MATEMÁTICA I - AULA: 08/04/2021

Revisão Básica de Matemática

Propriedade Distributiva (ou Lei Distributiva da Multiplicação e Divisão)

- Propriedade Distributiva à esquerda -> $a\,(b+c) = ab + ac \quad \forall\ a, b, c \in \mathbb{R}$

- Propriedade Distributiva à direita -> $(b+c)\,a = ba + ca \quad \forall\ a, b, c \in \mathbb{R}$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Um sistema de equações é constituído por um conjunto de equações que apresentam mais de uma incógnita. Um sistema é chamado do 1º grau, quando o maior expoente das incógnitas, que integram as equações, é igual a 1 e não existe multiplicação entre essas incógnitas.

Um sistema de equação de 1º grau com duas incógnitas é formado por:

- Duas equações de 1º grau com duas incógnitas diferentes em cada equação.

Exemplo

$$a)\ \begin{cases} \frac{1}{2}x - 7y = 1 \\ 3x + 11y = 28 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} -3x - 7y = 4 \\ 6x - 14y = 10 \end{cases}$$

SOLUÇÃO PARA SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Para resolver um sistema é necessário encontrar os valores de x e y que satisfaçam simultaneamente todas as equações. Existem inúmeros métodos de solução para sistemas equações lineares, aqui na disciplina será utilizado o método mais simples que é o METODO DA ADIÇÃO (OU ELIMINAÇÃO).

1) METODO DA ADIÇÃO (OU ELIMINAÇÃO)

Esse método consiste em adicionar as duas equações de tal forma que a soma de uma das incógnitas (ou variáveis) seja zero.

1º caso: Se os coeficientes das variáveis são iguais e de sinais opostos, então somar as duas equações.

2º caso: Se os coeficientes forem diferentes, então multiplicar as equações por números adequados para que os coeficientes fiquem iguais e sinais opostos. E após esse procedimento somar as duas equações.

sinais iguais | sinais diferentes

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \times(-5) \\ 5x - 3y = -1 & \times(2) \end{cases}$$

Efetuar a multiplicação

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \times(-5) \\ 5x - 3y = -1 & \times(2) \end{cases}$$

Novo sistema após a multiplicação

$$\begin{cases} -10x - 15y = -40 \\ 10x - 6y = -2 \end{cases}$$

sinais diferentes | sinais iguais

$$\begin{cases} -2x + 3y = 8 & \times(5) \\ 5x - 3y = -1 & \times(2) \end{cases}$$

Efetuar a multiplicação

$$\begin{cases} -2x + 3y = 8 & \times(5) \\ 5x - 3y = -1 & \times(2) \end{cases}$$

Novo sistema após a multiplicação

$$\begin{cases} -10x + 15y = 40 \\ 10x - 6y = -2 \end{cases}$$

Exemplo:

Seja o sistema de equações dado por:

$$\begin{cases} 2\,x + 3\,y = 3 \\ 3\,x - 3\,y = \ -1 \end{cases}$$

Solução:

Eliminar x

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 & \times(3) \\ 3x - 3y = -1 & \times(-2) \end{cases}$$

Efetuando a multiplicação

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 & \times(3) \\ 3x - 3y = -1 & \times(-2) \end{cases}$$

Novo sistema após a multiplicação

$$\begin{cases} \cancel{6x} + 9y = 9 \\ \cancel{-6x} + 6y = 2 \end{cases} \quad + \qquad 0$$

$$9y + 6y = 9 + 2$$

$$15y = 11$$

$$\boxed{y = \frac{11}{15}}$$

Eliminar y

$$\begin{cases} 2x + \cancel{3y} = 3 \\ 3x - \cancel{3y} = -1 \end{cases} \quad + \qquad 0$$

$$2x + 3x = 3 - 1$$

$$5x = 2$$

$$\boxed{x = \frac{2}{5}}$$

Portanto, a solução do sistema é x = 2/7 e y = 11/15.

Observação: A aplicação do método da adição (ou eliminação) nas variáveis x e y obtém-se sempre como resultante uma equação do 1º grau para resolver. O que é mais simples e menos complicado de se resolver. Será o método utilizado na disciplina.

2) MÉTODO DA ADIÇÃO + MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

Na literatura, existe outra maneira de resolver sistema de equações, na qual é utilizado o método da adição para determinar uma das variáveis e substituir o resultado em uma das equações para obter o valor da outra variável.

Dado o sistema:

$$\begin{cases} 3x - 4y - 5 = 2x - 5y + 15 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Solução:

Primeiro separar todas as parcelas com variáveis x e y para á esquerda e as parcelas somente com números para a direita. E somar os termos semelhantes.

$$\begin{cases} 3x - 4y - 5 = 2x - 5y + 15 \quad (\#) \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

$$(\#) \quad 3x - 2x - 4y + 5y = 15 + 5$$

$$x + y = 20$$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Eliminar x:

$$\begin{cases} 1x + y = 20 & x(-3) \\ 3x + 4y = 72 & \boxed{x(1)} \end{cases}$$ Quando for 1 não precisa colocar

Novo sistema de equações após multiplicação

$$\begin{cases} -3x - 3y = -60 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Somar as duas equações e a soma da variável x é igual s zero.

$$\begin{array}{l} \cancel{-3x} - 3y = -60 \\ \underline{\cancel{3x} + 4y = 72} \quad + \\ 0 \qquad +y = 12 \end{array}$$

Aplicar o método da substituição para determinar x

Substituir em uma das equações para determinar o valor de x.

Substituição na 1ª equação

$x + y = 20$

$x + 12 = 20$

$x = 20 - 12$

$x = 8$

Substituição na 2ª equação

$3x + 4y = 72$

$3x + 4\ (12) = 72$

$3x + 48 = 72$

$3x = 72 - 48$

$3x = 24 \quad -> x = \frac{24}{3}$

$x = 8$

Portanto, a solução desse sistema é x = 8 e y = 12

EXEMPLO COM FRAÇÃO

$$\begin{cases} \frac{1x}{2} + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Eliminar x

$$\begin{cases} \frac{1x}{2} + y = 2 & \times\ (-1) \\ x - y = 1 & \times \left(\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

Novo sistema após a multiplicação

$$\begin{cases} -\frac{1x}{2} - y = -2 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad +$$

0

$$-\frac{y}{1} - \frac{1}{2}y = -\frac{2}{1} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{-2y - y}{\cancel{2}} = \frac{-4 + 1}{\cancel{2}}$$

$$-3y = -3 \quad x(-1)$$

$$3y = 3$$

$$y = \frac{3}{3}$$

$$\boxed{y = 1}$$

Eliminar y

$$\begin{cases} \frac{1x}{2} + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad +$$

0

$$\frac{1x}{2} + \frac{x}{1} = 2 + 1$$

$$\frac{x + 2x}{2} = 3$$

$$\frac{3x}{2} = 3$$

$$x = \frac{\cancel{3} \cdot 2}{\cancel{3}}$$

$$\boxed{x = 2}$$

Portanto, a solução desse sistema é x = 2 e y = 1

"As pessoas mais felizes não têm as melhores coisas. Elas sabem fazer o melhor das oportunidades que aparecem em seus caminhos". (Clarice Lispector)

LISTA DE EXERCÍCIOS
(Essa atividade não é para nota)
Prazo de entrega até às 23h55 do dia 15-04-2021

Procure fazer a lista de exercício para se preparar para as provas e em caso de dificuldade poder tirar dúvidas ok? O aluno que quiser a correção da lista de exercício, basta enviar resolvida em arquivo pdf no MOODLE na tarefa do dia da aula.

ATENÇÃO: Para entregar a atividade, favor clicar no botão ENVIAR para declarar seu envio como definitivo e não aparecer mensagem de "entrega atrasada".

1) Determinar a solução do sistema de equações:

a) $\begin{cases} -3\mathrm{x} - \mathrm{y} = 4 \\ 6x - 14y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7\mathrm{x} - 3\mathrm{y} = -5 \\ 2x - 4y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -13\mathrm{x} + 2\mathrm{y} = -1 \\ 11x - 5y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{-1}{3}\mathrm{x} + 2\mathrm{y} = 3 \\ 5x - 5y = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x + \frac{2}{5}y = -1 \\ 11x - 7y = 5 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -13x + 2y = 2 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 10 \end{cases}$

g) $\begin{cases} -9x - y = -18x - 2y - 1 \\ -4x - 4y = -8x - 3y + 11 \end{cases}$

h) $\begin{cases} -5x + 8y = 3 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 5x - 3y + 10 = 10x - 6y + 18 \\ 2x - 12y - 10 = -2x - 9y + 50 \end{cases}$