

MATEMÁTICA I - AULA: 29/07/2021

TEORIA DOS CONJUNTOS

• DEFINIÇÕES SOBRE CONJUNTOS

O estudo de **conjuntos** faz parte da base da Matemática e para isso são necessárias as seguintes definições:

- **Conjunto**: agrupamento de objetos distintos denominados elementos do conjunto.
- **Elemento**: partes integrantes distintas que compõem o conjunto.
- **Pertinência entre elemento e conjunto**: relação que associa o elemento ao conjunto.

EXEMPLO

- 1) Conjunto dos números primos $\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$
- 2) Conjunto dos vértices de um pentágono $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
- 3) Conjunto dos meses que começam com a letra a $\{\text{abril}\}$
- 4) Conjunto das vogais do alfabeto da língua portuguesa $\{a, e, i, o, u\}$

• DESCRIÇÃO SOBRE CONJUNTOS

Conjuntos: geralmente expressos por letras maiúsculas $\{A, B, C, D, \dots\}$

Elementos: geralmente expressos por letras minúsculas $\{a, b, c, d, \dots\}$. E esses elementos devem ser explicitados entre chaves $\{ \}$ e separados por vírgula ou descritos por propriedades.

Por enumeração: $A = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, ...

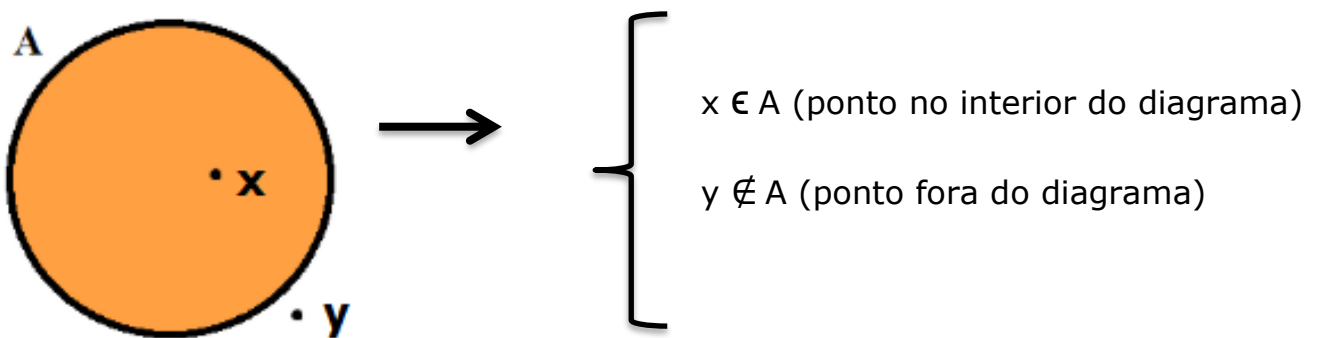
Por propriedade: $A = \{y \text{ é múltiplo de } 2\}$, $B = \{x \text{ é inteiro e } 5 \leq x \leq 10\}$, ...

• RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

Relacionar **um elemento e um conjunto** através da relação de pertinência, ou seja, se x faz parte do conjunto A diz-se que $x \in A$ (lê-se x pertence a A). Se um elemento y não pertence ao conjunto A , escreve-se $y \notin A$.

Graficamente, a pertinência é representada por um ponto no interior de uma curva fechada no plano. Esse tipo de representação é conhecido como **Diagrama de Venn**.

DIAGRAMA DE VENN



EXEMPLO

Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$

- a) $1 \in A$
- b) $3 \in A$
- c) $5 \notin A$
- d) $10 \notin A$

• RELAÇÃO DE CONTINÊNCIA OU INCLUSÃO

Relacionar **um conjunto com outro** através da relação de continência, ou seja, se todo elemento do conjunto A está também no conjunto B, tem-se que $A \subset B$ (A está contido em B).

Graficamente, a representação disso é pelo Diagrama de Venn por região do plano.

DIAGRAMA DE VENN

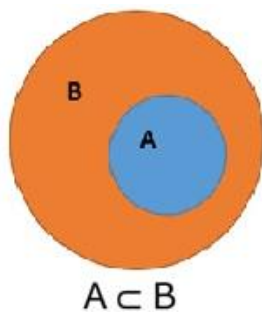


DIAGRAMA DE VENN

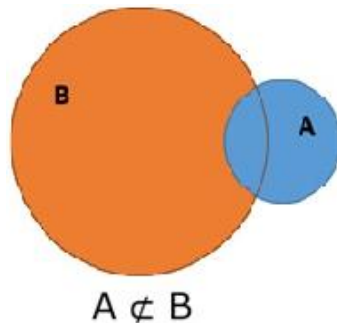
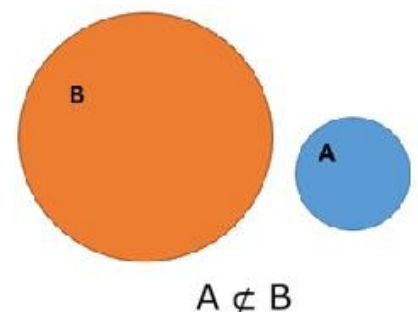


DIAGRAMA DE VENN



EXEMPLO

Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{2, 5, 6\}$ e $D = \{2, 4, 7\}$

a) $B \subset A$

b) $C \subset A$

c) $D \not\subset A$

No caso da relação de continência, diz-se também que A é subconjunto de B.

EXEMPLO

a) o conjunto dos naturais é um subconjunto do conjunto dos inteiros: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

b) o conjunto dos números inteiros é um subconjunto dos racionais: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

c) Isso significa que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

➤ **Propriedades da inclusão:**

- $A \subset A$ (A sempre está contido em A);
- Se $A \subset B$ e se $B \subset A$ então $A = B$;
- Se $A \subset B$ e se $B \subset C$ então $A \subset C$

• **CONJUNTOS ESPECIAIS**

1) CONJUNTO VAZIO

O conjunto vazio é o conjunto que não possui elementos. Ele é representado pelo símbolo \emptyset .

EXEMPLO:

$$a) A = \{ x \in \mathbb{N} / 1 < x < 2 \} \rightarrow A = \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Não existe número natural entre os} \\ \text{números 1 e 2} \end{array} \right.$$

2) CONJUNTO UNITÁRIO

O conjunto unitário é um conjunto que possui apenas um único elemento.

EXEMPLO

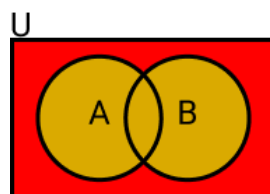
a) $A = \{ 3 \}$

b) $F = \{ \text{abril} \}$

c) $M = \{ (1,2) \}$

3) CONJUNTO UNIVERSO

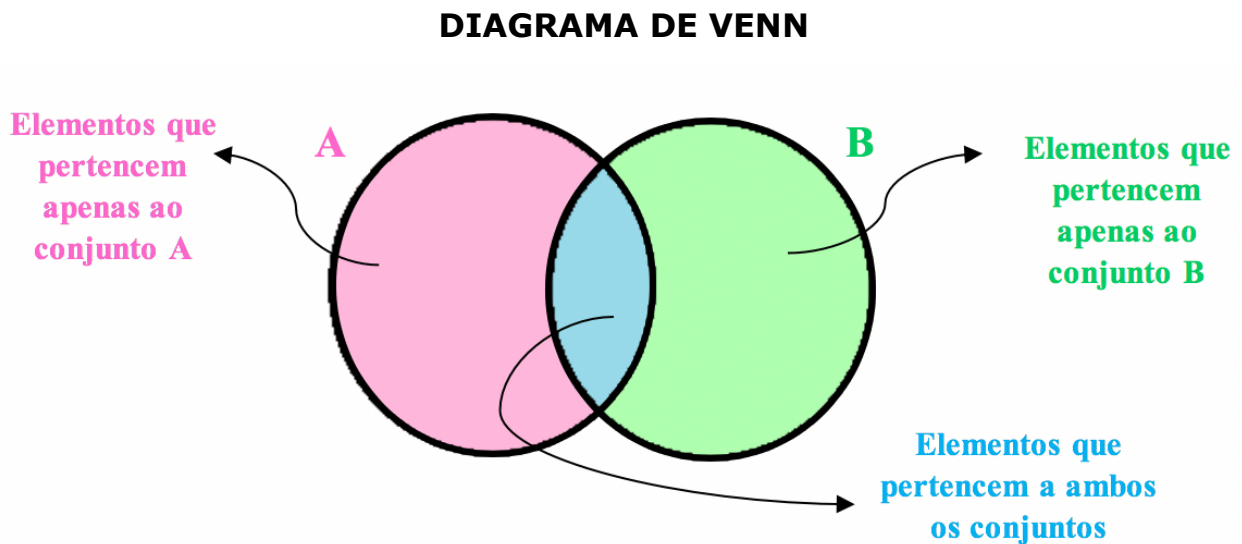
O conjunto universo um conjunto que contém todos os elementos dos conjuntos que estamos representando. Esse conjunto é simbolizado pela letra maiúscula **U**.



O conjunto **U** é o conjunto universo dos conjuntos A e B.

• OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Algumas notações importantes na questão da disposição dos elementos dos conjuntos no diagrama de Venn.



A disposição é válida e é a mesma para qualquer operação entre dois conjuntos. Para a construção do diagrama de Venn é necessário utilizar a notação inicial da disposição dos elementos dos dois conjuntos. Ou seja, inserir os elementos corretamente no diagrama de Venn.

1) IGUALDADE DE CONJUNTOS

Sejam os conjuntos A e B, tem-se que $A = B$ se, e somente se, eles possuem os mesmos elementos. Independente da ordem como são apresentados ou da quantidade.

EXEMPLO

Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ e $C = \{3, 4, 1, 2\}$

a) $A = C$

b) $B \neq C$

c) $A \neq B$

Observação: É importante notar que a ordem dos elementos na representação do conjunto não importa, logo $\{1,2,3,4\} = \{3,4,1,2\}$. Caso a ordem fosse considerada tem-se as sequências. E em conjunto não há repetição de elemento, ou seja, $\{1,2,2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$.

2) UNIÃO DE CONJUNTOS (\cup)

A união entre conjuntos é a operação de juntar todos os elementos de dois conjuntos A e B e formar um novo conjunto denotado por $A \cup B$. Se algum elemento estiver presente em ambos os conjuntos A e B ele é incluído apenas uma vez na união.

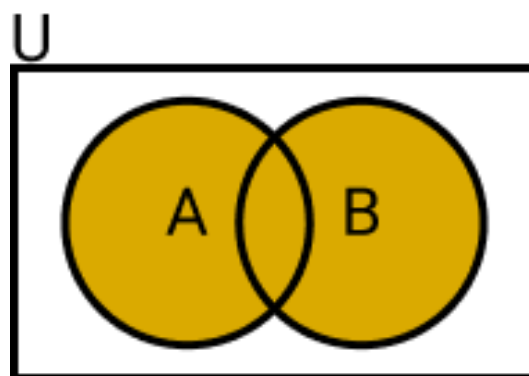
Definição de União

Sejam A e B conjuntos, a união de A com B é dada por:

$$A \cup B = \{x \in U \text{ (universo)} / x \in A \textbf{ ou } x \in B\}$$

A representação no chamado **diagrama de Venn**. A região “pintada de mostarda” simboliza a união dos seus respectivos elementos. É necessário a “pintar” a região que corresponde à operação no diagrama de Venn.

DIAGRAMA DE VENN



Observação 1: **ou** = conectivo \vee (mesmo de lógica).

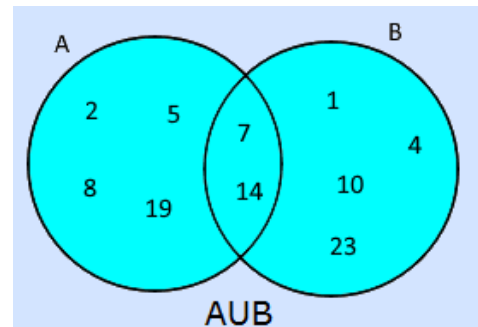
EXEMPLO

1) Sejam os conjuntos $A=\{2,5,7,8,14,19\}$ e $B=\{1,4,7,10,14,23\}$

Elementos iguais dos dois conjuntos: 7 e 14

Observação 2: a repetição de elementos não é considerada em conjuntos.

DIAGRAMA DE VENN



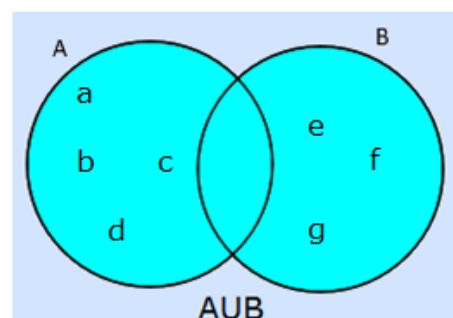
$$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 7, 7, 8, 10, 14, 14, 19, 23\} = \{1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 19, 23\}$$

Portanto: **$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 19, 23\}$**

2) Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{e, f, g\}$

Nesse caso não existem elementos iguais nos dois conjuntos.

DIAGRAMA DE VENN

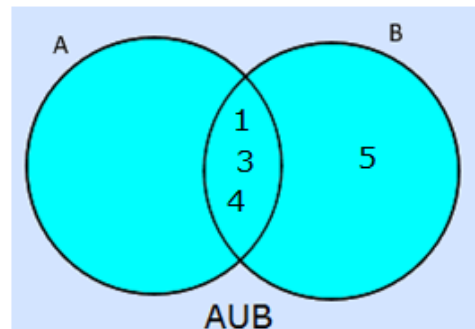


Portanto: **$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$**

3) Sejam os conjuntos $A = \{1,3,4\}$ e $B = \{1,3,4,5\}$

Os elementos iguais dos dois conjuntos 1, 3 e 4

DIAGRAMA DE VENN →



Portanto: **$A \cup B = \{1,3,4,5\}$**

3) INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS (\cap)

A interseção de dois conjuntos no conjunto universo U é formada pelos elementos que pertencem a A e B .

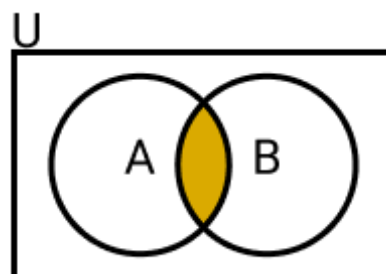
Definição de Interseção

Sejam A e B conjuntos, a interseção de A com B é dada por:

$$A \cap B = \{x \in U \text{ (universo)} / x \in A \text{ e } x \in B\}$$

A representação no chamado diagrama de Venn. A região “pintada de mostarda” simboliza a interseção dos seus respectivos elementos. E é necessário a “pintar” a região que corresponde à operação no diagrama de Venn.

DIAGRAMA DE VENN →



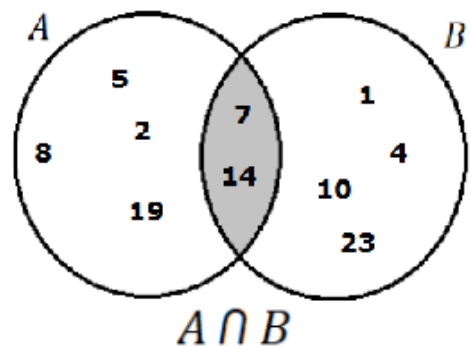
Observação 1: e = conectivo \wedge (mesmo de lógica).

EXEMPLO

1) Sejam os conjuntos $A = \{2, 5, 7, 8, 14, 19\}$ e $B = \{1, 4, 7, 10, 14, 23\}$

Elementos iguais dos dois conjuntos: 7 e 14

DIAGRAMA DE VENN

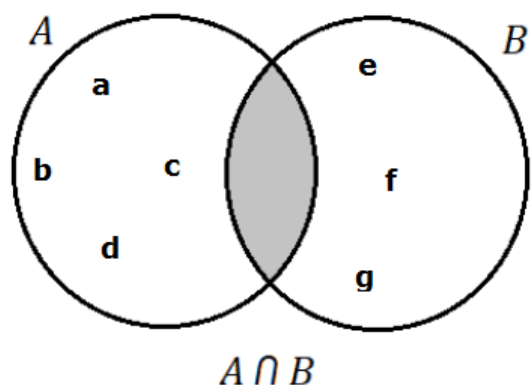


Portanto: $A \cap B = \{7, 14\}$

2) Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{e, f, g\}$

Nesse caso, **não existem** elementos iguais nos dois conjuntos.

DIAGRAMA DE VENN

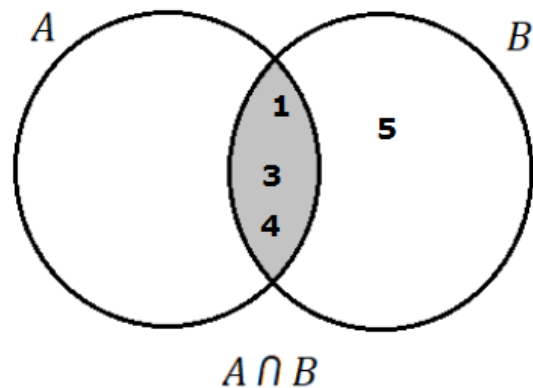


Portanto: $A \cap B = \emptyset$

3) Sejam os conjuntos $A = \{1,3,4\}$ e $B = \{1,3,4,5\}$

Os elementos iguais dos dois conjuntos 1, 3 e 4

DIAGRAMA DE VENN \longrightarrow



Portanto: $A \cap B = \{1,3,4\}$

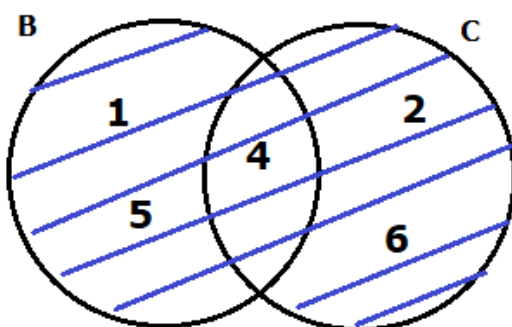
4) Dados os conjuntos $A = \{1,2,3\}$, $B = \{1,4,5\}$ e $C = \{2,4,6\}$

Determinar a operação $A \cap (B \cup C)$ e fazer o diagrama de Venn.

Solução

1º) Fazer BUC

Diagrama de Venn



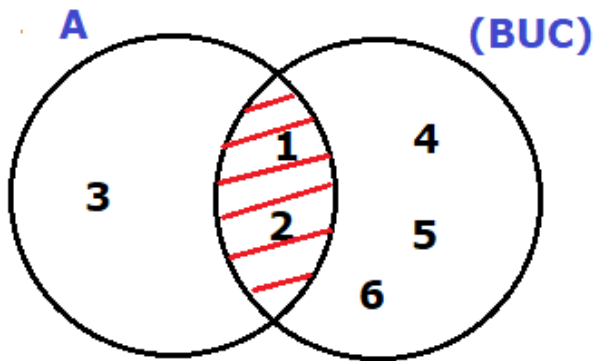
$$B \cup C = \{1,2,4,5,6\}$$

2º) Fazer $A \cap (B \cup C)$

$$A = \{1,2,3\}$$

$$(BUC) = \{1,2,4,5,6\}$$

Diagrama de Venn



$$A \cap (BUC) = \{1,2\}$$

OBSERVAÇÃO: sempre que a operação for representada por diagrama de Venn é necessário “pintar” a região da solução.

“O que você tem todo mundo pode ter... Mas o que você é, ah isso ninguém pode ser”.
(Clarice Lispector)

LISTA DE EXERCÍCIOS
(Essa atividade não é para nota)
Prazo de entrega até às 23h55 do dia 05-08-2021

Procure fazer a lista de exercício para se preparar para as provas e em caso de dificuldade poder tirar dúvidas ok? O aluno que quiser a correção da lista de exercício, basta enviar resolvida em arquivo pdf no MOODLE na tarefa do dia da aula.

1) Escreva os conjuntos dados por enumeração de seus elementos:

1.1) $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 4\}$

1.2) $B = \{x \in \mathbb{N} / x > 10\}$

1.3) $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 8 \text{ e } x \text{ é ímpar}\}$

1.4) $D = \text{conjunto dos meses que começam com a letra j}$

2) Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ e $C = \{1, 6, 9, 10\}$, determinar as operações e fazer o diagrama de Venn.

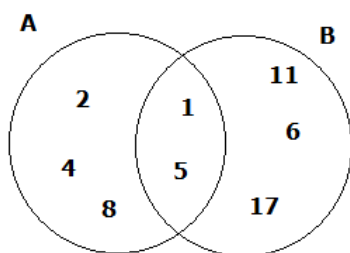
2.1) $A \cup B$

2.2) $A \cap B$

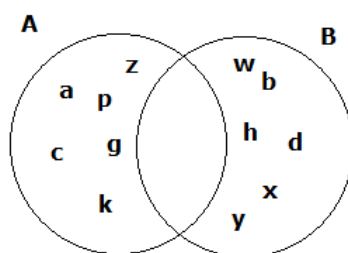
2.3) $A \cup (B \cap C)$

2.4) $(A \cap C) \cup (B \cup C)$

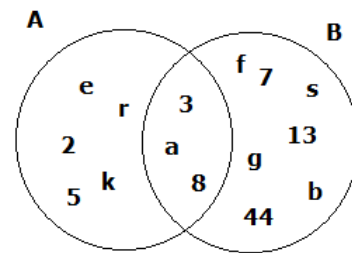
3) Dados os diagramas de Venn, determinar para cada diagrama:



(a)



(b)



(c)

3.1) Os elementos do conjunto A

3.2) Os elementos do conjunto B

3.3) $A \cup B$

3.4) $A \cap B$

3.5) Elementos que pertencem apenas ao conjunto A

3.6) Elementos que pertencem apenas ao conjunto B