MATEMÁTICA I - AULA: 10/06/2021

AVALIAÇÃO DO PRIMEIRO SEMESTRE

Nota 1 = **Primeira prova:** 29-04-2021 [nota: 0.0 á 10.0]

Nota 2 = **Segunda prova:** 17-06-2021 [nota: 0.0 á 10.0]

$$\textbf{Média do 1º semestre} = \frac{\textbf{Nota 1 + Nota 2}}{\textbf{2}} \geq 7.0 \text{ (férias)}$$

Prova substitutiva: 24-06-2020 [nota: 0.0 á 10.0]

A **prova substitutiva** é apenas para o aluno que obteve média **< 7.0** na disciplina. A nota da "prova substitutiva" **substituirá** a menor nota das 2 (duas) provas feitas no 1º semestre, e um novo cálculo de média será realizado.

EXAME

Critério para o aluno ter direito a fazer exame**.**

Média para fazer exame → **4.0 ≤ média final do ano < 7.0**

EXAME: de 04 a 10 de dezembro de 2021

Conteúdo Programático para prova: toda a teoria dada no 1º semestre

- As provas vão ser disponibilizadas no MOODLE na data marcada.
- As provas devem ser enviadas pelo **MOODLE** (no tópico onde foi disponibilizada a prova), no prazo estipulado na instrução da prova.

❖ OPERAÇÕES COM MATRIZES

➢ Produto de Matriz Booleana

A matriz booleana é definida como sendo uma matriz, cujos elementos são compostos apenas de zero e um. A multiplicação de duas matrizes booleanas é feita utilizando a operação de disjunção inclusiva (conectivo lógico ∨) e a operação de conjunção (conectivo lógico ∧). Lembrando que ∨ (operação ou) e ∧ (operação e). As operações booleanas para ∨ e ∧ são dadas por:

OR (OU)

operação em lógica

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

⟶

operação booleana

p	q	p ∨ q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

AND (E)

operação em lógica

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

⟶

operação booleana

p	q	p ∧ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Observação 1: *Na tabela verdade da operação booleana V=1 e F= 0.*

Observação 2: *Na multiplicação de matrizes booleanas o processo é semelhante ao produto de matrizes não booleanas, a diferença é que o sinal de + será trocado pelo conectivo ∨ (ou) e o sinal de x será trocado pelo conectivo ∧ (e). E para obter o resultado da multiplicação será utilizada a tabela verdade da operação booleana.*

Observação 3: *Só é possível determinar o produto de matriz booleana entre A e B, se o número de colunas de A é igual ao número de linha de B, assim como no produto de matrizes não booleanas.*

Observação 4: *O processo de multiplicação de matrizes não booleanas foi dado na aula de teoria do dia 20-05-2021.*

Observação 5: *O produto de matriz booleana também não é comutativa (A.B≠B.A).*

Explicitando a operação booleana da tabela verdade tem-se que:

Para o conectivo $\vee$	Para o conectivo $\wedge$
$1 \vee 1 = 1$	$1 \wedge 1 = 1$
$1 \vee 0 = 1$	$1 \wedge 0 = 0$
$0 \vee 1 = 1$	$0 \wedge 1 = 0$
$0 \vee 0 = 0$	$0 \wedge 0 = 0$

EXEMPLO:

1) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2x2}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2x2}$, determinar A.B e B.A.

Solução:

❖ **A . B**

$$A \, . \, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{(0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1)}^{\text{1ª L de A x 1ªC de B}} & \overbrace{(0 \wedge 0 \vee 1 \wedge 0)}^{\text{1ªL de A x 2ªC de B}} \\ \underbrace{(1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1)}_{\text{2ªL de A x 1ªC de B}} & \underbrace{(1 \wedge 0 \vee 1 \wedge 0)}_{\text{2ªL de A x 2ªC de B}} \end{bmatrix}$$

O processo para resolver as operações booleanas é feito em dois passos.

1º passo: resolver a operação $\wedge$ utilizando a tabela verdade da operação booleana

$$A \, . \, B = \begin{bmatrix} (\overbrace{0 \wedge 1}^{0} \vee \overbrace{1 \wedge 1}^{1}) & (\overbrace{0 \wedge 0}^{0} \vee \overbrace{1 \wedge 0}^{0}) \\ (\underbrace{1 \wedge 1}_{1} \vee \underbrace{1 \wedge 1}_{1}) & (\underbrace{1 \wedge 0}_{0} \vee \underbrace{1 \wedge 0}_{0}) \end{bmatrix}$$

$$A \, . \, B = \begin{bmatrix} (0 \vee 1) & (0 \vee 0) \\ (1 \vee 1) & (0 \vee 0) \end{bmatrix}$$

2º passo: resolver a operação $\vee$ utilizando a tabela verdade da operação booleana.

$$A \,.\, B = \begin{bmatrix} \overbrace{(0 \vee 1)}^{1} & \overbrace{(0 \vee 0)}^{0} \\ \underbrace{(1 \vee 1)}_{1} & \underbrace{(0 \vee 0)}_{0} \end{bmatrix}$$

Portanto: $A \,.\, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2x2}$

❖ **B . A**

A solução desse produto foi utilizando a tabela de operação booleana direto.

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{(1 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1)}^{1^a \text{ L de A x } 1^a \text{C de B}} & \overbrace{(1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1)}^{1^a \text{L de A x } 2^a \text{C de B}} \\ \underbrace{(1 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1)}_{2^a \text{L de A x } 1^a \text{C de B}} & \underbrace{(1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1)}_{2^a \text{L de A x } 2^a \text{C de B}} \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} (0 \vee 0) & (1 \vee 0) \\ (0 \vee 0) & (1 \vee 0) \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2x2}$$

Observação: *Notem que o produto da matriz A . B* **≠** *B . A, e isso comprova o que já foi citado na observação 4.*

2) Dada a matriz A = $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3x3}$, determinar:

2.1) A²

Solução:

A² = A . A

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{x} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0\mathrm{v}0\mathrm{v}1) & (0\mathrm{v}0\mathrm{v}0) & (0\mathrm{v}0\mathrm{v}0) \\ (0\mathrm{v}0\mathrm{v}1) & (0\mathrm{v}0\mathrm{v}0) & (1\mathrm{v}0\mathrm{v}0) \\ (0\mathrm{v}0\mathrm{v}0) & (0\mathrm{v}0\mathrm{v}0) & (1\mathrm{v}0\mathrm{v}0) \end{bmatrix}$$

Portanto:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

LISTA DE EXERCÍCIOS
(Essa atividade não é para nota)
Prazo de entrega até às 23h55 do dia 15-06-2021

Procure fazer a lista de exercício para se preparar para as provas e em caso de dificuldade poder tirar dúvidas ok? O aluno que quiser a correção da lista de exercício, basta enviar resolvida em arquivo pdf no MOODLE na tarefa do dia da aula.

ATENÇÃO: Para entregar a atividade, favor clicar no botão ENVIAR para declarar seu envio como definitivo e não aparecer mensagem de "entrega atrasada".

1) Dada a matrizes booleanas A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3x3}$ e B = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3x3}$ determinar:

Deixar na resolução o resultado da operação v (ou)

1.1) A . B

1.2) B . A

2) Determinar a inversa das matrizes dadas:

2.1) A = $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2x2}$

2.2) B = $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}_{2x2}$