

MS211 - Cálculo Numérico

Turma Z - Prof João Batista Florindo

Projeto 2

“Aproximação Numérica para a Solução de EDOs”

A equação logística, estudada primeiramente por *Pierre-François Verhulst* em 1838, modela um cenário em que a taxa de crescimento populacional é proporcional à população existente e à quantidade de recursos disponíveis no meio. Desta forma, o crescimento da população não se dá de forma indefinida, mas está limitado a certas condições ambientais, ou seja, os indivíduos competem entre si por alimento e recursos necessários para a sobrevivência.

Seja $y(t)$ o número de indivíduos no instante t , então o crescimento populacional é representado pela equação diferencial ordinária

$$y'(t) = r y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{K}\right),$$

em que r é a taxa de reprodução da população e K é a constante de capacidade do meio, que é o maior valor atingido pela população para o tempo tendendo ao infinito.

A solução analítica para este problema de valor inicial é dada por

$$y(t) = \frac{K y_0 e^{rt}}{K + y_0 (e^{rt} - 1)},$$

na qual y_0 é o número de indivíduos no instante inicial.

Tendo em vista essas informações, faça o que se pede:

- Implemente um programa que utilize o método de Euler para obter a solução aproximada no intervalo de tempo $[0, 4]$. A princípio, utilize $r = 0.5$, $K = 10$, $h = 0.05$ e $y_0 = 1$. Compare com a solução analítica.
- Utilize outros valores para h e para os outros parâmetros. A aproximação obtida pelo método de Euler ainda é boa?
- Agora, implemente o método de Runge-Kutta de ordem 4 para encontrar a solução numérica da equação logística. Utilize os mesmos parâmetros do item *a* e depois teste para o intervalo de tempo $[0, 10]$.
- Qual método utilizado foi mais condizente com a solução analítica?

Referências

- [1] CHENEY, W. , KINGAID, D. *Numerical Mathematics and Computing*. 6th Edition. Thomson Brooks/Cole: 2008.
- [2] QUARTERONI, A., SALERI, F., GERVASIO, P. *Scientific Computing with Matlab and Octave*. Third Edition. Springer: 2010.
- [3] WOODFORD, C., PHILLIPS, C. *Numerical Methods with Worked Examples: Matlab Edition*. Second Edition. Springer: 2012.
- [4] YANG, W.Y., CAO, W., CHUNG, T., MORRIS, J. *Applied Numerical Methods Using Matlab*. First Edition. John Wiley and Sons: 2005.
- [5] DRISCOLL, T.A. *Learning Matlab*. First Edition. SIAM: 2009.