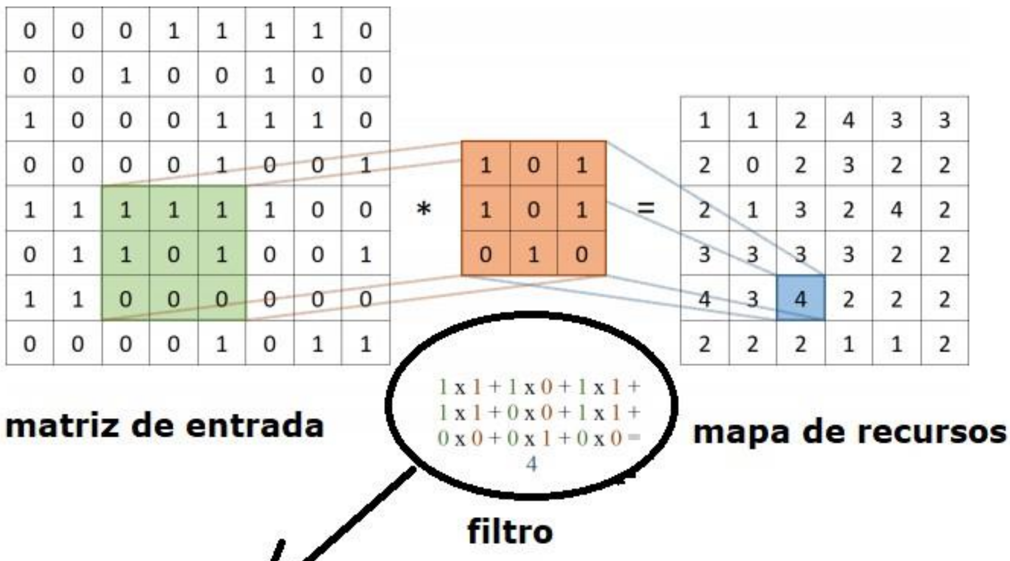
MATEMÁTICA I - AULA: 14/05/2021

MATRIZES

DEEP LEARNING - Redes neurais convolucionais

Deep Learning é um tipo de *machine learning* (aprendizado de máquina) que treina computadores para realizar tarefas como seres humanos, o que inclui reconhecimento de fala, identificação de imagem e previsões. Ele configura parâmetros básicos sobre os dados e treina o computador para aprender sozinho através do reconhecimento padrões em várias camadas de processamento, ao invés de organizar dados para serem executados utilizando equações predefinidas.

Redes neurais convolucionais são tipos de redes neurais profunda especializada em visualização e processamento de imagens.

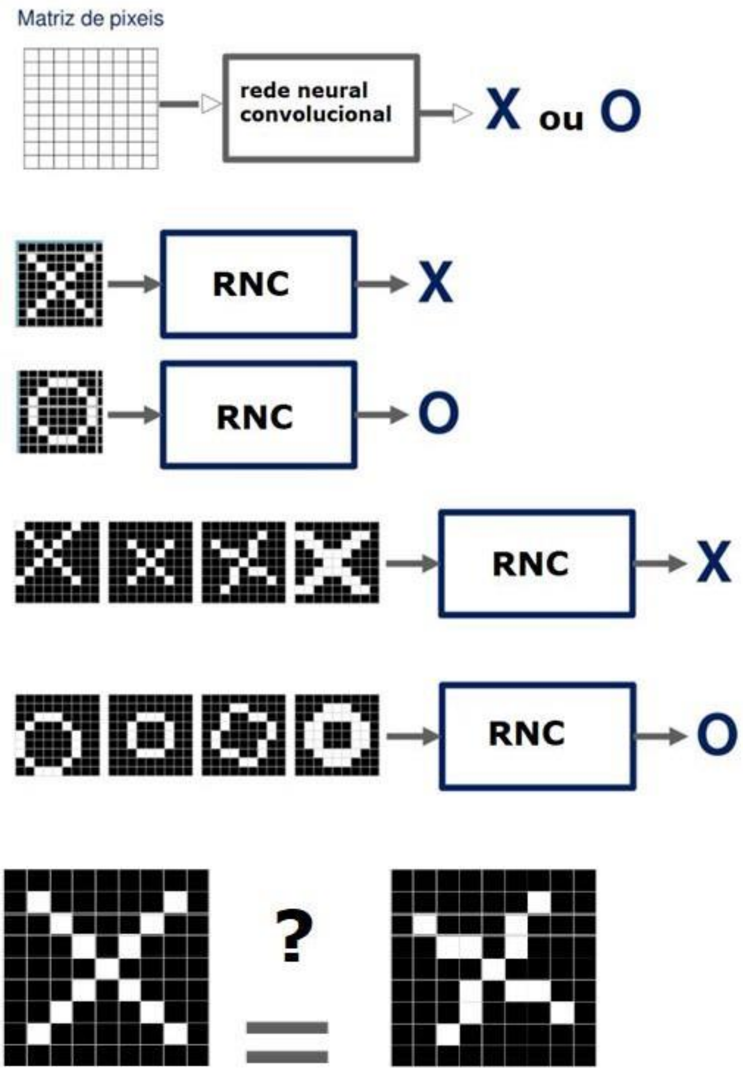


Não é produto de matrizes

É produto escalar (matriz multiplicada por um número)

EXEMPLO: Identificar escrita

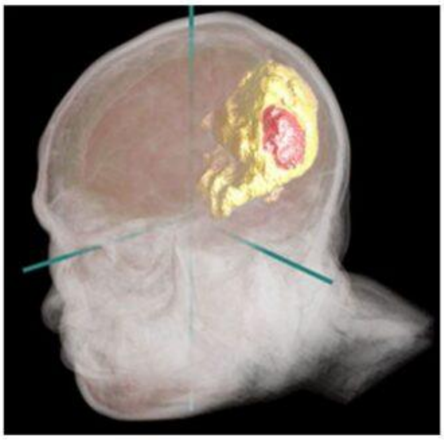
Os pixels com um 0 são arbitrados como negros, pixels com 1 são arbitrados como brancos.

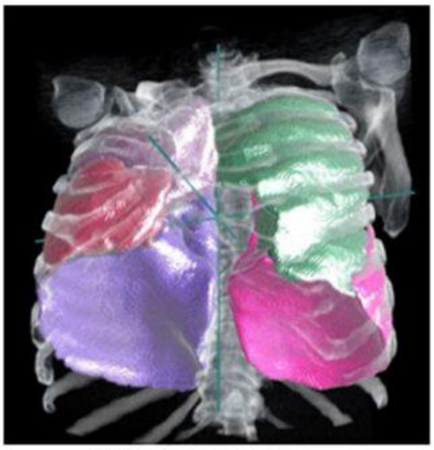


O Projeto I**nnerEye** (Microsoft) se baseia em muitos anos de pesquisa em visão computacional e aprendizado de máquina. Ele emprega algoritmos como Deep Decision Forests, bem como as mais recentes Redes Neurais Convolucionais para a segmentação automática e baseada em voxels de imagens médicas. (*voxel* representa um valor em um gride regular em um espaço tridimensional.

Kit de ferramentas de aprendizado profundo InnerEye de código aberto está disponível para os interessados.

As figuras mostram as aplicações potenciais para o InnerEye Deep Learning Toolkit que incluem radiologia quantitativa para monitorar a progressão do tumor, planejamento para cirurgia e planejamento de radioterapia.


Quantitative radiology


Radiation oncology

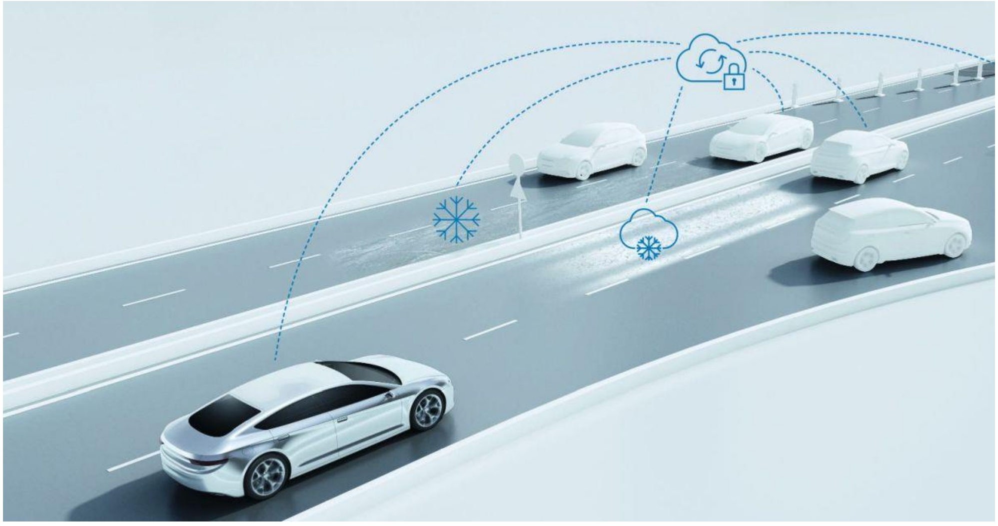

Surgical planning

Uma aplicação importante é auxiliar os médicos nas tarefas de preparação e planejamento de imagens para o tratamento do câncer por radioterapia.

O objetivo do Projeto InnerEye é democratizar a IA para análise de imagens médicas e capacitar desenvolvedores em institutos de pesquisa

- Deep learning e veículo autônomo

O veículo autônomo tem que ser capaz de pensar com mais agilidade e tomar decisões de forma rápida, enxergar de modo periférico e não enfrentar os principais obstáculos do trânsito.



A tecnologia utilizada para treinar a máquina é baseada em deep learning, com base no mais novo programa de rede neural. A ideia dessa nova tecnologia é fazer com que o carro visualiza o mundo real e reconhece obstáculos no meio do caminho antes de tomar qualquer decisão.

O Iara (Intelligent Autonomous Robotic Automobile) nasceu de um projeto da Universidade Federal do Espírito Santo e, hoje, é um dos primeiros veículos autônomos brasileiros a trafegar em vias urbanas e em rodovias.

- Vários trabalhos utilizando aprendizado profundo na detecção e diagnóstico de COVID-19, utilizando as modalidades de radiologia.
- Reconhecimento de fala
- Reconhecimento facial. ...
- Diagnósticos no setor de saúde. ...
- Etc...

OPERAÇÕES COM MATRIZES

- **Subtração de matrizes**

Dadas as matrizes A=(aij)mxn e B= (bij)mxn , a **DIFERENÇA** entre essas matrizes é a soma de A com a matriz oposta de B, dada pela matriz C= (cij)mxn, para todo 1≤ i ≤ m e todo 1≤ j ≤ n.

$$C = A - B = A + (-B)$$

Visualmente, a diferença de matrizes é feita da seguinte forma:

elementos correspondentes

$$\begin{bmatrix} a & b & \cdots \\ c & d & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}_{mxn} - \begin{bmatrix} e & f & \cdots \\ g & h & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}_{mxn} = \begin{bmatrix} (a - e) & (b - f) & \cdots \\ (c - g) & (d - h) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}_{mxn}$$

As reticências indicam que o padrão é o mesmo para os outros elementos.

Observação: *na diferença de matrizes também vale a regra de que as matrizes devem possuir a mesma ordem (ou dimensão).*

EXEMPLO

1) Dadas as matrizes,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}_{3x3} \; ; \quad B = \begin{pmatrix} -7 & -8 & 9 \\ 12 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}_{3x3} \quad e \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 6 & 7 & 1 \\ 2 & 8 & 7 \end{pmatrix}_{3x3}$$

, determinar:

1.1) A - B

Neste exemplo, vou resolver de duas formas:

$$\underbrace{A - B}_{\textbf{solução 1}} = \underbrace{A + (-B)}_{\textbf{solução 2}}$$

Solução 1: *fazer a subtração direta. A ressalva nesta solução é a observação em vermelho.*

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -7 & -8 & 9 \\ 12 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

cuidado quando o número da segunda matriz é negativo

$$A - B = \begin{pmatrix} \overbrace{[1-(-7)]} & \overbrace{[2-(-8)]} & (3-9) \\ (-4-12) & (5-6) & (6-5) \\ (4-8) & (6-7) & (8-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+7) & (2+8) & (3-9) \\ (-4-12) & (5-6) & (6-5) \\ (4-8) & (6-7) & (8-4) \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 8 & 10 & -6 \\ -16 & -1 & 1 \\ -4 & -1 & 4 \end{pmatrix}_{3x3}$$

Solução 2: *fazer a subtração transformando-a em soma.*

$$A - B = A + (-B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} + \left(- \begin{pmatrix} -7 & -8 & 9 \\ 12 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 4 \end{pmatrix} \right)$$

"trocar" o sinal de todos os números da matriz

transformar em soma é:

$$A + (-B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} + \overbrace{\begin{pmatrix} -(-7) & -(-8) & -9 \\ -12 & -6 & -5 \\ -8 & -7 & -4 \end{pmatrix}}$$

$$A + (-B) = \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 8 & -9 \\ -12 & -6 & -5 \\ -8 & -7 & -4 \end{pmatrix}}^{\textbf{utilizar soma de matriz}}$$

$$A + (-B) = \begin{pmatrix} (1+7) & (2+8) & (3-9) \\ (-4-12) & (5-6) & (6-5) \\ (4-8) & (6-7) & (8-4) \end{pmatrix}$$

$$A + (-B) = \begin{pmatrix} 8 & 10 & -6 \\ -16 & -1 & 1 \\ -4 & -1 & 4 \end{pmatrix}_{3x3}$$

.

Escolher uma das formas para resolver a subtração de matrizes. Qualquer uma das formas, o cuidado é quando o número da segunda matriz é negativo (não pode esquecer-se de fazer a regra de sinal da multiplicação)

1.2) C – B - A

Solução:

$$C - B - A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 6 & 7 & 1 \\ 2 & 8 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -7 & -8 & 9 \\ 12 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C - B - A = \overbrace{\begin{pmatrix} (2+7-1) & (3+8-2) & (-4-9-3) \\ (6-12+4) & (7-6-5) & (1-5-6) \\ (2-8-4) & (8-7-6) & (7-4-8) \end{pmatrix}}^{\textbf{cálculo direto com a regra de sinal}}$$

$$C - B - A = \begin{pmatrix} (9-1) & (11-2) & (-16) \\ (10-12) & (7-11) & (1-11) \\ (2-12) & (8-13) & (7-12) \end{pmatrix}$$

$$C - B - A = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -16 \\ -2 & -4 & -10 \\ -10 & -5 & -5 \end{pmatrix}_{3x3}$$

- **Multiplicação de um número real por uma matriz (ou Produto de escalar por uma matriz)**

Dados um número real K e uma matriz A do tipo m x n, a **MULTIPLICAÇÃO** de K por A é uma matriz B do tipo m x n obtida pela multiplicação de cada elemento da matriz A por K. A representação é dada por:

$$B = K.\ A$$

onde $b_{ij} = K\ a_{ij}$ para todo $1 \le i \le m$ e todo $1 \le j \le n$.

Representação visual da multiplicação de uma matriz quadrada multiplicada por k é:

$$k \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k \cdot a_{11} & k \cdot a_{12} & \cdots & k \cdot a_{1n} \\ k \cdot a_{21} & k \cdot a_{22} & \cdots & k \cdot a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k \cdot a_{n1} & k \cdot a_{n2} & \cdots & k \cdot a_{nn} \end{bmatrix},$$

onde n é o número de colunas.

EXEMPLO

1) k=4 e A = $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2x3}$

Solução:

B = k . A

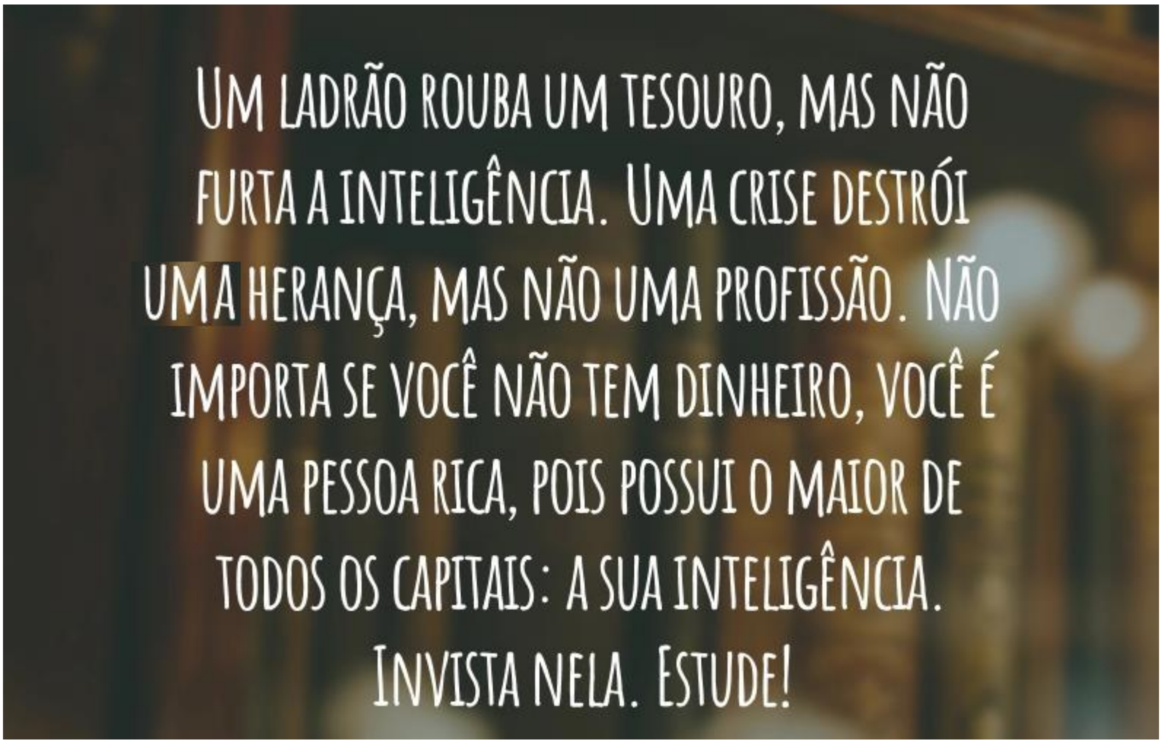
$$\mathbf{B} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 12 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

2) k=3 e $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}_{2x2}$

Solução:

B = k . A

$$B = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.\ 2 & 3.7 \\ 3.(-1) & 3.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 21 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$



LISTA DE EXERCÍCIOS

(Essa atividade não é para nota)

Prazo de entrega até às 23h55 do dia 21-05-2021

Procure fazer a lista de exercício para se preparar para as provas e em caso de dificuldade poder tirar dúvidas ok? O aluno que quiser a correção da lista de exercício, basta enviar resolvida em arquivo pdf no MOODLE na tarefa do dia da aula.

ATENÇÃO: Para entregar a atividade, favor clicar no botão ENVIAR para declarar seu envio como definitivo e não aparecer mensagem de "entrega atrasada".

1) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 4 & 11 \\ -15 & 7 \end{bmatrix}_{3x2}$ e $B = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ -14 & 9 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}_{3x2}$, determinar:

1.1) A - 5.B

1.2) B + 7.A

2) Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 7 \\ 9 & \frac{5}{4} & -7 \\ 5 & 2 & \frac{-2}{7} \end{bmatrix}_{3x3}$

2.1) para $K = \frac{-7}{5}$, determinar: K . A

2.2) para K = 5 , determinar: K . A

3) Escreva em forma de tabela a matriz A e B dadas por:

$$A = (a_{ij})_{2x3} \text{ , com } a_{ij} = -2.f(i) + f(j), \text{ com } f(x) = -x^2+3$$

$$B = (b_{ij})_{2x3} \text{ , com } b_{ij} = -i^2 -(-j)^2$$

Determinar:

3.1) A – B

3.2) B – A