Parcial 1: Señales y Sistemas 2025-II

Profesor: Andrés Marino Álvarez Meza, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, y Computación
Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales

Instrucciones

- Para recibir crédito total por sus respuestas, estas deben estar claramente justificadas e ilustrar sus procedimientos y razonamientos (paso a paso) de forma concreta, clara y completa.
- El parcial debe ser enviado al correo electrónico `amalvarezme@unal.edu.co` antes de las 23:59 del 11 de octubre de 2025, vía link de GitHub, con componentes teóricas de solución a mano en formato pdf y componentes de simulación en un cuaderno de Python `.ipynb`.
- Los códigos deben estar debidamente comentados en las celdas de código, y discutidos/explicados en celdas de texto (markdown). Códigos no comentados ni discutidos, no serán contabilizados en la nota final.

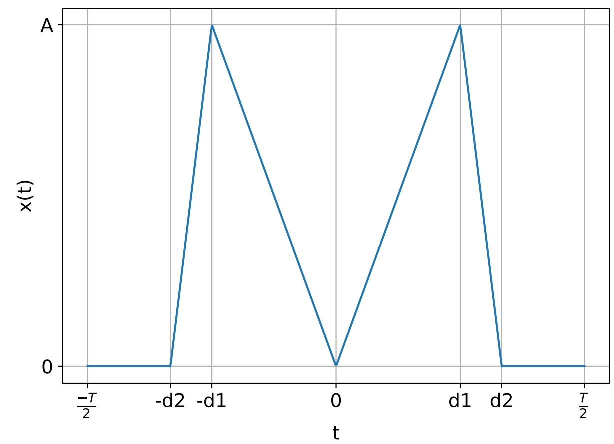

Figura 1: $x(t)$ para el ejercicio 1.4

Preguntas

1. La distancia media entre dos señales periódicas $x_1(t) \in \mathbb{R}, \mathbb{C}$ y $x_2(t) \in \mathbb{R}, \mathbb{C}$; se puede expresar a partir de la potencia media de la diferencia entre ellas:

$$d^2(x_1, x_2) = \bar{P}_{x_1 - x_2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_T |x_1(t) - x_2(t)|^2 \, dt.$$

Sea $x_1(t)$ y $x_2(t)$ dos señales definidas como:

$$x_1(t) = Ae^{-jnw_0 t}$$

$$x_2(t) = Be^{jmw_0 t}$$

con $w_0 = \frac{2\pi}{T}$; $T, A, B \in \mathbb{R}^+$ y $n, m \in \mathbb{Z}$. Determine la distancia entre las dos señales. Compruebe sus resultados con Python.

2. Encuentre la señal en tiempo discreto al utilizar un conversor análogo digital con frecuencia de muestreo de $5kHz$ y 4 bits de capacidad de representación, aplicado a la señal continua:

$$x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\sin(3000\pi t) + 10\cos(11000\pi t).$$

Realizar la simulación del proceso de discretización (incluyendo al menos tres periodos de $x(t)$). En caso de que la discretización no sea apropiada, diseñe e implemente un conversor adecuado para la señal estudiada.

3. Sea $x^{''}(t)$ la segunda derivada de la señal $x(t)$, donde $t \in [t_i, t_f]$. Demuestre que los coeficientes de la serie exponencial de Fourier se pueden calcular según:

$$c_n = \frac{1}{(ti - tf)n^2 w_o^2} \int_{t_i}^{t_f} x^{''}(t) e^{-jnw_o t} dt; \quad n \in \mathbb{Z}.$$

¿Cómo se pueden calcular los coeficientes a_n y b_n desde $x^{''}(t)$ en la serie trigonométrica de Fourier?.

4. Encuentre el espectro de Fourier, su parte real, imaginaria, magnitud, fase y el error relativo para $n \in \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5\}$, a partir de $x^{''}(t)$ para la señal $x(t)$ en la Figura 1 . Compruebe el espectro obtenido con la estimación a partir de $x(t)$. Presente las simulaciones de Python respectivas.

1) La distancia media entre dos señales periódicas $x_1(t) \in R,C$ y $x_2(t) \in R,C$ se puede expresar a partir de la potencia media de la diferencia entre ellos

$$d^2(x_2, x_2) = \bar{P}\, x_1 - x_2 = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_T |x_1(t) - x_2(t)|^2 \, dt$$

Sea $x_1(t)$ y $x_2(t)$ dos señales definidas como:

$$x_1(t) = Ae^{-jnw_0t}$$

$$x_2(t) = Be^{jmw_0t}$$

con $w_0 = \frac{2\pi}{T}$; $T, A, B \in R^+$ y $n, m \in Z$ determine la distancia entre las dos señales.

Tenemos

$$d^2(x_1, x_2) = P\, x_1 - x_2 = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x_1(t) - x_2(t)|^2 \, dt$$

Usamos la identidad.

$$|u - v|^2 = |u|^2 + |v|^2 - 2R\{uv^*\}$$

$u = x_1(t) \qquad v = x_2(t)$:

$$||x_1(t)| - |x_2(t)||^2 = |x_1(t)|^2 + |x_2(t)|^2 - 2R\{x_1(t) . x_2^*(t)\}$$

la identidad se obtiene multiplicando $(u-v)(u-v)^*$.)

- $|x_1(t)|^2 = |A e^{-jn\omega_0 t}|^2 = A^2$

$$|e^{-j\theta}| = 1$$

- $|x_2(t)|^2 = |B e^{jm\omega_0 t}|^2 = B^2$

Producto cruzado

$$x_1(t)\, x_2^*(t) = \left(A e^{-jn\omega_0 t}\right) \cdot \left(B e^{-jm\omega_0 t}\right)$$
$$= AB\, e^{-j(n+m)\omega_0 t}$$

identidad Formula del euler

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta, \quad e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$\theta = (n+m)\omega_0 t$:

$$e^{-j(n+m)\omega_0 t} = \cos((n+m)\omega_0 t) - j\sin((n+m)\omega_0 t).$$

Se extrae la parte real

entonces:

$$x_1(t)\, x_2^*(t) = AB\cos((n+m)\omega_0 t)$$

Sustituimos

$$|x_1(t) - x_2(t)|^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos((n+m)\omega_0 t.$$

Sustituimos en la formula d^2

$$d^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left(A^2 + B^2 - 2AB\cos((n+m)\omega_0 t)\right) dt$$

$n+m \Rightarrow$ es un numero entero

Como A^2 y B^2 son constantes (no depende de t)

$$d^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cdot \underbrace{\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(\underbrace{(n+m)}_{k}\omega_0 t)\, dt}$$

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos((n+m)\omega_0 t)\, dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{jk\omega_0 t}\, dt = \left. \frac{e^{jk\omega_0 t}}{jk\omega_0} \right|_{t=-T/2}^{t=T/2}$$

$$= \frac{e^{jk\omega_0 T/2} - e^{-jk\omega_0 T/2}}{jk\omega_0}$$

identidad del seno

- $\operatorname{sen}(x) = \dfrac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$

Entonces

- $2j \operatorname{sen}(k\omega_0 T/2)$

Sustituyendo en la integral

$$\int_{-T/2}^{T/2} e^{jk\omega_0 t}\, dt = \frac{2\cancel{j} \operatorname{sen}(k\omega_0 T/2)}{\cancel{j} k\omega_0} = \frac{2\operatorname{sen}(k\omega_0 T/2)}{k\omega_0}$$

Ahora dividimos por T

$$= \frac{2}{T} \cdot \frac{\operatorname{sen}(k\omega_0 T/2)}{k\omega_0}$$

Entonces nos quedaria.

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{jk\omega_0 t}\,dt = \frac{2}{k\omega_0 T} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{k\omega_0 T}{2}\right)$$

$$d^2 = \begin{cases} A^2 + B - 2AB = (A-B)^2 & \Rightarrow \text{Si } n+m=0 \Rightarrow m=-n \\ A^2+B^2 & \Rightarrow \text{S } n+m\neq 0 \Rightarrow m \neq -n \end{cases}$$

La distancia entre las dos señales quedaria.

$$d = \begin{cases} |A-B| & \Rightarrow m=-n \\ \sqrt{A^2+B^2} & \Rightarrow m \neq -n \end{cases}$$

(2) Encuentre la señal en el tiempo discreto al utilizar un conversor análogo digital con frecuencia de muestreo de 5KHz y 4 bits de capacidad de representación, aplicando a la señal continua:

$$x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\sin(3000\pi t) + 10\cos(11000\pi t)$$

Realizar la simulación del proceso de discretización (incluyendo al menos tres periodos de $x(t)$. En caso de que la discretización no sea apropiada, diseñe e implemente un conversor adecuado para la señal estudiada.

Tenemos nuestra señal

$$x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\sin(3000\pi t) + 10\cos(11000\pi t)$$

$f_s = 5000$ Hz $\qquad T_s = \frac{1}{5000} = 0.0002$ seg

Encontramos frecuencias de cada termino

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \; [\text{rad/seg}]$$

$$\omega_1 = 1000\pi = f_1 = \frac{1000\pi}{2\pi} = 500 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 3000\pi = f_2 = \frac{3000\pi}{2\pi} = 1.500 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 11000\pi = f_3 = \frac{11000\pi}{2\pi} = 5500 \text{ Hz} \rightarrow f_{max}$$

- observamos que ω_1, ω_2 cumplen Nyquist pero ω_3 No.

Nyquist $f_s \geq 2 f_{max}$

hay aliasing en El componente de 5500 Hz, por lo tanto fs no es apropiado para este caso

En la señal reemplazamos $t = nTs$ para obtener la frecuencia digital [rad/muestra]

$wd = wTs$

$wd_1 = 1000\pi \cdot \frac{1}{5000} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow x_1[n] = 3\cos(\pi/5\, n)$

$wd_2 = 3000\pi \cdot \frac{1}{5000} = \frac{3\pi}{5} \Rightarrow x_2[n] = 5\,\text{sen}\left(\frac{3\pi}{5} n\right)$

$wd_3 = 11000\pi \cdot \frac{1}{5000} = \frac{11\pi}{5}$

wd_3 esta fuera de intervalo $[0 - 2\pi]$, debemos encontrar la frecuencia original para encontrar la copia dentro de $[0 - 2\pi]$

$\Omega_{original} = \Omega_{copia} \pm 2k\pi$

$\Omega_3 - 2\pi = \frac{11}{5}\pi - 2\pi = \frac{1}{5}\pi$

$x_3[n] = 10\cos\left(\frac{\pi}{5} n\right)$

por lo tanto:

$x[n] = 3\cos\left(\frac{\pi}{5} n\right) + 5\sin\left(\frac{3\pi}{5} n\right) + 10\cos\left(\frac{\pi}{5} n\right)$

Alternativa del conversor: conservar los tres componentes

Aumentar Fs para cumplir Nyquist

$fs \geq 2 \times 5500 = 11000\ Hz \Rightarrow$ usamos $fs = 12\ KHz$

Mantener un filtro anti-aliasing cuya banda de paso incluya hasta 5.5 KHz.

- Encontrar 3 periodos de la señal mas lenta, usando

$T = \frac{1}{F}$

$\omega_1 = 1000\pi$

$f_1 = 500 \text{ Hz}$

$T_1 = \frac{1}{F_1} = \frac{1}{500} = 0.002 = 2\text{ms}$

$\omega_2 = 3000\pi$

$f_2 = 1500 \text{ Hz}$

$T_2 = \frac{1}{F_2} = \frac{1}{1500} = 0,6667 \text{ ms}$

$\omega_3 = 11000$

$f_3 = 5500 \text{ Hz}$

$T_3 = \frac{1}{f_3} = \frac{1}{5500} = 0,1818 \text{ ms}$

La señal compuesta tiene periodo fundamental
$T_0 = 2\text{ms}$ (frecuencia fundamental 500 Hz)

por lo que $3 \times T_0 = 6\text{ms}$

con $F_S = 5\text{KHz}$ 30 muestras en 3 periodos

con $F_S = 12 \text{ KHz}$ 72 muestras

Cuantizacion (4 bits)

se escoge un rango de entrada (V_{min}, V_{max}) fue en el ADC abarcará.

tomamos un rango simetrico que cuba el posible valor maximo absoluto de $x(t)$

$|x(t)| \leq 3 + 5 + 10 = 18$ ⇒ suma de amplitudes

$[V_{min}, V_{max}] = [-18, +18]$

Numero de Niveles: $L = 2^4 = 16$

paso de cuantizacion: $\Delta = \frac{V_{max} - V_{min}}{L} = \frac{36}{16} = 2.25$

Cuantizador Uniforme: $x_q[n] = \Delta . \text{round}\left(\frac{x[n]}{\Delta}\right)$

con saturacion dentro del rango: $\left[-18 + \frac{\Delta}{2}, 18 - \frac{\Delta}{2}\right]$

Error maximo de cuantizaccon:

$|e_q[n]| \leq \frac{\Delta}{2} = 1.125$

SNR teorico:

$SNR_{dB} \approx 6.02N + 1.76 = 6.002(4) + 1.76 = 25.84 \text{ dB}$

- Si se elige un rango menor al real, la señal se saturará y aparecera distorsion por recorte.
- Si se elige un rango mayor, no habra saturacion pero la resolucion efectiva disminuira debido a un mayor paso de cuantizacion

③ Sea $x''(t)$ la segunda derivada de la señal $x(t)$, donde $t \in [t_i, t_f]$. Demuestre que los coeficientes de la serie exponencial de Fourier se pueden calcular según:

$$c_n = \frac{1}{(t_i - t_f) n^2 \omega_0^2} \int_{t_i}^{t_f} x''(t) e^{-jn\omega_0 t} dt; \quad n \in \mathbb{Z}$$

¿Como se pueden calcular los coeficientes a_n y b_n desde $x''(t)$ en la serie trigonométrica de Fourier?

Tenemos

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Se integra por partes

$\bullet\ j^2 = -1$

$$u = x(t) \qquad du = x'(t)\, dt$$

$$dv = e^{-jn\omega_0 t} dt \qquad v = \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{-jn\omega_0} = \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{-jn\omega_0} \cdot \frac{j}{j}$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du \qquad v = \frac{j e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0}$$

Sustituimos

$$c_n = \frac{1}{T}\left(\left[x(t) \frac{j e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0} \right|_{-T/2}^{T/2} - \frac{j}{n\omega_0} \int_{-T/2}^{T/2} x'(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right)$$

$$u = x'(t) \qquad du = x''(t)\, dt$$

$$dv = e^{-j\omega_0 t} \qquad v = \frac{j e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0}$$

Norma

Realizamos la integral que falta

$$\int_{-T/2}^{T/2} x'(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt = \left[x'(t) \frac{j e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0} \right|_{-T/2}^{T/2}$$

$$- \frac{j}{n\omega_0} \int_{-T/2}^{T/2} x''(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

Tenemos

$$c_n = \frac{1}{T}\left(x(t) \frac{j e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0} \right|_{-T/2}^{T/2} - \frac{j}{n\omega_0}\left(x'(t) \frac{j e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0} \right|_{-T/2}^{T/2} -$$

$$\frac{j}{n\omega_0} \int_{-T/2}^{T/2} x''(t)\, e^{-j\omega_0 t}\, dt \Big)$$

Primero integral con $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

$$\frac{1}{T}\left(j x(t) \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0} \right|_{-T/2}^{T/2} = \frac{1}{2}\left(jx(T/2) \frac{T e^{-jn\pi}}{2n\pi} - jx(-T/2) \frac{T e^{jn\pi}}{2n\pi} \right)$$

$$= \frac{1}{T}\left(\frac{jT}{2n\pi} \left(x(T/2)\, e^{-jn\pi} - x(-T/2)\, e^{jn\pi} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{n\pi} \left(x(T/2) + x(-T/2) \sin(n\pi) \right)$$

$$= 0$$

en la siguiente integral se hace el mismo y como es la misma expresion solo que intercambiado

$x(t)$ por $x'(t)$ sera $= 0$

Entonces

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt = \frac{-1}{T n^2 \omega_0^2}\int_{-T/2}^{T/2} x''(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

$$\boxed{T = t_f - t_i}$$

$$-\frac{1}{(t_f - t_i) n^2 \omega_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

$$\boxed{C_n = \frac{1}{(t_f - t_i) n^2 \omega_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt}$$

Para los coeficientes de la serie trigonometrica

Si tenemos que el espectro de la serie de Fourier se puede calcular como

$$C_n = \frac{1}{(t_i - t_f) n^2 \omega_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jn\omega_0 t}\, dt$$

$$C_n = \frac{1}{(t_i - t_f) n^2 \omega_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\left(\cos(n\omega_0 t) - j\,\mathrm{sen}(n\omega_0 t)\right) dt$$

$$C_n = \frac{1}{(t_i - t_f) n^2 \omega_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\cos(n\omega_0 t) - \frac{j}{(t_i - t_f) n^2 \omega_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\,\mathrm{sen}(n\omega_0 t)$$

utilizando la igualdad $a_n = 2 \operatorname{Re}\{C_n\}$ tenemos:

$$a_n = \frac{2}{(t_i - t_F) n^2 \omega_0^2} \int_{t_i}^{t_F} x''(t) \cos(n\omega_0 t)$$

utilizando la igualdad $b_n = -2 \operatorname{Im}\{C_n\}$ tenemos

$$b_n = \frac{2}{(t_i - t_F) n^2 \omega_0^2} \int_{t_i}^{t_F} x''(t) \operatorname{sen}(n\omega_0 t)$$

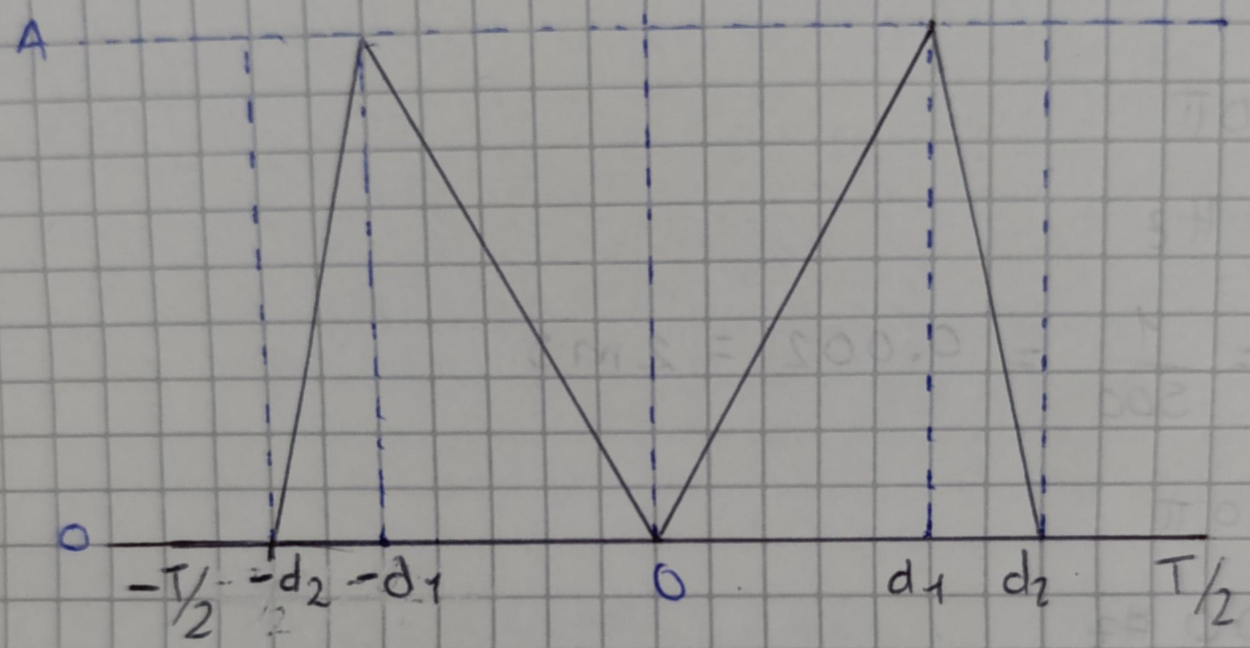

Figura 1.

1) Encuentre el espectro de Fourier, su parte real imaginaria, magnitud, fase y el error relativo para $n \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$ a partir de $x''(t)$ para la señal $x(t)$ en la figura 1 compruebe el espectro obtenido con la estimación a partir de $x(t)$.

Para la primera derivada

$$x'(t) \begin{cases} 0, & |t| > d_2 \\ \frac{A}{d_2 - d_1}, & -d_2 < t < -d_1 \\ -\frac{A}{d_1}, & -d_1 < t < 0 \\ \frac{A}{d_1}, & 0 < t < d_1 \\ -\frac{A}{d_2 - d_1}, & d_1 < t < d_2 \\ 0, & t > d_2 \end{cases}$$

$x'(t)$ constante por tramos con discontinuidades (saltos) en los puntos donde cambia la pendiente.

Saltos $x'(t)$

En $t = -d_2$:

- por izquierda: $x' = 0$
- por derecha: $x' = \frac{A}{d_2 - d_1}$
- salto: $\frac{A}{d_2 - d_1} - 0 = \frac{A}{d_2 - d_1} = a$

En $t = -d_1$

- por izquierda: $x' = \frac{A}{d_2 - d_1}$

- por derecha: $x' = -\frac{A}{d_1}$

- salto: $-\frac{A}{d_1} - \frac{A}{d_2 - d_1} = -A\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2 - d_1}\right) = b$

En $t = 0$

- por izquierdo: $x' = -\frac{A}{d_1}$

- por derecha: $x' = \frac{A}{d_1}$

- salto: $\frac{A}{d_1} - \left(-\frac{A}{d_1}\right) = \frac{2A}{d_1} = c$

Para la segunda derivada.

Si $f(t)$ tiene un salto J en $t = t_0$, entonces

$$f'(t) = f'_{suave}(t) + J\,\delta(t - t_0)$$

Aplicando a $x'(t)$:

$$x''(t) = 0 + a\,\delta(t + d_2) + b\,\delta(t + d_1) + c\,\delta(t) + b\,\delta(t - d_1) + a\,\delta(t - d_2)$$

Simplificacion por simetria.

En $t = d_2$:

- por izquierda: $x' = -\frac{A}{d_2 - d_1}$

- por derecha: $x' = 0$

- Salto: $0 - \left(-\frac{A}{d_2 - d_1}\right) = \frac{A}{d_2 - d_1} = a$

mismo signo que en $-d_2$:

En $-d_2$: Salto $= \frac{A}{d_2 - d_1}$

En d_2: Salto $= \frac{A}{d_2 - d_1}$

En $t\ d_1$:

- por izquierda: $x' = \frac{A}{d_1}$

- por derecha $x' = -\frac{A}{d_2 - d_1}$

Salto: $-\frac{A}{d_2 - d_1} - \frac{A}{d_1} = -A\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2 - d_1}\right) = b$

mismo signo que en $-d_1$:

En $-d_1$: Salto $= b$

En d_1: Sato $= b$.

Expresion final correcta.

$$x''(t) = a[\delta(t+d_2) + \delta(t-d_2)] + b[\delta(t+d_1) + \delta(t-d_1)] + c\delta(t)$$

$$a = \frac{A}{d_2 - d_1}, \quad b = -A\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2 - d_1}\right), \quad C = \frac{2A}{d_1}$$

con valores numericos

$$a = 5.0, \quad b = -7.5, \quad C = 10.0$$

Coeficientes de Fourier $x''(t)$

$(n \neq 0)$

$$c_n = -\frac{1}{Tn^2\omega_0^2}[2a\cos(n\omega_0 d_2) + 2b\cos(n\omega_0 d_1) + c.]$$

$(n = 0)$

$$c_0 = \frac{1}{T}\int x(t)\,dt = \text{Area bajo la curva} = 0.4$$

- Calculo de a_n y b_n desde $x''(t)$

Relacion entre coeficientes

para señales reales y pares

- $C_n = C_{-n}$ [coeficientes reales y simetricos]
- por lo tanto $b_n = 0$

$a_n = C_n + C_{-n}$ $\quad b_n = j(C_n - C_{-n})$

Entonces $a_n = 2c_n$ para $n \neq 0$

$a_0 = C_0$

Sustituyendo C_n: $\quad n \geq 1$

$$a_n = -\frac{2}{T n^2 \omega_0^2}\left[2a\cos(n\omega_0 d_2) + 2b\cos(n\omega_0 d_1) + c\right]$$

- coeficiente DC:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,dt$$

- Magnitud de Espectro $|C_n|$:

para un coeficiente complejo:

$$|C_n| = \sqrt{[Re\{C_n\}]^2 + [Im\{C_n\}]^2}$$

En nuestro caso

Como $x(t)$ es real y par, C_n son reales puras,
$Im\{C_n\} = 0$, por lo tanto

$|c_n| = |Re\{c_n\}|$

Fase $\angle c_n$:

$$\angle c_n = \tan^{-1}\left(\frac{Im\{c_n\}}{Re\{c_n\}}\right)$$

En este caso como $Im\{c_n\} = 0$
La fase depende del signo de $Re\{c_n\}$

Si $Re\{c_n\} > 0 \rightarrow \angle c_n = 0$ rad

Si $Re\{c_n\} < 0 \rightarrow \angle c_n = \pi$ rad

Si $Re\{c_n\} = 0 \rightarrow \angle c_n =$ Indeterminado

- Error relativo de reconstrucion:

Señal reconstruida.

$$x_{rec}(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n\, e^{jn\omega_0 t}$$

$\left.\begin{matrix} N = 5 \\ N = 4 \end{matrix}\right\}$ en simulacion

- Error absoluto.

$$e(t) = x(t) - x_{rec}(t)$$

- Error relativo.

$$E_{rel}(t) = \frac{|x(t) - x_{rec}(t)|}{\max|x(t)|}$$

$\Big\}\ \max[x(t)] = A = 1.0$

- Potencia de error

$$P_{error} = \sum_{|n|>5} |c_n|^2$$

- Potencia de señal

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|^2\, dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$