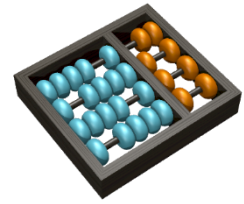




**Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística
e Computação Científica**



Disciplina do 1º Semestre de 2020

IMECC - UNICAMP

Curso Aluno: Bacharelado em Ciência da Computação

ME323 - Introdução aos Modelos Probabilísticos

Respostas Lista de Exercício 5

Aluno: Gabriel Volpato Giliotti

Professor: Sebastião Amorim

Campinas – SP
2020

1-) Grade: a linhas célula preenchida c/ ϕ ou \perp
b colunas

- a fração de células com valor \perp , que chamaremos de p , é desconhecida

- Temos que obter uma estimativa (precisa) para p .

$$a = (27 + C_6 + g) \times 10^5$$

$$RA: 197569$$

$$C_6 = 9$$

$$b = (5 + C_5 - g) \times 10^3$$

$$C_5 = 6$$

$$g = \perp \text{ p/ masculino}$$

$$a = 37 \cdot 10^5 = 3,7 \cdot 10^6$$

$$g = 0 \text{ p/ feminino}$$

$$b = 10 \cdot 10^3 = 1 \cdot 10^4$$

a. a. 9 - c. r = amostra aleatória simples - com reposição

a) Como temos disponíveis funções para escolhas aleatórias no meio computacional, para fazer escolhas para a amostra aleatória podemos percorrer as linhas e colunas aplicando uma das funções e assim receber um número desajado de células aleatórias, fazendo uso de a e b calculados como limite dos índices.

$$b) n = 200 + 20C_6 + 10g$$

$$n = 200 + 20 \cdot 9 + 10 \cdot 1 = 390 \text{ células}$$

$$X = 78 \text{ casos positivos}$$

$$\hat{p} \text{ ou Estimativa para } p = 78/390 = 0,2$$

$$c) n = 390 \text{ amostra}$$

$$x = 78$$

$$E(X) = \hat{p} \cdot n = 78$$

$$\hat{p} = 0,2$$

$$\text{Estimativa da variância } V(X) = n \cdot \hat{p} \cdot \hat{q}$$

Estimativa p/ variância $V(X) = \hat{p} \cdot \hat{q}$
 $V(X) = 0,2 \cdot 0,8$

$$V(\bar{X}) = \frac{V(X)}{n} = \frac{0,16}{390} = 0,000410256$$

$$dp = \sqrt{V(\bar{X})} \quad dp = \sqrt{0,000410256}$$

$$dp = 0,020254777$$

$$2dp = 0,040509554$$

Intervalo com 95% de confiança: $\{\hat{p} - 2dp, \hat{p} + 2dp\}$
 Assim: $\{0,159490446, 0,240509554\}$

Para erro absoluto de 1% fazemos:

$$2dp = 0,01$$

$$dp = 0,005 \quad n = \frac{V(X)}{dp^2} = \frac{0,16}{0,005^2} = \frac{0,16}{0,000025}$$

$$n = 6400$$

Assim, o tamanho amostral que garante p com erro absoluto menor que 1% e probabilidade de 0,95 é $n \geq 6400$.

d) Para o erro relativo fazemos: 1% de $\hat{p} = 0,01 \cdot 0,2 = 0,002$

$$\text{Então } 2dp = 0,002$$

$$dp = 0,001 \quad n = \frac{V(X)}{dp^2} = \frac{0,16}{0,001^2} = \frac{0,16}{0,000001}$$

$$n = 160.000$$

Assim, o tamanho amostral que garante p com erro relativo menor que 1% e probabilidade de 0,95 é $n \geq 160.000$.

2-1 a) p é uma estimativa de percentagem do programa de matemática que foi cumprida pelos alunos do Ensino Fundamental.

b) \bar{X} é média populacional dos acertos das questões, em X_i alunos selecionados ao acaso.

c) Para um limitante superior, escolhemos uma pior possível variância $V(\bar{X})$. Logo a variância é máxima quando \hat{p} é igual 0,5. (No intervalo de $[0, 1]$, essa é a pior variância).

$$d) n = \frac{V(X)}{dp^2} \quad \text{Sendo Erro} \Rightarrow 2dp = 0,05 \\ dp = 0,025$$

Utilizando a pior variância estimada, temos que

$$n = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,025^2} = \frac{0,25}{0,000625} \quad n = 400$$

Portanto, para \bar{X} com erro inferior 0,05 e probabilidade 0,95, temos um tamanho amostral $n = 400$.

$$e) n = 100 \quad \sum_{i=1}^{100} X_i = 30,32 \quad \sum_{i=1}^{100} X_i^2 = 11,68$$

$$V(X) = \left(11,68 - 100 \cdot \left(\frac{30,32}{100} \right)^2 \right) / 100$$

$$V(X) = \frac{2,48698}{100} \quad V(X) = 0,0248698$$

$$dp = \sqrt{V(X)}$$

$$\text{Logo } dp = 0,157701616$$

$$2dp = 0,315403232$$

Assim, o intervalo para \bar{X} com 95% de confiança é
 $(30,00459676, 30,635403232)$
 $(30, 30,6)$

f) Para o tamanho amostral n , temos que

$$2 \sqrt{\frac{V(X)}{n}} = 0,01 \rightarrow \frac{10^{-4}}{4} = \frac{V(X)}{n}$$

$$n = \frac{4 \cdot V(X)}{10^{-4}}$$

$$n = 40000 \cdot 0,02487$$

$$n = 994,79$$

$$n = 995$$