Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística
e Computação Científica

Disciplina do 1º Semestre de 2020

IMECC - UNICAMP

Curso Aluno: Bacharelado em Ciência da Computação

ME323 - Introdução aos Modelos Probabilísticos

Respostas Lista de Exercício 4

Aluno: Gabriel Volpato Giliotti
Professor: Sebastião Amorim

Campinas – SP
2020

1-) A chance de um meteorito atingir a Terra é 100/365 onde consideramos que 100 meteoritos atingem a Terra anualmente de forma igualmente distribuída pelo ano. ($100/365 \approx 0{,}275$)

- A área aproximada do capô do meu carro é de $2{,}5\ m^2$.
- A área do Brasil é aproximadamente $8{,}5 \cdot 10^{12}\ m^2$
- A área do Planeta Terra é aproximadamente $5{,}1 \cdot 10^{14}\ m^2$

Temos então que a probabilidade de um meteorito atingir o capô do meu carro esse ano é dada por:

$$0{,}275 \cdot \frac{8{,}5 \cdot 10^{12}}{5{,}1 \cdot 10^{14}} \cdot \frac{2{,}5}{8{,}5 \cdot 10^{12}} \approx 1{,}4 \cdot 10^{-15}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc} \text{Chance de atingir a Terra esse ano} & \times & \text{Chance de atingir o Brasil} & \times & \text{Chance de atingir o meu carro no Brasil} \end{array} \right)$$

2-) Sabemos que Groenlandia possui $2850000\ Km^3$ de gelo (ou água no caso). Então temos $2{,}85 \cdot 10^{15}\ m^3$ de água. Além disso, temos que:

$$0{,}7 \cdot 5{,}1 \cdot 10^{14}\ m^2 \approx 3{,}6 \cdot 10^{14}\ m^2$$ é a área do planeta coberta por água.

Por fim, $\frac{2{,}85 \cdot 10^{15}}{3{,}6 \cdot 10^{14}} \approx 7{,}9\ m$ é aproximadamente a altura que subiria os mares se todo o gelo da Groenlandia derretesse.

3-) a) Volume total dos Oceanos na Terra $\approx 1,37 \cdot 10^9$ Km^3

Densidade da água salgada = 1023,6 Kg/m^3

→ Massa total dos oceanos $\approx 1,4 \cdot 10^{21}$ Kg

Assim, o número de mols é $7,8 \cdot 10^{22}$ mols

Como 1 mol contém $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas, temos que o número aproximado de moléculas de água nos Oceanos é $4,7 \cdot 10^{46}$.

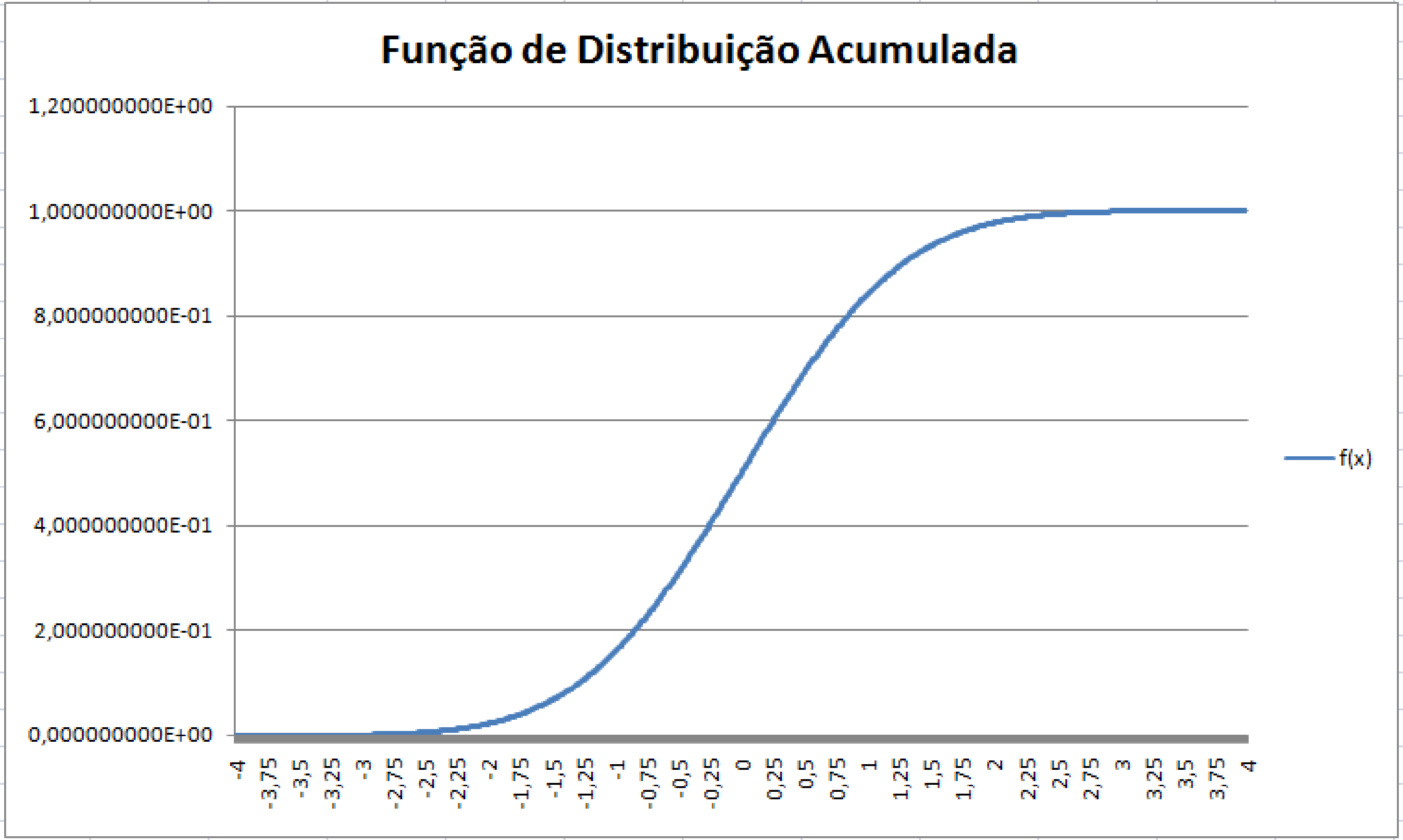
b) $\underset{\text{(Nível do mar)}}{\text{Pressão}} = \dfrac{\text{Peso Atmosfera}}{\text{Área Superficial Terra}} = \dfrac{Mg}{4\pi R^2} \longrightarrow \text{Num. moléculas} : \dfrac{4\pi R^2 P}{Mg}$

↳ Massa da Atmosfera $= 4P\pi R^2/g$

↳ $N \approx 10^{44}$ moléculas.

4-)

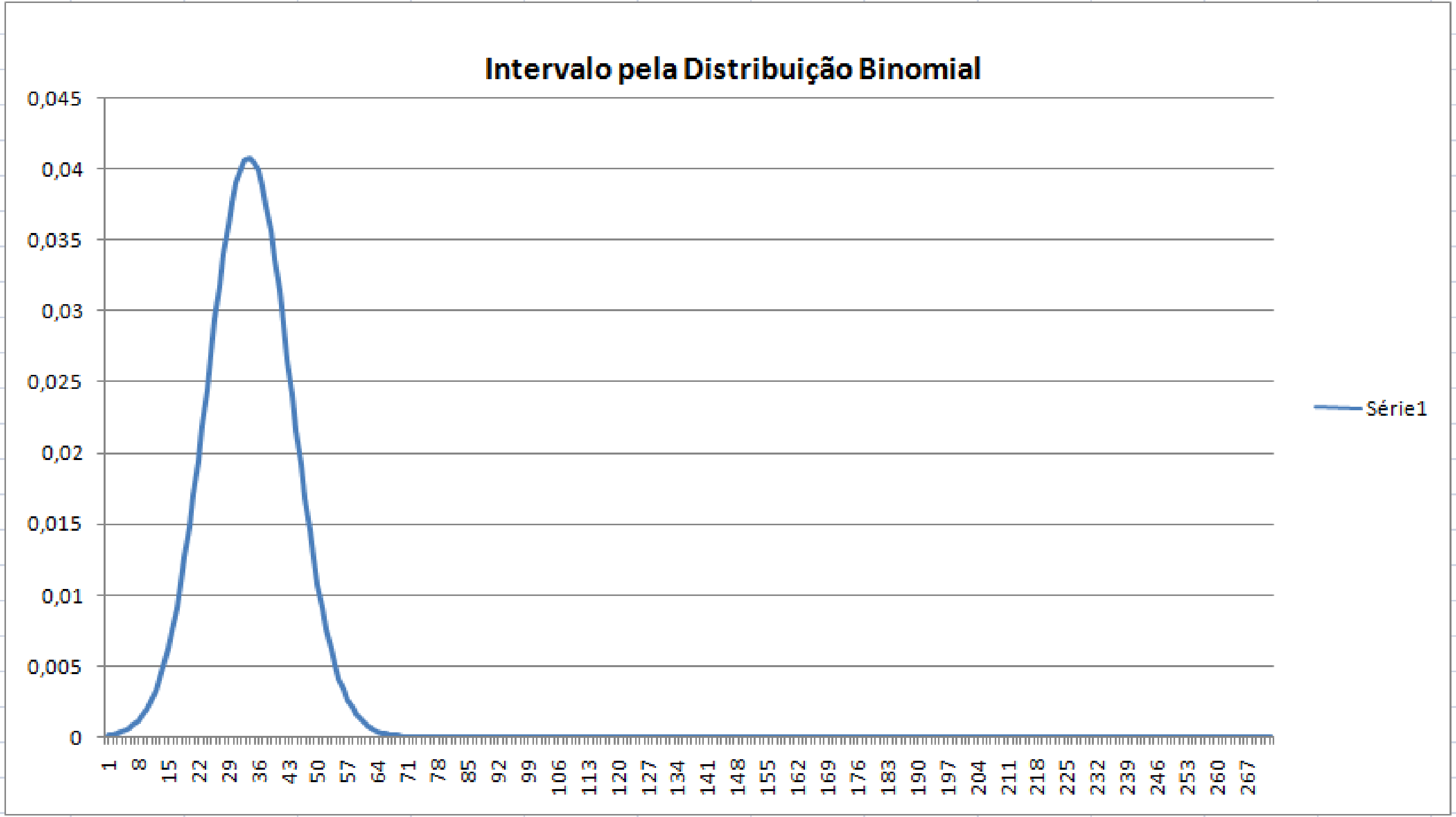
x	f(x)
-4	3,167124184E-05
-3,99	3,303664763E-05
-3,98	3,445763412E-05
-3,97	3,593631590E-05
-3,96	3,747488170E-05
-3,95	3,907559660E-05
-3,94	4,074080456E-05
-3,93	4,247293079E-05
-3,92	4,427448431E-05
-3,91	4,614806055E-05
-3,9	4,809634401E-05
-3,89	5,012211100E-05
-3,88	5,222823240E-05
-3,87	5,441767664E-05
-3,86	5,669351253E-05
-3,85	5,905891242E-05
-3,84	6,151715519E-05
-3,83	6,407162949E-05
-3,82	6,672583703E-05
-3,81	6,948339588E-05
-3,8	7,234804392E-05
-3,79	7,532364238E-05



6-)a)

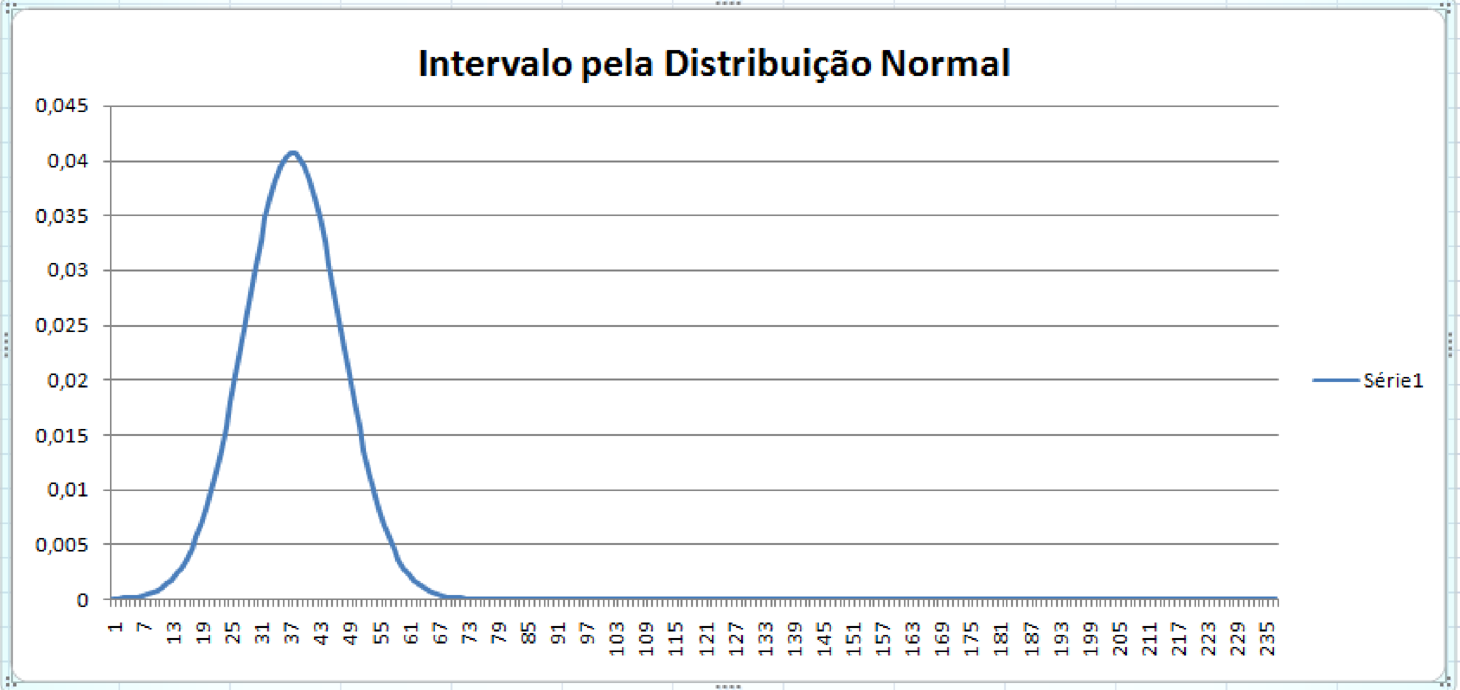
n=	400
p=	0,4
q=	0,6

x	P{X=x}
1	4,8581E-87
2	6,4613E-85
3	5,7147E-83
4	3,7812E-81
5	1,9965E-79
6	8,7623E-78
7	3,288E-76
8	1,0768E-74
9	3,1267E-73
10	8,1503E-72
11	1,9264E-70
12	4,1633E-69
13	8,2838E-68
14	1,5266E-66
15	2,6189E-65
16	4,2012E-64
17	6,3265E-63
18	8,9743E-62
19	1,2029E-60
20	1,5277E-59
21	1,8429E-58
22	2,1165E-57
23	2,319E-56



E(X)=	160
V(X)=	96
dp(X)=	9,797958971
Média	200,5

x	P{X=x}
1	3,83338E-92
2	3,04676E-91
3	2,39646E-90
4	1,86543E-89
5	1,43702E-88
6	1,09553E-87
7	8,26535E-87
8	6,17126E-86
9	4,55998E-85
10	3,33448E-84
11	2,41307E-83
12	1,72817E-82
13	1,22484E-81
14	8,59111E-81
15	5,96341E-80
16	4,09653E-79
17	2,78493E-78
18	1,87365E-77
19	1,24749E-76
20	8,21985E-76
21	5,36002E-75
22	3,45895E-74
23	2,20902E-73



Por usar um excel desatualizado, não consegui fazer a sobreposição dos graficos, mas é possivel observar que tanto pela Binomial como pela Normal, obtemos valores muito similares, se não identicos nos intervalo apresentados. Assim é possivel dizer que o Teorema Central do Limite funciona e que podemos fazer o calculo tanto pela Expressão exata (Binomial) como aproximando X pela Normal.

6-16) $P\{X=512\} = C_{1000}^{512} \cdot 0,5^{512} \cdot 0,5^{488}$

$P\{X=512\} = 2,03 \cdot 10^{299} \cdot 7,46 \cdot 10^{-155} \cdot 1,25 \cdot 10^{-147}$

$P\{X=512\} = 18,93 \cdot 0,001$

$P\{X=512\} \cong 0,019$

$$f(512) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{-1/2\left(\frac{512-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$\mu = 500,5$
$\sigma = 15,8$

$$f(512) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\;15,8} \cdot e^{-1/2\left(\frac{512-500,5}{15,8}\right)^2}$$

(Por TCL)

$$f(512) = 0,0252 \cdot e^{-1/2(0,7278)^2}$$

$$f(512) = 0,0252 \cdot e^{-0,2648}$$

$$f(512) \cong 0,019$$

---

c) $n = 100\,000$

$p = 0,3 \quad q = 0,7$

$P\{X = 30\,000\}$ pelo TCL

$\mu = 50000,5$
$\sigma = 144,92$

$$f(30000) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot 144,92} \cdot e^{-1/2\left(\frac{30000-500005}{144,92}\right)^2}$$

$$f(30000) = 0,002753 \cdot e^{-1/2 \cdot 19046,93}$$

$$f(30000) = 0,002753 \cdot e^{-9523,467}$$

$$f(30000) = 2,82 \cdot 10^{-4139}$$

7 -)

P{X=p chapeu}\p ====>> Probabilidade de uma população ter prevalencia p=p dado que em uma amostra aleatória de 1800 pessoas foram encontrados 51 casos positivos.

n=	1800
testes positivos=	51
p chapeu =	0,028333

R: Dado que o intervalo do grafico mostra uma distribuição acumulada no intervalo 0,02 a 0,04, com uma população de 10 milhoes, temos um numero de pessoas infectadas no intervalo (200.000 à 400.000) pessoas.

p = % de casos positivos	P{X=p chapeu}\p
0	0
0,001	5,72464E-55
0,002	2,23643E-40
0,003	3,70446E-32
0,004	1,50783E-26
0,005	2,27902E-22
0,006	4,28755E-19
0,007	1,91401E-16
0,008	2,97998E-14
0,009	2,07443E-12
0,01	7,65006E-11
0,011	1,68675E-09
0,012	2,43136E-08
0,013	2,452E-07
0,014	1,82374E-06
0,015	1,04311E-05
0,016	4,74521E-05
0,017	0,000176485
0,018	0,000549034
0,019	0,001456254
0,02	0,003346923