

1. INTRODUÇÃO À LÓGICA

Evolução do conceito de Lógica

Origem da lógica -> criação “Aristóteles” na Grécia (lógica enquanto disciplina), sistematizou a lógica.

“Aristóteles” -> (384 - 322 a.C.).

Nascido em Estagira

Falecido em Cálcis, ilha de Eubéia

Objetivo da lógica Aristotélica -> sistematização das regras de argumentação correta.

Definição de Lógica:

- é uma investigação de consequência que existe entre as **premissas** e a **conclusão** de um argumento legítimo;
- é o análise dos métodos de raciocínio;
- é o interesse na forma em lugar do conteúdo;
- é a formalização e catalogação dos métodos de raciocínio.

Lógica Formal:

- emprego de simbologia:
 - clareza e distinção;
- não é empírica (experiência);
- analogia com a matemática para distinguir-se de suas aplicações:
 - psicologia (processos de raciocínio)
 - normas para argumentação correta;

Lógica Matemática:

- é o trabalho em empregar técnicas matemáticas e quando estiver devotada ao estudo do raciocínio matemático;
- noção de “prova matemática”.
- o emprego da lógica, em matemática, está intuitivamente ligado à noção de prova e demonstração.

LÓGICA FORMAL

Análise

- toma como seu principal tópico as proposições e argumentos dedutivos, e é de notação simbólica; constitui de um estudo à priori, constatando com as ciências naturais e as disciplinas.

The New Enciclopaedia Britannica, vol.23, p.250.

- a lógica é a análise dos métodos de raciocínio interessada na forma em lugar do conteúdo. Suas principais tarefas são a formalização e a catalogação sistemáticas dos métodos de raciocínio válidos.

Mendelson, E. Introduction to Mathematical Logic, P.1.

Para obter-se um bom relacionamento entre computação e lógica matemática é necessário uma preocupação com as aplicações e à elegância matemática.

Mc Canthy, J. A Basis For a Mathematical Theory of Computation.

A manipulação de símbolos é um papel importante tanto na teoria dos sistemas formais quanto na programação de computadores.

Os computadores eletrônicos surgiram a trinta anos atrás usados para resolver problemas em matemática numérica e para processar dados comerciais.

Durante as quatro últimas décadas, a ênfase deslocou-se do estudo de sistemas formais particulares para a investigação das propriedades dos sistemas formais em geral.

O interesse em lógicas formais deve-se a um desejo de ampliar o escopo do uso do computador para além da área numérica.

Tradução de linguagem, recuperação de informação, participação em jogos, etc, são aplicações que na maior parte não estão sujeitas aos procedimentos de decisão padrão, e algumas são complexas, daí a necessidade de novos algoritmos eficientes e de “atalhos” (método heurístico).

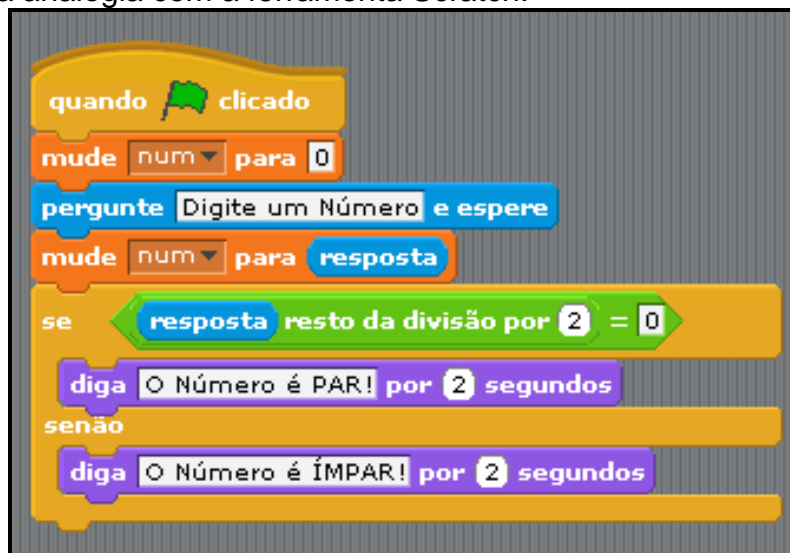
Braffort, P. ed. Op. cit., p. V - VI

Para o lógico:

Programa (algoritmo) -> é um procedimento finitário para resolver um problema. Por exemplo: mostrar se o número é par ou ímpar. O algoritmo baseia-se no operador % que é o resto da divisão. De fato um número é par se o resto da divisão desse número por 2 for 0. Será ímpar se o resto da divisão do número por 2 for 1.

<p>INICIO</p> <pre> numero : = 0; Leia (numero); SE (numero % 2) = 0 ENTÃO Imprima ("Número Par"); FIM SE; SE (numero % 2) = 1 ENTÃO Imprima ("Número Ímpar"); FIM SE; FIM.</pre>	<p>INICIO</p> <pre> numero : = 0; Leia (numero); SE (numero % 2) = 0 ENTÃO Imprima ("Número Par"); SENÃO Imprima ("Número Ímpar"); FIM SE; FIM.</pre>
---	---

Fazendo uma analogia com a ferramenta Scratch:



1.1. PROPOSIÇÃO

- É tudo aquilo que você pode falar ou exprimir de algum ente, etc.;
- Chama-se proposição ou sentenças todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo;
- São entidades que podem ser verdadeiras ou falsas;
- São expressas por meio de orações declarativas;
- Uma proposição diz algo a respeito da verdade:
 Se aquilo é proposição e corresponde à realidade, a proposição é verdadeira, se não corresponde, ela é falsa;
- Nem toda oração expressa uma proposição e orações interrogativas e imperativas não expressam proposições, já que nada afirmam a cerca da realidade, não podendo, portanto, serem verdadeiras ou falsas.

As proposições transmitem pensamentos, isto é, afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados entes.

Exemplos de Proposições:

- (a) A neve é branca.
- (b) O Presidente é competente.
- (c) A lua é um satélite da Terra.
- (d) Curitiba é a capital do Paraná.
- (e) “Matrix” é o título do filme com Keanu Reeves.

Obs: são todas verdadeiras.

Exemplos de orações que não são Proposições:

- (f) Qual é o sentido da vida?
- (g) Amai-vos uns aos outros!
- (h) Que horas são?
- (i) Ponha-se daqui para fora!

A Lógica Matemática adota como regras fundamentais do pensamento os dois seguintes princípios (ou axiomas = noções comuns):

(I) **PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(II) **PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO:** Toda a proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro, ou seja, não tem outro termo.

Por virtude deste princípio diz-se que a Lógica Matemática é uma Lógica bivalente.

Por exemplo, as proposições (a), (b), (c), (d), (e) são todas verdadeiras, mas são falsas as três seguintes proposições:

(j) William Henry Gates (Bill Gates) descobriu o Brasil.

(l) Steve Jobs nasceu em São Paulo. (San Francisco)

(m) 2,79 é um número inteiro.

Assim, as proposições são expressões a respeito das quais tem sentido dizer que são verdadeiras ou falsas.

Argumento Dedutivo

- um argumento dedutivo é um conjunto de proposições, uma das quais é a conclusão e as demais são premissas. A conclusão nunca vai além das premissas. Note que em todos os argumentos dedutivos a conclusão já está contida nas premissas

Exemplo 1:

(A) Todos os homens são mortais

(B) Sócrates é homem.

(C) Logo, Sócrates é mortal.

Exemplo 2:

(A) Só há movimento no carro se houver combustível.

(B) O carro está em movimento.

(C) Logo, há combustível no carro.

Exemplo 3:

(A) $P=Q$

(B) $Q=R$

(C) Logo, $P=R$

A e **B** são Premissas.

C é Conclusão.

Premissas e Conclusão é um conjunto de proposições = Argumento Dedutivo.

1.2. VALORES LÓGICOS DAS PROPOSIÇÕES

- chama-se valor lógico de uma proposição a verdade se a proposição é verdadeira e a falsidade se a proposição é falsa.

Os valores lógicos verdade e falsidade de uma proposição designam-se abreviadamente pelas letras V e F, respectivamente. Assim, o que os princípios da não contradição e do terceiro excluído afirmam é que:

Toda a proposição tem um, e um só, dos valores V, F.

(I) VERDADE

Notação: V, 1

(II) FALSIDADE

Notação: F, 0

Exemplos:

(a) O mercúrio é mais pesado que a água.

(b) O sol gira em torno da Terra.

O valor lógico da proposição (a) é verdade(V) e o valor da proposição (b) é a falsidade(F).

1.3. PROPOSIÇÕES SIMPLES E PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

As proposições podem ser classificadas em simples ou atômicas e compostas ou moleculares.

Definição de Proposições Simples ou Atômica:

Aquela que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. São geralmente designadas pelas letras minúsculas do alfabeto latino: p, q, r, s,..., chamadas letras proposicionais.

Exemplos:

p: Carlos é careca.

q: Pedro é estudante.

r: O número 25 é quadrado perfeito.

Definição de Proposição Composta ou Molecular:

Aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições. São habitualmente designadas pelas letras maiúsculas do alfabeto latino: P, Q, R, S,..., também chamadas de letras proposicionais.

Exemplos:

P: Carlos é careca e Pedro é estudante.

Q: Carlos é careca ou Pedro é estudante.

R: Se Carlos é careca, então é infeliz.

Obs.: cada uma delas é formada por duas proposições simples, mas podendo ser mais de duas.

As proposições simples e as proposições compostas também são chamadas respectivamente átomos e moléculas.

1.4. CONECTIVOS LÓGICOS

Definição:

- chamam-se conectivos lógicos, palavras ou símbolos usados para formar novas proposições a partir de outras.

Conectivos lógicos

E	AND	\wedge
OU	OR	\vee
NÃO	NOT	$\neg (\sim)$
SE... ENTÃO	IF... THEN	\rightarrow
SE E SOMENTE SE	IF ONLY IF	\leftrightarrow

Exemplos:

P: O número 6 é par **e** o número 8 é cubo perfeito.

Q: O triângulo ABC é retângulo **ou** é isósceles.

r: **Não** está chovendo.

S: **Se** Jorge é engenheiro, **então** sabe Matemática.

T: O triângulo ABC é equilátero **se e somente se** é equiângulo.

1.5. TABELA da VERDADE

Segundo o Princípio do terceiro excluído, toda proposição simples p é verdadeira ou é falsa, isto é, tem o valor lógico **V** (verdade) ou **F** (falsidade).

O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles unicamente determinado.

Admitido este princípio, para aplicá-lo na prática à determinação do valor lógico de uma proposição composta dada, recorre-se quase sempre a um dispositivo denominado **tabela da verdade**, na qual figuram todas as possíveis atribuições de valores lógicos às proposições simples componentes.

Exemplo:

- no caso de uma proposição composta cujas proposições simples componentes são p e q , as únicas possíveis atribuições de valores lógicos a p e a q são:

	p	q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Observe-se que os valores lógicos **V** e **F** se alternam de dois em dois para a primeira proposição p e de um em um para a segunda proposição q , e que, além disso, **VV**, **VF**, **FV** e **FF** são os arranjos binários com repetição dos dois elementos **V** e **F**.

No caso de uma proposição composta cujas proposições simples componentes são p , q e r , as únicas possíveis atribuições de valores lógicos a p , a q e a r são:

	p	q	r
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F

Analogamente, observe-se que os valores lógicos **V** e **F** se alternam de quatro em quatro para a primeira proposição **p**, de dois em dois para a segunda proposição **q** e de um em um para a terceira proposição **r**, e que, além disso, **VVV**, **VVF**, **VFV**, **VFF**, **FVV**, **FVF**, **FFV** e **FFF** são os arranjos ternários com repetição dos dois elementos **V** e **F**.

REGRA-GERAL: tabela da verdade se escreve da direita para a esquerda da seguinte forma:

1-1, 2-2, 4-4, 8-8, 16-16, 32-32, 64-64, 128-128, 256-256 ...

1.6. NOTAÇÃO

O valor lógico de uma proposição simples **p** indica-se por **V(p)**. Assim, exprime-se que **p** é verdadeira (**V**), escrevendo: **V(p) = V**.

Analogamente, exprime-se que **p** é falsa (**F**), escrevendo: **V(p) = F**.

Exemplos:

p: O Sol é azul.

q: Um hexágono tem nove diagonais.

r: 2 é raiz da equação $x + 3x - 4 = 0$

Temos:

$$\mathbf{V(p) = F, \quad V(q) = V, \quad V(r) = F}$$

Do mesmo modo, o valor lógico de uma proposição composta **P** indica-se por **V(P)**.