Parcial 2 SyS

Gabriel Alejandro Gómez Muñoz

El sistema masa resorte y amortiguador se puede modelar a partir de la conservación de fuerzas.

$$f_S(t) + f_F(t) + f_I(t) = f_E(t)$$

donde $f_S(t) = Ky(t)$, $f_F(t) = \frac{c\,dy(t)}{dt}$

$$F_1 = \frac{m\,d^2y(t)}{dt^2}$$

Entonces

$$\frac{m\,d^2y(t)}{dt^2} + \frac{c\,dy(t)}{dt} + ky(t) = f_E(t) = x(t)$$

aplicando la transformada de la place

$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n x(t)}{dt}\right\} = s^n x(s)$, tenemos que

$ms^2\,y(s) + csy(s) + ky(s) = x(s)$ y:

$$\boxed{H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}}$$

Funcion de transferencia sistema masa, resorte, amortiguador

Ahora para el circuito electrico presentado hallamos la respectiva funcion de transferencia.

LVK malla $i_1(t)$

$$-Vi(t) + L\frac{d}{dt}i_1(t) + \frac{1}{C}\int_0^t (i_1(t) - i_2(t))\,dt = 0$$

Utilizando los impedancias trasformadas obtenemos

$$\boxed{V_1(s) = Ls\,i_1(s) + (i_1(s) - i_2(s))\frac{1}{Cs}} \quad (1)$$

Ahora hallamos LVK malla $i_2(t)$

$$i_2(t)R + \frac{1}{C}\int_0^t (i_2(t) - i_1(t)\,dt = 0$$

donde $V_{ot} = i_2(t)R$

Utilizando los impedancias transformadas, obtenemos

$$I_2(s)R + (I_2(s) - i_1(s))\frac{1}{Cs} = 0$$

despejando $I_1(s)$, se obtiene.

$$\frac{i_1(s)}{Cs} = \frac{i_2(s)}{Cs} + i_2(s)R$$

$$i_1(s) = \frac{i_2(s)\,Cs + I_2(s)\,RSC}{CS}$$

$$\boxed{i_1(s) = i_2(s).(1 + (RSC))} \quad (2)$$

reemplazando (2) en (1)

$$Vi(s) = Ls\,i_2(s)(1 + CRS) + (i_2(s).(1 + RS) - i_2(s))\frac{1}{CS}$$

$$Vi(s) = Ls\,I_2(s) + CRLS^2\,i_2(s) + (i_2(s) + (RS\,i_2(s) - i_2(s))\frac{1}{CS}$$

$$Vi(s) = Ls\,i_2 + CRLS^2\,i_2(s) + Ri_2(s)$$

$$Vi(s) = i_2(s)\left[RLS^2 + Ls + R\right]$$

$$\Rightarrow \frac{i_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CRLs^2 + Ls + R}$$

reemplazando $i_2(s) = \frac{V_o(s)}{R}$ se obtiene:

$$\frac{V_o(s)}{R V_i(s)} = \frac{1}{CRLs^2 + Ls + R} \Rightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

$$= \frac{R}{CRLs^2 + Ls + R} \cdot \left(\frac{1/R}{1/R} \right)$$

$$\boxed{\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CLs^2 + \frac{L}{R}s + 1}}$$

Funcion de transferencia, circuito electrico.

Equivalencia del circuito electrico en pendulo elastico

Circuito Electrico	Pendulo Elastico
CL	m
L/R	C
1	K

Entonces

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + \frac{Ls}{R} + 1}$$

Su equivalente

$$H(s) = \frac{1}{m^2 + cs + K} = \frac{\frac{1}{m}}{\left(s^2 + \frac{cs}{m} + \frac{K}{m}\right)}$$

hallando la forma canonica de segundo orden

Comparando: $s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2$

$= s^2 + \frac{cs}{m} + \frac{k}{m}$

Igualando coeficientes:

$1 = 1 \rightarrow$ COEF s^2 $\quad w_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow$ COEF independiente

$2\xi w_n = \frac{c}{m} \rightarrow$ COEF S

- hallando frecuencia natural no amortiguada.

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- hallando Factor de amortiguamiento.

$$2\xi\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{c}{m} \rightarrow \xi = \frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

- hallando la ganancia K

$$K w_n^2 = \frac{1}{m} \rightarrow K = \frac{1}{m w_n^2} \rightarrow K = \frac{1}{m \cdot \frac{k}{m}} \rightarrow K = \frac{1}{k}$$

- Finalmente la forma canonica de 2do orden es:

$$H(s) = K \frac{w_n^2}{s^2 + \xi w_n s + w_n^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{k} \cdot \frac{\frac{k}{m}}{s^2 + 2\left(\frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}}\right)\sqrt{\frac{k}{m}}\, s + \frac{k}{m}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{1}{m\left(s^2 + \frac{c}{m} \cdot s + \frac{k}{m}\right)}}$$