

data
fecha 10.06.21

(D) (S) (T) (Q) (S) (S)
(D) (L) (M) (M) (J) (V) (S)

2) Dada a Matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$, determinar:

2.1) A^2

↳ Solução:

$$A^2 = A \cdot A$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1) & (0 \wedge 0 \vee 0 \wedge 0 \vee 1 \wedge 0) & \dots \\ (2^a L e 1^a C) & (2^a L e 2^a C) & (2^a L e 3^a C) \\ (3^a L e 1^a C) & (3^a L e 2^a C) & (3^a L e 3^a C) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (0 \vee 0 \vee 1) & (0 \vee 0 \vee 0) & (0 \vee 0 \vee 0) \\ (0 \vee 0 \vee 1) & (0 \vee 0 \vee 0) & (1 \vee 0 \vee 0) \\ (0 \vee 0 \vee 0) & (0 \vee 0 \vee 0) & (1 \vee 0 \vee 0) \end{bmatrix}, \text{ Portanto: } A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Nome: Gabriel Gonçalves de Oliveira RA: 2111550021

Professora: Dra. Marisa Atsuko Mitto - 1º ADS

Lista de Exercícios - Matemática - Aula 15

1) Dadas as matrizes booleanas $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$, determinar:
(Deixar na resolução o resultado da operação \vee (ou))

1.1) $A \cdot B$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1) & (1 \wedge 0 \vee 1 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1) & (1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1) \\ (0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1) & (0 \wedge 0 \vee 1 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1) & (0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1) \\ (1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1) & (1 \wedge 0 \vee 0 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1) & (1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1 \vee 0 \vee 0) & (0 \vee 0 \vee 0) & (1 \vee 1 \vee 0) \\ (0 \vee 0 \vee 1) & (0 \vee 0 \vee 1) & (0 \vee 1 \vee 1) \\ (1 \vee 0 \vee 0) & (0 \vee 0 \vee 0) & (1 \vee 0 \vee 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Portanto, $A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

1.2) $B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$

$= \begin{bmatrix} (1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1) & (1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0) & (1 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0) \\ (0 \wedge 1 \vee 0 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1) & (0 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0) & (0 \wedge 0 \vee 0 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0) \\ (1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1) & (1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0) & (1 \wedge 0 \vee 1 \wedge 1 \vee 1 \wedge 0) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (1 \vee 0 \vee 1) & (1 \vee 0 \vee 0) & (0 \vee 0 \vee 0) \\ (0 \vee 0 \vee 1) & (0 \vee 0 \vee 0) & (0 \vee 0 \vee 0) \\ (1 \vee 0 \vee 1) & (1 \vee 1 \vee 0) & (0 \vee 1 \vee 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

Portanto, $B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

2) Determinar a inversa das matrizes dadas:

2.1) $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \rightarrow A \cdot A^{-1} = I_2 \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} (-1 \cdot a + 5 \cdot c) & (-1 \cdot b + 5 \cdot d) \\ (2 \cdot a + 3 \cdot c) & (2 \cdot b + 3 \cdot d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\det(A) = (-1) \cdot 3 - 5 \cdot 2$
 $\det(A) = -3 - 10 = -13$
 $\det(A) = -13 \neq 0.$

$\Rightarrow \begin{cases} -1a + 5c = 1 & -1b + 5d = 0 \\ 2a + 3c = 0 & 2b + 3d = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} -1a + 5c = 1 \\ 2a + 3c = 0 \end{cases}$

data
fecha 10.06.21

D S T Q S S
D L M M J V S

$$\begin{cases} -1a + 5c = 1 & \cdot (2) \\ 2a + 3c = 0 & \cdot (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a + 10c = 2 \\ 2a + 3c = 0 \end{cases} +$$

$$0 \quad 13c = 2$$

$$c = \frac{2}{13}$$

$$\begin{cases} -1a + 5c = 1 & \cdot (-3) \\ 2a + 3c = 0 & \cdot (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 15c = -3 \\ 10a + 15c = 0 \end{cases} +$$

$$13a + 0 = -3$$

$$a = \frac{-3}{13}$$

$$\begin{cases} -1b + 5d = 0 & \cdot (2) \\ 2b + 3d = 1 & \cdot (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2b + 10d = 0 \\ 2b + 3d = 1 \end{cases} +$$

$$0 + 13d = 1$$

$$d = \frac{1}{13}$$

$$\begin{cases} -1b + 5d = 0 & \cdot (-3) \\ 2b + 3d = 1 & \cdot (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3b - 15d = 0 \\ 10b + 15d = 5 \end{cases} +$$

$$13b + 0 = 5$$

$$b = \frac{5}{13}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -3/13 & 5/13 \\ 2/13 & 1/13 \end{bmatrix}$$

2x2

~~2.2)~~

$$2.2) B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \rightarrow B \cdot B^{-1} = I_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} (3 \cdot a + (-1) \cdot c) & (3 \cdot b + (-1) \cdot d) \\ (-5 \cdot a + 4 \cdot c) & (-5 \cdot b + 4 \cdot d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(B) = 3 \cdot 4 - (-5) \cdot (-1)$$

$$\det(B) = 12 - 5 = 7$$

$$\det(B) = 7 \neq 0$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 3a - 1c = 1 & 3b - 1d = 0 \\ -5a + 4c = 0 & -5b + 4d = 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a - 1c = 1 \\ -5a + 4c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 1c = 1 & \cdot (5) \\ -5a + 4c = 0 & \cdot (3) \end{cases} \quad \begin{cases} 3a - 1c = 1 & \cdot (4) \\ -5a + 4c = 0 & \cdot (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a - 5c = 5 \\ -15a + 12c = 0 \end{cases} + \quad \begin{cases} 12a - 4c = 4 \\ -5a + 4c = 0 \end{cases} +$$

$$\hline 0 + 7c = 5 \quad \quad \quad 7a + 0 = 4$$

$$\boxed{c = \frac{5}{7}}$$

$$\boxed{a = \frac{4}{7}}$$

$$\begin{cases} 3b - 1d = 0 & \cdot (5) \\ -5b + 4d = 1 & \cdot (3) \end{cases} \quad \begin{cases} 3b - 1d = 0 & \cdot (4) \\ -5b + 4d = 1 & \cdot (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15b - 5d = 0 \\ -15b + 12d = 3 \end{cases} + \quad \begin{cases} 12b - 4d = 0 \\ -5b + 4d = 1 \end{cases} +$$

$$\hline 0 + 7d = 3 \quad \quad \quad 7b + 0 = 1$$

$$\boxed{d = \frac{3}{7}}$$

$$\boxed{b = \frac{1}{7}}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 4/7 & 1/7 \\ 5/7 & 3/7 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

Gabriel Gonçalves de Oliveira 2111550021 1º ADS

pg 4

"Bem-aventurado o povo que conhece os gritos de alegria, que anda, ó Senhor, na luz da tua presença. Em teu nome se alegra o dia todo e na tua justiça se exalta, porque tu és a glória de sua força; no teu favor se exaltado o nosso poder. Pois ao Senhor pertence o nosso escudo, e ao Santo de Israel, o nosso ~~rei~~ rei." Salmos 89:15-18

