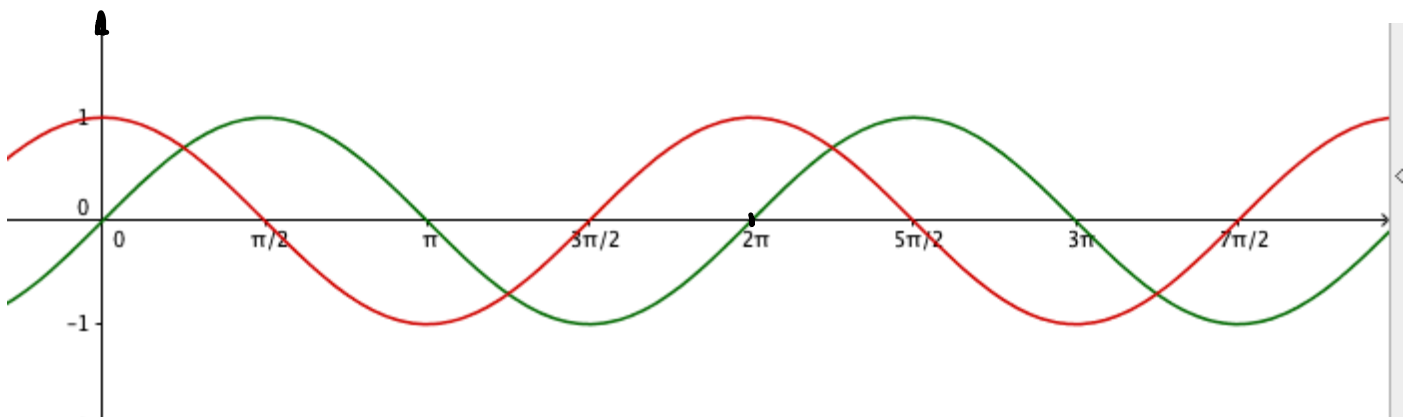
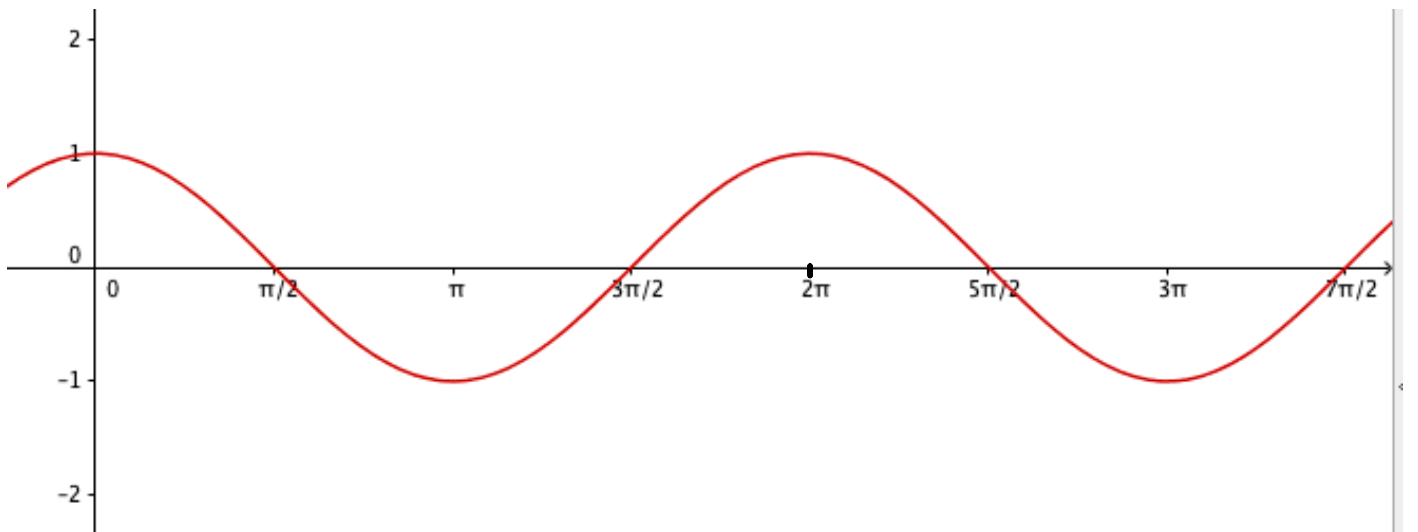
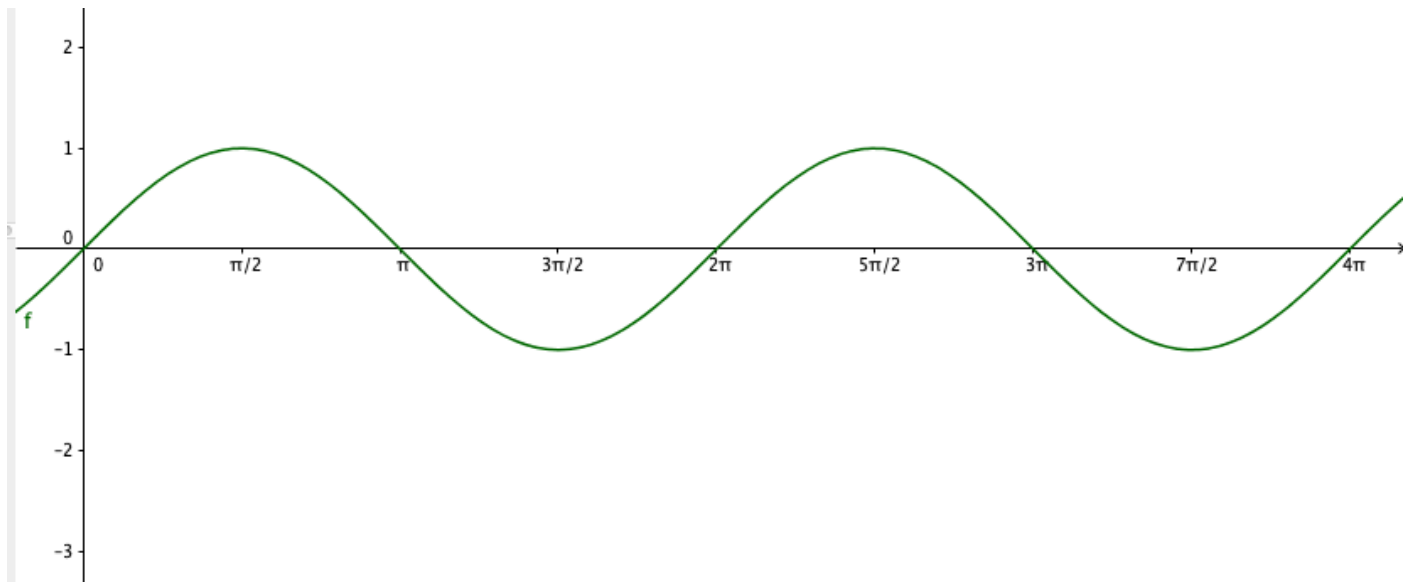
270°

300°

315°

330°

360°

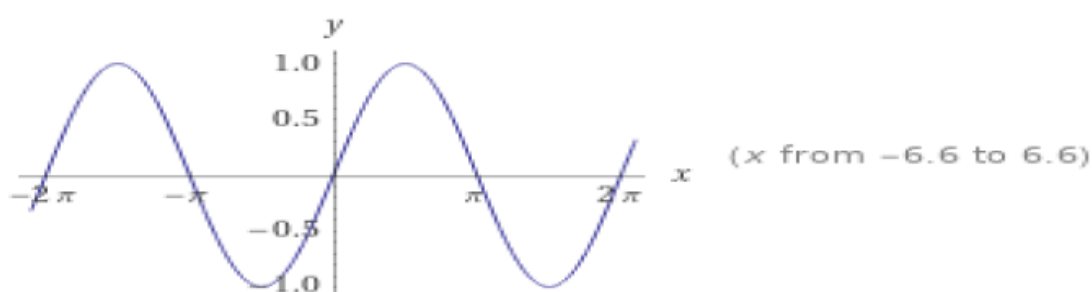


Funções Trigonométricas

As funções periódicas são aquelas nas quais os valores da função ($f(x) = y$) se repetem para determinados valores da variável x , ou seja, para cada período determinado pelos valores de x , iremos obter valores repetidos para a função. Neste grupo de funções estão as funções: $f(x)=\text{sen}(x)$, $f(x)=\text{cos}(x)$ e $f(x)=\text{tg}(x)$.

Vamos analisar a representação gráfica das funções e os domínios e a imagens.

$$Y=f(x)=\text{sen}(x)$$

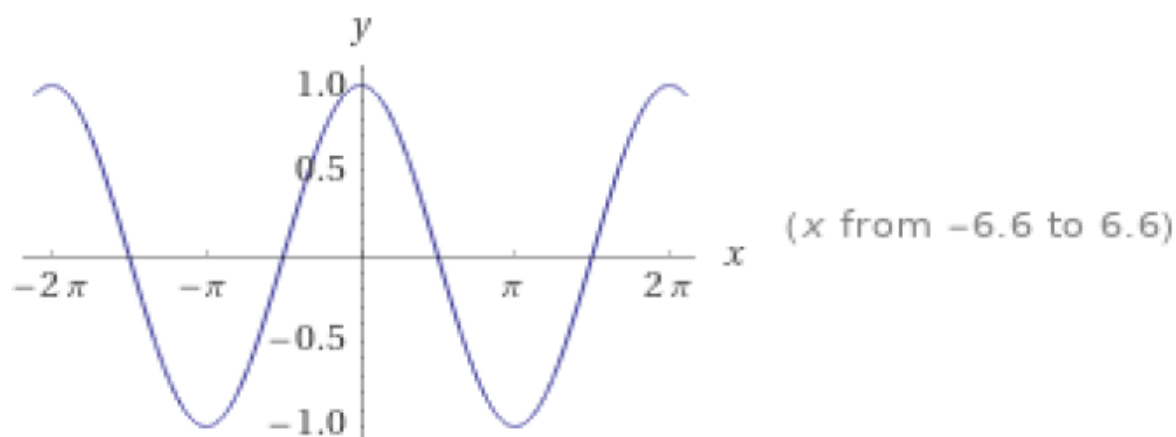


$$Df=\mathbb{R}$$

$$Imf=[-1,1]$$

$$\text{Período: } 2\pi$$

Y ou $f(x)=\cos(x)$

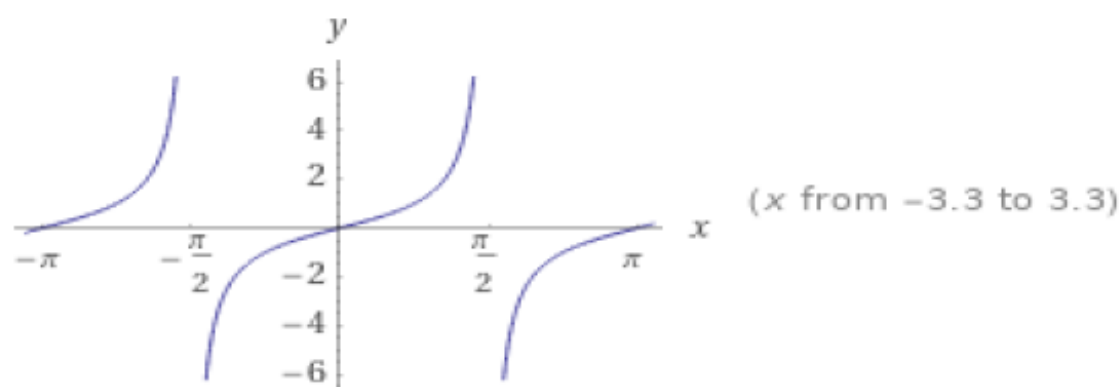


Df=R

Imf=[-1,1]

Período: 2π

Y ou $f(x)=\text{tg}(x)$ ou $f(x)=\tan(x)$



Df: $\{x \in \mathbb{R} : \frac{x}{\pi} + \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}\}$

Imf: \mathbb{R}

Período: π